K. K. Ministerium für Cultus u. Unterricht.
1802
Büchersammlung des Dep. XI.
Inv.-Nr. 95 J. H.
N. 204.

Gründlich erklärte gemeinnützige

Rechenkunst

mit

leichten Rechnungsarten.







Wien, 1802.

Zu finden bey Alons Doll, am Stephans Freydhofe.

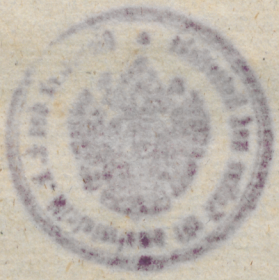
C. Edler v. Liebenberg.

ES 2

I

1,593.159

Dauerleihgabe
an AHB



Inhalt.

Erste Abtheilung.

	Seite.
Von den Ziffern und ihrer Aussprache	1
Von den römischen Zahlen	3
Zeichen der arithmetischen Arbeiten	5
Zusammenzählung	6
Abziehung	12
Vermehrung	20
Eintheilung	28
Theil-Rechnung	41
Brüche	53
Zusammenzählung	59
Abziehung	61
Vermehrung	64
Eintheilung	67

Seite.

Dreysätzige Rechnung 71
Ketten-Rechnung 79
Wechsel 94
Gesellschafts-Rechnung 97
Zins-Rechnung 101
Progressionen 117
Verbindungsstuffen 124

Zweyte Abtheilung.

Von Viereck-Rechnungen 129
Flächeinhalt des Kreises 132
Würfel-Rechnung 139
Ausziehung der Wurzeln 143

Erste Abtheilung.

Erster Abschnitt.

Von den Ziffern.

§. 1.

Die Ziffern bedeuten Vielheiten beliebiger Dinge; wir haben sie den Arabern zu verdanken: anstatt ihrer dieneten Buchstaben, wie es noch bey Innschriften und Jahrszahlen gebräuchlich ist. Sie sind folgende: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

§. 2.

Die Ziffern 1 bis 9 bedeuten unmittelbar; 0 für sich ist unbedeutend, erhebet aber die Links anstehende Ziffer zu Zehnern: z. B. 90, d. i. neun **Zehner**, oder Neunzig u. s. w.

§. 3.

Einzelne Ziffern bedeuten eine Vielheit, die geringer als zehn ist; in einer Querreihe neben einander gesetzet, bedeuten sie die Vielheiten in zehnfach steigendem Maaße, wie folget: die erste Ziffer zur rechten Hand bedeutet **Einer**; die zweyte Links: Zehner; die dritte: zehnmal Zehner, oder **Hunderter**; die vierte

bedeutet **Tausender**, und wird oben mit einem Dipfchen bezeichnet; die fünfte (immer Links) bedeutet Zehner von Tausenden; die sechste: zehnmal so viel; die siebente: zehnmal hundert tausender, die man **Millionen** nennet; über diese siebente Ziffer wird ein Strichel als Kennzeichen der Millionen angesetzet. Alsdann folgen in ähnlicher Steigung Zehner, bis tausend Tausender von Millionen, welche **Billionen** heißen, und oben mit zweyen Stricheln, oder mit der Ziffer 2 bezeichnet werden. Nach diesen entstehen auf gleiche Art **Trillionen**, d. i. tausendmal tausend Billionen; ferner: Quadrillionen; Quintillionen; Sexillionen u. s. w. so daß jede einfache tausender mit einem Dipfchen; die folgenden tausendmal Tausender, mit den Ziffern: 1, 2, 3, 4, u. s. w. bezeichnet werden.

§. 4.

Um mehr Leichtigkeit zur Aussprache einer beliebigen Zahle zu gewinnen, kann man sie von der rechten zur linken Hand so abtheilen; daß jede Abtheilung drey Ziffern enthalte: die letzte zur Linken kann weniger als drey enthalten. Wenn dieses geschehen, so spricht man jede Abtheilung mit ihren oben angesetzten Kennzeichen abgesondert aus, und das wird gewiß sehr leicht seyn: dann, welcher Anfänger wird nicht eine Zahl von 3 Ziffern aussprechen können?

Beyspiel. $37^{2}|643|094^{1}|372|581$.

d. i. Sieben und dreißig Billionen; sechsmal hundert drey und vierzig tausend, vier und neunzig Millionen; drey hundert, zwey und siebenzig tausend, fünf hundert ein und achtzig.

§. 5.

Zusatz. Um eine größere Zahl, die mehrere o enthält, gemäß Ansage niederzuschreiben, darf man

nur die oben gemeldten Kennzeichen gleich über die ausgesprochenen Ziffern sezen, und einigen Raum für die o übrig lassen, welche o nach vollendeter Ansage der Zahl eingeschaltet werden. Wenn die angesagte Zahl keine o enthält, werden die Ziffern, je nachdem sie ausgesprochen, niedergeschrieben.

Beyspiel. Man soll Hundert, drey Millionen, vierhundert und neun, gemäß Ansage niederschreiben; man sețe also: 1 , 3, 4 9; nun zähle man von der Rechten zur Linken, bey der Ziffer 9 angefangen: **eins, zehen** (hier wird bey der Aussprache zehn, ein o eingerucket) dann: **hundert, tausend**; bey der Aussprache **tausend** (weil wieder keine Ziffer vorkömmt) wird abermal o geschrieben; alsdann müßen nothwendigerweise noch zwey o, bis zur Million folgen. Also kommen zwischen 3 und 4, drey o; endlich zwischen 1 und 3, ein o und es entstehet die nach Ansage vollkommen geschriebene Zahl 103,000,409.

Von den römischen Zahlen.

§. 6.

Diese bestunden anfänglich aus den fünf folgenden Buchstaben: I **eins.** V. **fünf.** X. **zehn.** L. **fünfzig** C. **hundert.** IↃ. bedeutete 500. CIↃ. bedeutete 1000; Später hin, hieß D. 500; und M. 1000. Um mehrere Tausende anzudeuten, sețte man endlich einen Querstrich über den betreffenden Buchstab. z. B. $\overline{M}$. tausend mal tausend u. s. w. wenn I einem dieser Buchstaben zur rechten steht, so bedeutet er den **Einer** mehr z. B. VI. d. i. sechs. XI d. i. 11. steht I links, so gilt

der Buchstab **eins** weniger, z. B. XIX. d. i. 19, eben so verhält sich's mit X, wenn dieser Buchstab vor C oder L Rechts steht, so gilt C oder L einen Zehner mehr; steht er Links so lieset man einen Zehner weniger, z. B. L. X. d. i. 50 und 10, oder sechszig XC. d. i. Hundert weniger 10, oder 90; hieraus erhellet die Unbequemheit der römischen Zahlen, die aber dennoch bey Uiberschriften und sogar neueren Jahrszahlen gebräuchlich sind. Also muß folgende Jahrszahl MDCCXCIV in Ziffern so geschrieben werden, 1794.

Zweyter Abschnitt.

Vom Rechnen.

§. 1.

Rechnen heißt die Zahlen mit einander vergleichen, um ihren Unterschied zu finden.

§. 2.

Die Kunst zu rechnen bestehet in der Sicherheit und Fertigkeit, womit die Zahlen verglichen, und die verlangten Unterschiede gefunden werden.

§. 3.

Die Zahlen lassen sich miteinander vergleichen durch **Zusammenzählen**, oder **Abziehen**.

§. 4.

Man kann Zahlen **einmal**, oder mehrmal zusammen zählen; die erste Arbeit heißt eigentlich **Zusammenzählung** (additio) die zweyte: **Vermehrung** (multiplicatio.)

§. 5.

Eben so kann man die Zahlen **ein-** oder **mehrmal** von einander abziehen. Die erste Arbeit nennt man eigentlich **Abziehung** (subtractio) die zweyte: **Eintheilung** (divisio.)

§. 6.

Um die Zusammenzählung anzudeuten, bedienet man sich des Zeichens +; der Querstrich — bedeutet Abziehung; × bedeutet Vermehrung; das Zeichen ÷ giebt die Eintheilung zu erkennen; zween Querstriche = bedeuten die Gleichheit, oder den **Betrag** der Ausrechnung; das Zeichen > bedeutet: daß die vor seiner Oeffnung stehende Zahl größer, als die vor seiner Spize ist.

Also heißt,	3 + 4 :	drey zu vier gezählet,
. . .	7 — 2 :	sieben weniger zwey,
. . .	4 × 4 :	vier durch vier vermehrt,
. . .	9 ÷ 3 :	neun unter drey vertheilet,
. . .	5+2 = 7 :	fünf und zwey machen sieben
	5 > 2 :	die Zahl 5 ist größer als 2,
	7 < 9 :	die Zahl 7 ist kleiner als 9.

Anmerkung. Diese Zeichen sind aus der Buchstabenrechnung (Algebra) entlehnet.

Die Kürze des Ausdruckes hat ihre Versetzung in diese gemeine Rechenkunst veranlasset; der Schüler,

welcher sich einst auf Algebra verlegen soll, kann diese Zeichen zum voraus lernen, und wer sich mit der gemeinen Rechenkunst begnüget, kann sich ohne viele Mühe, mit 5 oder 6 Zeichen bekannt machen.

Dritter Abschnitt.

Von der Zusammenzählung.

§. 1.

Zusammenzählen heißt: mehrere Vielheiten in eine Sämmtliche bringen.

§. 2.

Die Vielheiten die zusammen gezählet werden, müssen von einer Art seyn, z. B. 17 Gulden; + 19 Gulden = 36 Gulden. 17 Gulden, und 19 Klafter könnten nicht in eine Zahl gebracht werden.

§. 3.

Die nämliche Art vorausgesetzet, kann man **Ganze** Dinge alleinig, oder **Ganze** samt Theilen davon zusammenzählen, z. B. 3 G. und 7 G.; dann: 4 G. 7 Kreuzer, zu 5 G. 9 Kr. 3 Pfenninge.

§. 4.

In beiden Fällen müßen die Zahlen von nämlicher Bedeutung so untereinander geschrieben werden, daß

die **Einer** unter den Einern; **Zehner** unter Zehnern; **Hunderter** unter Hundertern, u. s. w. in geradem Striche stehen, ohne diese **gerade** Unterſetzung der Ziffern liefe man Gefahr bey Zuſammenzählung, die **Einer** mit den **Zehnern**; die **Hunderter** mit den **Tauſenden** u. s. w. zu vermiſchen; und dann entſtünde kein richtiges **Ganze** aus der Arbeit.

§. 5.

Wenn die Zahlen gemäß dieſer Vorſchrift unter einander geſchrieben ſind, fängt man bey der erſten Reihe der Ziffer rechts an, und zählt die **Einer** zuſammen. Wenn der Betrag (das Product) dieſer Zuſammenzählung geringer als **zehn** iſt, ſo wird er **ganz** der nämlichen Reihe unterſchrieben; wenn aber bloß ein, oder mehrere **Zehner** heraus kommen, ſo wird o unter die erſte Reihe geſchrieben, und der **eine**, oder die mehreren **Zehner** werden zur links folgenden Reihe gezählet. Sollten aber **Einer** und **Zehner** oder **Hunderter** aus dieſer erſten Zuſammenzählung entſtehen, ſo verhält ſich's: daß die Zahl der Einer, als erſter **Betrag**, angeſetzet; und die **Zehner** ebenfalls der links folgenden Reihe zugezählet werden. Eben ſo verfährt man mit den übrigen Reihen Ziffern, bis zur letzten: und alsdann wird der letzte Betrag ausgeſchrieben.

Beyſpiel. 317 Guld. ſollen zu 929 G. gezählet werden.

Setzung	317	G.
	929	G.
Sämtlich	1246	G.

§. 6.

Erklärung. Bey der erſten Reihe Ziffern rechts, heißt es: 9 und 7 = 16. Man ſetze die 6 **Einer** ſenkrecht unter die Reihen der Einer, und behalte den **Zeh-**

ner für die links folgende Reihe: bey dieser zweyten Reihe links muß also gesagt werden: 1 (**aufbehaltener Zehner**) und 2 sind drey, und 1 machen 4: diese 4 werden der zweyten Reihe als Betrag unterschrieben; endlich bey der dritten Reihe: 9 + 3 = 12: diese 12 werden ganz hingeschrieben, und man hat die Summe 1246 G.

§. 7.

Man kann diese Summe als ein **Ganzes** betrachten, deren Theile die geringeren Zahlen 317 und 929 sind. In Rücksicht dieser geringeren Zahlen, muß sie auch als **ein richtiges Ganze** betrachtet werden, weil sie die sämtlichen Einer, Zehner und Hunderter von diesen Zahlen enthält. Zur vollkommenen Einsicht dessen, löse man die beyden Zahlen in ihre Hunderter, Zehner und Einer auf, wie folget: 300 + 10 + 7

dann 900 + 20 + 9

nun zähle man diese abgesöndert zusammen, die Einer (9+7) betragen einen **Zehner**, und 6 Einer die Zehner (10 + 20) geben 3 Zehner mit jenem der sämtlichen **Einer**: 4 **Zehner**, oder 40. Die Hunderte (300 + 900) geben 12 Hunderte; also hat man die Zahlen 1200; dann 40; endlich 6; diese zusammen gerücket = 1246. Vor Entstehung dieser Kunst mag man wohl auf diese Art zu Werke gegangen seyn.

§. 8.

Wenn **Ganze** und Theile davon, zu **Ganzen** ebenfalls mit Theilen davon (immer von nämlicher Art) zusammen zu zählen sind, so fängt man von den geringern Theilen an. Wenn durch die Zusammenzählung der geringeren Theile, größere Theile; oder auch Ganz-

ze entstehen, so werden diese zu ihrer links folgenden betreffenden Reihe gezählet: die übrige Arbeit geschieht wie schon erkläret worden.

Beyspiel Wie viel machen 219 G. 41 kr. 3 Pf. dann 498 G. 27 kr. 2 Pf. in einer Summe?

Sezung: 219 G. 41 kr. 3 Pf.
\+ 498 . 27 . 2

Antw. 718 G. 9 kr. 1 Pf.

§. 9.

Bey den Pfenningen heißt es: 2 und 3 Pf. = 5 Pfenninge, deren, 4 = 1 Kreuzer. Dieser Kreuzer wird zu den links folgenden Kreuzern gezählet; und der übrige Pfenning unter die betreffende Reihe geschrieben; dann sage man bey der ersten Reihe der Kreuzer: 1 kr. (der nämlich durch Zusammenzählung der Pfenninge gewonnen worden) + 7 + 1 = 9 kr.: diese 9 Kreuzer werden unter die Reihe der **Einer** von Kreuzern gesetzet, bey der Reihe der Zehner von Kreuzern wird es heißen: 4 + 2 = 6. Sechs Zehner von Kreuzern, oder 60 kr. machen 1 G. dieser Gulden wird zu den links folgenden G. gezählet; und die übrige Arbeit geschieht, wie schon erkläret worden, also ist der sämmtliche Betrag der angegebenen Zusammenzählung = 718 Gulden 9 kr. 1 Pfenning.

Anmerkung. Wenn man eine große Menge geringerer Theile zu ammen zu zählen hätte, so könnte man bey jeder Entstehung eines größeren Theiles, oder eines Ganzen über, oder neben die betreffenden Ziffern ein Dipfchen ansetzen, und hernach die Dipfchen zusammen zählen, um sie ihrer Bedeutung nach links anzubringen: es ist aber rathsamer, daß man sich an folgende kürzere Art gewöhne:

wenn man nämlich die Summe der geringeren Theile weiß, so frage man, wie vielmal die zu zu einem größeren Theile, oder ganzen erforderliche Zahle der geringeren Theile in jener gefundenen Summe enthalten sey? die enthaltenen größeren Theile oder Ganze werden zu den links folgenden gezählet, und der Ueberschuß (was übrig bleibt) kömmt unter die Reihe der geringeren Theile.

Beyspiel. Man hat für verschiedene Bedürfnissen zu bezahlen, wie folget:

	Guld.	kr.	Pf.
	13	57	3.
	12	49	2
	88	58	3.
Wie viel beträgt die	97	59	3.
sämtliche Schuld?	54	58	3.
	. .	59	3
	.	48	1.
	5	57	3
Antw.	276 G.	30 kr.	1 Pf.

Von den Pfenningen angefangen (es gilt gleich ob man aufwärts, oder abwärts rechne) hier: 3 + 1 machen 4 Pf. = 1 Kreuz. man setze ein Dipfchen als Zeichen des gefundenen Kreuzers neben die Ziffer 1 bey welcher der Kr. entstanden ist; dann sage man, weiter aufwärts: 3 + 3 = 6 Pf. diese 6 Pf. — 1 Kr. bleiben 2 Pf. neben 3, rechts wird abermal ein Dipfchen angesetzt; ferner heißt es: 2 Pfenninge (die über 1 Kreuzer bleiben) + 3 = 5 = 1 kr. + 1 Pf. u. s. w. auf diese Art werden fünf Dipfchen als Zeichen der Kreuzer angesetzet, bleibt zuletzt 1 Pf. übrig.

§. 10.

Andere Art die Kreuzer auszuziehen. Man zähle die sämtlichen Pfenninge zusammen, wie gewöhnlich; der Betrag muß aber auf die Seite gesetzet werden: dann frag man, wie vielmal die Zahl 4 Pf. in der sämtlichen Anzahl von Pf. enthalten sey? So vielmal 4 enthalten sind, So viele Kreuzer (weil 4 Pf. = 1 Kreuzer) im obigen Beyspiele sind 21 Pf. 4 Pf. in 21 Pf. sind 5 mal enthalten, folglich 5 kr. bleibt 1 Pf. dieser Pf. wird unter die Reihe der Pfenninge geschrieben, und die 5 kr. werden zu den links folgenden gezählet. Alsdann heißt es: 5 + 7 u. s. w. aufwärts bis zur letzten Ziffer = 70. o wird angesetzet, und 7 werden aufbehalten, um sie zur Reihe der Zehner von Kreuzern zu zählen; folglich heißt es ferner: 7 + 5 u. s. w. und man bekömmt zuletzt die Summe 45, diese 45 bedeuten Zehner von Kreuzern: wie viele Zehner gehen auf 1 Guld.? Antw. sechs; man frage also wie viel mal 6 in 45 enthalten sind? Antw. 7 mal, bleiben 3 Zehner, diese 3 werden unter die Reihe der Zehner von Kreuzern angeschrieben, und die 7 G. werden zu den links folgenden G. gezählet, die übrige Zusammenzählung wird vollendet, wie schon hinlänglich angezeiget worden.

§. 11.

Anderes Beyspiel.

Es sind zwo Arbeiten von Klaftern, Füße und Zollen zu bezahlen, nämlich:

	Kl.	Fuß.	Zoll.
Wie viele Klaft. Füße u. Zoll sind in allem zu bezahlen?	7	5.	9.
	19.	4.	11
Antw.	27 Kl.	4 Fuß	8 Zoll

§. 12.

Von den Zollen, als geringeren Theilen angefangen heißt es: 11 + 9 = 20. zwölf Zoll = 1 Fuß, die 8 übrigen Zolle werden unten angeschrieben; 1 Fuß wird zur links folgenden Reihe gezählet; dann: 1 Fuß + 4, machen 5 + 5 = 10 Fuß, indem 6 Fuß = 1 Klafter, so wird eine Klafter zu den folgenden Klaftern gezählet, und der Ueberschuß 4 Fuß, unter die gehörige Reihe geschrieben. Endlich 1 Kl. + 9 Kl. = 10: + 7 = 17. u. s. w. Die sämtliche Arbeit beträgt also 27 Kl. 4 Fuß 8 Zoll.

§. 13.

Auf gleiche Art müßen bey allen ähnlichen Zusammenzählungen die geringeren Theile zu größeren, und diese zu Ganzen gemacht, und alsdann zu den gehörigen Reihen überbracht werden.

Vierter Abschnitt.

Von der Abziehung (Subtractio.)

§. 14.

Um eine Zahl von der andern abzuziehen, müßen beyde von nämlicher Art seyn: also können z. B. 4 G. von 7 G.; aber nicht 4 Pfunde von 7 Klafter abgezogen werden.

§. 15.

Die **abzuziehende Zahl** muß geringer seyn, als jene, von der man abzieht; auf's wenigste müßen beyde gleich seyn, also kann man 3 G. von 2 G. nicht abziehen; wohl aber 2 G. von 3 G. oder auch 2 G. von 2 G.

§. 16.

Erklärung der Arbeit.

Die abzuziehende Zahl muß jener, von der man abziehen soll, so unterschrieben werden, daß jede Ziffer unter jener stehe, welche mit ihr eine gleiche Bedeutung hat; das heißt: die Ganzen kommen unter die Ganzen; die Theile unter Theile; Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. kurz, die Unterschreibung geschieht wie bey der Zusammenzählung. Alsdann zieht man die Einer von den Einern, Zehner von Zehnern, kurz jede unterschriebene einzelne Vielheit von ihrer oberen ab; und setzet jeden Ueberschuß (was übrig bleibt) unter seiner betreffenden Reihe an; unter die Reihe, bey welcher nichts übrig bleibt, wird ein o angesetzt.

Beyspiel. Jemand ist 461 Gulden schuldig: davon zahlt er ab 251 G. wie viel bleibt er schuldig? es ist leicht einzusehen, daß die Schuld um so viel Gulden müße vermindert werden, als Gulden bezahlt worden. Folglich ziehe man 251 G. von 461 ab.

Setzung	461
—	251
Bleiben	210 Gulden zu bezahlen.

§. 17.

Ausübung. Bey der ersten Reihe rechts heißt es: 1 von 1 bleibt nichts; unter die unterstrichenen Reihen

der Einer kömmt also 0. Dann bey der zweyten Reihe links: 5 (Zehner) von 6 (Zehner) bleibt 1. u. s. w. endlich 2 (Hunderte) von 4 (Hunderten) bleiben 2, also bleiben in allem: 210 G. zu bezahlen.

§. 18.

Fernere Erklärung:

Wenn bei einer, im Ganzen genommenen größeren Summe die Anzahl der Einer, von welcher abgezogen wird, geringer als jene der abzuziehenden ist, so muß von der links folgenden Reihe ein Zehner entlehnet werden: alsdann zieht man von diesen Zehnern samt vorgenommenen Einern wie gewöhnlich ab; über die Ziffer, von welcher ein Zehner entlehnet ist, kömmt ein Dipfchen als Erinnerungszeichen.

§. 19.

Wäre die abzuziehende Anzahl der Zehner wieder größer als die obere, so müßte abermal ein Zehner von der links folgenden (dritten) Reihe entlehnet, und dieser Ziffer wieder das Erinnerungszeichen der Entlehnung beygesetzet werden; diese Entlehnung wird übrigens wiederhohlet, bis man zu einer Ziffer gelanget, die größer als die abzuziehende ist: während der Abziehung muß wohl darauf gesehen werden, daß man die mit einem Dipfchen bezeichnete Ziffer um Eines geringer annehme.

Beyspiel. Man soll 1859 G. von 2743 G. abziehen?

Setzung.	2743 G.
	1859 G.
übrig	884 G.

§. 20.

Erklärung der Arbeit. Von den **Einern** angefangen, heißt es hier: 9 von 3, (lassen sich nicht abziehen) folglich ein links entlehnter Zehner zu 3 gezählet = 13, von diesen 13 können 9 abgezogen werden, bleiben 4, diese 4 werden unter die Reihe der obigen Einer gesetzet. Dann: 5 von obigen 3 (die vorige Ziffer 4 ist durch Entlehnung um 1 vermindert) lassen sich wieder nicht abziehen, zu den 3 wird also ein von der links folgenden Ziffer 7 entlehnter Zehner gezählet, und man bekömmt 13. von diesen 5 abgezogen, bleiben 8. u. s. w.

Anmerkung. Wenn über ein oder mehrere o entlehnet wird, so werden diese o während der Abziehung als **Neuner** betrachtet, und mit Dipfchen bezeichnet; so aber, daß der links folgenden Ziffer ebenfalls ein Dipfchen beygesetzet werde: diese Ziffer wird alsdann um **Eins** weniger angenommen.

Daß die o, über welche entlehnet wird, zu Neunern werden, läßt sich prüfen: man darf nur von der Summe 1000 **eines** abnehmen, bleiben 999.

§. 21.

Wenn Ganze samt Theilen, von Ganzen samt Theilen abzuziehen sind, so fängt man von den geringeren Theilen an; wenn die Anzahl dieser geringeren Theile minder als die abzuziehende ist, so entlehnet man einen Theil von dem links folgenden **größeren**; löset ihn in die vorgenommenen geringeren auf, und zieht ab, wie gewöhnlich.

Beyspiel. Man soll 474 G. 16 kr. 3 Pf. von 623 G. 15 kr. 1 Pf. abziehen.

Setzung	623 G.	15 kr.	1 Pf.
—	474 .	16 .	3 .
übrig	148 .	58 .	2 Pf.

§. 22.

Man sage: 3 Pf. von 1 Pf. (können nicht abgezogen werden) folglich 1 Kreuzer (von den folgenden geborget) = 4 Pf. diese 4 Pf. + 1 Pf. = 5. Von diesen 5 Pf. nehme man alsdann 3 weg, bleiben 2. dann heißt es ferner: 6 kr. von 4 kr. (weil die obern 5 um eins vermindert worden) kann nicht seyn: folglich 6 von 14: bleiben 8. Endlich 1 Zehner von nichts (weil der obere Zehner schon genommen ist) hier muß von den folgenden Gulden **einer** geborget werden: dieser Gulden = 6 Zehner, von diesen 6 Zehnern wird der untere Zehner abgezogen: bleiben 5 u. s. w.

§. 23.

Andere Aufgabe: Man soll 9 Klafter 3 Fuß 11 Zoll, von 14 Klafter 1 Zoll abziehen.

Setzung	14 Kl.			1 Zoll.
—	9 .	3 Fuß	11 Zoll.	
bleiben	— 4 Kl.	2 Fuß	2 Zoll.	

hier muß es heißen: 11 Zoll von 1 Zoll (kann nicht seyn) also muß eine Klafter entlehnet, und von dieser 1 Fuß genommen werden: ein Fuß = 12 Zoll; diese 12 + 1 = 13. von diesen 13 werden nun 11 abgezogen: bleiben 2. dann 3 Fuß von den 5 übrigen (weil eine Klafter entlehnet war) bleiben 2 u. s. w.

Fünf-

Fünfter Abschnitt.

Von der Prüfung einer arithmetischen Arbeit.

Zu den sichern Gründen, nach welchen eine arithmetische Arbeit vollendet werden muß, gehöret ihre Prüfung.

§. 24.

Die Zusammenzählung wird durch die Abziehung, und diese durch jene geprüfet.

1) **Beyspiel, samt Erklärung.** Wenn man 314 G. zu 217 G. zählet, so bekömmt man die Summe: 531 G. diese muß richtig seyn: weil sie durch sorgfältige Zusammenzählung der **Einer** zu den **Einern**; der **Zehner** zu den **Zehnern**, und **Hunderter** zu den **Hunderten** entstanden ist; dieses läßt sich ferner dadurch bewähren, daß sie als ein aus zween Theilen zusammengesetztes Ganze zu betrachten ist: die zween Theile sind die geringeren Summen 314 und 217. Wenn nun nach Wegnahme eines dieser Theile, der andere übrig bleibt, so war die Zusammensetzung der Theile, und das Ganze richtig. Um also die Zusammenzählung zu prüfen, und sich von ihrer Richtigkeit zu überzeugen, muß durch Abziehung einer der zwoen Summen

vom Betrage der Zusammenzählung, die andere Summe übrig bleiben.

Ausübung	531		531
—	217	oder:	— 314
	314		217

Anmerkung. Wenn mehr als zwo Summen zusammen gezählet worden, so müßte zur Prüfung eine Summe nach der andern vom Betrag (Produkt der Zusammenzählung) abgezogen werden: und dann müßte nichts übrig bleiben. Unterließe man eine der geringeren Summen, so müßte diese nach Abzug der andern allen übrig bleiben.

Beyspiel dieser vielfachen Zusammenzählung.

G.	Kr.	Pf.
947	57	3
879	29	2.
463	48	3.
972	24	2
876	59	1
Sämtlich 4140 G.	39 Kr.	3 Pf.

§. 25.

Um diese Arbeit nach der gemeinen Vorschrift zu prüfen, müßte man erstlich die Summen 876 G. 59 kr 1 Pf. von der sämtlichen Summe: 4140 G. 39 kr. 3 Pf. abziehen, dann die zweyte aufwärts, bis zur obersten ein- oder ausgeschloßen, wie erklärt worden. Anstatt dieser langwierigen Arbeit kann man die Sache so richten: man betrachte nämlich den Betrag als ein Ganzes, deßen Theile die verschiedenen senkrechten Reihen sind. Zieht man eine jede einzelne Reihe von ihrem unterschriebenen einzelnen Betrage ab, so muß nichts übrig bleiben.

947 . 57 . 3
879 . 29 . 2
463 . 48 . 3
972 . 24 . 2
876 . 59 . 1

4140 . 39 . 3

34

30

3=18+3 Zehner =21—18=3=39—37—2 u. s. w.

Erklärung dieses Verfahrens.

Links angefangen, findet man den Betrag 41 unter der ersten senkrechten Reihe: diese Reihe zähle man abgesöndert zusammen, und ziehe sie von 41 ab: 8+9 u. s. w. geben 38, diese 38 von 41 abgezogen: bleiben 3, man setze diesen Ueberschuß unter die erste Reihe Links; zu dieser Ziffer 3 nehme man die Rechts folgende: 4=34, von diesen ziehe man den Betrag der zusammengezählten zweyten Reihe rechts ab, nämlich: 31 von 34: bleiben 3, zu diesen 3 nehme man das folgende 0=30, und ziehe ebenfalls die dritte sämtliche Reihe ab, nämlich: 27 von 30 = 3, diese 3 Gulden werden zu Zehnern von Kreuzern gemacht = 18; zu diesen 18 nehme man die Rechts folgenden 3 Zehner = 21, von diesen 21 Zehnern ziehe man die sämtliche Reihe der obigen Zehner von Kreuzern ab, nämlich: 18 von 21 = 3 mit den folgenden 9 Kr. = 39 Kr. von diesen die sämtliche Reihe der Einer von Kreuzern = 37 von 39 = 2, nämlich 2 Kr. diese 2 Kr. werden endlich zu Pfenningen gemacht und zu jenen des Betrages gezählet = 11 Pf. von diesen 11 Pf. die sämtliche Reihe der Pf. abgezogen: bleibt nichts; folglich war die Zusammenzählung richtig.

Prüfung der Abziehung.

§. 26.

II. **Beyspiel.** Wenn man von 416 G. 13 Kr. die Summe 219 G. 17 Kr. 3 Pf. abzieht; so bleiben 196 G. 55 Kr. 1 Pf.

Vernunftschlüßig müßen die beyden geringeren Summen in der größeren enthalten seyn; die Eine: weil sie von der größeren abgezogen worden; die andere: weil sie nach Abzug der ersten übrig bleibt; folglich sind die beyden geringeren Summen als zween Theile zu betrachten, aus deren Zusammensetzung die größere Summe als ein **Ganzes** entstanden ist: wenn man also diese zwo geringeren Summen wieder vereiniget, so muß die größere, von welcher abgezogen worden, wieder hervorkommen.

	G.	Kr.	Pf.		G.	Kr.	Pf.
Ausübung	416	13			219	17	3
	— 219	. 17	. 3.		+ 196	. 55	. 1
übrig	196	. 55	. 1	Sämtlich	416	. 13	.

Sechster Abschnitt.

Von der Vermehrung. (Multiplicatio.)

§. 27.

Die Vermehrung ist eine vielmalige Zusammenzählung: um also eine Zahl durch eine andere zu vermeh-

ren, muß man die eine Zahl so vielmal zusammenzählen, als es die andere andeutet. Z. B. um 7 durch 5 zu vermehren: muß man 7 fünfmal zusammen zählen; diese Arbeit giebt 35; eben so verhält sich's mit jeder Zahl, die durch eine andere zu vermehren ist. Um diese wiederholte Zusammenzählung zu verhüten, muß man jeden Betrag (jedes Produkt) der Vermehrung einer Ziffer durch die andere, dem Gedächtniß einprägen. Dieses geschieht durch sorgfältige Erlernung des sogenannten **Einmal eins**, welches sich jederman auf folgende Art aufsetzen kann.

§. 28.

Man schreibe die Ziffer 1 bis 9 in eine Quer-Reihe; dann eben diese Ziffer von 2 bis 9, in eine senkrechte Reihe. Wenn dieses geschehen, so fange man von der Ziffer 2 in der senkrechten (gerade aufstehenden) Reihe an; und zähle einmal 2 dazu = 4. Diese 4 werden unter die in der Quer-Reihe stehende Ziffer 2 angesetzet; dann zälhe man wieder 2 zu dem Betrage 4: die herauskommende Ziffer 6 kömmt unter die oben anstehende Ziffer 3: auf diese Art fährt man fort immer 2 mehr zu zählen, bis man unter die Ziffer 9 gekommen; das nämliche geschieht bey der Ziffer 3 in der senkrechten Reihe, zu welcher man einmal 3 zählet. = 6, Diese Ziffer 6 kömmt im geraden Striche unter die Ziffer 2, dann folget: 6+3=) u. s. w. immer rechts um eine Ziffer vorrückend, bis man unter die Ziffer 9 gekommen ist. Eine ähnliche Arbeit muß dann mit den in gerader Reihe abwärts folgenden Ziffern 4 bis 9 vollführet werden. Nun hat man jedes Produkt der Vermehrung einer jeden Ziffer durch die andere, von 1 bis 9. Um die Verwirrung zu verhüten, schließt man endlich jeden Betrag der Vermehrung

in ein kleines Viereck ein, indem man zwischen jeden eine quer- und eine senkrechte Linie zieht, wie folget:

Einmaleins.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§. 29.

Um jeden Betrag der Vermehrung zu finden, sucht man den Vermehrer in der senkrechten Reihe, und fährt rechts durch die kleinen Vierecke, ohne die Quer-Linien zu verlassen, bis man zu jener Zahl kömmt, die im geraden Striche unter der zu vermehrenden Ziffer abwärts steht: diese Zahl ist der gesuchte Betrag. z. B. man will wissen, wie viel 7 mal 8 geben? man suche 7 in der geraden Reihe, und fahre rechts bis an das Viereck, so mittelbar unter der obern angesetzten Ziffer 8 ist: und man findet 56 u. s. w.

§. 30.

Anmerkung. Wenn man den Betrag der Vermehrung einer Zahl durch die andere weiß: so weiß man unstreitig auch, wie viel mal eine dieser Zahlen in dem Betrage der Vermehrung enthalten ist. z. B.

wenn $8 \times 9 = 72$; so ist ungezweifelt: daß 8 in 72 **neunmal**; oder 9 in eben diesen 72, achtmal enthalten sind. Man kann also ebenfalls durch obiges Einmaleins finden, wie vielmal die Ziffern 1 bis 9, in einer Zahl, die nicht über 2 Ziffern geht, enthalten sind; z. B. man will wissen, wie vielmal 9 in 63? man suche 9 in der senkrechten Reihe, und fahre rechts, bis man zur Zahl 63 kömmt, über welcher ganz oben 7 stehet: also sind 9 in 63 siebenmal enthalten.

Fernere Erklärung der Vermehrung.

§. 31.

Um eine Zahl durch eine andere zu vermehren, muß man die eine Zahl der andern, so wie bey der Zusammenzählung geschieht, unterschreiben: alsdann vermehret man erstlich die **Einer** der oberen Zahl durch die **Einer** der untern (des Vermehrers.) Das Produkt wird gerade unten angeschrieben, so aber, daß die etwa entstandenen Zehner zur links folgenden Reihe aufbehalten werden; alsdann vermehret man die Zehner der oberen Zahl eben so durch die Einer des Vermehrers: endlich die Hunderter u. s. w. durchaus links bis zu Ende, indem man die verschiedenen Produkte immer ihrer betreffenden Reihe unterschreibt.

Beyspiel. Ein Eimer Wein soll 7 G. kosten, wie viel müßen deren 458 kosten? So viele Eimer sind, so vielmal müßen 7 G. bezahlet werden; folglich muß man die Zahl 458 durch 7 vermehren.

Ausübung	458 Eimer
	× 7 G. Vermehrer
Sämtlich	3206 G.

§. 32.

Also heißt es: 7 mal 8 = 56. Man setze 6 und behalte die 5 Zehner zur links folgenden Reihe auf; dann: 7 mal 5 = 35 + 5 (aufbehaltene Zehner) = 40; man setze o und behalte 4; endlich: 7 mal 4 = 28 + 4 = 32, diese werden ausgeschrieben und der Betrag der Vermehrung ist 3206 G. Summe die für die obige Anzahl Eimer muß bezahlet werden.

§. 33.

Wenn der Vermehrer, Einer, Zehner, Hunderter u. s. w. enthält, so muß die obere Zahl durchaus: erstlich durch die Einer des Vermehrers; dann eben so durch die Zehner, Hunderter und übrige Ziffern bis zu Ende vermehret werden; so daß der Betrag der Vermehrung durch Zehner um eine Ziffer links vorgerücket werde, weil er Zehner bedeutet; jener durch Hunderter um zwo Ziffern, weil er Hunderter bedeutet u. s. w. Der Raum, um welchen jedes Produkt der Vermehrung links vorgerücket wird, könnte mit einem oder mehrern o, je nach der Bedeutung des Produktes angefüllet werden: die obern Ziffern, welche rechts stehen, machen aber diese Ansetzung der o unnütze, wie man sich durch die Ausübung überzeugen kann; kurz, jedes einzelne Produkt der Vermehrung muß so angeschrieben werden, daß die erste Ziffer davon immer gerade unter der Ziffer, durch welche man vermehret, stehe; nach geendigter Vermehrung werden die verschiedenen Beträge zusammengezählet.

Aufgabe 397 zu vermehren durch 286.

Setzung 397 zu vermehrende Zahl
286 Vermehrer

	oder mit angesetzten o.
2382	2382
3176	31760
794	79400
113542	113542

§. 34.

Von den Einern des Vermehrers angefangen, heißt es erstlich: 6 mal 7 = 42, 2 werden angesetzet, und 4 aufbehalten, dann: 9 × 6; endlich 3 × 6 u. s. w. Wenn die Zahl 397 durchaus durch die sechs Einer vermehret ist, dann wird sie durchaus durch die 8 Zehner, und hernach durch die 2 Hunderter ebenfalls durchaus vermehret.

§. 35.

Der ganze Betrag der Vermehrung ist also die Summe 113542, und muß darum richtig seyn, weil man die obere Zahl eben so vielmal zusammengezählet hat, als es die untere, oder der Vermehrer andeutete; um sich ferner davon zu überzeugen, löse man den Vermehrer in seine Hunderter, Zehner und Einer auf; nämlich: 286 in 200 + 80 + 6, hier sieht man ein, daß die Zahl 397 erstlich zweyhundertmal, (es gilt gleich, wie man die Vermehrung anfange) dann 80mal endlich 6 mal müße zusammengezählet werden. Die Arbeit der Vermehrung wird also diese seyn: I. 397 durch 200. II. eben diese Zahl durch 80. III. durch 6, wie folget:

397
× 2 Hunderter

794 Hunderter oder 79400 I. Betrag.
dann: 397 durch 8 Zehner.
× 8

3176 Zehner oder 31760. II. Betrag.
Endlich 397
× 6 Einer

2382 Einer III. Betrag.
Nun zähle man die drey Summen zusammen.

2382
31760
79400

113542

Hieraus erhellet, daß die erste Art zu vermehren eine Verkürzung der andern ist, zu völlern Einsicht der Arbeit könnte man auf gleiche Art die Zahl 397 zergliedern, und dann vermehren, wie hier angezeiget worden.

§. 36.

I. **Zusatz.** Wenn eine Zahl durch 10, 100 oder 1000 u. s. w. zu vermehren ist; so schreibt man der zu vermehrenden Zahl bloß die Anzahl der 0 an, die dem Vermehrer zur Rechten stehen; die Ursach ist: weil die zu vermehrende Zahl dadurch zu Zehnern, Hunderten u. s. w. erhoben wird, wie es der Vermehrer erfoderte.

Beyspiel. 463 × 1000 = 463000.

Wenn aber der Vermehrer mehrerer Einer von blossen Zehnern, Hunderten u. s. w. enthält, so versteht sich's, daß die Zahl durch die mehreren Einer (durch

die selbst geltenden Ziffern) vermehret wird, und dann werden erst diesem Betrage der Vermehrung, die im Vermehrer enthaltenen o rechts angeschrieben.

Beyspiel $397 \times 500? = 198500.$

II. Zusatz. Wenn sich in der Mitte des Vermehrers ein oder mehrere o befinden; so werden diese überschritten, und die Vermehrung geschieht bloß durch die anderen selbstgeltenden Ziffern: so aber, daß jedes Produkt der Vermehrung gemäß, seiner Bedeutung, d. i. immer unter die betreffenden Ziffer des Vermehrers geschrieben werde. Es sey die Zahl 3086 zu vermehren durch 203.

Ausübung

3086	
× 203	Vermehrer. Diese Zahl
9258	wird nämlich erstlich
6172..	durch 3; dann durch
626458	200 vermehret.

§. 37.

Anmerkung. Bey der gemeinen Zusammenzählung müßen die Zahlen von nämlicher Art seyn. Bey der Vermehrung, die bloß eine wiederholte Zusammenzählung ist, scheint dieses nicht statt zu haben. **Beyspiel**, man will wissen, wie viel 23 Ellen kosten, wenn die Elle 4 G. kostet? Der gemeine Ausdruck ist: daß man die 23 Ellen durch 4 G. vermehre; im Grunde verhält sich die Sache nicht so, sondern die 23 Ellen werden als 23 Vier Guldenstücke angesehen, oder umgewendet: 4 Gulden werden 23 mal genommen, weil nämlich eine Elle = 4 G. im ersten Falle werden die 23 vier G. Stücke durch viermalige Zählung zu 1 G. Stücken gemacht; im andern Falle werden

die 4 G. 23mal gezählet: in beyden Fällen ist der Betrag 92 G. also kömmt bey jeder Vermehrung eigentlich nur eine bestimmte Art der Ganzen, oder Theile vor.

§. 38.

Hier sollte nun die Vermehrung durch Theile, oder durch Ganze samt Theilen davon vorkommen; da aber eine Vorkenntniß der **Eintheilung** die vielfachen Vermehrungen sehr erleichtert, so wird zuerst von der Eintheilung gehandelt. Nur kann noch erinnert werden, daß der Schüler durch Erlernung des **Einmaleins** zu den folgenden arithmetischen Arbeiten wohl vorbereitet seyn müße.

Siebenter Abschnitt.

Von der Eintheilung (Divisio.)

§. 39.

Eine Zahl durch eine andere eintheilen, ist: untersuchen, wie vielmal eine geringere Zahl von einer größeren könne abgezogen werden?

§. 40.

Eine geringere Zahl läßt sich von einer größeren so vielmal abziehen, als sie sich zusammenzählen läßt, um die größere hervorzubringen: also ist z. B. 24 durch 6

eintheilen, eben so viel als: untersuchen, wie viel mal die Zahl 6 von der Zahl 24 könne abgezogen werden? und wenn man auf diese Frage, die fertige Antwort giebt: **viermal**: so hat man dieß bloß dem Gedächtniß zu verdanken: ursprünglich konnte sie erst nach wiederholtem Abziehen der Zahl 6 von 24; oder umgewendet, nach wiederholtem Zusammenzählen der Zahl 6 bis die Zahl 24 entstand, gegeben werden. Hieraus erhellet, wie nothwendig es sey, das **Einmaleins** dem Gedächtniß wohl einzuprägen.

Erklärung der Arbeit.

§. 41.

Die Zahl, durch welche man eintheilet, und die man den **Theiler** (Divisor) nennet, wird der einzutheilenden mit Absönderungsstriche zur Rechten angesetzet, dann nimmt man links eine Abtheilung Ziffern von der einzutheilenden Zahl: diese Abtheilung muß den Theiler aufs wenigst **einmal**, und nicht mehr als 9 mal enthalten; nun untersuchet man, **wie vielmal** der **Theiler** darinn enthalten sey? das Produkt (die gefundene Zahl) wird rechts unter den **Theiler** angeschrieben, und eben durch diesen Theiler vermehret: was durch diese Vermehrung entsteht, wird unter die links vorgenommene Abtheilung gesetzet, und davon abgezogen (mit mehr Uebung kann dieser Vermehrungs-Betrag unangesetzet abgezogen werden) nun wird neben das Produkt dieser Abziehung die in der einzutheilenden Zahl rechts folgende Ziffer herabgerücket (welches auch geschehen müßte, wenn nach Abzuge nichts übrig bliebe) und dann: wird aufs neue gefraget, wie viel mal der Theiler in der frisch vorgenommenen Zahl enthalten sey? dieses zweyte Produkt der Eintheilung wird neben das erste rechts angesetzet, durch den Theiler abermal vermehret,

und von der enthaltenden Zahl abgezogen; auf gleiche Art rücket man die übrigen rechts folgenden Ziffern zur Eintheilung herab, und verfährt bey jeder Herabrückung, wie schon hinlänglich erkläret worden. So oft übrigens eine frisch herabgerückte Ziffer den Theiler nicht enthält, muß ein 0 als Produkt der Eintheilung angeschrieben werden.

§. 42.

Wenn nach geendeter Eintheilung etwas übrig bleibt, so wird dieses übrige auf die Seite gesetzet, und ihm der Theiler mit einem Zwischenstriche unterschrieben. Dieses so geschriebene **Uebrige** nennet man einen **Bruch** (Fractio.)

§. 43.

Zusatz. Bey jeder Eintheilung kommen also 3 Arbeiten vor: I. Frage: wie vielmal der Theiler in der einzutheilenden Zahl enthalten sey? samt Ansetzung des Produktes. II. Vermehrung des Produktes durch den Theiler. III. Abzug des Betrages dieser Vermehrung von der einzutheilenden Zahl.

§. 44.

I. **Beyspiel.** Es sey die Zahl: 4095 einzutheilen durch 9? oder: wenn 4095 Gulden unter 9 Personen vertheilet würden, wie viel bekömmt jede?

Abtheilung		9 Theiler
Setzung	40|95	455 Betrag d. Eintheil.
9 in 40 viermal:		
4 × 9	36	
9 in 49 fünfmal	49	Also bekömmt jede Person
5 × 9 —	45	455 G. oder: 9 sind in
9 in 45 fünfmal	45	4095 enthalten: 455 mal.
5 × 9 —	45	

§. 45.

II. Beyspiel. Wie viel Pfunde geben 31584 Lothe? 32 Lothe = 1 Pfund, folglich: wie vielmal 32 Loth in 31584?

Setzung	315|84 L.	32 L.
		987 Pfunde
32 in 315, 9mal		
32 × 9 =	288	
32 in 278, 8 mal	278	
32 × 8 =	256	
32 in 224, 7mal	224	
32 × 7	224	

§. 46.

III. Beyspiel. 35930928 ÷ 8976.

Setzung. 35930|928 | 8976
... | 4003

8976 in 35930? 4mal
Theile × 4 = 35904
269|2|8

Theiler in 269?
ist nicht enthalten.
Das Produkt ist 0.

Theiler in 2692?
ist nicht enthalten,
abermal 0 als
Produkt angesetzt.

Theiler in 26928
3mal enthalten:
3 × Theile = 26928
.....

§. 47.

IV. Beyspiel. 2350 G. unter 24 Bedürftige zu vertheilen: wie viel bekömmt jeder?

Abtheilung 235|0 G. | 24
24 × 9 190 | 97 G. jeder.
24 × 7 22

Hier werden die Produkte der Vermehrung unangesetzt abgezogen.

nach

nach geendeter Eintheilung: bleiben 22. diese Zahle, wird dem Theiler unterschrieben wie folget: $\frac{22}{24}$ G. das heißt: daß 22. G. zu fernerer Vertheilung unter 24 übrig bleiben. Der Bruch wird so gelesen: 22 vier und zwanzigstel Gulden. Von der Bearbeitung der Brüche wird später hin gehandelt.

§. 48.

Andere Art Einzutheilen.

Folgende Art der Eintheilung ist etwas Länger, aber auch leichter als die vorhergehende. Die Erlernung davon kann nichts weniger als unnütze seyn.

Erklärung. Der Theiler wird rechts von der Enthaltenden Zahle gesetzet. Nach geradem Absönderungsstriche, schreibt man ihm die Ziffern 1 bis 9 rechts, und abwärts zur Seite; vermehret ihn durch jede dieser Ziffern 1 bis 9, und setzet die verschiedenen Produkte, jedes neben den Vermehrer zur linken. Wenn dieses geschehen, nimmt man eine Abtheilung Ziffern von der Enthaltenden Zahle, wie bey der ersten Art der Eintheilung gebräuchlich ist; unterschreibt dieser Abtheilung eines der 9 Produkte, so ihr am nächsten kömmt, und zieht es von ihr ab. Die Seiten-Ziffer des vermehrten Theilers (von 1 bis 9) wird als **Produkt der Eintheilung** angesetzet. Alsdann wird eine frische Ziffer von der enthaltenden Zahle herabgerücket; dieser unterschreibt man abermal eines der 9 Produkte, zieht es ab, und setzet die Nebenziffer wieder als Produkt der Eintheilung an. Diese Arbeit wird bis zu Ende der Eintheilung wiederhohlet, so daß man übrigens wie bei der ersten Art verfahre, das heißt: man schreibt ein 0 als Produkt der Eintheilungen so oft die herab-

gerückte Zahle schwächer als eines der 9 Vermehrungs-Produkte ist, u. s. w. Der Vortheil bey dieser Art besteht darinn, das es vor Augen liegt, wie viel mal der Theiler in der Einzutheilenden Zahle enthalten sey.

Beyspiel 4907 | 643 | 5311 Produkt der Eintheilung

		Theiler 924	1	
Produkt durch	4620	1848	2	× 924
Seitenziffer 5	- 2876	2772	3	× 924
3 Seitenziffer	2772	3696	4	× 924
1 Seitenziffer	1044	4620	5	u. s. w.
	924	5544	6	
	1203	6468	7	
1 Seitenziffer	924	7392	8	
	279	8316	9	× 924

Bleibt der Bruch: $\frac{279}{924}$

Erklärung der Arbeit.

§. 49.

Die abzusöndernde Abtheilung muß hier aus 4 Ziffern bestehen: weil die 3 ersten Ziffern links = 490 den Theiler 924 nicht enthalten. Die Abtheilung wird also = 4907. welches unter den 9 Vermehrungs-Produkten kömmt dieser Abtheilung am nächsten? Antw. Jenes des Vermehrers 5. diese Seitenziffer 5 wird also als Produkt der Eintheilung angeschrieben, und die Zahle; 4620 wird von der Abtheilung abgezogen: bleiben 287. neben diese kömmt die in der Enthaltenden Zahle rechts folgende Ziffer 6 herab, und man hat die Zahle 2876 welcher der Betrag des Vermehrers 3 am nächsten kömmt u. s. w.

§. 50.

Anmerkung. Bey dieser Eintheilung ist es sichtbar, daß der **Theiler** 924 erstlich 5000mal; dann 300 mal; zehenmal und einmal in der Einzutheilenden Zahle enthalten sey; weil 924 erstlich 5000 mal, dann 300; Zehen und einmal von ihr abgezogen worden; und aus diesem muß geschloßen werden, daß der Theiler wieder so viel mal zusammen gezählet (Sammt dem Ueberschuße 279) die enthaltende Zahle hervorbringen müße.

§. 51.

Um das gründliche verfahren bey der Eintheilung besser einzusehen, und zugleich mit der Entstehung der kürzern Art bekannt zu werden, kann man sich der Zergliederung bedienen wie folget.

Beyspiel. Ein Gut trägt jährlich 12348 G. ein: wie viel monatlich? Antw. Indem 12 Monat = 1 Jahr 12348 G. geben, so muß das Erträgniß eines Monats der 12te Theil von jenem eines Jahres seyn; also:

12348 — 12; oder: wie vielmal sind 12 in 12348 enthalten?

Zergliederung der enthaltenden Zahle, und Eintheilung.

§. 42.

12000 . . wie vielmal 12 darinn? Antw. 1000mal.
wie vielmal 12 in 300? Antw.
300 . . 20mal; weil 20 × 12 = 240 20mal
diese 240 von 300 abgezogen,
= 60. wie vielmal 12 in 60? = 5mal
40 . . Die beyden übrigen zahlen.
8 = 48. wie vielmal 12
hierin? Antw. 4mal 4mal
man hätte auch die obigen 60
zu den folgenden 48 nehmen
können = 108. hierin 12
neun mal u. s. w.

12348. 1029mal

Kürzere Art der Eintheilung.

12348	12	Theiler
...	1029.	
12		
34		
24		
108		
108		
...		

Wiederhohlte Erklärung.

§. 53.

Die von der Enthaltenden Zahle lincks genommene Abtheilung (gemäß Vorschrift) ist: 12. diese bedeutet Tausende. Nun fragt man: wie vielmal 12 in 12000? Antw. 1 Tausendmal; man setze 1 mit dreyen rechts folgenden Dipfchen statt dreyer 0, welches aufs nämliche herauskömmt: weil noch drey Produkte der Ein-

theilung folgen müssen, die der Zahle 1 immer den Werth von Tausend geben. Nun rückt man die folgende Ziffer 3 herab: diese bedeutet **Hunderter**: wie viel mal 12 in 3? (das Produkt kann keine Hunderte geben, sondern Zehner) man betrachte also diese 3 Hunderte als 30 Zehner, und zähle ihnen die 4 folgenden zu: = 34 Zehner. Dann frage man: wie vielmal 12 in 34 (Zehnern)? nur 2 mal (3 mal 12 Zehner würden 36 geben) also wird das Produkt 2 als Zehner bedeutend in gehöriger Ordnung angeschrieben. Endlich heißt es: 2 × 12 = 24. diese 24 von obigen 34 (Zehner) abgezogen: bleiben 10 Zehner = 100 zu diesen werden die **Einer** herabgerücket (nämlich 8) und man hat 108 hierin 12 neunmal; bleibt nichts: also hat man folgenden Betrag der Eintheilung gewonnen: 1. 29. nun ersetze man das Dipfchen durch 0 welches gleich von Anfang hätte angesetzet werden können u. s. w.

§. 54.

I. **Zusatz.** Wenn man eine größere Zahle durch 10, 100, 100 u. s. w. einzutheilen hätte; so wäre weiter nichts zu thun als eben so viele Ziffern von der einzutheilenden Zahle links abzusönderen, als sich 0 im Theiler befinden: die links abgesönderten Ziffern werden sämmtlich als Produkt der Eintheilung angesetzet; und den rechts abgesönderten Ziffern wird der Theiler mit seinen sämmtlichen 0 unterschrieben; diese rechts abgesönderten Ziffern mit unterschriebenem Theiler geben einen Bruch ab, wie schon erkläret ist.

Beyspiel. 98764 Pfunde, wie viel geben sie Centner? folglich: die Zahle der Pfunde ÷ 100 weil 1 Centner = 100 Pf.

Setzung: 987|64|100. / 987. | bleiben 64 Pf.

§. 55.

Die Ursache dieses Verfahrens ist: weil man bey der Eintheilung durch 100 wißen will, wie viel Hunderter in der gegebenen Zahle sind? Antw. Man darf nur die Zehner und Einer weglassen; die übrigen Ziffern bedeuten blos Vielheiten von Hunderten: in der obern Zahle sind unstreitig: 987 Hunderter; die rechts abgesönderten Ziffern bedeuten Zehner und Einer. Man erinnere sich der Gründe bey Aussprache der Zahlen.

§. 56.

II. Zusatz. Wenn der Theiler aus höhern Ziffern als 1 nebst rechts folgenden o bestünde: So müßte, nach Absönderung eben so vieler Ziffern als o im Theiler sind, die übrige Eintheilung durch die selbst bedeutenden Ziffern des Theilers geschehen, wie folget.

Beyspiel: 890807 G. unter 2500 Personen

Setzung. 8908|07 | 25|00 Theiler zu vertheilen.
140 | 356 G.
158
—8

bleiben: 807 G.
2500

Von den Prüfungen der Eintheilung, und Vermehrung.

§. 57.

Die Eintheilung wird durch die Vermehrung; und diese durch jene geprüfet. Die Ursachen davon liegen in den Gründen beyder Arbeiten.

I. Prüfung der Eintheilung.

Eintheilen ist: Untersuchen, wie vielmal eine kleinere Zahle in einer größeren enthalten sey: oder, wel-

ches aufs nämliche heraus kömmt: eine kleinere Zahle von einer größeren so vielmal abziehen als sich's thun läßt.

Die Zahlen so bei der Eintheilung vorkommen, sind: I. die **Einzutheilende, Enthaltende** oder **Größere**: II. der **Theiler** (die enthaltene oder kleinere Zahle); und endlich: III. das **Produkt** der Eintheilung, d. i. die Zahle, welche anzeigt, wie vielmal die geringere Zahle in der Größeren enthalten sey. Nun ist durch die Eintheilung der **Theiler** von der enthaltenden Zahle so vielmal abgezogen worden (wie oben erklärt ist) als es das **Produkt** andeutet: wenn man also den **Theiler** wieder so vielmal zusammen zählet (d. i. durch das **Produkt vermehret**) so muß die Einzutheilende oder Enthaltende Zahle wieder hervor kommen; kömmt sie wieder hervor, somuß der Betrag der Eintheilung richtig seyn.

§. 58.

Beyspiel. Die Eintheilung der Zahle 87642 durch 27, giebt den Betrag: 3246; die Vermehrung des Betrages: 3246 durch 27, muß die Zahle 87642 wieder hervor bringen.

Ausübung. 3246
× 27 voriger Theiler.
22722
6492
87642 vorige einzutheilende Zahle.

Prüfung der Vermehrung.

§. 59.

Vermehren ist: mehrmal zusammen Zählen, die Zahlen, so dabey vorkommen sind: die **zu Vermehrende**; die Vermehrende oder der **Vermehrer**: endlich, der

Betrag der Vermehrung. Die Arbeit ist diese: die zu vermehrende Zahle wird so vielmal genommen, als es der Vermehrer andeutet: dies giebt die aus diesem **mehrmal nehmen** oder zusammen Zählen entstehende Zahle, d. i. den **Betrag** der Vermehrung. Hieraus ist leicht zu schließen, daß dieser Betrag die **zu vermehrende Zahle** so vielmal enthalte, als es der Vermehrer andeutet (weil sie eben so vielmal zusammen gezählet worden) oder umgewendet: daß dieser Betrag den **Vermehrer** so vielmal enthalte, als es die **zu vermehrende Zahle** andeutet. Zu leichterer Einsicht dessen nehme man das Beispiel: 6 durch 3 vermehret = 18 in diesen Betrage 18 ist die zu vermehrende Zahle 6 so vielmal enthalten, als es der Vermehrer 3 anzeiget, d. i. **3mal**; und der Vermehrer 3 ist in dem Betrage 18 so vielmal enthalten, als es die zu vermehrende Zahle 6 anzeiget, d. i. 6mal also muß die Vermehrung durch die Eintheilung geprüfet werden; daß heißt: die Eintheilung des Vermehrungs-Betrages durch die zu vermehrende Zahle, muß den Vermehrer hervor bringen; und umgewendet: die Eintheilung durch den Vermehrer muß die zu vermehrende Zahle erzeugen. Die erste Art wird man in der Ausübung leichter finden. Man nehme das obige Beyspiel wo 3246 × 27 den Betrag 87642 gab

87642	3246	vorige zu vermehrende Zahle
22722	27.	voriger Vermehrer.

Anderst:

87642	27	voriger Vermehrer.
66	3246	vorige Vermehrungs-Zahle
124		
162		

Achter Abschnitt.

Von der Theil-Rechnung.

§. 60.

Diese dienet den Betrag der Vermehrung **durch Theile eines ganzen** zu finden z. B. wenn eine Elle Bändchen 2 Kr. kostete, was würden 478 dergleichen Ellen kosten? die Auflösung der aufgabe nach gemeiner Art fodert nicht viel Nachdenken; man darf nur so vielmal 2 Kr. Zählen, als Ellen sind; das heißt: die Zahle der Ellen durch 2 vermehren. Der Betrag giebt Kreuzer, deren 60 einen Gulden machen. So vielmal die Zahle 60 in der sämmtlichen Zahle der Kr. enthalten ist: so viel Gulden zählet man. Also würde die Zahle durch 60 eingetheilet; oder: man würde eine Ziffer von der einzutheilenden Zahle rechts weg lassen, und die links stehenden Ziffern blos durch 6 eintheilen, wie hinlänglich erkläret worden.

Ausübung 478 Ellen.
× 2 Kr.

956 × 60

35 | 15 G. 56/60 = 56 Kr.
5

Folglich Kosteten die 478 Ellen 15 G. 56 Kr.

§. 61.

Die Zahle 56, so nach der Eintheilung übrig bleibt muß Kreuzer bedeuten, weil die Zahle 956, von welcher sie übrig bleibt, Kreuzer bedeutet.

Diese Art die obige Frage aufzulösen ist gegründet: es giebt aber eine andere, welche die Arbeit sehr verkürzet, und nicht weniger gegründet ist. Man kann sich nämlich eben so viele **zwey Kreuzerstücke** denken, als Ellen sind: Vierhundert 78 Ellen, zu 2 Kr. die Elle, kosten 478 zwei Kr. Stücke. Wie viele dergleichen Stücke müßten auf einen G. gerechnet werden? Antw. 30: also wäre die Zahle 478 blos durch 30. einzutheilen, und man fände die Zahle der Gulden: was übrig bliebe, müßte 2 Kreuzerstücke bedeuten.

Ausübung. 47'8 Ellen zu 2 Kr. die Elle?

17	3'0
2	15 G. 28 zwei Kr. St. oder 56 Kr.

§. 62.

Anmerkung. Anstatt zu sagen: 3 in 4, wie vielmal? gewöhne man sich zu sagen: der **dritte Theil** von vier? dies kömmt aufs nämliche heraus. Wenn man also die Zahle 9735 durch 30 einzutheilen hätte; so hieße es blos (nach abgesönderter Ziffer und 0) der 3te Theil von 973.? Wäre diese nämliche Zahle durch 60 einzutheilen; so hieße es: der 6te Theil von 973. durch 500? der 5te Theil von 97 durch 9000? der 9te Theil von 9 u. s. w.

Fernere Anwendung des obigen Vortheiles.

§. 63.

Wenn sich bey Ausrechnung des Ellenwerthes 2 kr. Stücke denken laßen; so lassen sich auch 3 Kr; 4 Kr.

oder 6 Kreuzerstücke, bey jener eines solchen Werthes von beliebigen Dingen denken z. B. wenn ein Pfund Zucker 1 G. 3 Kr. kostete; was würde man für 372 Pf. Zahlen müßen?

Antw. Erstlich: so viel Pf. so viel Gulden; zweytens eben so viele 3 Kr. St. oder Groschen. der Betrag der Vermehrung durch G. wäre also = 372 G. jener der Vermehrung durch 3 Kreuzerst. = 372 Groschen. Um zu wißen, wie viel G. in dieser Anzahle Gr. enthalten, sind Theilet man sie durch 20 ein (weil 20 Gr. = 1 G.) oder man nimmt, nach rechts abgesönderten Ziffer, die Hälfte der links stehenden. Was übrig bleibt, bedeutet Groschen, oder 3mal so viel Kr. alsdann werden die verschiedenen Beträge zusammen gezählt.

Setzung, und Ausübung.

§. 64.

Pf. Zucker.

	372	
	× 1	3 Kr.
	372	Vermehrung durch 1
	18. .	36 Kr. Betrag der Ver-
Sämmtlich.	390	36. mehrung durch Gr.

§. 65.

Wenn nun die Zahle von Pf. durch 4 Kr. zu vermehren wäre, so könnte man den Betrag von 2 Kr. zweymal anschreiben; weil 2 mal 2 Kr. = 4 Kr. oder man dächte sich eben so viel 4 Kreuzerst. als Pfunde sind: und dann müßte die ganze Zahle der Pf. durch 15 eingetheilet werden (weil 15 4 Kreuzerst. = 1 G. nämlich 4mal 15 Kr. = 60 Kr.)

Ausübung 98'3 Pf. zu 4 Kr.

3te Theil.	32	46 Kr.	oder 23 zwey kr. st. 1 Betrag.
	32	46 Kr.	= nämlicher Betrag für
Sämmtlich	65	32	die übrig. 2 kr. St.

zu 4 Kr. das Pf.

Andere Ausübung 983 | 15 Theiler.
83 | 65 G. bleiben 8 vier Kr. St.
8 = 32 Kr.

§. 66.

Müßte die Berechnung zu 5 Kr. geschehen, so wäre die ganze Zahle durch 12 einzutheilen; weil 12 Fünfer = 1 G. oder man schreibe den Betrag von 3 Kr. und 2 Kr. hin.

Beyspiel 569 Ellen

× 3 Guld. 5 Kr. 569 | 12 st; 5 kr
1707 89 | 47. 5 = 25 Kr
47. 25 Kr. 5
1754. 25 was übrig bl. heißt 5mal 5 kr.

§. 67.

Zu 6 Kr. Wäre weiter nichts zu thun, als eine Ziffer rechts von der Zahle weg zu lassen, und die links stehenden Ziffern, wie sie sind, als Guldenbetrag auszusprechen, und hinzuschreiben. Die rechts weg gelassene Ziffer bedeutet 6er oder 6mal so viel Kr. auf diese Art kann eine beliebige Zahle, bey erster Besichtigung, als G. Betrag ausgesprochen werden. Die Ursache dieses Verfahrens ist: weil 10 6er = 1 G. denkt man sich die Zahle als Sechser bedeutend, so

muß sie durch 10 eingetheilet werden. u. s. w. Beyspiel 57,3 Ellen zu 6 Kr. die Elle = 47 G. 3 Sechser.

§. 68.

Anmerkung. Wenn im Vermehrer mehr als 6 Kr. wären z. B. von 7 Kr. bis 11, so müßte zuerst der Betrag von 6 Kr. hernach jener von den übrigen Kr. gesuchet werden.

Ausübung. 7210 Ellen zu 7 Kr. wie viel G.?
erstlich 7210 zu 6 Kr. = 721 G.
dann 6te. Th. zu 1 Kr. = 120 . 10 Kr.
Sämmtlich 841 . 10 Kr.

Anderes Beysp.
83'4 Pf.
× 1 . 11 Kr.

834 Vermehrung durch 1 G.
83 . 24 Kr. Betrag zu 6 Kr.

41 . 42 . Betr. zu 3 kr. oder beyde in einenmal.
27 . 48 . Betrag zu 2 kr. 834 ÷ 12
S. 986 . 54 .

§. 69.

II. **Anmerkung.** Wenn endlich der Vermehrer mehrmal 6 Kr. enthielte, so müßte der **Betrag von einem Sechser** mehrmal genommen werden z. B. man hätte 360 Ellen zu 12 Kr.? zu 6 Kr. wäre der Betrag = 36 G. zu 12 Kr. müßte der Betrag 2mal genommen werden; zu 36 Kr. wäre der G. betrag Sechsmal zu nehmen. Kurz. so viel Sechser. so vielmal der Betrag eines Sechsers. Also wird erstlich gefraget, wie viel Sechser im Vermehrer enthalten sind? alsdann wird der G.

Betrag eines Sechsers, durch die Anzahle der im Vermehrer enthaltenen Sechser vermehret

Ausübung 94'2 Ellen; die Elle zu $\frac{8}{48}$ Kr. wie viel?

G.		
753	36 Kr.	2×8=1'6 Sechs. oder 1 G. 36 Kr.

Erklärung.

I. In 48 Kr. sind 8 Sechser: diese 8 werden anfänglich oben angesetzet.

II. 94'2 Ellen zu 6 Kr. machen 94 G. und 2 Sechser. Endlich werden 94 G. 2 Sechser achtmal genommen: von den Sechsern angefangen heißt es: achtmal 2=16 Sechser: diese eingetheilet durch 10 geben 1 G. und 6 Sechser: oder 1 G. 36 Kr. die Kr. werden angeschrieben, und ein G. wird zu den folgenden gezählet.

Nämlich: 8mal 4 = 32 + 1 G. = 33. u. s. w.

Anderes Beysp. 764,8 Ellen zu $\frac{9}{54}$ Kr. die Elle?

6883	12	9×8=7'2 od. 7 G. 12 Kr.

§. 70.

Anmerkung. Für die Anzahle Kr. die geringer als der ist, muß immer abgesöndert gearbeitet werden.

Beyspiel 93'6 Ellen zu $\frac{7}{44}$ Sechser und 2 Kr.

655	12.	Betrag von 42 Kr.
31	12	Betrag von 2 Kr.
Sämmtlich 686	24	

§. 71.

Zusatz. Für 10 Kr. könnte man auch den 6ten Theil der ganzen Zahle nehmen, weil 6 Zehner = 1 G.

was übrig bliebe, bedeutete Zehner, oder 10mal so viele Kreuzer. Für 12 Kr. könnte man den 5ten Theil der ganzen Zahle nehmen.

der ganzen Zahle

5 Zwölfer = 1 G.

für 15 Kr. den 4ten Theil. 4 × 15 = 60 Kr.

für 20 Kr. den 3ten Theil. 3 × 20 = 60 Kr.

für 30 Kr. die Hälfte. 30 × 2 = 60 Kr.

Von der Vermehrung durch Pfenninge.

§. 72.

Wenn man eine Zahle durch Pfenninge zu vermehren hätte, so wäre die Arbeit folgende:

I. Wenn der Vermehrer = 1 Pf. so müßte die Zahle durch 240 (oder 24 nach abgesönderter Ziffer) eingetheilet werden: dadurch bekäme man Gulden: weil 240 Pf. = 1 G. oder man nehme nur den 4ten Theil von der ganzen Zahle; diese Arbeit gäbe Kreuzer, die man alsdenn leicht zu Gulden machet; wäre der Vermehrer = 2 Pf. so könnte man die ganze Zahle durch 120 eintheilen; und man bekäme G. was übrig bliebe, bedeutete 2 Pfenningstücke; oder man könnte die Hälfte der Zahle nehmen; und es entständen Kreuzer, die man alsdann zu G. machen müßte.

I. Beysp. 49'8 Ellen zu 3 Kr. 1 Pf.

24	54 Kr.	Betrag von 3 Kr.
2	4	2 Pf. Betrag d. Vermeh. durch 1 Pf.
		Nämlich 49'8 ÷ 24'0.
Sämmtlich 26	58 Kr. 2 Pf.	

II. Beyspiel. 936 Ellen zu 5 Kr. 2 Pf.

	78.	Betrag zu 5 Kr.
	7	48 Kr. Betrag zu 2 Pf. d. i. 93'6 ÷ 12'0
Sämmtlich	85	48

II. Wäre der Vermehrer = 3 Pf. so müßte man den 8ten Theil von der Zahle nach abgesönderter Ziffer nehmen: weil 8omal 3 Pf. = 1 G. den Betrag gäbe: Gulden: was übrig bliebe, würde 3 Pfenningst. bedeuten u. s. w.

Beyspiel. 764'3 Ellen zu 6 K. 3 Pf.

	764 .	18 Kr.	3 Pfenningst.
	95 .	32 Kr. 1 Pf.	weil 43 = 129
Sämmtlich	859	50 Kr. 1 Pf.	

Prüfung dieser Arbeiten.

§. 73.

Um diese Arbeiten zu Prüfen, darf man nur den gefundenen Betrag, durch die Zahle (der Ellen, Pfunde u. s. w.) eintheilen: der Betrag von dieser Eintheilung, muß den angegebenen Werth einer Elle, eines Pfundes u. s. w. wieder hervor bringen; man nehme obiges Beyspiel, nämlich: wenn 7643 Ellen (zu 6 Kr. 3 Pf. die Elle) 859 G. 50 Kr. 1 Pf. kosten; so muß, vermöge der Prüfung, eine Elle 6 Kr. 3 Pf. kosten; also muß gesuchet werden, wie vielmal die Zahle 7643 in dem Betrage der Vermehrung enthalten sey? man erinnere sich der Gründe der Prüfung der Vermehrung.

Ar-

Arbeit. 859 G. u. 50 Kr. können durch 7643 Ellen nicht eingetheilet werden (weil nämlich eine Elle nur eine gewisse Anzahle Kr. Kosten soll) also mache man die Gulden zu Kr. und s. w.

859
× 60
51540 + 50 Kr. = 51590 Kr. | 7643 | 6 Kr.
5732

die übrigen 5732 Kr. werden zu Pf. gemacht.

× 4
22928 + 1 Pf. = 22929 Pf. | 7643 | 3

Eine Elle kostet, wie hier zu ersehen, 6 Kr. 3 Pf. folglich ist die vorige Arbeit auch vermöge ihrer Prüfung richtig.

Fortsetzung der Vermehrung durch Theile.

§. 74.

Wie viel Wiegen 24 Zuckerhüte, wenn jeder 4 Pf. 18 Loth schwer ist; und was Kosten sie Sämmtlich, wenn das Pf. zu 1 G. 13 K. gerechnet wird?

Erstlich. 24 Hüte
× 4 . 18 L.

96 . Betrag d. Vermehr. durch Pf.
12 . " " durch 16 L. = $\frac{1}{2}$ Pf.
1 16 L. durch 2 L. = $\frac{1}{16}$ Pf.

Sämmtl. 109 Pf. 16 L.

Wenn die Zahle 24 durch 4 Vermehret worden; so bleibt die Vermehrung durch 18 L. diese kann Theilweise geschehen: man nimmt nämlich zuerst 16 L.

$= \frac{1}{2}$ Pf. 24 durch 2 eingetheilet, giebt den Betrag 12; nun bleibt die Arbeit für 2 Loth. man denke sich 24 zwey Loth-Gewichte (Unzen) deren 16 = 1 Pf. folglich 24 ÷ 16. Der Betrag ist = 1 Pf. bleiben 8 zwey Lothgewichte = 16 Loth. u. s. w. dieß braucht keine weitere Erklärung.

	Pf.	L.	
nun folget die 2te Arbeit	109.	16	
	1.	13	Kr.
	109		Betr. zu 1 G.
	21.	48	Betr. zu 12 Kr.
	1.	49	Betr. zu 1 Kr.
16 L. = $\frac{1}{2}$ Pf. folglich: nämlich die Hälfte des Werthes v. einem Pf.	. . .	$36\frac{1}{2}$	Werth d. 16 Lothe
Sämmtlich	133	$13\frac{1}{2}$	

§. 75.

Zusatz. Es lassen sich auch oft Ganze durch Ganze Theilweis Vermehren. Die Vermehrung sollte z. B. durch 24 geschehen? diese Zahle 24 kann als 8 **Dreyer**, oder 3 **Achter**, als 4 **Sechser**, oder als 6 **Vierer** betrachtet werden: weil 8 Dreyer eben so viel als 24 **Einer** sind: nämlich $8 \times 3 = 24$. Eben so verhält sich's mit 6 Vierer u. s. w. weil $6 \times 4 = 24$. Hätte man nun eine gegebene Zahle durch 24 zu Vermehren: so könnte man die Zahle, erstlich durch 8 oder 4; dann diesen Betrag, durch 3 oder 6 Vermehren; und die gegebene Zahle wäre wirklich durch 24 Vermehret.

Beyspiel. Wie viel Kosten 76 Eimer Wein, den Eimer zu 24 G. gerechnet?

Ausübung. 76 Eimer
× 8 Dreyer oder 3 Guldenst.
608
× 3 um einfache Gst. zu bekommen
76 Eim. = 1824 G. oder 76
× 6 Vierer v. G.
456
× 4 um einf. G. zu
1824 bekommen.

gemeine Art der Vermehr.

76
× 24
304
152
1824.

diese verschiedene Vermehrungen müßen vernunftschlüßig den nämlichen Betrag geben.

§. 76.

So oft sich also ein Vermehrer in bequeme Theile auflösen läßt, kann die Vermehrung Theilweis nach obiger Vorschrift geschehen; dieß ist besonders der Fall bey den 8 Vermehrungs Beträgen des Einmaleins. Man nehme zu B. die Zahle 72. anstatt eine aufgegebne Zahle durch 72 zu vermehren: kann man sie erstlich durch 9, alsdann die durch Vermehrung mit 9 entstandene Zahle, durch 8 vermehren: weil 9 × 8 = 72. durch diese Art zu vermehren, wird die gemeine Zusammenzählung ersparet, wie Jedermann einsehen wird, bey geringeren Rechnungen kann man sie besonders gut anwenden, nur muß der Vermehrer eine geringere Zahle so enthalten, daß durch die Eintheilung nichts übrig bleibe.

Aufgabe. Die Zahle 450 durch 98 zu vermehren?
Auflösung, mit der Anmerkung daß man immer die bequemere Zahle zum Vermehrer wähle; hier nehme man die Zahle 450 als Vermehrer an: weil 98 × 450 = 450 × 98.

Hier sieht man daß die Zahle 45 (ohne Rücksicht auf o zu nehmen) aus Vermehrung der Zahle 9 durch 5 (oder umgewendet: 5 × 9) entstanden sey: man Vermehre also 98 durch 9 = 882. dann diesen Betrag durch 5 = 4410 welcher Zahle man endlich das oben ausgelassene o rechts ansetzet, und man hat den Betrag 44100. mit geringem Nachdenken, wird man die Ursachen dieses Verfahrens entdecken.

Anderer Zusatz.

§. 77.

Wenn man Theilweis vermehren kann, so kann man auch Theilweis eintheilen. Es sey die Zahle 4704 durch 48 einzutheilen.

Hier sieht man daß der Theiler 48 aus 8 × 6 entstanden: folglich könnte die Zahle 4704 erstlich durch 8 eingetheilet werden; und das Produkt würde **Sechser** bedeuten: dann könnte man dieses Produkt der Eintheilung mit 8 durch 6 eintheilen, und die Zahle 4704 wäre wirklich durch 48 eingetheilet. Diese Art einzutheilen wird man weniger anwendbar als die obige **Art zu vermehren** finden, weil oft nach erster Eintheilung etwas übrig bleibt.

§. 78.

Es läßt sich sogar ein richtiger Betrag der Vermehrung, durch Vermehrung und Eintheilung zugleich gewinnen.

Beyspiel. Es sey die Zahle 24 zu Vermehren durch 25? **Aufl.** Wenn die Zahle 24 durch 100 zu vermehren wäre, so wäre dieses ein gar leichtes Geschäft:

nun vermehre man 24 durch 100 = 2400 welchen Theil von Hundert macht die Zahle 25 aus? Antw. $\frac{1}{4}$ nimmt man also den 4ten Theil von 2400 = 600; so hat man den Betrag der Vermehrung der Zahle 24 durch 25. Prüfung 24×5 = 120; dann 120 × 5 = 600 u. s. w.

Neunter Abschnitt.

Von den Brüchen.

§. 79.

Man nennet Bruch (Fractio) eine Anzahle von Theilen eines beliebigen Ganzen. z. B. $\frac{3}{4}$ d. i. drey Viertel eines Gulden; einer Klafter, Elle u. s. w. Ein Bruch bestehet also aus zwoen Ziffern oder Zahlen, die durch einen Querstrich von einander abgesöndert sind; die obere Ziffer, oder Zahl heißt **Zähler**, und deutet an **wie viele** Theile vom Ganzen genommen sind; die untere heißt Nenner, und bestimmt **was für** Theile vom Ganzen genommen sind. Z. B. $\frac{13}{24}$ dreyzehn vier und zwanzigstel eines Pfundes, nämlich: wenn ein Pf. in 24 Theile getheilet würde, so werden 13 solcher Theile genommen.

Werth-Forschung der Brüche.

§. 80.

Um den Werth eines Bruches zu erforschen, muß man den Zähler durch die Zahl der Theile des in Frage stehenden Ganzen vermehren, und den Betrag dieser Vermehrung durch den Nenner eintheilen; oder man theilet die Zahl der Theile vom Ganzen durch den Nenner ein, und vermehrt diesen Betrag der Eintheilung durch den Zähler; was heraus kömmt, ist der Werth des Bruches. Z. B. Man will wissen wieviel $\frac{4}{5}$ G. machen? indem 60 Kr. = 1 G. so vermehre man den Zähler 4 durch 60: = 240 Kr. und theile diese Zahl durch 5 ein: = 48 Kr. oder man frage wieviel der 5te Theil eines G. ausmache? die gefundenen 12 vermehre man durch den Zähler 4: = 48 Kr. ein fünfter Theil von 4 G. macht also eben so viel als 4 Fünfte Theile von 1 G. Um zu wissen: wie viel $\frac{2}{3}$ Souverains machen? müßte man den Zähler 2 durch 13 G. 20 Kr. = 1 Souv. vermehren, und dann durch 5 eintheilen u. s. w.

Von den Abänderungen der Brüche.

§. 81.

Man kann einen Bruch von Theilen eines geringeren Ganzen, in einen Bruch von Theilen eines grösseren Ganzen umändern. Z. B. $\frac{3}{4}$ Pfenninge in einen Bruch von Kreuzern. Zu diesem Ende darf man nur den Nenner durch die in Frage stehenden Theile, welche im gefoderten Ganzen enthalten sind, vermehren; also machen $\frac{3}{4}$ Pf. $\frac{3}{16}$ Kr. wie viel Theile eines Gulden? Antw. $\frac{3}{960}$. Bey der ersten Umänderung wird ein Pfenning zu viertel Pfen. gemacht, deren 4 ein Pfen.

machen, folglich $\frac{1}{4}$ Pf. = 1 Pf. dann fragt sich: wieviel viertel Pf. auf 1 Kr. gehen? Antw. 16, also ist $\frac{1}{4}$ Pf. = $\frac{1}{16}$ Kr. und $\frac{3}{4}$ Pf. = $\frac{3}{16}$ Kr.

§. 82.

Bey der zweyten Umänderung wird gefraget: wie viel Pf. auf 1 G. gehen? Antw. 60 mal 4; weil 1 Kr. = 4 Pf. folglich ist ein G. = 240 Pf. wie viel Viertel Pf. im Gulden? Antw. viermal 240 = 960, also ist $\frac{1}{4}$ Pf. = $\frac{1}{960}$ G. $\frac{3}{4}$ Pf. = $\frac{3}{960}$ G. u. s. w.

Andere Aufgabe, aus $\frac{3}{7}$ Kr. einen Bruch von Souv. zu machen? **Auflösung.** Ein Souv. = 13 G. 20 Kr. oder = 800 Kr. folglich: Nenner 7 × 800 = 5600; also ist der obige Bruch $\frac{3}{7}$ Kr. = $\frac{3}{5600}$ Souv. Diese Arbeit wird durch die Werthforschung des Bruches geprüfet.

§ 83.

Wollte man einen Bruch von einem größeren Ganzen in jenen von einem geringeren umwandeln, so müßte man den Zähler durch die sämmtlichen Theilchen des geringeren Ganzen vermehren; dem Betrage dieser Vermehrung würde alsdann der Nenner des in Frage stehenden Bruches unterschrieben.

Beyspiel $\frac{3}{4}$ G. machen $\frac{15}{20}$ Kreuzer u. s. w. diese Umänderung kömmt also mit der Werthforschung der Brüche überein.

§. 84.

Wenn man den Zähler eines Bruches vermehrt, ohne den Nenner zu vermehren, so wird der Werth des Bruches vermehret; weil die Anzahl der nämlichen Theile vom ganzen dadurch zunimmt, z. B $\frac{3}{4}$ G. man vermehre alleinig den Zähler 3 durch eine beliebige Zahl z. B. 2 so bekömmt man $\frac{5}{4}$ > (größer als) $\frac{3}{4}$.

§. 85.

Wenn man im Gegentheile den Nenner eines Bruches vermehret, ohne den Zähler zu vermehren, so wird der Werth des Bruches dadurch vermehret: weil man die gegebenen Theile schmälert, ohne ihre Anzahl zu vergrößern, z. B. $\frac{3}{4}$ G. vermehret man den Nenner 4 durch 2, so bekömmt man den Bruch $\frac{3}{8} <$ (kleiner als) $\frac{3}{4}$.

§. 86.

Wenn man die Zähler und Nenner eines Bruches durch eine beliebige nämliche Zahl vermehret, so bleibt der Werth des Bruches durchaus der nämliche, weil die **Anzahl** der Theile im nämlichen Maße zunimmt, in welchem die Theile verringert werden. Es sey der Bruch $\frac{3}{4}$ betrachtet, als: 2 G. unter 4 vertheilet, vermehret man Zähler und Nenner durch 2, so kömmt der Bruch $\frac{6}{8}$ G. dessen Werth nicht größer ist, als jener von $\frac{3}{4}$ G. denn in $\frac{6}{8}$ G. werden zwar 2 mal so viel G. zu vertheilen angenommen, als in $\frac{3}{4}$ G. aber auch 2 mal so viel Personen, unter welche die 4 G. vertheilet werden; der Betrag wird also der nämliche seyn.

§. 87.

Hieraus folget: daß wenn man den Zähler und den Nenner eines Bruches durch eine nämliche Zahl eintheilet: eben so dessen Werth der nämliche bleibe. Man nehme obiges Beyspiel $\frac{6}{8}$. $4 \div 2 = 2$. dann $8 \div 2 = 4$. also ist $\frac{3}{4}$ eben so viel als $\frac{6}{8}$; oder man theile Zähler und Nenner durch 4 ein, so kömmt der Bruch $\frac{1}{2}$. Die **Anzahl** der Theile nimmt hier in nämlichen Maße ab, in welchem die **Theile** vergrößert werden.

§. 88.

Anmerkung. Um einen Bruch durch Eintheilung, mit Erhaltung des nämlichen Werthes zu verkleinern, muß man eine Zahl nehmen, die Zähler und Nenner habe; d. i. eine solche, die durch Eintheilung nichts übrig lasse, im widrigen Falle müßte der Bruch bleiben wie er ist.

Beyspiel. $\frac{18}{24}$ Der Zähler 18 kann zwar durch 6 oder 3 eingetheilet werden, nicht aber der Nenner.

§. 89.

Aus diesen beyden Sätzen ist der Vortheil entstanden, verschiedenen Brüchen eine nämliche **Benennung** geben zu können, welches für die übrigen Bearbeitungen der Brüche von der größten Wichtigkeit ist. **Beyspiel.** Man hat die beyden Brüche $\frac{7}{8}$ und $\frac{15}{32}$, wie kann der erste Bruch in eben so viel 32stel umändert werden, als der Werth von $\frac{7}{8}$ ist? Antw. man darf nur einen Vermehrer suchen, der 8 zu 32 erhebe. Dieser ist 4, nun muß der Zähler vermög obige Gründe durch eben den Vermehrer 4 vermehrt werden (um den nämlichen Werth des Bruches zu erhalten) und man bekömmt $\frac{28}{32} = \frac{7}{8}$ und die beyden Brüche haben eine gemeinschaftliche Benennung.

§. 90.

Wenn also bey zween oder mehreren Brüchen, der Nenner des einen, im Nenner des andern so enthalten ist, daß nichts übrig bleibe, so vermehrt man die Zähler und Nenner der geringzähligen Brüche durch den Betrag der Eintheilung, welche durch den geringeren Nenner geschieht. Es seyen die Brüche $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{14}{36}$. Um diesen die nämliche Benennung zu geben, frage man wie vielmal der Nenner des ersten Bruches im Nenner

36 enthalten ist? Antw. 12 mal; also wird $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$; dann frage man ebenfalls, wie vielmal 6 im Nenner 36? Antw. 6mal: also wird $\frac{5}{6} = \frac{30}{36}$.

§. 91.

Wenn der Nenner des einen Bruches jenen des andern durch die Eintheilung nicht vollkommen hebet, so werden Zähler und Nenner des ersten Bruches durch den Nenner des andern Bruches; alsdann ebenfalls die Zähler und Nenner des andern Bruches, durch den Nenner des ersten vermehrt, wie folget: $\frac{3}{7}$ und $\frac{7}{9}$. Erstlich den Zähler 3 durch 9 = 27: dann 5 durch eben die 9 = 45, also kömmt der Bruch $\frac{27}{45}$, dann den Zähler 7 × Nenner 5 = 35; endlich Nenner 5 × Nenner 9 = 45, folglich $\frac{35}{45}$. anstatt $\frac{3}{7}$ und $\frac{7}{9}$ hat man alsdann $\frac{27}{45}$ und $\frac{35}{45}$.

§. 92.

Zusatz. Man kann **Ganzen** das Ansehen von **Brüchen** geben, zu diesem Ende darf man nur die Anzahl der Ganzen erstlich als Zähler; dann, nach einem Querstriche, als Nenner ansetzen, also sind 3 Ganze = $\frac{3}{1}$ und 19 Ganze = $\frac{19}{1}$ u. s. w.

§. 93.

Hätte man **Ganze** als Viertel, 7tel anzusetzen, so dürfte man nur die Ganzen mit den verlangten Theilen vermehren, und die gegebene Zahle der Ganzen unterschreiben. **Beyspiel** 5 Ganze = $\frac{20}{4}$ oder $\frac{35}{7}$ alle diese vor Kenntnißen haben ihren bestimmten Nutzen bey den verschiedenen Bearbeitungen der Brüche.

Zehnter Abschnitt.

Von der Zusammenzählung der Brüche.

§. 94.

Wenn die Brüche die nämliche Benennung haben, so darf man nur die Zähler zusammenzählen, und dem Betrage den gemeinschaftlichen Nenner unterschreiben. Z. B. $\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{7}{8}$.

§. 95.

Wenn die Brüche nicht die nämliche Benennung haben, so giebt man sie ihnen gemäß obiger Erklärung, und zählet hernach zusammen. Beysp. $\frac{5}{9} + \frac{2}{7} = \frac{35}{63} + \frac{18}{63} = \frac{53}{63}$.

Verkürzung dieser Arbeit.

§. 96.

Man vermehre ins Kreuz, nämlich: 5 durch 7; dann 2 durch 9. diese beyden Beträge werden gleich zusammengezählet, und geben den neuen Zähler, welchem der Betrag der Vermehrung eines Nenners durch den andern unterschrieben wird.

Ausübung $\frac{13}{35} + \frac{2}{11}$

$13 \times 11 = 143$
$35 \times 2 = 70$
213
$11 \times 35 = 385$

also hat man $\frac{13}{35} + \frac{2}{11} = \frac{213}{385}$.

§. 97.

Wenn durch Zusammenzählung der Brüche ein Zähler entsteht, der größer als der Nenner ist, so enthält der Betrag ein oder mehrere ganze, die man durch Eintheilung des Zählers mit dem Nenner findet.

Beyspiel. $\frac{7}{8} + \frac{15}{14} = \frac{202}{112} =$ Was nach Auszug d. ganzen übrig bleibt wird wie gewöhnlich als Brüch angesetzet.

98
104
202 = 1 $\frac{90}{112} = \frac{45}{56}$
112

§. 98.

I. **Zusatz.** Wenn zween Brüche gleiche Zähler mit ungleichen Nennern haben, zählet man nur die Nenner zusammen, und vermehret das Produkt der Zusammenzählung durch einen Zähler: dieß giebt den neuen Zähler; dann Vermehret man die beyden Nenner durch einander; und man bekommt den neuen Nenner.

I. **Beyspiel.** $\frac{1}{7}$ G. × $\frac{1}{8}$ = 7 + 8 = 15 dann: 7 × 8 = 56 folglich ist das Produkt der Zusammenzählung hier $\frac{15}{56}$ II. Beyspiel $\frac{3}{7}$ G. + $\frac{3}{11}$ G. die beyden Nenner Zusammen gezählet geben: 5 + 11 = 16 Vermehret durch den gemeinschaftlichen Zähler = 16 × 3 = 48 dann 5 × 11 = 55 also entsteht der Bruch; $\frac{48}{55}$ die Ursache dieses Verfahrens ist leicht zu begreifen.

§. 99.

Durch die Verringerung der Bruchzahlen wird eine Arbeit oft merklich erleichtert. Dann wenn man den Bruch $\frac{512}{832}$ (Scheinbar) Verringert; so bekömmt man $\frac{8}{13} = \frac{512}{832}$ nun lassen sich $\frac{8}{13}$ Leichter bearbeiten

als $\frac{5}{8}\frac{12}{52}$. Die Verringerung aber läßt sich oft mit ganz geringer Mühe zuwege bringen. Hier braucht man den Eintheiler 8 d. i. 512 ÷ 8 = 64 dann: 832 ÷ 8 = 104 man Verringere weiter eben durch 8 und man bekömmt 64 ÷ 8 = 8 dann 104 ÷ 8 = 13 folglich $\frac{8}{13}$.

§. 100.

Um Ganze sammt Brüchen, zu Ganzen ebenfalls sammt Brüchen zu zählen, fängt man von den Brüchen an. Die **Ganzen**, so aus Zusammenzählung der Brüchen entstehen, werden zu den übrigen Ganzen gezählet, und man verfährt übrigens wie bey der gemeinen Zusammenzählung.

Ausübung.

13	$\frac{3}{4}$
29	$\frac{7}{8}$
147	$\frac{7}{8}$
191	$\frac{1}{2}$

Hier heißt es $\frac{7}{8} + \frac{7}{8} = \frac{14}{8} = 1$ Ganzes und $\frac{6}{8}$ oder $\frac{3}{4}$ dann: $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = 1$ Ganzes $+ \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ die 2 entstandenen Ganzen, werden zu den folgenden gezählet. u. s. w.

Eilfter Abschnitt.

Von der Abziehung der Brüche.

§. 101.

Wenn die Brüche die **nämliche** Benennung haben, so ziehet man nur den geringeren Zähler vom größeren

Zähler ab: dem Betrage wird der gemeinschaftliche Nenner unterschrieben.

Beyspiel. $\frac{7}{8} - \frac{6}{8} = \frac{1}{8}$.

§. 102.

Wenn die Brüche **verschiedene** Nenner haben, so giebt man ihnen die nämlichen wie schon hinlänglich erkläret, und ziehet alsdann ab.

Beyspiel. $\frac{5}{9} - \frac{3}{8}$ oder $\frac{40}{72} - \frac{27}{72} = \frac{13}{72}$

§. 103.

Um Ganze sammt Brüchen von Ganzen ebenfalls sammt Brüchen abzuziehen, fängt man von den Brüchen an, und verfährt wie gewöhnlich.

Beyspiel.

13	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$
6	$\frac{5}{9}$	$\frac{5}{9} = \frac{20}{36}$
7	$\frac{7}{36}$	

§. 104.

Wäre der obere Bruch (bey dergleichen Abziehungen) schwächer, als der Abzuziehende; so müßte der obere mit einem entlehnten Ganzen verstärket werden, und dann geschähe der Abzug wie gewöhnlich.

§. 105.

Das ganze so man entlehnet wird Bruchartig angenommen, und bekömmt die nämliche Benennung vom schwächeren Bruche, welchen es verstärket; zu diesem Ende darf man nur die Zähler und Nenner des obigen Bruches zusammen Zählen, und dem Betrage den Nenner unterschreiben, ohne zu vergessen, folgende Ziffer der ganzen um eines weniger anzunehmen.

Ausübung.

24	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} + 1 = \frac{7}{4} - \frac{9}{10} = \frac{70}{40} - \frac{36}{40}$
13	$\frac{9}{10}$	
10	$\frac{34}{40} = \frac{17}{20}$	

Nämlich $\frac{9}{10}$ von $\frac{3}{4}$ lassen sich nicht abziehen: man verstärke also $\frac{3}{4}$ durch entlehntes Ganze, welches man als $\frac{4}{4}$ annimmt: und dann heißt es $\frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4} - \frac{9}{10}$ u. s. w.

Prüfung der Zusammenzählung, und Abziehung der Brüche.

§. 106.

Diese geschieht, wie bey den ganzen: die Zusammenzählung der Brüche wird nämlich durch die Abziehung; und diese durch jene geprüfet.

I Beyspiel.

Wenn $\frac{3}{5}$ G. $+ \frac{2}{9}$ G. $= \frac{37}{45}$ G. so müssen $\frac{37}{45}$ G. $= \frac{2}{9}$ das Produkt $\frac{3}{5}$ Geben.

Ausübung $\frac{37}{45} = \frac{2}{9}$

333
90

$\frac{24}{40}\frac{3}{5}$ (durch 3 eingetheilet: $\frac{8}{13}\frac{1}{5}$ (durch 9 eingetheilet) $\frac{9}{15} =$ (durch 3 eingetheilet) $\frac{3}{5}$.

II. Beyspiel.

$\frac{5}{9} - \frac{3}{8} = \frac{13}{72}$ Folglich muß $\frac{13}{72} + \frac{3}{8}$ d. Bruch $\frac{5}{9}$ geb.

Ausübung 104 $\frac{320}{576} = \frac{5}{9}$
216

320

Zwölfter Abschnitt.

Von der Vermehrung der Brüche.

§. 107.

Um einen Bruch durch einen anderen Bruch zu Vermehren, muß man den Zähler des einen durch den Zähler des Anderen: und ebenfalls den einen Nenner durch den anderen Vermehren.

Beyspiel. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 2}{4 \times 7}$ d. i. $\frac{6}{28} = \frac{3}{14}$.

§. 108.

Der Betrag der Brüchevermehrung muß geringer ausfallen, als der zu Vermehrende Bruch ist: die Ursache davon läßt sich mit geringen Nachsinnen entdeken; dann das Geschäft der Vermehrung bestehet darinn, daß man die eine Vielheit so vielmal nehme (zusammen Zähle) als es die andere (der Vermehrer) andeutet; Vermehret man nun einen Bruch durch den anderen, so nimmt, oder zählet, man eigentlich nur eine gewisse Anzahle **der Theile, von den Theilen** des zu vermehrenden Bruches; folglich muß der Betrag solcher Vermehrung geringer ausfallen; ein Beyspiel wird mehr Licht hierüber verbreiten. Es sey der Bruch $\frac{3}{4}$ durch $\frac{2}{4}$ zu Vermehren.

Hier läßt sich Fragen, welches der vierte Theil von $\frac{3}{4}$ ist? unstreitig $\frac{1}{16}$. von $\frac{3}{4}$? wieder ungezweifelt:

felt: $\frac{3}{16}$. Wenn nun $\frac{3}{4}$ ein viertelmal genommen $\frac{3}{16}$ ausmachen, so müssen diese $\frac{3}{4}$ drey viertelmal genommen $= \frac{9}{16}$ seyn.

Anderes Beysp. $\frac{5}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{5 \times 7}{9 \times 8}$ oder $\frac{35}{72}$.

um $\frac{5}{9}$, so zu sagen **Siebenachtelmal** zu Zählen, suche man den 8ten Theil von $\frac{5}{9} = \frac{5}{72}$. Sieben solche $\frac{5}{72}$ stel machen $\frac{35}{72}$. u. s. w.

§. 109

Wenn Ganze sammt Brüchen, durch Brüche alleinig, oder durch ganze sammt Brüchen zu Vermehren sind, so läßt sich dieses auf zweyerley Arten bewerkstelligen. I. Man bringe die Ganzen und Brüche, in einen einzigen Satz, und Vermehre alsdenn, wie erkläret worden. II. Oder man Vermehre erstlich die ganzen mit den Ganzen, dann eben diese Ganzen durch den Bruch des Vermehrers, endlich den einen Bruch durch den andern, und zähle die Beträge zusammen.

I. Beysp. $3\frac{5}{6}$ Ellen, die Elle zu $\frac{2}{3}$ G. = 40 Kr.
$\times \frac{2}{3}$

$2\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ der Betrag ist $2\frac{5}{9}$ G.

Erklärung 3 Ganze durch $\frac{2}{3}$ Vermehret, wie viel? Antw. Man Vermehre nur die 3 Ganzen mit dem Zähler $2 = 6$ und unterschreibe den Nenner $3 = \frac{6}{2}$. Diese 6 Drittel = 2 Ganze, dieß läßt sich leicht begreifen: weil nämlich der 3te Theil von 3 Ganzen = 1 Ganzes 2 solche 3tel = 2 Ganze; dann vermehre man $\frac{5}{6}$ durch $\frac{2}{3}$ (Zähler durch Zähler; und Nenner durch Nenner) $= \frac{10}{18}$ oder $\frac{5}{9}$.

Andere Art der Bearbeitung.

§. 110.

Man mache aus $3\frac{5}{6}$ einen einzigen Satz, nämlich: 3 Ganze $= \frac{18}{6}$ (wie oben erkläret worden) $\frac{18}{6} + \frac{5}{6} = \frac{23}{6}$ diesen Bruch: $\frac{23}{6}$ vermehre man durch $\frac{2}{3} = \frac{46}{18}$ nun suche man die Ganzen durch die Eintheilung der 46 mit 18, und man bekömmt $2 + \frac{10}{18}$ oder $2\frac{5}{9}$ wie oben.

II. Beysp. es sey: $14\frac{5}{9}$ zu vermehren durch $13\frac{7}{8}$ Setzung. $14\frac{5}{9}$ $13\frac{7}{8}$

Vermehr. d. 14 durch 13 182
dann $\frac{5}{9} \times 13 = \frac{65}{9} = 7\frac{2}{9}$
dann $14 \times \frac{7}{8} = \frac{98}{8} = 12\frac{2}{8}$
endlich $\frac{5}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{35}{72}$
$201\frac{69}{72}$

Das nämliche Beyspiel auf die zweyte Art.

§. 111.

$14\frac{5}{9} \times 13\frac{7}{8}$ oder: $\frac{131}{9} \times \frac{111}{8}$.
Die 14 Ganze nämlich zu 9teln gem. $= 13\frac{26}{9} + \frac{5}{9} = \frac{131}{9}$
dann die 13 Ganze zu 8tel gemacht. $= 104 + \frac{7}{8} = \frac{111}{8}$
Nun vermeh. man $\frac{131}{9}$ durch $\frac{111}{8} = 14\frac{541}{72} = 201\frac{69}{72}$

Die erste Art der Bearbeitung ist unstreitig kürzer als die andere: beyde sind hergesetzet, um den Schüler zu üben.

Dreyzehnter Abschnitt.

Von der Eintheilung der Brüche.

§. 112.

Einen Bruch durch einen anderen eintheilen, ist: untersuchen, ob, und wie vielmal der eine in dem andern enthalten sey?

Wenn die Nenner die nämlichen sind, so ist die Sache leicht: man suche nur wie vielmal der eine Zähler im anderen enthalten ist? Beyspiel: $\frac{6}{8} \div \frac{2}{8} = 3$ d. i. $\frac{2}{8}$ sind in $\frac{6}{8}$ 3mal enthalten. $\frac{7}{9} \div \frac{3}{9} = 2 + \frac{1}{3}$mal.

§. 113.

Wenn die Nenner nicht die nämlichen sind: so machet man sie zu solchen, wie schon erkläret worden.

Beyspiel. wie vielmal sind $\frac{3}{7}$ in $\frac{5}{6}$ enthalten?

I. Arbeit: $\frac{5}{6} = \frac{35}{42}$ dann: $\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$

II. $\frac{35}{42} \div \frac{18}{42} = 1\frac{17}{18}$ d. i. $\frac{3}{7}$ sind in $\frac{5}{6}$ ein und: 17 Achtzehntelmal enthalten.

Verkürzung der Arbeit.

§. 114.

Man Vermehre ins Kreuz; d. i.: den Zähler des ersten Bruches durch den Nenner des 2ten; dann: den Zähler des 2ten Bruches durch den Nenner des ersten, oder einzutheilenden Bruches. Dem ersten Betrage wird der 2te Betrag nach Querstriche unterschrieben.

§. 115.

Andere Art der Verkürzung.

Man stürze den Theiler um, und Verfahre wie bey der gemeinen Vermehrung der Brüche.
Es Sey obiges Beyspiel: $\frac{5}{6} \div \frac{3}{7}$; oder: $\frac{5}{6} \times \frac{7}{3} = \frac{35}{18}$
Anderes Beyspiel: $\frac{3}{10} \div \frac{4}{5}$ ($\frac{4}{5}$ umgestürzet $= \frac{5}{4}$) folglich $\frac{3}{10} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$.

Die Antwort ist also: daß $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{10}$ nicht enthalten sind. $\frac{3}{10}$ nämlich $= \frac{15}{50}$; und $\frac{4}{5} = \frac{40}{50}$ der Bruch $\frac{40}{50}$ ist in dem Bruche $\frac{15}{50}$, so zu sagen: $\frac{15}{40}$stelmal enthalten: oder; wenn der Bruch $\frac{3}{10}$ um $\frac{25}{50}$ stärker wäre; so wäre $\frac{4}{5}$ einmal darinn enthalten u. s. w.

Vierzehnter Abschnitt.

Prüfung dieser Arbeiten.

§. 116.

Diese Geschieht wie bey den Ganzen: d. i. die Vermehrung wird durch die Eintheilung; diese durch die Vermehrung geprüfet.

Aufgabe.

Man hat $643\frac{1}{2}$ Ellen gebraucht um eine Mannschaft zu Kleiden: für jeden Mann wurden $2\frac{1}{4}$ Ellen verwendet: wie viele sind gekleidet worden?

§. 117.

Auflösung. So vielmal $2\frac{3}{4}$ Ellen, so viel Mann: folglich $643\frac{1}{2}$ Ellen $\div 2\frac{3}{4}$ Um bequemer einzutheilen, mache man die Ellen beyderseits zu 4teln $643\frac{1}{2} = 2574$ 4tel, dann; $2\frac{3}{4} = 11$ 4tel. Die Eintheilung wäre also folgende: $\frac{2574}{4} \div \frac{11}{4}$ oder: $\frac{2574}{11} = 234$ Mann, welche mit $643\frac{1}{2}$ Ellen (für jeden $2\frac{3}{4}$ gerechnet) gekleidet worden.

§. 118.

Prüfung durch Vermehrung.

Wenn 234 Mann mit $643\frac{1}{2}$ Ellen gekleidet worden: So müssen $2\frac{3}{4}$ Ellen 234mal genommen, $643\frac{1}{2}$ Ellen machen.

Ausübung.

	234
×	$2\frac{3}{4}$
	468
	$175\frac{1}{2}$ Betrag d. Vermehr. durch $\frac{3}{4}$
	$643\frac{1}{2}$

Fünfzehnter Abschnitt.

Von Tilgung und Ausgleichung der Brüche

§. 119.

Um einen Bruch zu eben soviel Ganzen zu erheben, als dessen Zähler **Einer** enthält; darf man nur den Zähler durch den Nenner Vermehren.

Beyspiel: $\frac{3}{4}$ Ellen 4mal genommen = 3 Ellen.

§. 120.

Wenn nun ein Bruch den Werth eines **Einers** hat z. B. $\frac{3}{4}$ Ellen Kosten **einen** G.) so giebt alsdann der Nenner als eine **Zahle von Ganzen**, den Werth des ebenfals als Ganze bedeutend genommenen Zählers ab: z. B. wenn $\frac{3}{4}$ Ellen = 1 G. So sind 3 Ellen = 4 G. die Ursache ist: weil $\frac{3}{4}$ **viermal** genommen sind; so muß ihr Werth auch **viermal** genommen werden.

§. 121.

Aufgabe. Wenn $\frac{5}{6}$ Ellen $\frac{3}{7}$ G. Kosten: gleich zu beantworten: wie viel 35 Ellen Kosten? Antw. 18 G. wenn nämlich $\frac{5}{6}$ Ellen $\frac{3}{7}$ G. Kosten; so Kostet 1 Elle $\frac{18}{35}$ G. ($\frac{3}{7} \div \frac{5}{6} = \frac{18}{35}$) folglich müssen 35 Ellen 18 G. Kosten.

§. 122.

(Andere Aufgabe).

$\frac{19}{1}$ Ellen Kosten $\frac{5}{18}$ G.: Diese Brüche so zu Tilgen, daß Verhältnißmässige Ganze entstehen?

Auflösung. Man stürze den Bruch des Werthes, und Vermehre, wie gewöhnlich $\frac{19}{1} \times \frac{18}{5} = 54$ Ellen diese Kosten: 19×5 G. = 95 G. u. s. w.

Ausgleichung der Brüche.

§. 123.

Man hat folgende Bruchtheile: $\frac{4}{6}\frac{5}{0}\frac{3}{4}\frac{6}{8}$: diese sollen Vermöge einer gemachten Rechnung nicht mehr als $\frac{3}{4}$ ausmachen? die gemeine Vorschrift ist: Zähler und Nenner so lang zu vermindern, bis man $\frac{3}{4}$ herausbringe: anstatt dieses Verfahrens Theile man obigen Bruch

durch $\frac{3}{4}$ ein. Diese $\frac{3}{4}$ müssen ohne Ueberschuß in dem scheinbar größeren Bruche einmal enthalten seyn: weil nämlich der Werth von beiden der nämliche seyn soll.

Ausübung. $\frac{4536}{6048} \times \frac{4}{3}$ ($\frac{4}{3}$ umgestürzet, zur Eintheilung

$= \frac{18144}{18144} = 1$ mal.

Sechzehnter Abschnitt.

Von der dreysätzigen Rechnung.

§. 124.

In dieser Rechnung werden 3 Zahlen miteinander verglichen; daher hat sie ihren lateinisch-verkürzten Namen: Detri (de Tribus: von 3)

Erklärung, sammt Beyspiel.

§. 125.

Wenn 3 Ellen 5 Gulden Kosten; wie viel Kosten 14 Ellen? hier muß erstlich beobachtet werden: daß die Zahle 5 G. das Produkt der Vermehrung durch 3 Ellen sey; das heißt: der Werth von **einer** Elle **dreymal** genommen, giebt den Werth von 3 Ellen; wenn nämlich eine Elle, $1\frac{2}{3}$ G. Kostet; so Kosten 3 Ellen dreymal $1\frac{2}{3} = 5$ G. der Werth des **Einers** wird al-

so durch die Eintheilung gefunden. Wenn 3 Ellen 5 G. Kosten; und man wissen will: was eine Elle Kostet; so darf man nur 5 G. durch 3 Ellen eintheilen; der Betrag ist = $\frac{5}{3}$ G. = 1 $\frac{2}{3}$ G. wie 1 Elle der 3te Theil von 3 Ellen ist: So ist der Werth von einer Elle, der 3te Theil vom Werthe der 5 Ellen.

§. 126.

Wenn man also den **Werth** der **Einheit** von beliebigen Dingen kennet; so findet man leicht den **Werth** der **Vielheit** der nämlichen Dinge: der Werth der Einheit wird nämlich durch die befragte Zahle der Einheiten vermehret; und wenn der Weth der Einheit nicht bekannt ist, so findet man ihn durch die Eintheilung.

§. 127.

Hieraus folget, daß die obige Frage: 3 Ellen Kosten 5 G. was Kosten 14 Ellen? leicht zu beantworten ist: wenn man weiß was eine Elle Kostet? nun kann man dieses leicht wissen: die Eintheilung der 5 G. durch 3 Ellen giebt den verlangten Werth: anstatt wirklich einzutheilen, könnte man den Werth von einer Elle blos so ansetzen: $\frac{5}{3}$ G.; alsdann diese $\frac{5}{3}$ G. durch 14 Vermehren = $\frac{5}{3} \times 14 = \frac{70}{3}$ G. und die Aufgabe wäre aufgelöset.

Anderes Beyspiel: Fernere Erklärung der 3 sätzigen Rechnung.

§. 128.

Wenn 3 Mann 12 Tage brauchen um eine Arbeit zu vollenden; wie lang bleiben 9 Mann an der nämlichen Arbeit? man untersuche, wie viele Tage ein Mann zur Verfertigung der Arbeit bräuchte?

§. 129.

Hier muß beobachtet werden: daß die Zahle 12 (Tage) nicht durch die **Vermehrung** der Tage-Zahle eines Mannes mit der Zahle 3 (Mann) entstanden sey; sonsten müßte, 1 Mann die nämliche Arbeit in 4 Tagen vollenden. Wenn **drey** Mann 12 Tage brauchen: so braucht **ein** Mann dreymal so viel Tage. Dieses läßt sich so begreifen: wenn 3 Mann die Arbeit in 12 Tagen verfertigen; so verfertiget 1 Mann in 12 Tagen nur $\frac{1}{3}$ von der Arbeit, wie viele Tage braucht 1 Mann um die übrigen $\frac{2}{3}$ von der Arbeit fertig zu bringen? Antw. für jedes $\frac{1}{3}$ braucht er 12 Tage; folglich 36 Tage für $\frac{3}{3}$.

§. 130.

Nun nehme man die obige Frage wieder vor; wenn 3 Mann 12 Tage brauchen u. s. w.; wie viele Tage brauchen 9 Mann?

Auflösung. Indem **ein** Mann 36 Tage zur verfertigung der Arbeit braucht: So müssen 9 Mann nur 4 Tage brauchen, nämlich 36 Tage auf 9 Mann vertheilet, geben 4 Tage für jeden:

§. 131.

Ein Mann macht in einem Tage $\frac{1}{36}$ von der Arbeit (weil er in 36 Tagen die ganze Arbeit vollendet) folglich machen 9 Mann in einem Tage: $\frac{9}{36}$ von der Arbeit; und in 4 Tagen: machen sie: 4mal $\frac{9}{36} = \frac{36}{36}$ d. i. die ganze Arbeit.

Festgesetzte Art der Berechnung.

§. 132.

Man sucht den Werth der **Einheit**: wenn diese **weniger** ausmachet, so wird der Werth durch die in fra-

ge stehende Zahle **vermehret**; wenn die Einheit mehr ausmachet; so wird der Betrag der Einheit durch die befragte Zahle **eingetheilet**: das Produkt ist die verlangte Zahle: in gemeinen Fällen wird der Werth der **Einheit** Bruchartig angesetzet, wie folget:

§. 133.

Aufgabe 5 Ellen Kosten 21 G. wieviel Kosten 7 Ellen.

Setzung sammt Auflösung.

1 Elle Kostet $^{21}/_{5}$ G. folglich Kosten 7 Ellen: $^{21}/_{5} \times 7 = {}^{147}/_{5} = 29\,{}^{2}/_{5}$.

§. 134.

Die gemeine Vorschrift zu 3 sätzigen Berechnungen ist folgende: der zweyte Satz wird durch den dritten vermehret: der Betrag von dieser Vermehrung wird durch den ersten Satz eingetheilet.

Ausübung. 3 Ellen Kosten 5 G. wieviel 14 Ellen? Antw. $14 \times 5 = {}^{70}/_{3}$ erster Satz. Hieraus sieht man, daß diese Vorschrift aus der ersten entstanden ist; die Produkte müssen die nämlichen seyn: weil das verfahren durchaus das nämliche ist: dann beyderseits werden 5 durch 14 vermehret, und beyderseits wird der Betrag dieser Vermehrung durch 3 eingetheilet. Man könnte fragen: was also durch die erste Vorschrift gewonnen wird? Antw. daß man die **Ursache des Verfahrens** vor Augen habe; und daß die sogenannten **umgewendeten** 3 sätzige Rechnungenn vermieden werden.

§. 135.

Es giebt noch eine Vorschrift nach welcher die Sätze anderst geordnet werden; es sey das obige Beyspiel:

die Setzung wäre folgende: 3 Ellen; 14 Ellen; 5 G. d. i. 3 Ellen verhalten sich zu 14 Ellen, wie 5 G. zu ... der 3te Satz wird hier wie oben, durch den zweyten Vermehret; der Betrag davon wird alsdann durch den ersten Satz eingetheilet wie folget: $14 \times 5 = {}^{70}/_{3}$ G. diese Vorschrift gründet sich wieder auf die erste **mit zween Sätzen**; nämlich: Wenn 3 Ellen 5 G. Kosten; wie viel Kosten 14 Ellen? Antw. so vielmal die Zahle von 3 Ellen, in der Zahle von 14 Ellen enthalten ist: so vielmal muß die Summe 5 G. erleget werden die Frage ist also: wie vielmal 3 Ellen in 14 Ellen? zur einstweiligen Antw. Setzt. Man gleich: ${}^{14}/_{3}$ Ellen; und Vermehre durch 5.

Ausübung. ${}^{14}/_{3}$ Ellen $\times$ 5 G. $= {}^{70}/_{3} = 23\,{}^{1}/_{3}$ G. die nämlichen Produkte **müßen** aus Befolgung der dreyen Vorschriften gewonnen werden. Man kann also aus angegebenen Ursachen die erste Vorschrift beybehalten, nämlich: der Werth des **Einers** wird in gemeinen Fällen durch die befragte Zahle vermehret: wie der Werth von I. gefunden, und angesetzet werde, ist hinlänglich erkläret.

§. 136.

Aufgabe. Wenn 54 Mann in einer gewißen Zeit eine Arbeit von 360 Klaftern verfertigen; wie viele Kl. würden in der nämlichen Zeit durch 730 M. fertig?

Auflösung. 54 Man haben 360 Kl. gemacht; wie viele Kl. 1 Mann?

Antw. ${}^{360}/_{54}$ Kl. $= {}^{10}/_{1}{}^{80}/_{8} = {}^{20}/_{3}$ Kl. diese durch: 730 verm. geben: $14600 \div 3 = 4866\,{}^{2}/_{3}$ Kl.

§. 137.

Prüfung.

Um dergleichen arithmetische Arbeiten zu Prüfen, wendet man die Frage um, wie folget: wenn 730 Mann zu einer gewissen Zeit $4866\,{}^{2}/_{3}$ Kl. machen; wie

viele Kl. werden 54 Mann in eben der Zeit fertig bringen? die Berechnung muß 360 Kl. geben.

Ausübung. 730 M. $4866\frac{2}{3}$ = (zu 3teln gemacht) $14\frac{6}{3}00 \div 730$ 730 (mit weglassung eines 0) = $\frac{146}{219}0 \times 54$ Mann oder (den Theiler $219 \div 3$; dann den Vermehrer 54 ebenfals $\div 3$, welches verfahren durch geringes Nachdenken wird richtigbefunden werden) = $1\frac{46}{78}0 \times 18 = 26\frac{28}{78}0 = 360$ Kl.

Andere Prüfung.

§. 138.

Man kann auch die Frage so Setzen: $4866\frac{2}{3}$ Kl. erfodern 730 Mann: folglich müßen 360 Kl. 54 Mann fodern.

Ausübung $4866\frac{2}{3}$ Kl. = $14\frac{6}{3}00$ Kl. erfodern 730 Mann. $730 \div 14\frac{6}{3}00 = \frac{2190}{14600} = \frac{219}{1460} \times 360 = \frac{78840}{1460} =$

7884 | 146
— 584 | 54. Mann.
. 00

Anmerkungen über die Tag-Arbeiten.

§. 139.

I. Wenn eine Arbeit durch eine gewisse Anzahle Arbeiter in einer bestimmten Anzahle von Tagen verfertiget worden: und man wissen will, wie viele Tage in allem zu bezahlen sind; so muß die Zahle der Tage durch jene der Arbeiter vermehret werden. Beyspiel: 15 Mann haben 47 Tage lang an einer Wasserleitung gearbeitet: wie viele Arbeits-Tage müssen angesetzet werden? Antw. so viel Mann, so vielmal 47 Tage: folglich $47 \times 15 = 705$ Tage.

II. Wenn man die sämmtlichen Arbeits-Tage, und die Anzahle der Arbeiter weiß (Vorausgesetzet: daß diese in gleicher Anzahle geblieben) so findt man leicht

die Zahle der Arbeitstage eines jeden; und umgewendet: weis man die sämmtlichen Tage, und die Zahle der Tage eines jeden Arbeiters; so findt man eben so leicht die Zahle der Arbeiter

Beyspiel. In allem ist durch 23 Arbeiter, 276 Tage lang gearbeitet worden: wie viele Tage kommen auf jeden Arbeiter? Antw. $\frac{276 \text{ Tage}}{23 \text{ M.}} = 12$ Tage.

weil die Zahle: 276 das Produkt der Vermehrung der 23 M. durch die Zahle von Tagen eines jeden Mannes ist, nämlich: $23 \times 12 = 276$. wäre die Zahle der sämmtlichen Arbeitstage = 126 T.; und jene der Tage eines jeden Arbeiters = 9; so wäre die Zahle der Arbeiter = $\frac{126}{9} = 14$ Mann.

§. 140.

I. Aufgabe. Wenn eine Arbeit durch 3 Mann in 17 Tagen verfertiget worden: in wie viel Tagen würde die nämliche Arbeit durch 7 Mann fertig?

Auflösung. Man untersuche wie lang **ein** Mann an der Arbeit bliebe? wenn 3 M. 17 Tage bleiben: so bliebe **ein** Mann unstreitig 3mal 17 Tage = 51 Tage. Diese 51 Tage unter 7 M. vertheilet, geben für jeden 7 Tage $\frac{51}{7}$ weil 51 Tage das Produkt der Vermehrung der 7 M. durch die Tage eines jeden Mannes sein müssen; wie findet man diese Zahle der Tage eines jeden? Antw. durch die Eintheilung wie in den Anmerkungen hinlänglich gezeiget worden.

§. 141.

In ähnlichen Fällen muß man also immer die sämmtlichen Arbeitstage (die zugleich die sämmtlichen Arbeitstage **eines einzigen** Mannes sind) suchen; und die gefundene Zahle, durch die in Frage stehende Zahle der Arbeiter eintheilen.

§. 142.

II. Aufgabe. Wenn 5 Mann erfodert werden, um eine Arbeit in 19 Tagen zu endigen; wie viel Mann werden erfodert, um die nämliche Arbeit in $2\frac{1}{2}$ Tage zu Endigen?

Auflösung. Ein Mann würde mit der angegebenen Arbeit in 5mal 19 Tagen fertig: die Anzahle der Tage = 95 muß also durch $2\frac{1}{2}$ Tage eingetheilet werden. Ausübung. $95 \div 2\frac{1}{2} = 95 \div \frac{5}{2} = \frac{190}{5} = 38$ M.

§. 143.

III. Aufgabe. Wenn 4 M. in 13 Tagen 124 Klafter machen wie viel Kl. werden 9 M. in 19 Tagen machen?

Auflösung. Die Zahle der Arbeiter muß beyderseits durch jene der Tage vermehret werden; alsdann geschieht die übrige Berechnung wie gewöhnlich.

Setzung.

13 Tage	19 Tage
× 4 M.	× 9 M.
52	171

Nun heißt es: 52 Tag Arbeiten geben 124 Kl. folglich: $124\frac{4}{52} = 31\frac{1}{13}$ wie viel geben 171? Antw. $31\frac{1}{13} \times 171 = \frac{5301}{13} = 407\frac{10}{13}$.

IV. Aufgabe. Wenn 7 M. in 13 Tagen $88\frac{1}{2}$ Kl. machen; wie viel Arbeiter braucht man um 57 Kl. in $\frac{1}{2}$ Tage fertig zu bringen?

Auflösung. Wenn 7 M. in 13 Tagen $88\frac{1}{2}$ Kl. machen; so würde die nämliche Arbeit in **einem** Tage durch 91 M. fertig, und folglich durch 2mal so viele Arbeiter in einem halben Tage.

Nun ist die übrige Arbeit leicht, nämlich: $88\frac{1}{2}$ erfodern 182 M. wie viel erfodern 57 Kl.? (in dem

beyderseits die Zeit die nämliche ist: so wird sie ausgelassen) diese 57 Kl. werden in $\frac{1}{2}$ Tage durch $117\frac{13}{19}$ Mann verfertiget. Nimmt man blos 117 Mann, so kömmt ein geringer Theil der Arbeit mehr auf jeden Mann u. s. w.

Siebenzehnter Abschnitt.

Von der Zusammengesetzten Regel Detri oder: Ketten Rechnung.

§. 144

Diese besteht in einer Vernunftschlüßigen zusammensetzung der Zahlen, die man mit einander zu vergleichen hat.

Es sey das einfache Beyspiel: 18 Ellen Kosten 45 G. was Kosten 24 Ellen? nach der gemeinen Vorschrift werden die Sätze so geordnet:

$$\frac{45 \text{ G.} \times 24 \text{ Ellen}}{18 \text{ Ellen.}}$$

Die sogenannte Kettenartige Setzung wäre folgende:

Ellen	G.	
Theiler 18	45	Einzutheilende Zahle.
	× 24 Ellen.	

Anderes Beyspiel. Wenn 3 Loth Kaffee 5 Kr. Kosten; wie viel Gulden Kosten 3 Centner?

Die Auflösung nach gemeiner Art wäre folgende: die Centner werden zu Pfunde und Lothe gemacht; dann wird die Zahle der Lothe durch 5 Kr. Vermehret, und durch die Zahle der L. eingetheilet. Das Produkt giebt Kreuzer: Endlich wird die Zahle der Kr. durch 60 Kr. eingetheilet; und man bekömmt die verlangte Zahle der Gulden. Man setze die entworfene Arbeit in Zahlen wie folget:

	L.	Centner.	
Theiler	3	3	
Theiler	60 Kr.	100 Pf.	
	× 32 L.		einzutheilende Zahle.
	× 5 Kr.		Oder man setze
			$\frac{3 \times 100 \times 32 \times 5}{3 \times 60}$

Nun sollten die Zahlen die rechts stehen durch einander Vermehret werden: das Produkt dieser Vermehrung müßte alsdann, durch jenes einer ähnlichen Vermehrung der Links stehenden Zahlen eingetheilet werden (diese Eintheilung könnte auch durch die links stehenden Zahlen **abgesöndert** geschehen.)

§. 145.

Bevor man aber eintheile, werden die beyderseitigen Zahlen abgekürzet, wie man mit Brüchen zu thun pflegt. In dieser Abkürzung besteht eigentlich der wesentliche Vortheil, welchen die Ketten-Rechnung giebt, die wie hier zu sehen, aus der 3 sätzigen Rechnung entstanden.

Abkürzug der Kettensätze.

§. 146.

Erklärung. Jede Arithmetische Arbeit kann Theilweis vollendet werden: also kann man zum Beyspiele um die Zahle 14 durch 12 zu Vermehren, sie erstlich durch 3 Vermehren; alsdann dieses Produkt durch 4; weil $3 \times 4 = 12$. Wenn man nämlich so vermehret; so denkt man sich die Zahle 12 in 3 Theilen, deren jeder $= 4$. Dieses ist bey der Theilrechnung hinlänglich erkläret werden.

§. 147.

Eben so läßt sich eine Zahle Theilweis eintheilen: Z. B. anstatt 256 durch 32 einzutheilen: kann man die Zahle erstlich durch 8; dann das Produkt dieser Eintheilung durch 4 eintheilen. Die Zahle: 256 wäre wirklich durch 32 eingetheilet; weil $8 \times 4 = 32$.

§. 148.

Wenn man eine Zahle durch eine andere einzutheilen hat; so kann man die einzutheilende Zahle, und ihren Theiler verringern, wie bey den Brüchen geschieht. Es sey obige Zahle: 256 durch 32 einzutheilen. Die Zahlen können so geschrieben werden: $\frac{256}{32}$. Nun verringere man 256 durch die Eintheilung mit $8 = 32$. Dann verringere man ebenfalls den Theiler 32 durch $8 = 4$. $\frac{256}{32} = \frac{32}{4} = \frac{8}{1}$. Die Zahle 256 durch 32 eingetheilet giebt kein größeres Produkt als die Zahle 32 durch 4 eingetheilet. Ueberhaupt kann man jede einzutheilende Zahl, als Zähler eines Bruches; und den Theiler als Nenner behandeln.

§. 149.

Die Verringerung dergleichen Sätze kann ebenfalls Theilweis geschehen.

Die obige Zahle 256 kann als ein Produkt der Vermehrung der Zahle 32 durch 8 angenommen werden: der Theiler $32 = 8 \times 4$ also wird man folgende Setzung brauchen können:

8	Theiler	32 einzutheilende Zahle.
× 4		× 8

Nun verringere man Theilweis, wie folget: 8 in der Theilzahle des Theilers links 8 sind einmal enthalten; und eben diese 8 sind in der Theilzahle 8 zur rechten 1mal enthalten. Anstatt der Zahle 8 kann also beyderseits 1 gesetzet; oder die Zahle 8 kann beyderseits ausgelassen werden. Dieses läßt sich so begreifen: die Zahse 32 rechts soll durch 8 eingetheilet, und folglich auf 4 vermindert werden: und diese nämliche Zahle 32 soll hernach durch 8 vermehret werden. Beyde Arbeiten können also unterbleiben. Eben so verhält sichs mit den Verringerungen der übrigen Theil-Zahlen der Kettensätze.

§. 150.

Ausübung. Wenn also die Theil Zahlen der Kettensätze beyderseits verringert worden, so wird das was zur rechten übrig geblieben, durch den Ueberschuß des Satzes zur linken eingetheilet. Es versteht sich daß, wenn mehrere Zahlen rechts und links übrig blieben, diese zuvor mit einander müßten vermehret werden. Es sey das obige Beyspiel

8		32 einzutheilende Zahle.
Theiler × 4		× 8
		8. Produkt.

Aus obigen Gründen bleibt die Zahle 8 beyderseits aus. Alsdann verringere man die übrigen 4 des Theilers (durch Eintheilung mit 4) endlich ebenfalls 32 durch $4 = 8$. Diese 8 sind die verlangte Zahle.

Auflösung der obigen Aufgabe: wenn 3 Lothe 5 Kr. Kosten; wie viel Gulden Kosten 3 Zentner?

Setzung.		Zentner.
Theiler	3	3
	60	× 100 Pf.
Neuer Theiler	12	× 32 Lothe einzutheilende Zahlen.
	6	× 5 Kr.
	3	16

$8 \times 100 = 800 \div 3 = 266\frac{2}{3}$ G.

Hier sind erstlich 3 beyderseits durch 3 eingetheilet worden; = 1. Folglich anstatt 1 anzusetzen, könnten beyde Zahlen durchstrichen werden. Dann kann die Zahle 60 links durch 5; und die Zahle 5 rechts ebenfalls durch 5 eingetheilet werden. Die Eintheilung der Zahle 60 durch 5 = 12; dann die Hälfte von 12 = 6, und die Hälfte von 32 = 16. Endlich: die Hälfte von 6 = 3; dann die Hälfte von 16 = 8. Die Zahlen so rechts übrig bleiben, sind: 8 und 100, diese mit einander vermehret geben 800, welche durch die links übrig gebliebene Zahle 3 eingetheilet das Produkt: $266\frac{2}{3}$ G. geben. Jedermann wird einsehen daß die verkürzung der Sätze mit verschiedenen Eintheilungen könne vollbracht werden.

Festgesetzte Art die Sätze zu ordnen.

§. 151.

Nach dem man überleget hat, welche Zahlen den Theiler abgeben sollen, setzet man die in Frage stehende Zahle neben einen Absönderungsstrich oben, und zur rechten an, und neben diese links: die Zahle von gleicher Bedeutung; neben diese Zahle von gleicher Bedeutung wird immer der Werth von dieser nämlichen Zahle rechts angesetzet. Diese Ordnung der Sätze wird beybehalten, bis alle Zahlen so in die Frage oder Angabe gehören, stufenweis angesetzet sind.

Beyspiel.

Wenn 1 Quintel 3 Pfenninge kostet; wie viel Gulden kosten 4 Zentner?

Setzung.

		Zentner.	
		4	Befragte Zahle.
Gleich bedeut. Zahle	Znt. 1	100	Pf. Werth oder Betrag.
Pfund	1	32	Lth. 1 Pf. gilt 32 Lothe.
Loth	1	4	Qntl. gilt 4 Qtl. u. s. w.
Quintel	1	3	Pfen. 1 Qtl. kostet 3 Pf.
Pfenninge	4	1	Kreuzer.
Kreuzer	60	1	G. lezter Punkt d. Aufg.

Nun folget die Abkürzung: Erstlich bleiben die sämmtlichen Einer aus: alsdann heißt es bey der Zahle 4: Vier in 4 einmal (beyderseits) folglich bleiben diese auch weg. Dann bleibt von der Zahle 60 ein 0; und ebenfalls von der Zahle 100 ein 0 weg; endlich: 3 in der links übrigen Zahle 6 zweymal; in der Zahle 3 rechts 1 mal; die Zahle 3 rechts bleibt aus. Alsdann: 2 in der letzten Zahle links 1 mal; und: 2 in der Zahle 2 rechts einmal: man könnte auch die übrige Zahle 32 anstatt der Zahle 2 eintheilen u. s. w.

Ausübung.

	2	
	4	
x	10Ø	nach gehörig durchstrichenen Ziffern
x	32	bleiben die Zahlen: 2. 10. 32. Diese
x	4	mit einander vermehret geben das
x	3	Produkt: 640 G. Verlangte Zahle,
4	x	die den Werth der 4 Zent. angiebt.
3 6Ø	x	

Beyspiele zur Uebung.

Wenn 3 Zentner u. 6 Pfunde 768 G. Kosten; welchen Bruch von 1 Souv. beträgt 1 Quintel?

I. Setzung:

1 Quintel
Quintel 4 = 1 Loth.
Lothe 32 = 1 Pf.
3 Zent. 6 Pf. = 306 = 768 Gulden.
G.
$13\frac{1}{3}$ = 1 Souv.

II. Setzung. Mit weglassung der Einer, nach den Gründen der 3 sätzigen Rechnung.

Quintel 4 — 1 Quintel
Lth. 32
Pf. 306 = 768. G.
40 G. machen 3 Souv.

	4	1 Quintel
Bearbeitung. 8 in 32		
8 in 32 Links enthalten 4 mal	32ϕ	768 96
in 768 enthalten 96 mal	40	3
4×4 = 16. in 96? =	4	6
dann 6 in 306? 51 mal u. s. w.	51	1 Q.
Endlich: 3 in 51 = 17; in 3 = 1.	17	= 17×40 = 680

Ein Quintel beträgt also $\frac{1}{680}$ tel Souv.

Anderst. Wenn 3 Zent. 6 Pf. 768 G. kosten, wie viel Pfen. kostet 1 Quintl?

Setzung. 4	1 Quintel
8 in 32	
32ϕ	768 G. 8 in 768 = 96 (÷ 16 =) 6
4	60 Kr.
51	4
17	20 Antw. 4×20 = 80 ÷ 17 = $4\frac{12}{17}$

Anderes Beyspiel der Abkürzung.

Wenn eine Arbeit die 400 Kl. lang; 3 Kl. breit und 2 Kl. tief durch 100 Mann in 3 Monaten verfertiget worden; wie viel Mann werden erfodert, um eine Arbeit, die 900 Kl. lang, 2 Kl. breit und 2 Kl. tief seyn soll, in eben den 3 Monaten zu vollenden?

Setzung und Auflösung mit ausgelassener Zeit weil sie die nämliche ist.

		50		3	
Lang	4ØØ Kl.	xØØ	Mann:	9ØØ	Kl. lang.
Breit ×	3		Breit ×	2	Kl.
Tief ×	2		Tief ×	2	Kl.
4 ÷ 2 =	2		2 ÷ 2 =	x	u. s. w. = 50
					× 3 = 150 M.

Aufgaben zur Uebung in der 3 sätzigen Rechnung.

Wenn ein Festungs Graben 4 Schleußen hat; deren erste allein denselben in 20 Stunden, die 2te allein in 28 St.; die 3te allein in 32 St. und die 4te allein in 48 Stunden füllet: in wie viel Stunden wird er bey Eröffnung der sämmtlichen Schleußen voll seyn können?

Auflösung. Wenn der Graben durch die erste Schleuße in 20 Stunden gefüllet wird: so wird in einer Stunde der **zwanzigste** Theil des Grabens durch diese Schleuße unter Wasser gesetzet: eben so verhält sichs mit der 2ten Schleuße, die in einer Stunde den 28ten Theil anfüllet. u. s. w. Folglich werden durch die 4 eröffneten Schleußen in einer Stunde folgende Theile des Grabens angefüllet: $\frac{1}{20}$. $\frac{1}{28}$. $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{48}$. Diese Theile müßen Zusammen gezählet werden. Um bequemer zu Arbeiten nehme man 4 Stunde an. In diesen 4 Stunden werden $\frac{4}{20}$ + $\frac{4}{28}$ + $\frac{4}{32}$ + $\frac{4}{48}$ des Grabens voll.

Durch Verringerung bekömmt man folgende Brüche: $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{12}$. Diese zusammen gezählet und hernach verringert geben: $\frac{463}{840}$. Hieraus erhellet: das 4 Stunden zur anfüllung von 463 840stel des Grabens erfodert werden. Der Ganze Graben ist $= \frac{840}{840}$ stel nun ist die übrige Arbeit leicht; nämlich: $\frac{463}{840}$ erfodern 4 St. wie viel $\frac{840}{840}$? wenn die Nenner beyderseits ausgelassen werden, so hat man: 463. 4 St. 840 $= \frac{4}{463} \times 840$ $= \frac{3360}{463} = 7$ St. $\frac{111}{463}$.

II. **Aufgabe.** Wenn man $2\frac{1}{2}$ Ellen von $\frac{3}{4}$ breiten Tuche zu einem Kleide braucht; wie viel Ellen werden von $\frac{2}{4}$ breitem Tuche zu diesem Kleide erfodert?

Auflösung. Man vermehre beyderseits die Länge durch die Breite: eine Elle die $\frac{3}{4}$ breit ist, enthält 32 4tel (weil auf ein jedes abgemeßene 4tel in der Länge 8 4tel in der Breite folgen) folglich sind 80 4tel in $2\frac{1}{2}$ Ellen, wenn die Breite des Tuches $= \frac{2}{4}$ ist; also bestünde eine Elle die $\frac{2}{4}$ Breit wäre, aus 36 4teln. Alsdann 80 4tel $\div$ 36 4tel $= 2$ Ellen $\frac{8}{9}$: diese würden zu obigem Kleide erfodert.

III. **Aufgabe.** Ein Bothe leget täglich $3\frac{1}{2}$ Meilen zurück; fünf Tage nach dessen Abreise, wird ein anderer Bothe nachgeschickt, der den ersten in 7 Tagen einholen soll; wie viele Meilen muß der Andere Bothe täglich zurücklegen?

Auflösung. Wie viel Meilen machet der erste Bothe in 5 + 7 Tagen, wenn er täglich $3\frac{1}{2}$ Meilen zurücklegt?

Antw. $12 \times 3\frac{1}{2} = 42$ Meilen. Diese soll der nachgeschickte Bothe in 7 Tagen zurücklegen; wie viele Meilen kommen auf einen Tag? Antw. $\frac{42}{7} = 6$ u. s. w.

IV. **Aufgabe.** Es sey die bekannte Grabschrift des Mathematikers Diophantus, die sein Alter in folgenden Ausdrücken enthielt: seine Jugend-Jahre machten den 6ten Theil seines Alters aus; als Jüngling durchlebete er den 12ten Theil; nach erreichtem 7ten Theile sammt 5 Jahren bekam er einen Sohn, der nur die Hälfte des väterlichen Alters erreichte. Der Vater starb nach 4 jähriger Trauer über den Tod seines Sohnes. Wie alt ward der Mathematiker?

Auflösung. Hier muß eine Zahle gesuchet werden, die aus ihrer Hälfte; aus ihrem 6ten; 7ten und 12ten Theile, sammt 5 + 4 (Jahren) zusammen gesetzet ist. Zu diesem Ende nehme man eine beliebige Zahle Z. B. 12; und erfülle damit die angegebenen Bedingnissen, wie folget: die Hälfte von 12 = 6 der 6te Theil = 2; der 12 Theil = 1; der 7te = $1\frac{5}{7}$ Diese Zahlen zusammen genommen geben $10\frac{5}{7}$ Zählet man zu diesen, 5 + 4: so kömmt die Zahle 12 freilich nicht heraus; sie kömmt aber heraus wenn man $1\frac{2}{7}$ dazu zählet; stünde in der Angabe anstatt 5 + 4 Jahren, die Zahle: + $1\frac{2}{7}$ so wäre die Zahle 12 allen gegebenen Bedingnißen angemeßen. Um die Zahle 12 heraus zu bringen, müßte man folglich $1\frac{2}{7}$ als Zusatz annehmen; die Zusatz Zahle muß aber = 9 seyn; also muß die Zahle 12 mehrmal genommen werden, und zwar so vielmal als $1\frac{2}{7}$ in 9 enthalten sind; nämlich 7mal. Folglich: 12 × 7 = 84.

Setzung. $1\frac{2}{7}$ (Zusatz Zahle) giebt 12; wie viel 9? u. s. w. Dieses verfahren wird sonsten Regula falsi: (Art mit falschen Sätzen) genannt.

V. **Aufgabe.** Es gewinnt Jemand 500 G. in 4 Tagen: den 2ten Tag gewinnt er halb so viel als am ersten; den 3ten Tag 3mal so viel als am 2ten; den

4ten Tag: $2\frac{1}{4}$ mal so viel als am ersten. Wie viel gewinnt er jeden Tag.

Setzung der angenommenen Zahlen.

	G.	
1. Tag	= 1	
2ter Tag	$\frac{1}{2}$	Die Hälfte vom 1ten Tag
3ter Tag	$1\frac{1}{2}$	3mal so viel als am 2ten
4ter Tag	$2\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{4}$mal so viel u. s. w.
	$5\frac{1}{4}$	

Diese Zahle $5\frac{1}{4}$ entspricht der Angabe vollkommen, und ist im kleinen, was die Zahle 500 G. im großen ist. Folglich darf man nur die Zahle 500 durch $5\frac{1}{4}$ eintheilen und man bekömmt den Gewinn des 1ten Tages nämlich: $5\frac{1}{4}$ giebt 1 G. wie viel 500 G. hat man den Gewinn des 1ten Tages gefunden, so ist die übrige Arbeit leicht.

Ausübung. $500 \div 5\frac{1}{4}$ d. i. $500 \div \frac{21}{4} = \frac{2000}{21}$ $= 95\frac{5}{21}$. Wenn der 1te Tag $95\frac{5}{21}$ giebt, so muß der 2te $47\frac{26}{42}$ geben u. s. w. Die Zusammenzählung der sämmtlichen Gewinne muß die Zahle 500 hervorbringen.

Einzelne Gewinne	1. Tag	95	$\frac{5}{21}$
—	2. Tag	47	$\frac{26}{42}$
—	3. Tag	142	$\frac{36}{42}$
—	4. Tag	214	$\frac{24}{84}$
		500 G.	

VI. Aufgabe. Ein Knecht hat mit der Bedingniß gedienet: das er für jeden Arbeitstag 12 Kr. empfangen; für jeden Ruhetag aber 8 Kr. Abzug leiden sollte. Am Ende des Jahres, war der Knecht ohne Anspruch auf einige Bezahlung: wie viele Tage hat er gearbeitet?

Auflösung mit Erklärung.

Wenn dieser Knecht 1 Tag Arbeitet: so kommen ihm 12 Kr. zu; ruhet er nach diesem Arbeitstage einen Tag aus, so werden ihm 8 Kr. abgezogen und er hat noch 4 Kr. zu Fodern: er soll aber nichts zu Fodern haben? Wie lang muß er nicht gearbeitet haben, um auch diese 4 Kr. zu verlieren? Antw. indem 8 Kr. der Verlustbetrag von 1 Tage sind, so müßen 4 Kr. der Verlustbetrag eines halben Ruhe Tages seyn; 1 $\frac{1}{2}$ Ruhetage tilgen also den Gewinn eines Arbeittages. In drithalb Tagen hat er also nur einen Tag gearbeitet; folglich hat er in 5 Tagen, nur 2 Tage lang gearbeitet; wie viele Arbeitstage hat er im ganzen Jahre? Antw. so viel mal 2 Tage, als die Zahle 5 in 365 Tagen enthalten ist. $365 \div 5 = 73 \times 2 = 146$.

Wenn man diese 146 Arbeitstage von 365 abzieht, so bleiben 219 Ruhetage.

Prüfung.

	G.	
146 Arbeitstage zu 12 Kr. =	29.	12. Gewinn
219 Ruhetage zu 8 Kr. =	29.	12. Verlust
365 Tage	..	..

VII. Aufgabe. Aus 9 Pf. Wolle und 2 $\frac{1}{2}$ Pf. Seide ist ein Stück Zeug von 54 Ellen (die Elle $\frac{7}{8}$ Breit) gemacht worden: wie viel Wolle und Seide wird zu einem 40 Ellen langen und $\frac{3}{4}$ breiten Stücke erfodert?

Auflösung. Man mache beyderseits die Breite der Länge gleich um Sätze von nämlicher Benennung zu bekommen. Zu diesem Ende muß die Breite durch die Länge vermehret werden wie folget:

I. 54 Ellen Länge.
× $\frac{7}{8}$ Breite. $= \frac{54 \times 7}{8} = \frac{378}{8} = 47\frac{1}{4}$ Ell.

II. 40 Ellen Länge.
× $\frac{3}{4}$ Breite. $= \frac{40 \times 3}{4} = \frac{120}{4} = 30$ Ell.

Ein Stück Zeug, das 54 Ellen lang und $\frac{7}{8}$ breit ist, kann nicht mehr Stoff enthalten, als ein Stück, welches $47\frac{1}{4}$ Ellen in der Länge und $\frac{1}{8}$ oder $\frac{4}{4}$ in der Breite hätte. Dieses läßt sich noch so begreifen: wenn man obige 54 $\frac{7}{8}$tel Breite Ellen als: $\frac{8}{8}$tel Breite (nämlich eine Elle breite) annehmen will; so muß man nothwendiger Weise 54 achtel Ellen weniger Zählen (weil jeder Elle ein achtel in der Breite abgeht) diese $\frac{54}{8}$ geben $6\frac{3}{4}$ Ellen: zieht man sie von 54 Ellen ab, so bleiben $47\frac{1}{4}$ Ellen von nämlicher Länge und Breite; eben so verhält sich's mit den 40 Ellen die nur $\frac{3}{4}$ breit sind. Zählet man $\frac{40}{4}$ weniger um das abgängige viertel bey jeder Elle in der Breite zu ersetzen, so bleiben 30 Ellen, die $\frac{3}{4}$ oder $\frac{4}{4}$ breit sind. Die übrige Auflösung der Aufgabe ist leicht, nämlich: $47\frac{1}{4}$ Ellen deren jede $\frac{4}{4}$ Breit erfodern 9 Pf. Wolle wie viel 30 Ellen?

Setzung. $47\frac{1}{4}$. 9. 30. oder 189. 36. 30. durch Verringerung bekömmt man: $\frac{189}{3}$. 36. $\frac{30}{3} = 63.$ 10. Endlich: $\frac{3 \cdot 6 \cdot 0}{6 \cdot 3} = \frac{40}{7}$ Pf. Wolle, die erfoderliche Seide wäre $1\frac{3}{6}\frac{7}{3}$ Pf.

VIII. Aufgabe. Ein Fuhrmann hat 24 Zentner Waaren 8 Meilen weit für 36 G. geführet; wie weit wird er 36 Zentner für 168 G. 45 Kr. Führen?

Auflösung. Man untersuche wie hoch jeder Zentner auf jede Meile komme: zu diesem Ende vermehre man die Zahle der Zentner durch jene der Meilen (d. i. man

Zähle so vielmal 24 Zentner als Meilen sind: die Ursache ist einleuchtend: $24 \times 8 = 192$. Alsdann: 36 G. = 2160 Kr. so viel mal die Zahle 192 in 2160 enthalten ist, so viele Kr. müßen für den Zentner auf jede Meile bezahlet werden; nämlich $11\frac{1}{4}$ Kr. wie viel muß für 36 Zentner bezahlet werden? Antw. $36 \times 11\frac{1}{4} = 405$ Kr. oder: $6\frac{3}{4}$ G. Folglich so viel mal $6\frac{3}{4}$ in 168 G. $\frac{3}{4}$ enthalten sind, so viele Meilen, nämlich 25 u. s. w.

Zur Prüfung wird die Frage umgewendet; nämlich: wenn 36 Zentner für $168\frac{3}{4}$ G. 25 Meilen weit geführet werden: wie weit 24 Zentner um 36 G.?

IX. Aufgabe. 28 G. Sollen unter 3 Personen vertheilet werden wie folget: die 2te Persone soll zweymal den Antheil der ersten bekommen; die 3te bekömmt das Doppelte von der zweyten, nebst 3 G.

Auflösung die 3 G. so der 3ten Persone über ihren Antheil zu kommen, müssen von der Summe 28 G. abgezogen werden: hernach geschieht die Eintheilung wie gewöhnlich.

Setzung. 1te Persone 1 G.
2te . . . 2
3te . . . 4 (nebst zuvor erhobenen 3 G.

7 nun thle man 28 — 3 durch 7 ein
$= \frac{25}{7} = 3\frac{4}{7}$ Antheil der ersten Person = $3\frac{4}{7}$
$3\frac{4}{7}$ zweymal für 2te Person = $7\frac{1}{7}$
$7\frac{1}{7}$ doppelt + 3 für 3te Person = $17\frac{3}{7}$
Sämmtlich 28 G.

Wenn aber die Aufgabe so hieße: die erste Person soll die Hälfte des Antheils von der 2ten haben; die 3te dreymal so viel als die 2 ersten, — 3 G.; so müßten

3 G. zu 28 G. gezählet werden: Sonst wäre die Theilung nach der Angabe sehr erschweret.

Ausübung. 1 Person = 1
2te = 2
3te = 9 (— 3 G.)

12 (— 3) = 28 + 3 = $\frac{31}{12}$

$\frac{31}{12}$ = $2\frac{7}{12}$ für die erste Person
$5\frac{2}{12}$ für die 2te.
$20\frac{3}{12}$ für die 3te: 3mal $7\frac{9}{12}$ = $23\frac{3}{12}$ — 3 = $20\frac{3}{12}$
28 . G.

Um die Gründe dieses Verfahrens einzusehen, löse man die Aufgabe nach gemeiner Art auf, wie folget:

Ausübung: 1 Persone = 1
2te = 2
3te = 9 (— 3

12 Folgl. (ohne Rücksicht auf 3)

$\frac{18}{12}$ 1te Pers. $2\frac{4}{12}$
2te $4\frac{8}{12}$
3te 18 weil 3mal der Antheil d. 2 ersten = 21
zieht man nun die angegebenen 3 G.
25 G. ab, so bleiben 18.

Hier sieht man daß eigentlich nur 25 G. eingetheilet werden; bleiben also noch 3 G. (gemäß der Angabe von 28) zu vertheilen. Von diesen 3 G. soll die erste, 1; die 2te 2; die 3te 9 (d. i. solche verhältnißmäßige Theile erhalten. Folglich: $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$ die erste Persone erhält $\frac{1}{4}$ G. mehr; die 2te $\frac{2}{4}$ G. mehr; die 3te $\frac{2}{4}$ G. mehr, als in der vorhergehenden Auflösung angesetzet war:

Nun Setze man die gefundenen Antheile, wie Folget:

1te	Person =	$2\frac{4}{12}$	$+\frac{3}{12}$	$= 2\frac{7}{12}$
2te	Folglich	$4\frac{8}{12}$	$+\frac{2}{4}$	$= 5\frac{2}{12}$
3te		18	$+\frac{2}{4}$	$= 20\frac{3}{12}$
				28 . .

Um also dieses Langwierige Verfahren zu verhüten: Zähle man die 3 G. zu 28 und vertheile gemäß Angabe u. s. w.

X. **Aufgabe.** Tausend Gulden unter 3 Personen zu vertheilen: erste erhält die Hälfte des Antheiles von der 2ten nebst 80 G. (2te folglich = 1) die 3te $2\frac{1}{2}$ mal so viel als die 2te weniger 100 G.

Setzung.

1te	$\frac{1}{2}$	+	80 G.
2te	1		
3te	$2\frac{1}{2}$	—	100 G.

Zahl der Theile $4 - 100 + 80 = 20$ zu 1000 G. zu zählen $= \frac{1020}{4} = 255$ G. von diesen 255 G. muß gemäß Angabe die Hälfte + 80 angesetzet, werden:
$\frac{255}{2} = 127\frac{1}{2} + 80 = 207\frac{1}{2}$ für die erste Persone.
255 G. ganz f. 2te Pers. = 255.
diese 255 G. 2 u. $\frac{1}{2}$ mal.
für 3te Persone — 100 = $537\frac{1}{2}$
= 1000 G.

Von der Wechsel-Rechnung.

Man nennet Wechsel, die Aenderung des Münze Werthes in Rücksicht des Auslandes. Dieser Werth wird durch gewiße Umstände bestimmt: nach dem nämlich die Wechsel-Briefe oder Geld-Anweisungen für's Ausland schwer oder leicht zu bekommen sind, steigt oder fällt der Wechsel Cours, d. i. jener bestimmte

Werth der Innländischen Münze in Rücksicht der Ausländischen.

Gute Münzen d. i. Münzen von feinem Gehalte, heißen: Banko od. Wechsel-Geld: Scheide-Münzen, oder solche von geringerem Gehalte werden Current Geld genannt. Das Banko Geld wird deßwegen höher als das Current Geld angerechnet. Um einen Wechsel-Betrag auszurechnen, muß man also die Gattung der Münze, und ihren Bestimmten Werth kennen.

Aufgabe. Es will Jemand eine Geld-Anweisung von 900 G. 6 Stüber Holländ. Geld Kaufen; wie viele Wiener Gulden muß er dafür erlegen?

Auflösung. I. In Holland wird nach Gulden, Stüber und Penin, (Pfenningen) gerechnet. 1 G. macht 20 Stüber; 1 Stüber = 12 Penins. II. Das Banko Geld ist in Amsterdam um 4 G. ℔ % (4 Gulden zu 100) besser als das Current Geld. III. Der Wechsel Cours ist Z. B. 33 $\frac{1}{3}$ Stüber Banko, für einen Wiener Thaler oder 1 $\frac{1}{2}$ Gulden, Kaiser Geld.

Setzung gemäß diesen 3 vor Kenntnißen: 900 G. 6 Stüber Cur. Geld = 900 $\frac{6}{20}$ = 900 $\frac{3}{10}$ G. weil: 20 st. = 1 G.

Current Geld	104	100	G. Banko Geld.
Gulden b. Geld	1	20	Stüber Banko Geld.
Stüber	33 $\frac{1}{3}$	1	W. Th. od. 100 st. = 3 W. Th.
W. Th.	1	1 $\frac{1}{2}$	Guld. Kais. Geld od. 2 Th. = 3 Gulden.

Bearbeitung.

		9003 nämlich $900\frac{3}{10}$ zu 10teln ge-
	104Ø	XØØ macht u. folglich ebenfals 104
	1	2Ø zu 10teln = 1040
	XØØ	3 Thaler
Thaler	Ø	3 K. Gulden.

Bleiben 104 als Theiler; und: $9003 \times 3 \times 3 = \frac{81027}{104} = 779\ \frac{11}{104}$ K. Gulden.

II. Aufgabe. Wie viele Mark Cur. Geld müßen in Hamburg für 165 Souverains K. Geld erleget werden?

Auflösung nach Vorkenntnißen.

I. In Hamburg wird nach Mark, Schilling und Pfenningen gerechnet. 1 Mark = 16 Schilling oder auch 16 Stüber Lübisch) 1 Stüber Lübisch = 12 Pfenninge II. Das Banko Geld ist um 20 ℔ ℅ besser als das Current Geld. 1 Species Thaler macht 3 Mark III. Der Wechsel Cours ist Z. B. 100 Thaler, für 152 Wiener Thaler:

Setzung.

		165	Souveraind'or.
Souv.	9	80	W. Thlr od. 9 Souv. = 120 G. = 80 Thaler.
Wien. Th.	152	100	= Thaler Banko Hamb. = 152 W. Thaler.
	1	3	= Mark Banko
Bko. Hamb.	100	120	= Mark Current.

Nach Verringerung der Sätze bleiben 19 als Theiler und 66000 als einzutheilende Zahl = $\frac{66000}{19}$ = $3473\frac{13}{19}$ Mark Current.

III.

III. Aufgabe. Wie viele Kais. Gulden müßen für 5780 Livres 16 S. Französisches Geld erleget werden?

Auflösung. Ein Livre Tournois = 20 Stüber; 1 Stüber = 12 Deniers; eine Livre gilt, z. B. 26 Kr. (sonsten 22 Kr. $\frac{4}{5}$).

Setzung.

5780 L. 16 St. = $5780\frac{4}{5}$ × 26 Kr.

Auflösung: 5780 zu 20 Kr. = 1926. 40 Kr.
zu 6 Ke. = 578.
die 16 St. = $20\frac{4}{5}$
Sämmtlich 2505 .. $\frac{4}{5}$

IV. Aufgabe. Wie viel Gulden Kais. Geld, müssen für 87 Pfund Sterling 12 Schillinge und 9 Deniers bezahlet werden?

Auflösung. In London wird nach Pfund, Schilling und Deniers gerechnet. 1 Pf. Sterl. = 20 Schill. 1 Schill. = 12 Den. der Wechsel Cours zu 9 G. 54 Kr.

Setzung.

12 Schill. = $\frac{12}{20}$ Pf. = $\frac{3}{5}$. Dann: 9 Den. = $\frac{9}{240}$ = $\frac{3}{80}$ Pf.
Folglich: $\frac{3}{5} + \frac{3}{80} = \frac{51}{80}$.
Endlich: 87 Pf. $\frac{51}{80}$ × 9 G. 54 Kr. u. s. w.

Gesellschafts-Rechnung.

§. 152.

II. Wenn Kaufleute, oder Kapitalisten verschiedene Summen für den Handel, oder eine sonstige gewinnhafte Unternehmung zusammen bringen, so entstehet die Frage: was jedem gemäß Einsatze, vom gemeinschaftlichen Gewinne zukomme?

Beyspiel. 3 Kaufleute legen gesellschaftlich 4000 G. zusammen: der erste giebt 1200 G. der 2te: 1800 G. der 3te: 1000 G. der sämmtliche Gewinn beträgt 1200 G. was kömmt jedem zu?

I. Beobachtung. Der ganze Zusammenschuß erzeuget den Gewinn von 1200 G.

II. Die Billigkeit erfodert, daß jeder nach Maaßgabe seines Geldes betheilet werde.

Um also die Aufgabe aufzulösen, müßen 3 besondere Arbeiten unternommen werden.

I. Wenn 4000 G. einen Gewinn von 1200 G. geben; wie viel geben 1200 G? (erster Einsatz).

Setzung. 4000 G. (sämmtliche Sum.) 1200 G. Einf. (1200 G. Gewinn)

Ausübung. $\frac{12|00}{40|00} = \frac{3}{10} \times 1200 = \frac{360|0}{1|0}$ der erste Gew. 360

Summe. Gew.

II. Nämliche Setzung. 4000. 1200. 1800 G. (2ter Einsatz.)

Diese Arbeit wird wie die erste vollendet.

Nämlich: $\frac{12|00}{40|00} = \frac{3}{10} \times 1800 = \frac{540|0}{1|0} = 540$ G. 2ter Gew.

III. Nämliches Verfahren.

$\frac{3}{10} \times 1000 = \frac{300|0}{1|0} = 300$ G. 3ter Gew. Theil.

Festgesetzte Ausübung.

Immer wird der Gewinn mit unterschriebener Summe der Beyträge als **erster Satz der Ausrechnung**

Bruchartig angenommen; durch diesen wird alsdann jeder einzelne Einsatz vermehret; was heraus kömmt, setzet man als Gewinn-Antheil eines jeden beytragenden auf die Seite. Die Zusammenzählung der Gewinn-Antheile muß endlich die Summe des sämmtlichen Gewinnes hervorbringen. Wie folget.

360 G.	Gewinn des ersten	mit 1200 G.	Einsatz.
540	— des 2ten	mit 1800	—
300	— des 3ten	mit 1000	—
Sämt. 1200 G.		4000	G.

Daß dieses Verfahren gegründet sey, ist leicht zu begreifen.

§. 153.

Anmerkung. Es können auch zu einer gesellschaftlichen Unternehmung verschiedene Summen auf **verschiedene Zeiten** Zusammen geschossen werden. Z. B. 3 Kapitalisten bringen 50000 G. zusammen: so aber, daß der Erste gleich 30000 G. gebe; zu diesem gesellet sich ein Zweyter nach 3 Monaten, und giebt 10000 G.; der Dritte tritt noch 2 Monate Später bey, und streckt die übrigen 10000 G. vor. Die ganze Unternehmung hat nach 11 Monaten 18000 G. Gewinn gebracht. Was kömmt jedem zu? Hier sieht man, daß nicht allein auf die Summen, sondern auch auf die Zeiten müsse Rücksicht genommen werden: man Vermehre also jede einzelne Summe durch ihre Zeit, weil diese zur Erzeugung des Gewinnes mitwirkt, und man bekömmt folgende Zahlen.

1. 30000 G.	auf 11 Monate	(Sämmtl. Zeit.)	Folgl.	30000	X 11	= 330000
2. 10000 —	auf 8 Monate	——	——	10000	8	= 80000
3. 10000 —	auf 6 Monate	——	——	10000	X 6	= 60000
Sämmtl. 50000 G.	sämmtl. Einsatz,	oder mit Zeiten vermehret.		Sämmtlich		470000

Also werden die Sämmtlichen durch ihre verschiedene Zeiten Vermehrten Einsätze als eine Summe von 470000 G. angenommen.

Auflösung der Aufgabe.

Hier werden die 3 Arbeiten wie bey obiger einfachen Gesellschafts-Rechnung vollendet; Nämlich I. Wenn 470000 Gulden 18000 G. gewinnen; wie viel 330000?

Setzung.

$$\frac{18|000}{470|000} = \frac{9}{235} \times 330000 = \begin{array}{r|l} 2970000 & 235 \text{ G.} \\ \hline 620 & 12638\frac{70}{235} \\ 1500 & \\ 900 & \\ 1950 & \\ 70 & \end{array}$$

$$\text{II.} \quad \frac{9}{235} \times 80000 = \begin{array}{r|l} 720000 & 235 \text{ G.} \\ \hline 1500 & 3063 \\ 900 & \\ 195 & \end{array} \qquad \frac{195}{235}$$

$$\text{III.} \quad \frac{9}{235} \times 60000 = \begin{array}{r|l} 540000 & 235 \text{ G.} \\ \hline 700 & 2297 \\ 2300 & \\ 1850 & \\ 205 & \end{array} \qquad \frac{205}{235}$$

Prüfung durch Zusammenzählung der Gewinn-Theile.

12638	$\frac{70}{235}$	Gewinn-Theile	des 1ten
3063	$\frac{195}{235}$	— —	des 2ten
2297	$\frac{205}{235}$	— —	des 3ten
18000	Summe der Gewinne.		

70 1ter Zähler.
195 2ter Zähler.
205 3ter Zähler.

470 Betrag der
235 Brüche = 2

Von den Brüchen angefangen.

Indem die Nenner die nämlichen sind; so werden nur die Zähler zusammen gezählet: und man unterschreibt dem Betrage den gemeinen Nenner. Dieser Nenner ist 2 mal im Zähler enthalten: folglich ist der Bruch $\frac{470}{235}$ = 2 Ganze. Die übrige Zusammenzählung geschieht wie gewöhnlich. Alles dieses ist schon hinlänglich erkläret. —

III. Zins-Rechnung.

§. 154.

Wenn für 100 G. jährlich 5 G. bezahlet werden, was muß die Summe 4870 G. eintragen?

Setzung. 100 G. 5 G. Zins 4870.

$\frac{5}{100} = \frac{1}{20} \times 4870 = 487^{0}/_{20}$ | 20 G.
| 243 . 30 Kr.

Hier sieht man, daß wenn 100 G. 5 G. jährliches Zinses tragen; so muß 1 G. jährlich $\frac{1}{20}$ = ein Groschen tragen. Also nimmt man nach abgesönderter

Ziffer, wie bey der Theil-Rechnung erklärt worden, blos die Hälfte von den im Kapital links stehenden Ziffern. Wenn nämlich 100 G. 5 G. geben, so muß 1 G. einen Groschen geben u. s. w.

Anderes Beyspiel.

Wenn 100 G. jährlich 4 G. eintragen; wie viel 9060? dieß wird bloß so geschrieben: 9060 zu 4 P $\frac{0}{0}$ wie viel?

Setzung.

$$100.\ 4.\ 9060.\ \text{d. i.}\ \tfrac{4}{100} = \tfrac{1}{25} \times 9060 = \begin{array}{r|l} 9060 & 25 \\ \hline 156 & 362 \\ 60 & \\ 10 & \end{array} \quad \tfrac{10}{25}$$

Antw. 362 G. $\frac{10}{25} = \frac{2}{5} = 24$ Kr.

Zu $3\frac{1}{2}$ P. $\frac{0}{0}$ was trägt das Kapital 9080?

Setzung.

$$3\tfrac{1}{2} = \tfrac{7}{2} \div \tfrac{100}{1} = \tfrac{7}{200} \times 9080 = 635'60 \,|\, \tfrac{200}{317}\text{G.}\ \tfrac{160}{260} = \tfrac{4}{5}$$

Die Ausrechnung könnte auch so geschehen:

Wenn 100 G. $3\frac{1}{2}$ tragen, so trägt 1 G. $\frac{210}{100}$ Kr. = 2 Kr. $\frac{1}{10}$ weil nämlich $3\frac{1}{2}$ G. = 210 Kr. diese durch 100 eingetheilet geben $2 \times \frac{1}{10}$ für jeden G.

Also wäre die schon erwähnte Summe 9080 bloß durch 2 Kr. $\frac{1}{10}$ zu vermehren, welches leicht ist;

Nämlich 9080 2 Kreuzerst. =	302. 40 Kr.
dann $\frac{908|0}{1|0}$ = 908 Kr. diese machen	15. 8
Sämmtlich	317. 48

Anmerkung. Wenn man den Zinsbetrag von einem, mehreren Monaten oder Tagen wißen will; so werden die Sätze folgendermaßen geordnet.

Beyspiel. Welchen Zins trägt ein Kapital von 9400 G. zu 4 P. %. in 3 Monaten?

Setzung.

100. 4. 9400. 2 sätzig. $= \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \times 9400$.

Alsdann müßte gesaget werden: 12 Monate geben $2\frac{4}{25}$; wie viel 3 Monate? Anstatt dieses langwierigen Verfahrens, setze man wie folget:

	100	4	d. i. 100 auf 12 Mon. geben 4;
Auf Mon.	12	9400	was geben 9400 auf 3 Mon.?
	3	3	Monate.

Verringerung der Sätze. I. die 0 bleiben beyderseits weg: dann $\frac{12}{4} = 3$. und $4 \div 4 = 1$. Endlich $3 \div 3 = 1$ und abermal $3 \div 1$. bleiben 94 Gulden Zinsbetrag auf 3 Monate.

Welchen Zins trägt ein Kapital von 8000 G. zu $3\frac{3}{4}$ P. % in 3 Jahren und 12 Tagen?

Setzung.

(100 geben $3\frac{3}{4}$ folgl. 400 geb. 15)

	400	15	(näml. $3\frac{3}{4} = 15$ dann $100 \times$
Ein Zinsjahr		8000	$4 = 400$)
= Tage	360	1092	Tage = 3 Jah. u. 12 T.
	9	(2	
	3	273	
		(5	
		(91	Bleiben: $91 \times 5 \times 2$ oder
			$91 \times 10 = 910$.

8000 G. geben zu $3\frac{3}{4}$ P. % in 3 Jahr. 12 Tage 910 G.

Prüfung der Zins-Rechnung.

§. 155.

Man wendet die Frage um, und setzet (wenn Z. B. 1000 G. zu 5 P. % 50 G. Zins gegeben,) den Zins anstatt des Kapitals in Frage. wie folget:

5 G. Zins erfodern ein Kapital von 100 G.; welches Kapital erfodert ein jährlicher Zins von 50 G.?

Setzung. 5. 100. 50 d. i. $\frac{100}{5} = \frac{2}{1} \times 50 = 1000$

Kömmt das zuvor angesetzte Kapital heraus, so war die Arbeit richtig.

Münze Rechnung.

§. 156.

Um ausländisches Geld in Vaterländischem zu berechnen, oder umgewendet: dieses in jenem, muß man den Werth des Einen in Rücksicht des andern kennen. Z. B. um zu wißen: wie viel 900 G. Reichsgeld, Gulden w. Währung machen; muß man nothwendiger Weise den Werth eines oder mehreren R. Gulden in w. Währung kennen, dann ist die Berechnung leicht. Nun macht 1 G. R. G. 50 Kr. Wiener Geld, oder: 6 G. R. = 5 G. Kaiser Geld. Um zu wissen wie viel 900 G. Reichsgeld in Kaisergeld machen, setze man: 6. 5. 900 d. i. $\frac{5}{6} \times 900 = \frac{4500}{6} = 750$ G. umgewendet zur Prüfung: wenn 5 G. Kaiserg. = 6 G. Reichsg. wie viel machen 750 G.? Setzung. 5. 6. 750 d. i. $\frac{6}{5} \times 750 = 4500 = 900$ G. also war die Arbeit richtig. Hieraus ersieht man zugleich wie K. Geld zu R. G. gemacht werde. Wenn man blos Kreuzer hätte. Z. B. 17 Kr. R. Geld; wie viel ma-

chen sie Kr. K. Geld? So wäre die Setzung diese: 6 = 5 Kr. wie viel 17 Kr.?

$\frac{5}{6} \times 17 = \frac{85}{6} = 14\frac{1}{6}$ Kaisergeld.

Diese Rechnung erfodert keine weitere Erklärung, nur muß noch erwähnet werden, wie man den Betrag kleinerer Münzen in größeren oder umgewendet den Betrag größerer Münzen in kleineren auf eine leichte Art finden könne.

§. 157.

I. Man will wissen Z. B. wie viel Gulden in 346 Souverains enthalten sind? Die Rechnung wäre folgende: indem 1 Souv. = 13 G. 20 Kr. oder $\frac{1}{3}$ G. so vermehret man die Zahle der Souv. durch 13 G. 20 Kr. der Betrag dieser Vermehrung muß die richtige Anzahle der G. geben die in 346 Souv. enthalten sind. Da aber diese Zusammengesetzte Vermehrung etwas langwierig ist; so wähle man folgendes Verfahren: 1 Souv. = $13\frac{1}{3}$ G. wie viele G. machen 3 Souv.? Antw. 40 G. wenn 3 Souv. = 40 G. wie viel machen 346 Souv.?

Ausübung. $\frac{40}{3} \times 346 = \frac{13840}{3} = 4613\frac{1}{3}$ G.

II. Zur Prüfung der Arbeit, wende man die Frage um: wie viel Souv. sind in $4613\frac{1}{3}$ G. enthalten? Antw. so vielmal $13\frac{1}{3}$ G. in $4613\frac{1}{3}$ G. enthalten sind, so viele Souv. folglich wird die Zahle $4613\frac{1}{3}$ durch $13\frac{1}{3}$ eingetheilet. Um leichter zu Arbeiten, hebe man die Brüche: wie schon erkläret worden: nämlich: $13\frac{1}{3} = \frac{40}{3}$. Dann $4613\frac{1}{3} = \frac{13840}{3}$. Diese Zahle durch die vorhergehende eingetheilet, muß den Betrag 346 Souv. geben. Oder mit Verringerung der Sätze: $13\frac{1}{3}$ machen 1 Souv. wie viel $4613\frac{1}{3}$ G.?

Folglich: 40. 13840
346. Souv.

Anderes Beyspiel. Wie viele Dukaten sind in 9876 G. enthalten? weil 1 Duk. $4\frac{1}{2}$ G. so muß gesuchet werden, wie vielmal $4\frac{1}{2}$ in 9876 G. enthalten sind?

Folglich $9876 \div 4\frac{1}{2}$ oder nach Hebung des Bruches $19752 \div 9 = 2194\frac{2}{3}$ Dukaten.

Um den Werth des Dukaten Bruches zu finden, muß der Zähler durch $4\frac{1}{2}$ vermehret; und durch den Nenner eingetheilet werden: also: $2 \times 4\frac{1}{2} = 9 \div 3 = 3$ G.

Prüfung.

2194 Duk. + 3 G. müßen 9876 G. machen: man vermehre also: 2194 durch 4 G. $\frac{1}{2}$.

Ausübung.

$$\begin{array}{r} 2194 \\ 4\frac{1}{2} \\ \hline 8776 \\ 1097 \\ +\quad 3 \\ \hline 9876 \end{array} \text{ G.}$$

Oder

2 Duk. = 9 G. wie viel $2194\frac{2}{3}$ Duk.?
d. i. $\frac{9}{2} \times 2194\frac{2}{3} = \frac{6584}{3} \times \frac{9}{2} = \frac{59256}{6} = 9876$ G.

Vermischungs-Rechnung.

§. 158.

Durch diese suchet man Dinge von verschiedenem Werthe so zu vermischen: daß der sämmtliche Werth der vermischten Dinge ihrem sämmtlichen vorigen Wer-

the gleich bleibe. Die Dinge, so vermischt werden, sind: Weine, Getraide Metalle durch Schmelzung. u. s. w.

Beyspiel und Erklärung.

Man hat Weine zu 36 und 18 Kr. die Flasche: diese wollte man so vermischen, daß ein Wein zu 20 Kr. entstände? Wenn man **eine** Flasche von jeder dieser Gattungen Weine zur vermischung nähme; so wäre der Werth der zwoen Flaschen = 40 Kr. vor der vermischung war der Werth (1 Flasche zu 36; und eine zu 18 Kr.) = 54 Kr. der Unterschied ist also = 14 Kr.

Vermöge obiger Erklärung, und Rechts wegen, darf kein Unterschied zwischen sämmtlichem vorigen, und **neuen** Preise seyn.

Man beobachte I. daß bey der Vermischung die Annahme von höherem Preise **Verlust**; jene von geringerem Preise **Gewinn** gebe. In obigem Beyspiele giebt die Annahme einer Flasche zu 36 Kr. in Rücksicht des neuen Werthes, einen Verlust von 16 Kr.; jene **einer** Flasche zu 18 Kr. giebt einen Gewinn von 2 Kr. Wenn kein Unterschied zwischen altem und neuem Preise seyn soll; so müssen Gewinn und Verlust gleich seyn. Diese werden durch Annahme der **gehörigen Menge** der Dinge, die man vermischet, gleich erhalten. Zu diesem Ende muß der Unterschied zwischen Verlust und Gewinn gesuchet werden: Kennet man diesen; so läßt sich die **Menge** von jedem Dinge zur Vermischung bestimmen. In obigem Falle ist der Unterschied = 14 Kr. dieser kann auf zweyerley Arten gehoben werden: man kann nämlich **mehr** Wein vom geringeren Preise, oder **weniger** vom höheren Preise annehmen.

I. **Mehr** vom geringeren Preise.

Wie viele Flaschen müssen zur Vermischung genohmen werden um 14 Kr. zu gewinnen, wenn eine Flasche 2 Kr. Gewinn giebt? Antw. 7. Also müßten 8 Flaschen zu 18 Kr. mit einer zu 36 Kr. vermischet werden; und man bekäme in allen 9 Flaschen von gemischtem Weine, deren jede 20 Kr. gälte.

Prüfung.

8 Flaschen nach vorigem Preise,	zu 18 Kr. =	2 fl. 24 kr.
1 — — —	zu 36 Kr. =	36
9 Flaschen.	Sämmtlich	3 Guld.

Nun nehme man die 9 Flaschen, nach dem Vermischungspreise zu 20 Kr.; diese gelten ebenfalls 3 Gulden. Folglich ist die Vermischung richtig.

II. **Weniger** vom höheren Preise.

Wie viel Weine zu 36 Kr. muß zur Vermischung genohmen werden; um anstatt 16 Kr., nur 2 Kr. zu verlieren? (alsdann wären Verlust und Gewinn gleich) Antw. Wenn eine Flasche 16 Kr. Verlust giebt; so giebt $\frac{1}{16}$ Flasche einen, und $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$tel Flasche 2 Kr. Verlust.

Wenn man also eine Flasche zu 18 Kr. mit $\frac{1}{8}$ Flasche zu 36 Kr. vermischet, so bekömmt man $1\frac{1}{8}$ Flasche Weines zu 20 Kr.

Prüfung.

1 Flasche nach vorigem Preise	zu 18 Kr. =	18 Kr.
$\frac{1}{8}$	zu 36 Kr. =	$4\frac{1}{2}$
	Sämmtlich	$22\frac{1}{2}$ Kr.

Alsdann

1 zu 20 Kr. = 20 Kr.
$\frac{1}{2}$ zu 20 Kr. = $2\frac{1}{2}$

Sämmtlich $22\frac{1}{2}$ Kr. Folglich wäre die Vermischung wiederum richtig.

Festgesetzte Art der Vermischungs-Rechnung.

§. 159.

I. Man setzet die höheren Preise oben, die geringeren unten, und den verlangten Preis in die Mitte: Alsdann suchet man die Unterschiede des alten und neuen Preises, und setzet sie jeder betreffenden Gattung zur rechten an. Wenn der sämmtliche Unterschied der geringeren Preise jenem der höheren gleich ist, so wird ein **Einer** vom angegebenen Maße oder Gewichte jeder Gattung angenommen: durch diese Annahme des **Einers** von jeder Gattung wird die Vermischung dann und wann bey erstem Versuche richtig.

II. Wenn die sammtlichen Unterschiede ungleich sind, so muß der entstehende Ueberschuß des Gewinnes oder Verlustes durch die erfoderliche Annahme eines geringeren oder größeren Maßes oder Gewichtes gehoben werden. Die erfoderliche Menge von jeder Gattung ist leicht zu finden, wie aus folgendem Beyspiele erhellet.

Aufgabe.

Weine zu 48, 30, 20 und 22 Kr. in geringerem Maße so zu mischen, daß die Flasche davon 24 Kr. gelte?

Setzung.

1 Fl. Höh. Preise 48 Unterschied zu 24 = 24 zu 3 kr. Verl. = $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$
1 — — 30 — — = 6 zu 4 — — = $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

24 kr. 30 Verlust.

1 Fl. Gering. Preise Unterschied zu 24 = 2 zu 2 kr. Gew. = 1
1 — — 22 — — — = 4 zu 5 kr. Gew. = 1 $\frac{1}{4}$

20 Gewinn 6 Sämmtl. Fl. $3\frac{1}{4}$

Erklärung der Arbeit.

Nähme man **eine** Flasche von jeder Gattung; so gäben 2 Flaschen von höherem Preise einen Verlust von 30 Kr. Die 2 anderen Flaschen von geringerem Preise, gäben einen Gewinn von 6 Kr.: so bliebe der Verlust = 24 Kr. Um diese 24 Kr. zu ersetzen, könnte man 12 Flaschen mehr vom Preise 22 Kr. nehmen, und man hätte 13 Flaschen zu 22 Kr., und **eine** von jeder übrigen Gattung; in allem 16.

Um aber die Vermischung in geringerem Maße zu vollbringen, kann man z. B. vom Preise 48 Kr. einen Verlust von 3 Kr. und vom Preise 30 einen Verlust von 4 Kr. annehmen: Welcher Theil von einer Flasche zu 48 Kr. giebt in Rücksicht des Preises 24, einen Verlust von 3 Kr.? Antw. $\frac{3}{24}$ tel; weil $\frac{24}{24}$ tel 24 Kr. Verlust geben. In ähnlichen Fällen darf man also nur die verlangte **Verlustzahle** als Zähler; und die zu verminderende **Verlustzahle** als Nenner ansetzen: dieser Bruch giebt das verlangte geringere Maß, oder Gewicht.

Welcher Theil von einer Flasche zu 30 Kr. giebt in Rücksicht des neuen Preises einen Verlust von 4 Kr.? Antw. $\frac{4}{6}$.

Nun ist der sämmtliche Verlust = 7, der Gewinn muß ebenfalls = 7 werden.

Eine Flasche zu 22 Kr. giebt 2 Kr. Gewinn.

Eine Flasche und $\frac{1}{4}$ zu 20 Kr. giebt 5 Kr. Gew. = 7.

Dadurch werden Gewinn und Verlust gleich; und die Vermischung ist richtig. Nämlich: zu $3\frac{1}{24}$ Flaschen kömmt, $\frac{1}{8}$ zu 48, $\frac{1}{8}$ zu 30; 1 Flasche zu 22, und eine + $\frac{1}{4}$ zu 20 Kr.

Prüfung.

$\frac{1}{8}$ Flasche	zu 48 Kr.	=	6
$\frac{2}{3}$ —	— 30	=	20
1 —	— 22	=	22
$1\frac{1}{4}$ —	— 20	=	25
Flaschen $3\frac{1}{24}$	Sämmtlich	1.	13

zu 24 Kr.

1 fl. 13 kr.

§. 160.

I. Zusatz. Wenn bey Vermischung der Dinge der neue Preis nicht angegeben wird, so findet man ihn durch die Eintheilung des sämmtlichen Werthes mit der Anzahle der gemischten Maße oder Gewichte.

Man wollte z. B. Getraide zu 48, 50 und 61 Groschen den Metzen mit einander vermischen; was gälte ein Metzen? Antw. 48 + 50 + 61 = $1\frac{2}{3}$ Metzen = 53 Groschen.

II. Zusatz. Wenn bey Vermischung der Dinge nichts als höhere Preise vorkämen, und man doch einen mittleren Preis verlangte: so müßte man nothwendigerweise ein Ding von geringerem Preise oder auch von **keinem** Preise, wenn sichs thun läßt, annehmen. Z. B. Man wollte Weine zu 36 und 48 Kr., ohne

Vorrath anderer Gattungen, so vermischen, daß man einen Wein zu 30 Kr. bekäme?

Setzung. Flasche zu 48 kr. 18 1 Flasche.
36 6 1
30 24 kr. Verlust.
$\frac{4}{5}$ Wasser o 24 kr. Gew.
— $\frac{4}{5}$
Flaschen $2\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5}$tel = $\frac{4}{5}$tel von einer Flasche Wassers ersetzen den Verlust von 24 Kr.

Prüfung.

1 Flasche zu 48 Kr. = 48
1 — — 36 Kr. = 36
1. 24

$2\frac{4}{5}$ Flaschen zu 30 Kr.
1 fl. 24 kr.

Folglich müßten zu 5 Flaschen 48er u. 5 Flaschen 36er, 4 Flaschen Wassers genommen werden.

Nämlich: 1 Flasch. × 5 = 5
1 " × 5 = 5
$\frac{4}{5}$ " × 5 = 4
= Flaschen 14

III. **Zusatz.** Wenn man eine bestimmte Anzahle von Maßen oder Gewichten vermischen wollte, so müßte für eine jede Gattung besonders gerechnet werden, wie folget. Im ersten Beyspiele mußten zu 9 Flaschen, 8 Flaschen zu 18 Kr. und 1 zu 36 Kr. genommen werden.

Wollte man nun 100 Flaschen von solchem gemischten Weine haben, so wäre die erste Frage: Wenn 9 Flaschen 8 erfordern; wie viel Hundert?

Se-

Setzung. $\frac{8}{9} \times 100 = \frac{800}{9} = 88\frac{8}{9}$ zu 18 Kr.

Dann; die 2te Frage: Wenn 9 Flaschen 1 erfodern; wie viel 100?

Setzung. $\frac{1}{9}$ A 100 $= \frac{100}{9} = 11\frac{1}{9}$ zu 36 Kr.

Prüfung.

100 Flaschen zu 20 Kr. = 33 G. 20 Kr.

Endlich: $88\frac{8}{9}$ zu 18 Kr. = 26 G. 40 Kr.
" " $11\frac{1}{9}$ zu 36 = 6 40

100 Flaschen = 33 " 20 Kr. u. s. w.

Gemeine Vorschrift zur Vermischungs-Rechnung.

§. 161.

Man schreibt die höheren Preise oben; die geringeren unten, und den neuen Preis in die Mitte; alsdann setzt man den Unterschied des höhern und neuen Preises mit beybehaltener Ordnung neben den geringeren Preis und auf gleiche Art jenen des geringeren und neuen Preises neben die höheren zur rechten. Diese Unterschiede werden zusammen gezählet: der Betrag dieser Zusammenzählung bedeutet die sämmtlichen Maaße, d. i. Metzen, Flaschen, Pfunde u. s. w. die vermischet werden, und jeder einzelne Unterschied giebt die Anzahle der Maaße von jener Gattung, neben welche der Unterschied angesetzt ist.

Aufgabe. Getraide zu 78, 69, 65 und 54 Groschen die Metze, so zu mischen: daß die Metze 66 Groschen gelte?

Setzung.

78		1 Metze	zu 78
69		12 —	zu 69
	66		
65		12 —	zu 65
54		3 —	zu 54
		Sämmtlich 28 Metzen	

Antw. zu 28 Metzen muß man in obigem Fall 1 Metze zu 78, 12 zu 69 u. s. w. nehmen.

Die Prüfung wird wie gewöhnlich gemachet.

Zusatz.

Wenn von **einem** alten Preise mehr Gattungen als **von** andern vorkommen, so muß die Ansetzung des Unterschiedes wiederholet werden.

Aufgabe.

Man hat 15 löthiges, 14, 11, 9 und 8 löthiges Silber; durch Zusammenschmelzung dieser Gattungen will man ein 12 löthiges gewinnen?

Anmerkung. Eine Mark enthält 16 Loth, in Rücksicht der Mark bekömmt das Silber seine Benennung vom fein Gehalte, dieser ist unvermischt. Wenn die Mark Silbers einen Zusatz von 3 Loth eines andern Metalls, z. B. Kupfers hat; so heißt es 13 Löthig; hat das Silber 5 Loth Zusatz, so nennt man es 11 Löthig u. s. w. Der Feingehalt sammt Zusatz machet die Mark aus.

Auflösung der Aufgabe.

			Mark
Löthig 15	1 + 3 + 4 = 8	= $\frac{8}{16}$ × 16 =	8 Mark.
14	1 + 3 + 4 = 8	= $\frac{8}{16}$ × 16 =	8
12			
11	3 + 2	= 5 = $\frac{5}{16}$ × 16 =	5
9	3 + 2	= 5 = $\frac{5}{16}$ × 16 =	5
8	3 + 2	= 5 = $\frac{5}{16}$ × 16 =	5
	31 Lothe.	oder	31 Mark.

Erklärung der Arbeit.

Der Unterschied zwischen 15 (höheres Werthes) und 12 ist = 3; dann zwischen 14 und 12 = 2. Diese 3 + 2 werden neben jede Gattung des geringern Werthes gesetzet; alsdann: unterschied, 11 und 12 = 1; 9 und 12 = 3. 8 und 12 = 4; folglich 1 + 3 + 4, neben jede Gattung des höhern Preises. u. s. w.

Die Ziffer 31 kann als Lothe oder Mark angenommen werden, das heißt: zu 31 Mark müßen 8 Mark von 15 löthigen u. s. w. genommen werden; oder zu 31 Lothe nimmt man 8 Lothe von 15 löthigem Silber u. s. w.

Prüfung.

Die Prüfung kann hier auf zweyerley Art gemacht werden.

I. Wenn man den sämmtlichen Werth der 31 Lothe 12 löthiges Silbers, mit dem sämmtlichen vorigen Werthe der einzelnen Gattungen vergleicht; dieses geschieht wie gewöhnlich.

II. Wenn man den Feingehalt, oder Zusatz der 31 Mark 12 löthiges Silbers, und eben so den Feingehalt oder Zusatz der Mark von einzelnen Gattungen berech-

net. Die beyderseitigen verhältnißmäßigen feingehalte oder Zusätze müßen gleich seyn.

Ausübung.

Wie viel Zusatz z. B. haben 31 Mark 12 löthiges Silber? Antw. Jede Mark hat 4 Lothe Zusatz; folglich haben 31 Mark 31 A 4 = 124 Lothe Zusatzes.

Nun berechne man die übrigen Gattungen.

8 Mark	15 löth.	haben 8 Lothe Zusatz.
8	14	16
5	11	25
5	9	35
5	8	40
	Sämmtlich	124

Hier sieht man daß der Zusatz beyderseits der nämliche ist; folglich ist die Vermischung richtig.

Auflösung der obigen Aufgabe nach erster Art.

Setzung. Löthig					
15	3	2 Mark	6		
14	2	1	2		
12	5		8	Verlust	
11	1	1	1		
9	3	1	3		
8	4	1	4		
	8	6 Mark	8	Gew.	

Hier sieht man, daß man 2 Lothe oder Mark vom 15 Löthigen, und von jeder übrigen Gattung 1 Loth oder Mark nehmen müße, um 6 Lothe oder Mark 12 Löthiges Silber zu erhalten.

Anmerkung. Wenn man die Vermischung nach erster Art berechnet, so kann man die Wahl der Din-

ge, gemäß Vorrathe leichter treffen, indem es oft gleich gilt, von welchem Preise die Ersetzungsziffer genommen wird, wenn nur die Vermischung in gehörigem Verhältnisse geschieht.

Siebenzehnter Abschnitt.

Von den verschiedenen Progressionen.

§. 162.

Wenn eine Zahl um die nämliche Vielheit verhältnißmäßig **zu** oder **abnimmt**; so nennet man dieses eine Progression (Stufenzahle) z. B. 1. 3. 5. 7. wo 1, um 2, stufenweise zunimmt; und: 10. 8. 6. 4. wo die Zahle 10 um 2, stufenweise, abnimmt.

§. 163.

Eine Zahl kann **zu** oder **abnehmen** durch zusammenzählung (Zusatz der **nämlichen** Vielheit) oder Abziehung der nämlichen Vielheit wie man in obigen Beyspielen gesehen hat. Diese nennt man eine Arithmetische Progression.

§. 164.

Wenn sie aber durch Vermehrung oder Eintheilung mit der nämlichen Vielheit, zu- oder abnimmt; so heißt man sie eine Geometrische Progression. Z. B. von 3 angefangen, diese $\times 3 = 9$. diese $9 \times 3 = 27$. als-

dann $27 \times 3 = 81$ u. s. w. Die einzelnen Zahlen der Steigung heißen **Glieder** oder **Sätze**; die Vielheit welche stufenweis zugezählet wird, heißt die Differenz, **(Unterschied)** der Vermehrer heißt der Exponent.

§. 165.

Aufgabe.

Bey einer arithmetischen Progression die Zahle eines bestimmten Gliedes, z. B. die 3te 7te 100te zu finden.

Auflösung.

Man vermehret die gegebene Zahle des Gliedes in der Reihe — 1 durch die Differenz, und zählet das erste Glied zu dem Betrage dieser Vermehrung: das Produkt giebt die gesuchte Zahle.

Beyspiel. Die Steigung soll von der Zahle 13 angefangen, durch Zusammenzählung der Zahl 9 vor sich gehen, wie folget: 13. 22. 31. 40. u. s. w. welche Zahle muß durch diese Steigung im 40sten Gliede vorkommen? man nehme also die Zahl 40 — 1 = 39. Diese 39 durch die Differenz (hier 9) vermehret = 351 + 13. (die Zahl 13 ist hier das erste Glied der Steigung) = 364.. Das 40ste Glied wird also 364 ausmachen. Die Ursache dieses Verfahrens ist: weil die Differenz bey jedem Gliede (das erste ausgenommen) selbstständig einmal genommen wird: folglich muß sie durch die Zahl der Glieder (— 1) vermehret werden. Diesem Produkte muß alsdann das weggelassene 1te Glied zugezählet werden. Aus diesem folget: daß, wenn die Zahlen stufenweise Abnehmen, das wievielte Glied — 1 durch die Differenz vermehret, und von dem ersten Gliede abgezogen, die verlangte Zahle gebe; es sey das obige Beyspiel 40. 31. 22. 13. 4. Die Differenz ist 9; man will wissen wie viel

das 4te Glied ausmache? Antw. 4 — 1 × 9 = 27. Diese 27 vom ersten Gliede 40 abgezogen geben die Zahle 13. u. s. w.

Aufgabe.

Den sämmtlichen Betrag der Glieder von einer arithmetischen steigung zu finden.

Auflösung.

Man zähle das erste und letzte Glied zusammen, und vermehre den Betrag durch die **Hälfte** der **Anzahle** der sämmtlichen Glieder. Dieser letzte Betrag giebt die verlangte Zahle.

Beyspiel. Wie viele Stunden schlägt die Uhr von 1. bis 12?

Setzung.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. das letzte Glied 12 + 1 = 13. Die Hälfte der Anzahl der Glieder (hier 12.) = 6 × 13. = 78.

Anderes Beyspiel.

Es sey die Progression von 17 angefangen mit der Zahl 11 steigend. I. den Betrag des 13ten Gliedes. II. den Betrag der sämmtlichen Glieder zu finden?

Auflösung.

I. 13 — 1 = 12 × Differenz 11 = 132 + 1tes Glied 17 = 149. II. 149 (letztes Glied) + 1tes Glied 17 = 166 × Hälfte von 13. (Anzahl der Glieder) = 1079.

Die Ursache des ersten Verfahrens ist folgende.:

In einer arithmetischen steigung ist die Summe der 2 äussersten Glieder (rechts und links, oder erstes und

letztes) immer die nämliche, und muß die nämliche seyn: dann, so wie die 2te äußerste Zahl rechts, z. B. Um 1 oder um 11 abnimmt, eben so nimmt die 2te äusserste links um 1 z. B. oder um 11 zu; diese **nämlichen Summen** müßen halbmal so viel vorkommen, als Glieder sind, folglich 6 mal wenn 12 Glieder sind; und 6 mal und $\frac{1}{2}$ wenn 13 Glieder sind u. s. w.

Aufgabe.

§. 167.

Wenn eine Zahle immer durch Verdoppelung gestiegen ist: den sämmtlichen Betrag der Glieder zu finden.

Auflösung.

Man nimmt blos den letzten Satz 2 mal, und läßt von diesem Betrage den ersten weg.

Beyspiel. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128 u. s. w.

Das letzte Glied = 128, dieses 2 mal genommen = 256 — 1 = 255.

Anderes Beyspiel.

Erst. Gl. Letz. Glied.

9. 18. 36. 72. 144. 288. u. s. w. Der Betrag sämmtlicher Glieder muß seyn: 288 × 2 = 576. — 9 = 567, dann, wenn man das erste Glied vom letzten abzieht, so ist das was übrig bleibt, der Summe der vorhergehenden Glieder (das erste eingeschlossen) gleich: folglich macht das letzte Glied 2 mal genommen — erstes Glied eben so viel aus, als die sämmtlichen Glieder. Man nehme z. B. von obiger Reihe Glieder, das 4te = 72; von diesem ziehe man das 1te Glied = 9 ab: bleiben 63. Die Zahlen 63 und 72, machen die Summe der sämmtlichen Glieder, oder 72 × 2 = 144 — 9, (erstes Glied.) = 135.

§. 168.

Anmerkung. Bey jeder geometrischen Progression ist folgendes zu beobachten. I. Der Vermehrer (Exponent) deutet an: wie vielmal jedes vorhergehende Glied im folgenden Gliede enthalten ist. II. Wenn man den Exponenten um **eins** und das **vorletzte** Glied um das erste Glied verringert, so deutet der um 1 verringerte Exponent an, wie vielmal alle vorhergehende Glieder, im vorletzten enthalten sind. Folgende Beyspiele werden mehr Licht hierüber verbreiten:

I.		II.	
11		1	
44	Expon. 4	3	
176		9	Exponent 3.
704		27	
2816		81	
		243	

I. Man nehme das dritte Glied im ersten Beyspiel = 176.

Der Exponent 4 deutet an, daß die Zahl 176 im folgenden Gliede 704 viermal enthalten sey. Wenn man nun II. von dem vorletzten Gliede 704 das erste = 11 abzieht = 693, und den Exponenten um 1 weniger annimmt = 3, so deutet dieser um 1 verringerte Exponent 3 an, wie vielmal die sämmtlichen vorhergehenden Glieder im vorletzten (— erstes) enthalten sind. In obigem Beyspiele müssen also die sämmtlichen vorhergehenden Glieder den **dritten Theil** vom vorletzten — erstes ausmachen.

Im II. Beyspiele ist der Exponent = 3; das vorletzte Glied = 81. Zieht man das erste Glied vom vorletzten ab, so bleiben 80, alsdann deutet der um 1 verringerte Exponnet 3 = 2 an, daß die sämmt-

lichen vorhergehenden Glieder die Hälfte vom vorletzten — erstes ausmachen. Nämlich: 27 + 9 + 3 + 1 = 40, diese 40 sind die Hälfte von 80.

Aus diesem erhellet, daß, wenn man das erste, vorletzte und letzte Glied von einer beliebigen geometrischen Progression sammt dem Exponenten kennet, die Summe aller Glieder leicht zu finden sey; man darf nur das vorletzte Glied und das letzte ansetzen, alsdann das vorletzte — erstes Glied, durch den um 1 verringerten Exponenten eintheilen, und das Produkt dieser Eintheilung zu den benennten 2 Gliedern zählen; das Produkt dieser Zusammenzählung giebt die verlangte Zahl.

Auflösung des I. Beyspiels.

704 Vorletztes Glied. Exponent 4.
2816 Letztes Glied.
231 Nämlich 704 — 11 = 693 ÷ 4 — 1 = übrige Glieder.

3751 Summe der sämmtlichen Glieder 1ten Beyspieles.

Auflösung des II. Beyspieles.

81 Vorletztes Glied. Exponent 3.
243 Letztes Glied.
40 Nämlich 81 — 1 = 80 ÷ 3 — 1. Summe der übrigen Glieder.

364 Summe der sämmtlichen Glieder 2ten Beyspieles.

§. 169.

Festgesetzte Art die Summe der Glieder zu finden.

Man ziehe das erste Glied vom letzten ab! die Zahl, so heraus kömmt, wird alsdann durch den um eins verringerten Exponenten eingetheilet: und endlich

wird das Produkt dieser Eintheilung zu dem sämmtlichen letzten Gliede gezählet. Diese Zusammenzählung giebt die verlangte Zahl.

Es sey das obige erste Beyspiel, worinn das erste Glied = 11 das letzte = 2816; der Exponent = 4.

Nach obiger Vorschrift, muß das erste Glied vom letzten abgezogen werden; also: 2816 — 11 = 2805, dann: ÷ 4 — 1 = 935. Endlich: 2816 (letztes sämmtliche Glied) + 935 = 3751.

Die Ursache dieses kürzeren Verfahrens ist folgende: wenn man das erste und letzte Glied sammt dem Exponenten kennet, so findt man leicht die Summe der sämmtlichen Glieder, warum? weil man erstlich durch den Exponenten das vorletzte Glied findet. Man behalte das erste Beyspiel, worinn der Exponent 4 ist; das vorletzte Glied muß der vierte Theil vom letzten seyn. Wie findt man die Summe der übrigen Glieder? Antw. Die Eintheilung des vorletzten Gliedes durch den Exponenten — 1 = 3 giebt diese Summe. Die Zusammenzählung dieser 3 Zahlen muß den Betrag aller Glieder geben. Nun frage man weiter; wenn das vorletzte Glied in obigem Beyspiele der vierte Theil vom letzten Gliede ist, und die Summe der übrigen Glieder den dritten Theil von dem vorletzten Gliede ausmachet: welchem Theil vom letzten Gliede wird eben jene Summe ausmachen? Antw. Den dritten Theil vom vierten Theile = $\frac{1}{12}$. Also müssen der vierte Theil und zwölfte Theil vom letzten Gliede genommen werden. Dieses kann durch Eine Eintheilung geschehen, nämlich durch die Eintheilung mit 3, weil $\frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$. Eben so verhält sichs mit allen beliebigen Progressionen.

Bey einer geometrischen Progression findt man die Summe aller Glieder noch auf folgende Art: Man ver-

mehret nämlich das erste Glied durch es selbst; dann das letzte, durch das zweyte Glied: Von dem Betrage dieser zweyten Vermehrung wird jener der ersten abgezogen, und was übrig bleibt, wird endlich durch den Unterschied der zwey ersten Glieder eingetheilet. Das Produkt dieser Eintheilung giebt die gesuchte Zahl.

Beyspiel. Es seye die Progression durch 4 von 7. angefangen, nämlich: 7. 28. 112. 448. u. s. w.

Das erste Glied $7 \times 7 = 49$.

Das letzte durch das zweyte: $448 \times 28 = 12544$
diese $12544 - 49 = 12495$.

Unterschied der 2 ersten Glieder (7 von 28) $= 21$.

Endlich $12495 \div 21 = 595$.

Das nämliche Beyspiel auf erstere Art bearbeitet.

Das letzte Glied — erstes $= 441$
Das Produkt $441 \div 3 = 147$
Das erste Glied zu diesen 7
595

Von den Verbindungsstufen.

Mehrere Dinge lassen sich in einziger, oder verschiedener Ordnung mit einander verbinden. Man nehme z. B. die zween Buchstaben, a b. Diese können in nämlicher Ordnung nur einmal angesetzet werden, in verschiedener Ordnung zweymal; nämlich auf folgende Art: a b b a. Hier ist die Rede von Verbindungen ohne Rücksicht auf die Ordnung.

3 Buchstaben können nur auf 6 verschiedene Arten angesetzt werden; 4 Buchstaben auf 24 Arten u. s. w. Die Vielheit der möglichen Verbindungen mehrerer Dinge steigt in folgendem Maaße.

Anzahl der Dinge. Anzahl der mögl. Verbindungen.
1 Ding kann nur auf eine Art gesetzet werden = 1 × 1
2 Dinge können nur auf 2erley Arten ges. werden = 1 × 2
3 — — — 6erley — = 1 × 2 × 3 = 6
4 — — — 24 — = 1 × 2 × 3 × 4 = 24.

Eben so verhält sich's mit einer beliebigen Anzahl von Dingen z. B. 7. davon die Progression wäre: 1 × 2 × 3 × 4 × 5 × 6 × 7 = 5040 Arten der Verbindung.

Zusatz.

Bey Verbindung mehrerer Dinge, kann ein Ding zweymal vorkommen. Z. B. bey den 3 Buchstaben a a b. Diese könnten nur auf 3 Arten angesetzet werden.

Die Verschiedenheit der Ansetzung bey 4 Buchstaben, worunter 2 nämliche; gienge nur bis 12; bey 5 Buchstaben gienge sie nur bis 60 u. s. w.

Kömmt ein nämliches Ding unter **Vieren** dreymal vor; so kommen nur 4 Arten der Setzungen heraus.

Wenn aber bey 5 Dingen eines zweymal, das andere dreymal vorkömmt z. B. a a b b b; so wäre die Vielheit der Verbindungen nur = 10.

In dergleichen Fällen findt man die Vielheit aller möglichen Verbindungen auf folgende Art:

I. Wenn bey mehreren Dingen **eines** mehrmal vorkömmt; so müssen 2 Arbeiten vorgenommen werden. Erstens: Man nimmt die Dinge als ganz verschieden an, und berechnet die Progression der Verbindungen, wie oben angezeiget worden.

2te Arbeit. Eben so verfährt man mit der Anzahl der **nämlichen** Dinge; und theilet durch dieses Pro-

dukt jenes der ersten Progression ein; was heraus kömmt ist die verlangte Zahle.

Beyspiel. a a b c d, diese 5 Dinge können, als ganz verschieden betrachtet, auf 120 Arten angesetzet werden; nämlich: $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$.

Nun nehme man die 2 Dinge, so die nämlichen sind (a a) diese geben als verschieden betrachtet, die Progression, $= 2$ (1×2) durch diese 2 Theile man endlich die Zahl 120 ein $= 60$. Die 5 obigen Buchstaben können also nur auf 60 Arten angesetzet werden.

II. In einer gegebenen Anzahl von Dingen die man verbinden will, kann ein Ding zweymal, das andere dreymal vorkommen z. B. a a b b b; um die Anzahl der möglichen Verbindungen zu finden, suchet man zuerst jene mit angenommenen ganz verschiedenen Dingen $=$ 120. Alsdann suchet man die Progression von 2 Dingen, und endlich jene von 3 Dingen: diese gefundenen Zahlen werden durcheinander vermehret, und mit dem Produkte dieser Vermehrung wird die Progression der 5 als **verschieden** angenommenen Dinge eingetheilet.

Ausübung.

Die Progression von $2 = 2$; jene von $3 = 6$ alsdann $2 \times 6 = 12$, endlich $120 \div 12 = 10$. Die 5 obigen Buchstaben konnten also nur auf 10 Arten mit einander verbunden werden.

Aufgabe.

Sechs Personen speisen bey einem Freunde. Vor der Tafel entsteht ein Höflichkeitsstreit über die Plätze. Der Freund bittet die Gäste, sich in der Ordnung in der sie sind, an Tisch zu setzen; doch unter der Bedingniß, daß sie mit Aenderung der Plätze wechselseitig bey einander speisen möchten, bis alle mögliche Ord-

nungen im sitzen erschöpfet wären: Wie viele Mahlzeiten müßten gegeben werden?

Antwort. Die sechs Personen müßten über ein Jahr und 11 Monate abwechselnd bey einander Speisen.

Aufgabe.

Zu finden, wie vielmal 90 Zahlen (von 1 bis 90) zu 2, 3, 4, u. s. w. sich unter einander verbinden lassen?

Auflösung.

Man nehme erstlich in abnehmender arithmetischen Progression so viele Glieder, vom letzten angefangen, als man Zahlen verbinden will, und vermehre sie mit einander: alsdann nehme man eben so viele Glieder in zunehmender Progression, und vermehre sie auf gleiche Art, um das Produkt der Vermehrung der Glieder in abnehmender Progression, durch jenes der vermehrten zunehmenden Glieder einzutheilen. Durch diese Eintheilung findt man die verlangte Zahle. Z. B. man will wissen, wie vielmal sich die 90 Zahlen zu 2 verbinden lassen? I. Die zwo Zahlen in abnehmendern Progression sind: 90, 89. Diese durch einander vermehret geben: 8010. II. In zunehmender Progression hat man: 1, 2. Diese durch einander vermehrt geben: $1 \times 2 = 2$. III. $8010 \div 2 = 4005$; also lassen sich 90 Zahlen zu 2, 4005mal verbinden; wie vielmal zu dreyen? Antwort. $90 \times 89 \times 88 = 704880$ $(\div 1 \times 2 \times 3 = 6) = 117480$, d. h. in 90 Zahlen sind: 117480 sogenannte Terni. Wie viele sind in 11 Zahlen? Antwort. $11 \times 10 \times 9 = 990 \div 6 = 165$. Wie vielmal lassen sich 11 Zahlen zu 4 unter einander verbinden? Antwort. $11 \times 10 \times 9 \times 8 = 7920 \div (1 \times 2 \times 3 \times 4)\ 24 = 330$ u. s. w.

Zweyte Abtheilung.

Erster Abschnitt.

Von den Viereck- und Würfel-Rechnungen.

§. 1.

Obschon diese Rechnungen der Feldmessung, und anderen höhern Künsten geeignet scheinen; so sind doch die ersten auch bey Vergolder- und Maler-Arbeiten gebräuchlich; und beyde müssen Zimmerleuten und Steinmetzen bekannt seyn.

Von den Viereck (Quadrat) Rechnungen.

§. 2.

Durch diese sucht man den Flächeninhalt eines Körpers, den bestimmte Linien begränzen z. B. eines Viereckes, Dreyeckes oder Kreises. Von diesen dreyen ist eigentlich die Rede hier.

Berechnung des Flächeninhaltes von einem gleichseitigen, und länglichten Vierecke.

§. 3.

Ein **solches Viereck** bestehet aus zwoen senkrechten und zwoen gleichlaufenden Linien. Eine senkrechte oder lothrechte Linie ist jene, die auf einer andern so gerade aufsteht, daß sie sich auf keine Seite neige. **Gleichlaufende Linien** sind gerade Linien, die nach allen ihren Punkten immer voneinander gleich entfernt bleiben. Die **senkrechte** Linie bestimmt die Höhe. Die **gleichlaufende** bestimmt die Länge oder Breite des Viereckes. Um den Inhalt seiner Fläche zu kennen, vermehret man die Höhe durch die Breite.

§. 4.

Die Berechnung der Vierecke geschieht also blos durch die Vermehrung; nur muß man mit den verschiedenen Maaßen wohl bekannt seyn. Die gemeiniglich vorkommenden sind folgende: Klaftern, Fuße, Zolle.

Eine Klafter enthält 6 gemeine Fuß.
Ein Fuß enthält 12 gemeine Zoll.
Ein Zoll kann in 12 Striche; jeder Strich in 12 Dipfchen oder Punkte eingetheilet werden. Diese, nämlich Striche und Dipfchen, sind aber in gemeinen Rechnungen selten gebräuchlich.

§. 5.

Ein Viereck (Quadrat) Klafter enthält 6 Viereck, (Gevierte) oder Kreuzfuß, d. i. 36 Fuß. Ein Viereckfuß enthält 12 Viereckzoll, (deren jeder 12 gemeine Zolle macht) folglich: 144. Diese × 36 geben 5184 Zoll = 1 Viereckklafter.

§. 6.

Die angenommene Art diese Maaße zu schreiben ist folgende: Das **Zeichen** ° auf der **Zahle** bedeutet Klafter; ein **Strich** über der Zahle bedeutet Fuß; zwey Strich: Zolle. Um die Striche (Linien) anzudeuten, könnte man 3 Striche; für die Dipfchen 4 Striche anwenden. Beyspiel.

3° 4′ 3″ d. i. 3 Kl., 4 Fuß, 3 Zoll.
5°□ 5′□ 11″□ d. i. 5 Viereckklafter, 5 Viereckfuß, u. s. w.

§. 7.

Es sey ein gleichseitiges Viereck von 4 Klaftern in der Höhe, und folglich 4 Klaftern in der Breite; wie viel Viereck (Quadrat) Klafter enthält es? Antwort. $4 \times 4 = 16$ □ Klafter (Quadrat Klaftern).

Die Ursache ist: weil bey der ersten Klafter in der Höhe, (diese eingerechnet) 4 Klaftern in der Breite vorkommen; bey der zweyten Klafter aufwärts kommen abermal 4 in der Breite vor. Dies geschieht 4mal: also enthält obiges Viereck 16 □ Klafter. Man besehe Fig. I.

§. 8.

Es sey das das länglichte Viereck von 7 Klaftern in der Höhe, und 5 Klaftern in der Breite. Wie viel enthält es □ Klaftern? Antw. $7 \times 5 = 35$ □ Kl. die Ursache ist die nämliche wie oben.

§. 154.

Ein Viereck läßt sich in zwey gleiche Dreyecke eintheilen; folglich muß alsdann jedes dieser Dreyecke die Hälfte des Viereckes ausmachen. Wenn man also den

Inhalt des Vierecks kennet, so kann man leicht den Inhalt eines der Dreyecke wissen; und umgewendet, jenen des Viereckes, wenn man eines der beyden Dreyecke kennet.

§. 10.

Aus diesem folget, daß man den Inhalt eines abgesönderten Dreyecks erforschen könne, wenn man es in ein Viereck einschließt: man darf nur alsdann das Viereck berechnen, und die Hälfte des Produktes nehmen, welche Hälfte alsdann den richtigen Inhalt des Dreyeckes giebt. Fig. II.

§. 11.

Diese Einschliessung braucht man nicht zu vollführen. Man kann das Dreyeck gleich als ein Viereck behandeln, indem man seine Höhe durch seine Breite vermehret, und alsdenn die Hälfte des Produktes von dieser Vermehrung nimmt. Die Höhe des Dreyeckes ist die senkrechte Linie, die auf der Grundlinie ruhet, und bis an die Spitze des Winkels reicht. Die Breite des Dreyeckes ist eben diese Grundlinie. Bey einem recht winklichten Dreyecke ist seine Höhe sichtbar: nämlich die senkrechte Linie die es zum recht winklichten machet. Bey einem andern Dreyecke wird sie von der Spitze des Winkels an, bis auf die Grundlinie gezogen.

§. 12.

Wenn man ein Viereck in zwey Dreyecke theilen kann, so muß man ein **Vieleck** (welches mehr als 4 Seiten hat) in mehrere Dreyecke eintheilen können. Alsdann müßten diese Dreyecke einzeln ausgerechnet und zusammengezählet werden, um den Inhalt des Vieleckes zu bestimmen. Jede Seite des Vieleckes nämlich gäbe die Grundlinie des kleinen Dreyeckes ab u. s. w.

Berechnung des Flächeninhaltes von einem Kreise.

§. 13.

Man nennet **Kreis** eine krumme Linie, die einen Mittelpunkt so umläuft, daß alle ihre Theile in gleicher Entfernung von diesem Mittelpunkte bleiben. Die gerade Linie, welche durch den Mittelpunkt gezogen, den Kreis in zween gleiche Theile absöndert, heißt **Durchmesser.** Die Hälfte dieser Linie nennet man Halbmesser.

§. 14.

Man kann ein Viereck, und eben so ein Vieleck, z. B. ein Sechseck, in einen Kreis einschliessen. Man besichtige die Figuren III und IV. Je mehr das im Kreise eingeschlossene Vieleck Seiten bekömmt, je mehr nähert es sich dem Umfange des Kreises, und man könnte die Zahle der kleinen Seiten des Vieleckes so verdoppeln, daß zwischen dem Vielecke und dem Kreise ein unmerkbarer Unterschied bliebe. Dieses Vieleck müßte alsdenn in seine kleine Dreyecke zergliedert werden; und die kleinen Seiten des Vieleckes gäben die Grundlinien der kleinen Dreyecke ab, deren Höhen durch die senkrechten Linien bestimmet würden. Diese senkrechten Linien würden alle im Mittelpunkte des Kreises zusammen treffen, und wären alle (bis auf einen unmerkbaren Unterschied) zugleich Halbmesser vom Kreise. Um sich dessen mehr zu überzeugen, behalte man die Figur V vor Augen.

§. 15.

Aus allem diesem erhellet, daß der Umfang des Kreises alle kleinen Seiten des Vieleckes, das ist, alle kleinen Grundlinien der eingeschlossenen Dreyecke enthalte. Kennete man nun den Umfang eines Kreises, so

dürfte man ihn nur durch die Höhe der Dreyecke, welche bey allen die nämliche ist, nämlich, den Halbmesser des Kreises, vermehren, und das Produkt halbiren; oder man könnte den Umfang des Kreises durch den vierten Theil des Durchmessers vermehren. Der Betrag der Vermehrung wäre der Inhalt der Kreisfläche, d. h. mit aller möglichen Näherung, die aber zu dergleichen Arbeiten hinlänglich ist.

Anmerkung.

§. 16.

Diese Gründe mußten hier angeführt werden, um dem Schüler eine so viel als möglich befriedigende Erläuterung des Verfahrens bey der Viereckrechnung zu geben. Jedermann wird sich unterdessen die blosse Vorschrift zur Berechnung des Kreisinhaltes merken können, nämlich: die Vermehrung des Umfangs durch den vierten Theil des Durchmessers.

Wenn ein Kreis 22 Fusse im Umfange hat, so wird gemeiniglich angenommen, daß sein Durchmesser = 7 Fuß ist. Andere nehmen den Durchmesser = 100 für einen Umfang von 314 Fuß. Beyde Annahmen sind auf einen fast unmerkbaren Unterschied unrichtig. Die erste giebt etwas gar geringes zu viel, die andere etwas unmerkbares zu wenig. Beyde geben also der Berechnung nur eine unmerkbare Unrichtigkeit.

§. 17.

Aufgabe. Den Umfang einer Kreisfläche zu finden, wenn der Durchmesser = $19\frac{1}{2}$ Fuß?

Auflösung nach erster Annahme.

$\frac{22}{7} \times 19\frac{1}{2} = \frac{858}{14} = 61\frac{2}{7}$.

Der Umfang hätte folglich $61\frac{2}{7}$ Fuß.

§. 18.

Aufgabe. Den Inhalt des Kreises zu finden, dessen Umfang = $61\frac{1}{7}$.

Auflösung. Man nehme den vierten Theil vom Durchmesser, nämlich: 4te Theil von $19\frac{1}{2}$.

$19\frac{1}{2} = \frac{39}{2}$ davon der vierte Theil = $\frac{39}{8}$.

Alsdann werden $61\frac{1}{7}$ Fuß durch $\frac{39}{8}$ vermehret.

I. $61\frac{1}{7}$ Fuß = $\frac{429}{7}$ Fuß; dann $\frac{429}{7} \times \frac{39}{8}$.

Fernere Ausübung.

429
39
3861
1287
16731 | 56 (7 × 8)
553 | 298 $\frac{43}{56}$
491
43

Also wäre der Fläche-Inhalt obiges Kreises = $298\frac{43}{56}$ □ Fuß.

Fernere Erklärung der Viereckrechnung.

§ 19.

Wenn die Höhe und Breite eines □ nur Kl. allein oder nur Fuß, oder Zoll allein betragen, alsdann ist die Berechnung leicht. Wenn sie aber Klafter, Fuß und Zolle zugleich betragen, alsdann müßte man beyderseits die Klafter zu Fuß und Zollen machen, und dann vermehren, wie gewöhnlich.

Es sey eine länglicht viereckigte Wand von 1° 5′ 2″ in der Höhe; und 2° 1′ 3″ in der Breite. Wie viel mißt sie in allem?

Auflösung. Höhe: 1° = 6′ + 5′ = 11′. Diese durch 12″ vermehret, = 132″ + 2″ = 134″

Breite: 2° = 12′ + 1 = 13′ × 12″ = 156″ × 3″ = 159″.

Folglich 134″ Höhe.
× 159″ Breite.

1206
670
134

= 21306″ □ die ganze Fläche beträgt 21306″ □

Wie viele Zolle werden auf ein □ Kl. gerechnet?

Antw. 5184, weil 1° □ = 36′, deren jeder 144 Zolle enthält; folglich: 21306″ ÷ 5184″.

Ausübung.

21306″ | 5184
—570 | 4° bleiben: $\frac{570}{5184}$ Kl, jede Kl. = 6′
× 6

3420
× 12
6840

Diese können nicht eingetheilet werden: folglich wird die Zahle durch 12 vermehret, und der Betrag giebt Zolle.

3420
41040 | 5184
4752 | 7″

Also beträgt die sämmtliche Fläche 4° 7″ $\frac{4752}{5184}$ = $\frac{11}{12}$″

Anmerkung.

§. 20.

Wenn man blos Klaftern und Fuß durch Klafter und Fuß zu vermehren hätte; so müßte man die Klaftern beyderseits blos zu Fuß machen, und den Betrag der Vermehrung alsdann durch 36 eintheilen, weil $36' = 1° \square$

Kürzere Art ähnlicher Vermehrungen.

§. 21.

Um die Vierecke ohne Auflösung der Klafter in Fuß und Zoll zu berechnen, kann man sich folgender Vortheile bedienen, nämlich:

Klafter	×	Fuß	=	□ Fuß.
Klafter	×	Zoll	=	□ Zoll.
Fuß	×	Fuß	=	6tel □ Fuß.
Fuß	×	Zoll	=	6tel □ Zoll.
Zoll	×	Zoll	=	72tel □ Zoll.

I. Wenn man Klaftern durch Fuß vermehret, so bekömmt man □ Fuß, weil die Fuß sechstel Klafter sind. Beyspiel: $3° \times 5' = 3° \times \frac{5}{6}° = \frac{15}{6}$ Klafter oder 15′, weil jeder sechste Theil einer Kl. = 1 Fuß.

II. Wenn man Klafter durch Zolle vermehret, so giebt das Produkt □ Zolle, weil 1 Zoll = $\frac{1}{72}$ Kl. Das Produkt muß also 72tel Klafter oder Zolle geben. Beyspiel: $4° \times 11''$, ist eben so viel als: $\frac{4}{1}° \times \frac{11}{72}°$ oder 44 Zoll, weil jedes 72tel Klafter einen Zoll giebt.

III. Fuße durch Fuße vermehret geben sechstel □ Fuße, weil 6 gemeine Fuß = 1 □ Fuß. Beyspiel: $4' \times 5' = 20'$, deren 6 einen □ Fuß machen, folglich geben $4' \times 5'$ nur $3' \frac{1}{3}. \square$, nämlich: $\frac{2}{6}$ Fuß.

IV. Fuß durch Zoll vermehrt geben sechstel □ Zoll. Beyspiel: $5' \times 6''$ ist eben so viel als: $\frac{5}{6}^{\circ} \times \frac{6}{72}^{\circ}$, hier müßte der Zähler 5 durch den Zähler 6 vermehret werden; das Produkt wäre = 30, und gäbe den Zähler von einem Bruche □ Klafter, welcher Zähler ferner durch 72 □ Zoll = 1 □ Klafter vermehret werden müßte; endlich müßte der Nenner 6 durch den Nenner 72 (diese Nenner müssen immer 6 und 72 seyn) vermehret werden: man lasse also die Vermehrung durch 72 beyderseits weg, weil die Eintheilung wieder durch 72 geschehen müßte, und dann bleiben nur die Zahlen $\frac{5 \times 6}{6}$ d. i. $\frac{30}{6}$tel Zoll □ = 5″. Dieses kann man ferner durch die längere Art prüfen.

V. Endlich Zolle × Zolle geben 72tel Zolle; also geben z. B. $3'' \times 3''$ den Betrag $\frac{9}{72} = \frac{1}{8}$ Zoll; weil nämlich die gemeinen Zolle in Rücksicht der gemeinen Kl. nur 72tel Zolle sind; dann 1 Kl. = 6 Fuß; 1 Fuß = 12 Zoll, folglich 1 Kl. = 72 gemeine Zolle; und eine Viereckklafter = 72 × 72 = 5184 gemeine Zolle.

Aufgabe. Es sey das länglichte Viereck: $5^{\circ}\ 5'\ 3''$ Höhe; $6^{\circ}\ 3'\ 11''$ Breite. Wie viel Kl. enthält es?

Auflösung nach obiger Vorschrift.

					5°	5′	3″			
					× 6	3	11			
					30					
6° ×	5′	=	30′	= 5	5					
6 ×	3	=	18	= 1′ 6″		1	6			
5 ×	3	=			2	3				
5 ×	3	=				2	6			
3 ×	3	=					1	1/6		
5 ×	11	=				4	7			
5 ×	11	=					9	1/6		
3 ×	11	=						3/12		
					39°	0	6″	1/8		

Das ganze Viereck enthält also: 39 Kl. 6 Zoll 1/8.

Prüfung.

§. 22.

Um dergleichen Arbeiten zu prüfen, muß man den Viereck-Betrag durch die Höhe oder Breite eintheilen: wird er durch die Höhe eingetheilet, so muß die Breite herauskommen; theilet man ihn durch die Breite ein; so muß die Höhe herauskommen.

Aufgabe. Obige Arbeit zu prüfen: wenn man ein Viereck von 39° 6 1/8″ hat, und die Höhe davon weis, welche ist seine Breite?

Auflösung. In obigem Falle ist die Höhe 5° 5′ 3″. Diese in Zolle aufgelöst giebt 423″: nun muß das ganze □ ebenfalls in Zolle aufgelöset werden: 39° 6 1/8″, wie viel Zolle? Antwort. 39° 5″ = 2814″, diese müssen zu 8tel Zolle gemacht werden, um 1/8″ (welches das □ noch darüber enthält) dazu zählen zu können; also 2814″ × 8 = 22512/8 + 1/8 = 22513/8.

Diese müssen durch 423″ (Ganze) eingetheilet werden. Folglich 423″ × 8 = $\frac{3384}{8}$ beyderseits den Nenner weggelassen.

Setzung.

$$
\begin{array}{r|l}
22513 & 3384 \\ \hline
2209 & 6^\circ \\
\times \quad 6 & \\ \hline
13254 & 3384 \\ \hline
3102 & 3' \\
\times \quad 12 & \\ \hline
37224 & 3384 \\ \hline
3384 & 11'' \\ \hline
\cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot &
\end{array}
$$

Die Breite ist also = 6° 3′ 11″, welche der in erster Aufgabe angegebenen gleich ist; folglich war die Arbeit richtig. Diese Arbeit könnte noch durch die längere Art geprüfet werden.

Um die Berechnung eines gleichseitigen Viereckes zu prüfen, muß die Viereck-Wurzel ausgezogen werden. Von Auszug der Viereck-Wurzel wird weiter unten gehandelt.

Von Würfel-Rechnungen.

§. 23.

Wenn man eine Zahle durch sich selbst, und den Betrag dieser Vermehrung wieder durch erste Zahl vermehrt; so entsteht eine Würfel- oder Cubiczahle. Der Vermehrer, durch welchen das Viereck entstanden ist, heißt Viereck- oder Quadratwurzel. In Rücksicht des Würfels, nennet man diesen Vermehrer die Würfel- oder Cubicwurzel. Ein Körper der 12′ hoch, 12′

breit, und 12′ tief oder dick wäre, hätte also in allem, 12 × 12 × 12 = 1728 Würfelfuß. Eine Würfelartige Rechnung ist auch jene, durch welche man die Zahl aller Maaßtheile eines Körpes suchen würde, dessen angegebene Höhe und Breite von der Tiefe unterschieden sind, z. B. ein Körper der 13′ lang, 4′ breit und 7′ dick oder tief ist, enthält 13 × 4 × 7 = 364′ in der Dichtheit.

§. 24.

Die Ursache, warum eine Fläche die 12′ breit und eben soviel lang ist, in allem 12 mal 12 oder 144′ messe, ist schon gegeben worden. Wenn nun ein Körper von einer solchen Oberfläche, auch 12′ dick ist, so läßt sich leicht begreifen, daß bey jedem dieser oberflächlichen 144′, mit Einschluße dessen, 12′ in der Tiefe des Körpers vorkommen, welches 12mal geschieht; folglich hat dieser Körper 12mal 144′ = 1728.

§. 25.

Wenn eine Zahl Ganze und Brüche enthält, so wird sie durch Vermehrung der Ganzen und Brüche wie gewöhnlich zum Würfel erhoben.

Beyspiel.

$9\frac{1}{4}$ Fuß.
× $9\frac{1}{4}$ Wurzel des folgenden.

81
2 $\frac{1}{4}$
2 $\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$ Betrag der Vermehrung $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$

$85\frac{9}{16}$ Oberfläche oder □
× $9\frac{1}{4}$ Wurzel des folgenden Würfels

765
$5\frac{1}{16}$ Vermehrung $9 \times \frac{9}{16}$
21 $\frac{1}{4}$ Vermehrung $85 \times \frac{1}{4}$
$\frac{9}{64}$ Vermehrung $\frac{9}{16} \times \frac{1}{4}$

$791\frac{29}{64}$ Würfel oder Cub.

D. i. ein Körper der 9′ 3″ hoch, 9′ 3″ breit, und 9′ 3″ tief wäre, hätte im ganzen $791\frac{29}{64}$′.

Ein Körper der $\frac{3}{4}$′ (oder 9 Zoll) hoch, und $\frac{3}{4}$′ breit wäre, hatte eine Oberfläche von $\frac{9}{16}$′; sein Würfel wäre $= \frac{9}{16}' \times \frac{3}{4}' = \frac{27}{64}$ Cubicfuß.

Anmerkung.

§. 26.

Die Viereckzahle eines Bruches entsteht durch die Vermehrung der Zähler durch Zähler; dann der Nenner durch Nenner. Beyspiel, $\frac{3}{4}' \times \frac{3}{4}' = \frac{9}{16}'$. $\frac{3}{4}$ gemeine Fuß $= 9$ gemeine Zoll. Der Zähler 3 wird nämlich durch 12 Zolle vermehret, weil 1 Fuß $= 12$ Zoll; das Produkt wird durch den Nenner 4 eingetheilet. $\frac{9}{16}'$ (gevierte Fuß) $= 81''$. Der Zähler 9 wird nämlich durch 144 vermehret, weil ($1' = 144''$) und das Produkt wird durch den Nenner 16 eingetheilet.

§. 27.

Wenn eine Zahl Klaftern, Fuß und Zolle enthält, so wird sie gemäß Vorschrift für die Viereckrechnung, erstlich zum □; dann zum Würfel erhoben.

Aufgabe. Den Würfel eines Körpers zu finden, der 3° 2′ lang, 4° 3′ breit, und 2° 6″ tief wäre.

Auflösung.

3° 2′ lang
× 4 3 breit

12
1 2 Betrag der 2′ durch 4°
1 3 —— der 3° durch 3′
1 —— der 2′ durch 3′

15° ′
× 2 6″ tiefe

30
1 1 6 | Betrag der 15° × 6″ = 90″
| = 1° 1′ 6″

Würfel 31. 1. 6.

Wurzel-Täfelchen.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	Wurzelzahl.
1	4	9	16	25	36	49	64	81	Viereckzahl.
1	8	27	64	125	216	343	512	729	Würfelzahl.

Von Ausziehung der Viereck- und Würfel-Wurzeln.

§. 28.

Jedes Viereck ist durch die Vermehrung entstanden. Jeden Betrag der Vermehrung muß man durch die **Eintheilung** auflösen können. Den Betrag einer gemeinen Vermehrung löset man leicht auf, weil eine der zwoen Zahlen, die durcheinander vermehret den Betrag geben, bekannt ist. Bey einer gegebenen Viereckzahle ist der Vermehrer unbekannt; man weiß aber, daß bey Bildung des Viereckes der Vermehrer zweymal vorkommt, weil er durch sich selbst vermehret das Viereck giebt; dies muß hinlänglich seyn, wie aus folgenden Beobachtungen zu ersehen ist.

§. 29.

Ein Viereck kann aus einer, oder mehreren Ziffern bestehen; bestehet es aus 1 bis 2 Ziffern, so findt man seine Wurzel im Wurzeltäfelchen, und diese Wurzel gehet im Falle der 2 Ziffern nicht höher als 9 (die Wurzel 10 würde schon ein Viereck von 3 Ziffern gegeben) also ist bey einem Vierecke von 1 bis 2 Ziffern, die Wurzel leicht zu finden, und sie kann nur aus **Einern** bestehen.

§. 30.

Wenn die Wurzel **Zehner** andeutet, und folglich aus 2 Ziffern bestehet; so muß ihr Viereck aus 3 bis 4, nie aus mehr Ziffern bestehen, weil die höchste Zahle von bloßen Zehnern = 90, welche im Vierecke die Zahle 8100 giebt, worinn nur 4 Ziffern vorkommen. Nähme man sogar noch 9 **Einer** zu der Zahle 90 = 99; so gäbe diese Wurzel doch nur 4 Ziffer im Vierecke. Folglich können 4 Ziffern nicht mehr, als

blos **Zehner**, oder **Zehner** sammt **Einern** zur Wurzelzahle haben.

§. 31.

Wenn die Wurzel **hunderte** enthalten sollte, so müssen wieder nur 5 bis 6, nie mehr Ziffern im Viereckе davon seyn. Eben so verhält sichs mit tausenden, in der Wurzel, wovon das Viereck 7 bis 8, nie mehr, Ziffern haben kann u. s. w. Um also zu wissen wie viele Ziffern durch Auszug der Wurzel kommen müssen, darf man nur das gegebene Viereck von der rechten zur linken in Klassen abtheilen, deren jede 2 Ziffern enthalte; die letzte Klasse links kann aber auch nur ein Ziffer enthalten z. B.

3'97'65 muß Hunderter zur Wurzel haben.

§. 32.

Fernere Erklärung sammt auszug der Viereckwurzel. (V Man gewöhne sich auch noch der Kürze halber an dieses Zeichen.)

Es sey die Viereckzahle 8'41 in Abtheilungen eingetheilet.

I. Die V der ersten Abtheilung links (hier 8) muß Zehner Bedeuten, weil die ganze Viereckzahl 841 Hunderter bedeutet. Um die Anzahl dieser Zehner zu finden, sucht man das der ersten Abtheilung nächstkommende Viereck in der Wurzeltafel, und setzet die darüber stehende V als Betrag der Ausziehung an; das Viereck selbst aber wird von der Abtheilung abgezogen: dieses Viereck ist = 4, dessen V 2 Zehner = 20; 4 von 8 genommen, = 4. Neben dieses übrige, wird die rechts folgende Abtheilung 41 herabgerücket (es verstehet sich, daß man diese Abtheilung, wenn auch nichts

übrig bliebe, herabrücken mußte) hier kömmt also die Viereckzahle 441 vor.

II. Jede frisch herabgerückte Abtheilung, kann die doppelt genommene sämmtliche Wurzel der vorhergehenden Abtheilungen, **ein** bis **neunmal**, sammt dem Viereckе dieses **ein**- oder **neunfachen** Betrages enthalten; wenn sie dieses alles nicht enthält, so ist sie in Rücksicht der schon gefundenen V, keine vollkommene Viereckzahle, und es müßte ihr eine frische Abtheilung zur Seite herabgerücket werden. Weil aber die folgenden Abtheilungen mehrere ° oder geringe Ziffern enthalten können, so muß die Herabrückung einer frischen Abtheilung, so oft als es nöthig ist, wiederholet werden, so daß man bey jeder nicht hinreichenden herabgerückten Zahle ein ° als Wurzel Betrag ansetze.

Fortsetzung des zweyten Lehrsatzes.

Ob und wie vielmal die doppelt genommene sämmtliche Wurzel in der frischen Abtheilung enthalten sey, findt man durch die Eintheilung; man theilet nämlich die frische Viereckzahle durch diese doppelte sämmtliche V ein: Der Betrag wird als gefundene V angeschrieben. Das übrige geschieht wie bey der gemeinen Eintheilung; der V Betrag der Eintheilung wird nämlich durch den Theiler vermehret, und von der Viereckzahle abgezogen. Endlich wird von dem was übrig geblieben, die letztgefundene einfache V (nicht sämmtlicher Wurzelbetrag wie bey der Eintheilung geschieht) zum Vierecke erhoben und abgezogen.

Im obigen Beyspiele war die sämmtliche Zahle = 441. Die Wurzel war = 2 Zehner oder 20, diese 2mal genommen = 40. Nun frage man, Wie vielmal 40 in 441 enthalten sind? gemäß zweytem Lehrsatze können 40 hier in 441 nicht zehnmal enthalten

seyn; dann 40mal 10 = 400; nun müßte auch noch das Viereck von 10 genommen werden = 100 und diese 100 müßten noch über 400 in der Viereckzahle 441 enthalten seyn, nämlich 400 + 100 = 500. Diese sind in 441 nicht enthalten, 40mal 10 können also hier nur 9mal enthalten seyn. Man ziehe endlich ab, wie folget: 9mal 40 = 360; wenn diese von 441 abgezogen werden, so bleiben 81; alsdann die gevierte Wurzel 9 = 81. von obigen 81: bleibt nichts; folglich war die Wurzel von 841 = 29, diese V 29 × 29 giebt zur Prüfung das Viereck 841.

§. 33.

Wiederholte Vorschrift zur Ausziehung der V. Wenn man das nächst kommende Viereck von der ersten Abtheilung links abgezogen, und dessen V angesetzet hat; so kommen bey jeder folgenden herabgerückten frischen Abtheilung zwo Hauptarbeiten vor:

I. Theilet man die Viereckzahle durch die zweymal genommene sämmtliche Wurzel ein, setzet den Betrag der Eintheilung an, und verfährt übrigens wie bei der gemeinen Eintheilung: das heißt der Theiler wird durch den Betrag vermehret, und was herauskömmt wird abgezogen.

II. Nimmt man das Viereck der letztgefundenen einfachen Wurzel, (das heißt nur die letztgefundene Wurzelziffer) und zieht dieses kleine Viereck ebenfalls von der obigen Zahle ab.

Um noch mehr Einsicht zu gewinnen, kann man ein Viereck mit zergliederten Zahlen bilden, wie folget:

Es sey die obige Wurzel 29, oder 20 + 9 × 20 + 9.

Arbeit.	20 × 20 =	400 (erstes □)
2malige Vermehrung.	20 × 9 = 180	
	20 × 9 = 180	
	360	
Endlich	9 × 9 = 81	
	441	441
Auflösung		841
Erstes Viereck 400 abgezogen		400 dessen Wurzel 20 V
bleiben . .		441 9

In dieser übrigen Zahle 441 muß die doppelte V 20 nämlich 40 9mal enthalten seyn; also 9mal 40 = 360 abgezogen 360

bleiben . . 81

In der übrigen Zahle 441 mußte auch das Viereck von 9 enthalten seyn = 81, diese 81 folglich abgezogen, 81

folget die vorgeschriebene Art

		V
nächstkommendes Viereck 2mal die V 20 = 40 als Theiler	8 | 41 | 29	
	4	
	441	
	360	
	81	
9 × 9 =	81	

Anmerkung.

§. 34.

Nach Abzuge des ersten Viereckes, und Ansetzung der V Ziffer ohne °, kann man dem folgenden Theiler statt eines °, gleich den gefundenen frischen Betrag, rechts ansetzen, und diesen sammt dem übrigen Theiler vermehren, um das ganze gleich von der herabgerückten Zahle abzuziehen.

Beyspiel. Es sey das Viereck 974169?

	97 | 41 | 69 | 987.
Viereck von 9 =	81
2mal 9 = 18. Zehner als Theiler: dem die gefundene Zahle 8 zur Seite gesetzet wird = 188 × 8 und abgezogen	1641
	13769

Die sämmtliche V 98
Verdoppelt = 196
Als Theiler 1967
und abgezogen . — . . . . °.

Also ist die V = 987. Diese × 987 = 974169 u. s. w.

§. 35.

Von Ausziehung der Würfelwurzel.

Anmerkung.

Der größte Würfel von **Einern** (nämlich 1 bis 9) kann nur **Hunderter**, nie **Tausender** enthalten, und folglich nur aus 3 Ziffern bestehen.

Wenn ein Würfel **Zehner** enthält, so muß die Zahle, so ihn ausdrückt, aus zwoen Ziffern bestehen,

er kann aber auch nur **Einer** enthalten, und folglich nur eine Ziffer haben. Dieses sieht man in der Wurzeltafel.

§. 36.

Um zu wissen, aus wie vielen Ziffern die Wurzel eines gegebenen Würfels bestehen müsse, darf man nur die Würfelzahle von der Rechten zur Linken in Klassen eintheilen, deren jede 3 Ziffern enthalte: die letzte Klasse links kann jedoch von 2 Ziffern, auch nur von einer seyn.

Um sich davon zu überzeugen, kann man die Zahle 10 zum Würfel erheben: nämlich 10 × 10 × 10 = 1'000, hier bekäme man 2 Abtheilungen, deren erste links = 1. Der Würfel von der Zahle 29 wäre = 24'389 und die erste Abtheilung hätte alsdenn 2 Ziffern.

§. 37.

Art die Würfel- oder Cubic-Wurzel auszuziehen.

Nachdem man die gegebene Zahl in die gehörigen Klassen eingetheilet, fängt man von der ersten Abtheilung links an, und suchet ihre V in der Wurzeltafel; diese findet man über jenem Würfel, so der Abtheilung am nächsten kömmt. Nach Ansetzung dieser Wurzel, wird der nächst kommende Würfel von der ersten Abtheilung abgezogen, alsdann wird die erste Ziffer von der rechts folgenden Abtheilung herabgerücket (wenn etwas übrig geblieben: neben dieses zur rechten).

Anmerkung.

§. 38.

Jede frische Abtheilung ist, bey Bildung des sämmtlichen Würfels, durch die Vermehrung der Gevierten **Ganzen**, und so dreymal genommenen Wurzel mit einem

noch unbekannten Vermehrer entstanden: folglich ist die so genommene ganze Würzel in der Abtheilung enthalten: wie vielmal sie enthalten sey, findet man durch die Eintheilung, welche jenen verlangten Vermehrer giebt; in dieser Abtheilung ist aber auch noch der Gevierte, dreymal genommene und durch die sämmtliche vorige Zahle der Wurzel vermehrte Vermehrer, sammt seinem eigenen abgesönderten Würfel enthalten (wie man durch Bildung eines Würfels ersehen kann). Folglich muß man alles dieses von der Abtheilung wieder abziehen können; dieses wird durch 3 Arbeiten vollzogen.

§. 39.

I. Die gefundene sämmtliche Wurzel wird gevieret, durch 3 vermehret, und giebt den Theiler ab, durch welchen die Abtheilung eingetheilet wird, wie bey der gemeinen Eintheilung geschieht, das heißt: der Betrag der Eintheilung wird als Wurzel angesetzet, und durch ihn wird der Theiler vermehret und abgezogen. Nach diesem wird:

II. Die rechts folgende zweyte Ziffer der Abtheilung herabgerücket; und von dieser frischen Zahle, die zu dem was übrig blieb rechts gesetzet worden, wird die gevierte, dreymal genommene letzte Wurzel, nachdem sie durch ihre vorige sämmtliche Zahle vermehret worden, abgezogen.

III. Endlich wird die dritte Ziffer der Abtheilung vorgenommen, und dann wird der Würfel der zuletzt gefundenen Wurzel abgezogen. Diese 3 Hauptarbeiten muß man sich wohl merken, um sie bey jeder frischen Würfelabtheilung zu vollführen.

§. 40.

Bildung eines Würfels, nach der Vorschrift für den Auszug der Wurzel.

Es sey die Zahle 47 d. i. 40 + 7 zu ihrem Würfel zu erheben?

Zur ersten Abtheilung bekömmt man: 40 × 40 × 40 = 64000

Zur zweyten Abtheilung:

	diese enthält
Für die I. Arbeit:	
Die Zahle 40 gevieret und 3mal genommen = 4800, dann durch 7 vermehret, weil sie 7mal enthalten seyn muß =	33600
Für die II. Arbeit.	
Die gefundene Wurzel (hier 7) gevieret; und dreymal genommen = 147; dann durch die vorhergehende Zahle (hier 40) vermehret (weil sie abgezogen werden muß) =	5880
III. Arbeit.	
Endlich den Würfel der letztgefundenen Wurzel (hier 7) =	343
	103823

Auszug der Wurzel.

	103	323	40
	64	..	7 oder 47
I. Arbeit.		39823	
Eintheilung durch 4800		6223	nämlich: 4800 × 7 = 33600 u. s. w.

II. Arbeit.

Uebertrag	6223
$7 \times 7 \times 3 =$	147
dann $\times 40 =$	5880
III. Arbeit.	343
Würfel von 7 =	343

Aufgabe.

Die V eines □ Bruches zu finden? z. B. $\frac{25}{49}$.

Auflösung.

Man zieht die V aus dem Zähler: dann aus dem Nenner. Die V 25 = 5. V 49 = 7 folglich $\frac{5}{7}$.

§. 41.

Um die □ Wurzel aus Ganzen sammt Brüchen auszuziehen, verfährt man wie folget.

I. Wenn der Bruch ein reiner Betrag der □ Vermehrung der Ganzen und Brüche, durch Ganze und Brüche, oder Brüche allein ist; so giebt man den Ganzen die Benennung des Bruches, und zählet zu dem Produkte den Zähler; alsdann zieht man die Wurzel, wie gewöhnlich aus: dieses Prodrukt durch Auszug, muß aber endlich durch die Wurzel des Nenners eingetheilet werden; und dann hat man erst die wahre Wurzel des vorgenommenen Viereckes.

Aufgabe.

Die V aus 696 $\frac{24}{25}$ zu ziehen?

Auflösung.

Man vermehre die Ganzen: 696 durch 25 (Nenner) und zähle zu dem Produkte die Zahle des Zählers = 24. Dadurch werden die Ganzen zu Vierecken gemacht, deren jedes = 25.

Arbeit.

696		Anstatt durch 25 zu vermehren: wird erstlich durch 5; dann dieser Betrag wieder durch 5 vermehret. Man erinnere sich der Theilrechnung
× 5		
2480		
× 5		
17400		
+ 24		
1 74 24	132	Auszug der V.
23 74		Diese 132 bedeuten 5tel
262 524		V
		folglich = $26\frac{4}{5}$.

Prüfung.

$26\frac{2}{5}$	
$26\frac{2}{5}$	
156	
52	
$10\frac{2}{5}$	Die Vermehrung der 26 durch $\frac{2}{5}$
$10\frac{2}{5}$	— durch die anderen $\frac{2}{5}$
$\frac{4}{25}$	Das Viereck von $\frac{2}{5} = \frac{4}{25}$
$696\frac{24}{25}$	Obiges Viereck.

§. 42.

Wenn die Summe der □ Ganzen allein kein reiner Betrag der Vermehrung wäre, so bliebe nach Auszug der V etwas übrig; der Werth dieses übrigen könnte nur durch Näherung auf folgende Art gefunden werden. Man erhebet nämlich die □ Ganzen zu Hunderten und zieht die V wie gewöhnlich aus; diese V bedeutet aber als denn nur zehnte Theile, wie jedermann einleuchten wird: z. B. es sey das □ = 4, dessen V = 2, erhebet man das □ $\frac{4}{1}$ zu Hunderten, so bekömmt man $\frac{400}{100}$, deren Wurzel $\frac{20}{10}$. Also setzet man der in der

Frage stehenden □ Zahle blos zwey o an: und man bekömmt eine √ von 10tel; setzet man der □ Zahle vier o an, so giebt der Auszug 100tel; weil nämlich das □ von 100 = 10000. Auf diese Art könnte man eine √ von Tausendeln finden; und dann müßten der □ Zahle sechs o angesetzet werden u. s. w. so daß man das Uebrige von einer □ Zahle am nächsten bestimmen könnte.

Aufgabe. Die Wurzel vom □ 476 zu finden?

Auflösung. Das □ wird zu 1000tel erhoben: folglich muß die Wurzel 100tel geben.

4 | 76 | 00 | 00 | 2181 d. i. $21\frac{131}{100} = 21\frac{31}{100}$ übrig 3239
4
41 | 76
3500
428 | —7600
4361 | 3239

Prüfung.

$21\ \frac{81}{100}$	$21 \times 81 = \frac{1701}{100}$	diese durch Nenner 100 eingetheilet $= 17$.
$\times 21\ \frac{81}{100}$		
21		
42		
17 $\frac{1}{100}$	Betrag der Vermehrung durch $\frac{81}{100}$	
17 $\frac{1}{100}$	— — —	
$\frac{6561}{10000}$	Betrag des □ von $\frac{81}{100}$. Dieser zu $\frac{1}{100} + \frac{1}{100}$ gezählet, weil $\frac{1}{100} = \frac{100}{10000} + \frac{100}{10000} =$ 200.	

475	Diese zu 10000 erhoben
10000	
4750000	
6761	Betrag von $\frac{200}{10000} + \frac{6561}{10000}$
3239	Obiger Ueberschuß.
476|0000	Indem 476 wieder hervor kommen, so war die Arbeit richtig.

Anmerkung.

Um eine befriedigende Näherung des □ Wurzel-Bruch-Werthes bey erster Besichtigung des Ueberschusses zu erhalten, darf man nur die Hälfte dieses Ueberschusses $= \frac{1}{4}$, wenn der Ueberschuß eine gerade Zahle ist; und eben diese Hälfte $= \frac{1}{2}$, wenn der Ueberschuß eine ungerade Zahle ist, als Zähler annehmen, und diesem Zähler die Wurzel als Nenner unterschreiben; dieser Bruch wird alsdann den Werth des Ueberschußes sehr nahe bestimmen. Wenn also z. B. der Ueberschuß $= 8$ wäre, und die Wurzel $= 15$; so würde man die Hälfte von 8 weniger $\frac{1}{4}$ d. i. $3\frac{3}{4}$ als Zähler, und die Zahle 15 als Nenner ansetzen; alsdann bekäme

man: $3\frac{3}{4} \div 15 = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$, folglich wäre der Werth nach Auszug der $\sqrt{} = \frac{1}{4}$. Wäre der Ueberschuß = 19, und die $\sqrt{} = 17$; so entstünde der Bruch $= \frac{8}{19}$. Der Unterschied zwischen dieser Näherung und jener die man bestimmter durch die längere Art erhält, beträgt wenige Tausendtheilchen. Die Ursache des kürzeren Verfahrens ist: weil der Ueberschuß das Produkt von zweymahliger Vermehrung durch die $\sqrt{}$ ist. Die Prüfung ist leicht zu machen.

Auszug der Würfelwurzel aus Brüchen.

§. 43.

Um dieses zu bewerkstelligen, muß man die Wurzel so wohl aus Zähler, als aus Nenner ausziehen: also ist die $\sqrt[3]{}$ von $\frac{27}{729} = \frac{3}{9}$.

Wenn ein Würfel aus Ganzen- und Bruchtheilen besteht, so daß die Nenner des Bruches eine Würfelzahle sey: so vermehret man die ganzen durch den Nenner, und zählet den Zähler zu diesem Betrage: alsdann zieht man die $\sqrt[3]{}$ auf gewöhnliche Art aus; diese Wurzel wird endlich durch die Würfelwurzel des Nenners eingetheilet.

Beyspiel. $1790\frac{152}{343}$ als Würfelzahle Nenner dessen $\sqrt[3]{} = 7$.

Der Betrag dieser Vermehrung ist: 614125, dessen $\sqrt[3]{} = 85$. Diese 85 durch die $\sqrt[3]{}$ des obigen Nenners eingetheilet, giebt den Betrag: $12\frac{1}{7}$ u. s. w.

§. 44.

Wenn eine Würfelzahle nicht ein reiner Betrag der Vermehrung ist; so wird der Werth des Ueberschusses durch Näherung auf folgende Art gefunden. Man giebt nämlich der Würfelzahle die Benennung von 1000 Theilchen, und zieht die Wurzel wie gewöhnlich aus; diese muß Zehn Theilchen bedeuten, wie leicht einzusehen ist. Will man Hundert Theilchen zur Würfelwurzel haben, so müssen der Würfelzahle sechs 0 zur rechten angesetzet werden, weil der Würfel von 100 = 100 × 100 × 100 = 1000000 um eine V von Tausend Theilchen zu gewinnen, müßte man neun 0 ansetzen u. s. w.

Aufgabe.

Die Würfelwurzel von 39 durch Näherung zu finden.

Auflösung.

Die Zahle 39 zu Million Theile erhoben = $\frac{39000000}{1000000}$

39|000|000|339 = 3 $\frac{32}{100}$.
27

27|120

390

3090

3267|30630

12270

— 8019

42510

— 729

Ueberschuß 41781

Prüfung.

	3	$\frac{39}{100}$	$\frac{39}{100} \times 3 = \frac{117}{100}$
×	3	$\frac{39}{100}$	$\frac{39}{100} \times \frac{39}{100} = \frac{1521}{10000}$
	9		
	1	$\frac{17}{100}$	
	1	$\frac{17}{100}$	
		$\frac{1521}{10000}$	

Viereck.	11	$\frac{4921}{10000}$	$\frac{4921}{10000} \times 3$
×	3	$\frac{39}{100}$	$\frac{14763}{10000} = 1$ u. s. w.
	33		11 × 39
	1	$\frac{4763}{10000}$	4921 × $\frac{39}{100}$
	4	$\frac{29}{100}$	=

Zusammenzählung der Brüche $\frac{191919}{10000000}$

$\frac{2900}{10000} + \frac{4763}{10000} = \frac{7663}{10000} \times 100 = 766300$

191919

$\frac{958219}{10000000}$

Endlich Ueberschuß 4781

958219

$\frac{10000000}{10000000} = 1$

obige 33

\+ 1

\+ 4

\+ 1

= 39

Druckfehler.

Seite 56, 3te Zeile: vermehret; muß heissen: vermindert.

Seite 57, 4te Zeile: hebe statt habe.

Seite 60, erste Zeile, des I. Beyspieles: + anstatt ×.

Seite 63, erste Zeile, I. Beyspiel: so müssen $\frac{37}{45} - \frac{2}{9}$ statt $= \frac{2}{9}$.

Bey der Zeile Ausübung, nämlicher Seite: $\frac{37}{45}$ $- \frac{2}{9}$ statt $= \frac{2}{9}$.

Fig. I

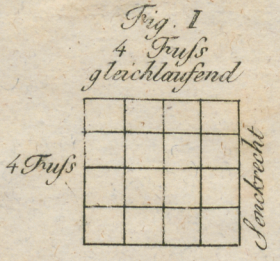


Fig. II.

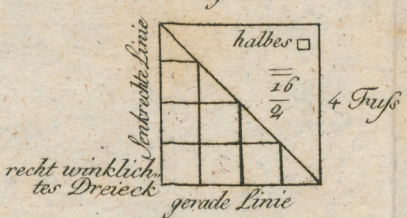


Fig. IV.

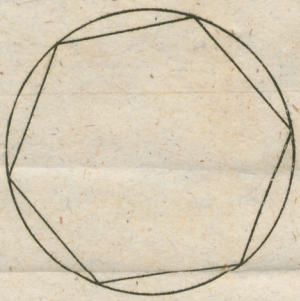


Fig. III.

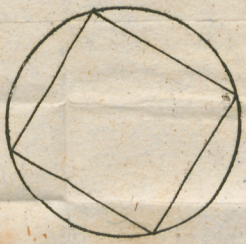
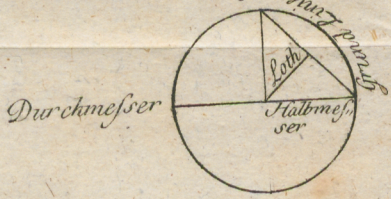


Fig. V.





UB Wien
+AM546559002