Rosenberg, Karl, 1861-1936

Methodische geordnete Sammlung aus der Arithmetik und Algebra

Hölder-Pichler-Tempsky
Wien
1937

books2ebooks – Millions of books just a mouse click away!

European libraries are hosting millions of books from the 15th to the 20th century. All these books have now become available as eBooks – just a mouse click away. Search the online catalogue of a library from the eBooks on Demand (EOD) network and order the book as an eBook from all over the world – 24 hours a day, 7 days a week. The book will be digitised and made accessible to you as an eBook. Pay online with a credit card of your choice and build up your personal digital library!

What is an EOD eBook?

An EOD eBook is a digitised book delivered in the form of a PDF file. In the advanced version, the file contains the image of the scanned original book as well as the automatically recognised full text. Of course marks, notations and other notes in the margins present in the original volume will also appear in this file.

How to order an EOD eBook?

eod digital on request

Whereever you see this button, you can order eBooks directly from the online catalogue of a library. Just search the catalogue and select the book you need. A user friendly interface will guide you through the ordering process. You will receive a confirmation e-mail and you will be able to track your order at your personal tracing site.

How to buy an EOD eBook?

Once the book has been digitised and is ready for downloading you will have several payment options. The most convenient option is to use your credit card and pay via a secure transaction mode. After your payment has been received, you will be able to download the eBook.

Standard EOD eBook – How to use

You receive one single file in the form of a PDF file. You can browse, print and build up your own collection in a convenient manner.

Print

Print out the whole book or only some pages.

Browse

Use the PDF reader and enjoy browsing and zooming with your standard day-to-day-software. There is no need to install other software.

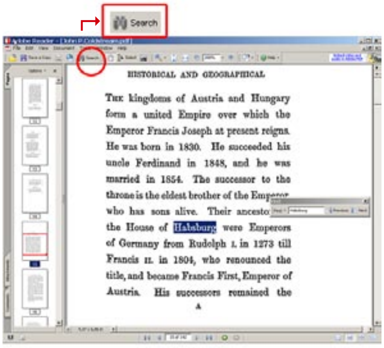
Build up your own collection

The whole book is comprised in one file. Take the book with you on your portable device and build up your personal digital library.

Advanced EOD eBook - How to use

Search & Find

Print out the whole book or only some pages.



With the in-built search feature of your PDF reader, you can browse the book for individual words or part of a word.

Use the binocular symbol in the toolbar or the keyboard shortcut (Ctrl+F) to search for a certain word. "Habsburg" is being searched for in this example. The finding is highlighted.

Copy & Paste Text

Click on the "Select Tool" in the toolbar and select all the text you want to copy within the PDF file. Then open your word processor and paste the copied text there e.g. in Microsoft Word, click on the Edit menu or use the keyboard shortcut (Ctrl+V) in order to Paste the text into your document.

Copy & Paste Images

If you want to copy and paste an image, use the "Snapshot Tool" from the toolbar menu and paste the picture into the designated programme (e.g. word processor or an image processing programme).

Terms and Conditions

With the usage of the EOD service, you accept the Terms and Conditions. EOD provides access to digitized documents strictly for personal, non-commercial purposes.
Terms and Conditions in English: http://books2ebooks.eu/odm/html/ubw/en/agb.html
Terms and Conditions in German: http://books2ebooks.eu/odm/html/ubw/de/agb.html

More eBooks

More eBooks are available at http://books2ebooks.eu

Rosenberg

Methodisch geordnete

Sammlung von Aufgaben

aus der

Arithmetik und Algebra

Methodisch geordnete

Sammlung von Aufgaben

aus der

Arithmetik und Algebra

Von

Dr. Karl Rosenberg

Sechzehnte Auflage

Wien 1937

Hölder=Pichler=Tempsky A. G.

Rosenberg

Methodisch geordnete Sammlungen von Aufgaben aus der Mathematik

umfassen folgende Bände bzw. Hefte:

Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra

Sammlung von Aufgaben aus der Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie

Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene

Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung

Aufgaben aus der sphärischen Trigonometrie

Ergänzungen zur Arithmetik und Algebra (Aufgaben zur Kombinatorik, dem binomischen Lehrsatz und der Wahrscheinlichkeitsrechnung sowie ein Anhang über unbestimmte Gleichungen)

Druck von Ferd. Kleinmayr in Klagenfurt.

Inhalt.

Erster Abschnitt.

Die vier Grundrechnungsarten mit besonderen und allgemeinen ganzen Zahlen.

Zweiter Abschnitt.

Die vier Grundrechnungsarten mit gebrochenen Zahlen.

Dritter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen.

Vierter Abschnitt.

Fünfter Abschnitt.

Die wichtigsten bürgerlichen und kaufmännischen Rechnungen.

Sechster Abschnitt.

Potenzen und Wurzeln. — Quadratische Gleichungen.

Siebenter Abschnitt.

Logarithmen. Reihen und Anwendungen.

Achter Abschnitt.

Erster Abschnitt.

Die vier Grundrechnungsarten mit besonderen und allgemeinen ganzen Zahlen.

I. Einleitung. — Dekadisches Zahlensystem.

1. Wie entsteht eine Zahl aus der Einheit? Was versteht man 1
unter einer Zahl?

2. Was sind unbenannte, was benannte Zahlen? Welche Zahlen 2
nennt man gleichnamig? Welche Zahlen werden mehrfach benannte
oder mehrnamige Zahlen genannt? (Durch selbstgewählte Beispiele zu
erläutern.)

3. Was versteht man unter Arithmetik? 3

4. Was sind besondere Zahlen? Wodurch werden sie schriftlich 4
bezeichnet?

5. Was sind allgemeine Zahlen? Wodurch werden sie schriftlich 5
bezeichnet?

6. Was versteht man unter besonderer Arithmetik (Zifferrechnen), 6
was unter allgemeiner Arithmetik (Buchstabenrechnen)? Was versteht
man unter Algebra?

7. Wann nennt man zwei Zahlen gleich? Wie drückt man schrift- 7
lich aus, daß zwei Zahlen a und b gleich groß sind?

8. Wann nennt man zwei Zahlen ungleich? Wie drückt man schrift- 8
lich aus, daß die Zahl a größer [kleiner] ist als die Zahl b?

9. Der Vorgang des Zählens in dem gebräuchlichen (dekadischen) 9
Zahlensystem ist übersichtlich zu erklären.

10. Wodurch werden die dekadischen Zahlen mündlich und wodurch 10
schriftlich ausgedrückt?

11. Welche Zahlen werden in unserer üblichen Zahlenschrift mit 11
eigenen Zahlzeichen (Ziffern) ausgedrückt?

12 12. Wieso kann man im dekadischen Zahlensystem durch eine verhältnismäßig kleine Anzahl von Zahlworten und Zahlzeichen alle beliebigen Zahlen ausdrücken?

13 13. Man schreibe mehrziffrige Zahlen an, lese sie und gebe den Stellenwert jeder vorkommenden Ziffer an!

14 14. Man schreibe eine mehrziffrige Zahl, bestehend aus lauter gleichen Ziffern, an und untersuche, in welcher Beziehung der Wert jedes Zahlzeichens zum Werte seiner beiden Nachbarzeichen steht!

15 15. Man teile eine mehrziffrige Zahl auf verschiedene Art in Gruppen und spreche jede Gruppe ihrem Stellenwerte nach aus, z. B. 79|308|52 oder 793|085 2 usw.!

16 16. Welche Zeichen hatten die Römer zur Darstellung der Zahlen? (Durch selbstgewählte Beispiele zu erläutern.)

17 17. Welche Vorzüge besitzt die bei uns übliche Methode der Zahlschreibung (die indo-arabische Zahlendarstellung) vor der Zahlendarstellung der Römer?

17a 17a. Was ist ein Grundsatz (Axiom)? Welches sind die wichtigsten Grundsätze (Axiome) der Arithmetik?

II. Addition und Subtraktion.

18 1. Was heißt zwei oder mehrere Zahlen addieren? Wie nennt man die zu addierenden Zahlen? Wie heißt die Zahl, die man durch das Addieren erhält?

19 2. Auf Grund der Definition des Addierens sind folgende in Formeln ausgedrückte Lehrsätze in Worte zu kleiden und zu begründen:

a) $a + b = b + a$;

b) $(a + b) + c = (a + c) + b = a + (b + c)$;

c) $a + (b + c) = (a + b) + c = (a + c) + b$;

d) $5a + 3a = 8a$.

20 3. Von der Zahl m soll die Zahl s subtrahiert werden; was heißt dies? Wie nennt man dabei m und wie s? Wie nennt man die Zahl r, die man durch das Subtrahieren erhält? Man erkläre die Formeln: 1. $m - s = r$; 2. $m - r = s$; 3. $m = s + r$!

21 4. In welcher Beziehung steht die Subtraktion zur Addition?

22 5. Zeige, daß die Subtraktion auf zwei Arten (durch Wegzählen und durch Zuzählen) ausgeführt werden kann!

23 6. Folgende in Formeln ausgedrückte Lehrsätze sind in Worte zu kleiden und auf Grund der Definition des Subtrahierens zu begründen:

a) $(a+b)-c=(a-c)+b=a+(b-c)$;
b) $a-(b+c)=(a-b)-c=(a-c)-b$;
c) $5a-3a=2a$;
d) $m-m=0$.

7. Wann ist die Subtraktion im Zahlgebiete der gewöhnlichen **24**
(absoluten) Zahlen unausführbar?

8. Mit Hilfe der Zahlenreihe ist der Vorgang beim Addieren und **25**
beim Subtrahieren anschaulich darzustellen.

9. Inwiefern wird durch die Einführung der negativen Zahlen, **26**
die man durch Zurückzählen von der Null auf analoge Weise gewinnt, wie die positiven Zahlen durch Vorwärtszählen erhalten werden, die Subtraktion immer ausführbar?

10. Drücke in Worten aus: **27**

a) $(+8)+(+3)=+11$,
$(-5)+(-7)=-12$;
b) $(-3)+(+9)=+6$,
$(+6)+(-10)=-4$;
c) $(+3)-(+7)=(+3)+(-7)$,
$(-5)-(-12)=(-5)+(+12)$.

11. Auf Grund der in Nr. 2, 6 und 10 erwähnten Sätze sind die in **28**
den beiden folgenden Formeln dargestellten Regeln für das Auflösen von Klammerausdrücken in Worten auszudrücken und zu begründen:

$a+(b+c-d-e+f-g+..)=a+b+c-d-e+f-g+..$;
$a-(b+c-d-e+f-g+..)=a-b-c+d+e-f+g-...$

12. $\left.\begin{array}{r} 6a+3b+8c+4d \\ a+2b+5c+7d \\ 2a+6b+4c+12d \\ a+4b+3c+2d \end{array}\right\}$ ist zu addieren und das Ergebnis auszuwerten für $a=4$, $b=3$, $c=2$, $d=1$. **29**

13. $\left.\begin{array}{r} 3x+y+5z+7u \\ 2x+4y+7z+2u \\ 4x+3y+z+3u \\ x+2y+3z+u \end{array}\right\}$ ist zu addieren und das Ergebnis auszuwerten für $x=13$, $y=17$, $z=21$, $u=25$. **30**

14. $\left.\begin{array}{r} 38a+5b+16c+52x+73y \\ 8a+69b+47c+39x+84y+14z \\ 24a+17b+25c+18x+42y+16z \\ 45b+18c+12x+15y+10z \\ 29a+34b+37c+19x \\ 48c+13x+12y+z \end{array}\right\}$ zu addieren und in der Angabe und im Ergebnis einzusetzen: $a=1$, $b=2$, $c=3$, $x=4$, $y=5$, $z=6$. (Probe.) **31**

1*

32 15. $\left\{\begin{array}{l} 5x+2y-3z \\ -2x-5y+6z \\ 3x-2y+z \end{array}\right\} = ?$

33 16. $\left\{\begin{array}{r} 7a+3b-4c+7d \\ -2a+b+2c-3d \\ a-7b-c-d \\ 2a-b-3c+2d \end{array}\right\} = ?$

34 17. $\left\{\begin{array}{l} 5x+y-3z7 \\ -2x-3y-2z+9 \\ 4x+7y+z8 \end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l} 2x-3y+z7 \\ 5x-y+7z+2 \\ x+9y-11z-1 \end{array}\right\} = ?$

35 18. $\left\{\begin{array}{l} 2a-3b+c+3 \\ -a-2b-c+8 \\ 4a+b+7c-4 \end{array}\right\} - \left\{\begin{array}{l} 5a-2b+c-2 \\ 3a+b-6c+8 \\ 6a-7b-2c-3 \end{array}\right\} - $

$- \left\{\begin{array}{r} -7a+5b+9c+6 \\ a-3b-c-5 \\ -4a+b+5c+3 \end{array}\right\} = ?$

36 19. $2x-3-[2x+3-(x+5)]=?$

37 20. $8x-5-[4x-(-2x+1)]-(-5x-5)=?$

38 21. $(4x+y-z)-(2x-y+2z)-(-3x+2y-3z)=?$

39 22. $x+7-\{x+3-[x-8-(x-2)]\}=?$

40 23. $20b-5a-12-\{a-[b+5-(3a-6)]\}-[4a-2+$ $+(-b+1)]=?$ Probe für $a=16$, $b=14$.

41 24. $15x-4y+4z-[2x-3y-z-(-x+4y-2z)]-$ $-[5x-y-(2z-3x)+x]=?$ Probe für $x=39$, $y=38$, $z=37$.

42 25. $(11m-10n+6p)-\{-3n+p-[-6p+2n-(-4m+$ $+n)-m]+2m\}=?$ Probe für $m=17$, $n=27$, $p=37$.

43 26. $a-b+c-\{-[-(-11a+3b-7c)]\}=?$ Probe für $a=17$, $b=27$, $c=37$.

44 27. $15x-3y+6z-\{x-[3x-y+9z-(-11x+3y-$ $-4z)]\}-[2x+4y-z-(x-2y-5z)]=?$ Probe für $x=1$, $y=2$, $z=3$.

45 28. $\{7m-2n-[3m+4n-(2p-m+5n)-p]+p\}-$ $-\{2m+2p-[6n-p-(-4m+2n-5p)-m]-2n\}=?$ Probe für $m=2$, $n=3$, $p=1$.

†29.*) $16a - 14b - 7c - \{-6a - 3b + 6c - [2a - 6b - (7a -$ 46
$- 3c) - (4a + 6b)] - [16a - 3b + 5c - (-2a - 6b + 3c) -$
$- (-7b + 6c)]\} - (26a - 19b - 21c) = ?$ Probe für $a = 4$,
$b = 3$, $c = 2$.

†30. $7a - 4b + 8c - \{2a - 3b + 5c - [9a - 7b + 11c -$ 47
$- (-5a - 3b + 2c) - (a - 3b - 6c)]\} - \{7a - 4b - 3c -$
$- [-4a - b + 2c - (-9a + 3b - 6c) - (-7b + c)]\} +$
$+ (4a - 17b - 12c) = ?$ Probe für $a = 3$, $b = 4$, $c = 5$.

†31. $26m + 13n - 7p - \{-6m - [-3n - (-6p + 4m -$ 48
$- 6n) - 5m + 6p] - 7n - p\} - \{-3m - [-4n - (-5p -$
$- 6m + 3n) - 2m + 3p] - 15m - p\} + (-36m - 3n - 23p) = ?$
Probe für $m = 3$, $n = 2$, $p = 4$.

†32. $\{3x - 2y + 12z - [-70x - 85y - 52z - (7x - 3y +$ 49
$+ 16z)]\} - \{24x - 7y - 6z - [-50x - 65y - 47z - (5x +$
$+ 21y + 38z)]\} = ?$

†33. $19x - 13y - 6z - \{7x - 3y - 4z - [5x - 3y + 7z -$ 50
$- (2x - 3y) - (4y - 8z)] - [7x + 3y - 8z - (-4x - 3y) -$
$- (-5y - 7z + 4x)]\} + (-14x + 12y - 2z) = ?$ Probe für
$x = 3$, $y = 2$, $z = 1$.

†34. $31x + 17y + 40z - \{7x - 3y + z - [-2x + y - 5z +$ 51
$+ (-x + y - 7z)]\} - \{-2x + y - 3z + [-3x - 2y + 2z -$
$- (-x + 2y - 3z)]\} = ?$ Probe für $x = 11$, $y = 13$, $z = 16$.

35. Man erläutere den Vorgang beim Addieren dekadischer Zahlen 52
an selbstgewählten Beispielen!

36. Man erläutere den Vorgang beim Subtrahieren dekadischer 53
Zahlen an selbstgewählten Beispielen, wobei die Subtraktion a) durch Wegzählen, b) durch Zuzählen auszuführen ist!

37. $39148 + 7516 + 83 + 976 + 82571 + 9873 + 859833 = ?$ 54

38. $963724 - 628147 = ?$ 55

39. $2893756 - (381702 + 64831 + 7093 + 286591 + 563249) = ?$ 56

40. $(821397 - 349215 - 209013) - (1396852 - 893641 -$ 57
$- 416538) = ?$

---

*) Die Aufgaben, die vor der Nummer mit dem Zeichen † versehen sind, sind entweder etwas zeitraubender oder schwieriger oder können bei Zeitmangel unbeschadet des folgenden vorläufig übergangen werden.

58 41. Im nebenstehenden magischen Quadrat*) sollen die Zahlen jeder Horizontalreihe, jeder Vertikalreihe und jeder Diagonale immer dieselbe Summe geben; dies wäre auch der Fall, wenn nicht drei falsche Zahlen eingeschrieben wären. Welche sind es?

11	4	17	10	23
24	12	5	22	4
7	19	13	1	19
20	8	21	14	2
3	16	9	22	15

59 42. Die Winkelsumme jedes Fünfecks beträgt — wie die Geometrie lehrt — 540°; wenn nun vier Winkel der Reihe nach gleich sind 83° 15′ 37″, 112° 46′ 58″, 97° 58′ 32″, 128° 26′ 41″, wie groß ist der fünfte Winkel?

60 43. Auf der einen Schale einer Waage liegen 480 g, auf der anderen 720 g; wieviel sind von der zweiten wegzunehmen und auf die erste zu legen, damit Gleichgewicht herrscht?

61 44. In einer Familie zählen der Vater, die Mutter und die vier Kinder zusammen gerade 150 Jahre, das jüngste Kind ist 8 Jahre alt; alle Kinder sind im Alter immer um je vier Jahre auseinander und die Mutter ist um 11 Jahre jünger als die vier Kinder zusammen. Wie alt ist der Vater?

62 †45. Man bilde die Summe aller ungeraden Zahlen von 1 bis 100 (auf mehrere Arten zu lösen)! Ebenso die Summe aller geraden Zahlen und aller Zahlen überhaupt von 1 bis 100.

63 †46. Ein reicher Herr läßt aus Übermut bei einem armen Dorfschmied sein Pferd mit Silber beschlagen; auf die Frage, wieviel zu zahlen sei, antwortete der Schmied: „Auf jedem Huf schlug ich sechs Nägel ein; für den ersten Nagel gebt mir 1 g, für den zweiten das Doppelte, also 2 g, für den dritten das Doppelte wie für den zweiten, also 4 g usw.“ Was kostete der Scherz dem Verschwender?

---

*) Derartige Zahlenquadrate, auf Metalltafeln graviert, wurden im Altertum und auch noch im Mittelalter als Talismane getragen. Sie sollen indischen Ursprungs sein. Näheres über diesen Gegenstand findet man u. a. in dem Büchlein des Verfassers: „Unterhaltendes aus der Mathematik“, Wien, Österr. Bundesverlag f. Unterricht, Wissenschaft und Kunst.

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten (1. Teil).

1. Was versteht man unter einer Gleichung? **64**

Antwort: Die Gleichstellung zweier Zahlenausdrücke, die denselben Wert haben, wird eine Gleichung genannt. So ist z. B. $x = 8$ oder $4x = 3x + 10$ oder $-2x = 5 - 3x$ eine Gleichung; die Ausdrücke zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens heißen die Teile der Gleichung; in der zweiten Gleichung ist $4x$ der linke Teil und $3x + 10$ der rechte Teil der Gleichung. Jeder Teil kann aus mehreren Gliedern bestehen. So besteht in der zweiten Gleichung der rechte Teil aus zwei Gliedern $3x$ und 10.

2. Inwiefern können die in der vorigen Nummer angeführten Gleichungen als Bestimmungsgleichungen bezeichnet werden? Was versteht man unter dem Auflösen einer Bestimmungsgleichung? **65**

Antwort: Von den Größen, die eine Gleichung enthält, kann jede immer durch die anderen ausgedrückt werden. Ist daher eine der Größen in der Gleichung unbekannt, so kann sie durch die übrigen bekannten Größen ausgedrückt und somit bestimmt werden. Dieses Bestimmen des Wertes, den die Unbekannte — der gegebenen Gleichung zufolge — besitzen muß, wird das Auflösen der Bestimmungsgleichung genannt. Die Unbekannte wird in der Regel mit x (oder einem der letzten Buchstaben des Alphabets) bezeichnet.

3. Es ist die Gleichung $4x = 3x + 10$ nach der Unbekannten x aufzulösen. **66**

Antwort: Nimmt man auf jeder Seite $3x$ weg*), so erhält man $4x - 3x = 3x + 10 - 3x$ oder $4x - 3x = 10$; vergleicht man diese Gleichung mit der gegebenen, so unterscheidet sie sich dadurch, daß im rechten Teile das Glied $3x$ verschwunden ist, wogegen im linken Teile dieses Glied mit dem entgegengesetzten Zeichen (als $-3x$) erscheint. Aus der erhaltenen Gleichung folgt $x = 10$.

4. Es ist die Gleichung $-2x = 5 - 3x$ nach der Unbenannten x aufzulösen. **67**

Antwort: Hier erfolgt die Lösung dadurch, daß man auf jeder Seite der Gleichung $3x$ addiert; man erhält dadurch $3x - 2x = 5 - 3x + 3x$ oder $3x - 2x = 5$. Was bemerkt man, wenn man diese Gleichung mit der gegebenen vergleicht? Aus der erhaltenen Gleichung folgt $x = 5$.

5. Welche Regel läßt sich aus den Beispielen in Nr. 3 und 4 für das Übertragen (Transponieren) eines Gliedes der Gleichung aus einem Teile in den andern ableiten? **68**

Antwort: Ein Glied des einen Teiles der Gleichung kann in den andern Teil der Gleichung gesetzt werden, wenn man diesem Gliede das entgegengesetzte Zeichen gibt.

---

*) Man macht dabei von dem Axiom Gebrauch: Gleiche Veränderungen an Gleichem vorgenommen ergeben Gleiches.

69 **6. Durch welche Probe kann man sich von der Richtigkeit der Lösung bei jeder Gleichung überzeugen?**

Antwort: Dies kann durch Substituieren des gefundenen Wertes von x in die gegebene Gleichung geschehen. So ergab Nr. 3 für x den Wert 10. Setzt man dies in die gegebene Gleichung, so ist $4 . 10 = 3 . 10 + 10$, was tatsächlich richtig ist $(40 = 30 + 10)$. Hätte man für x irrtümlicherweise 6 gefunden, so würde das Substituieren dieses Wertes in der gegebenen Gleichung $4 . 6 = 3 . 6 + 10$ ergeben, was nicht richtig ist, da 24 nie gleich sein kann $18 + 10$.

Aufzulösen:

70 7. a) $5x - 3 = 4x$; b) $3x - 2 = 2x + 1$; c) $15x - 3 = 14x + 1$.

71 8. $6x - 3x + 4 = 2x + 3 + 8$.

72 9. $3x + 5x - 3 = 7x + 1$.

73 10. $x - 3 + 3x - 5 = 7 - 2x + 6 - 4x + 9x - 19$.

74 11. $3x - 8 - 5x = 6x - 14x + 16 + 5x - 20$.

75 12. $6x - 8 - 5x + 7 + 4x - 6 = 3x - 5 - 2x + 4 + 3x - 5$.

76 13. $12x - (x + 5) = 10x - 2$.

77 14. $9x - (2x - 3) = 4x - (x + 3) + (3x + 9)$.

78 15. $3x - 8 - (x - 2) + (2x + 3) = 4x - (x + 5) + 4$.

79 16. $6x - 3 - [4x - 8 - (2x + 1)] = 3x + 13$.

80 17. $4x - [3x + 5 - (2x - 1) + 3] = 9 + 2x$.

81 18. $3x - \{-2x + 7 - [-x + 8 - (2x + 1)]\} = x + 2$.

82 19. $3x - \{2x - 3 - [x - 5 - (-x - 1)]\} = 2x + 4$.

83 20. $2x - 5 - \{x + 13 - [2x - 8 - (-3x + 8)]\} = 5x - 26$.

84 21. $2x - 11 - \{[3x + 2 - (14x + 8)] - (-8x - 3) - 4x\} = 8x - 5$.

85 22. $2x + 3x - \{[2x - 3 - (x + 8)] - [-4x - 8 + (2x - 3)]\} = x + 2$.

86 23. $3x - 5 - \{x + 8 - [3x + 5 - (x - 1) - (-x + 3) + 4] - 7x\} = 11x - 5$.

87 24. $2x - 7 - \{-9x + 8 - [-(-2x + 8) + 7x + (-2x - 3) - 8]\} = 17x - 29$.

88 25. $7x - 5 - \{-2x + 8 - [5x - 5 - (-x + 3)]\} - [3x + 1 - (x + 3)] = 12x - 22$.

89 26. $2x - 3 - \{-x - 8 - [4x - 13 + (x - 9)]\} = 9x - 7 - \{7x - 3 - [2x - (-3x - 1) - 8]\}$.

90 27. $[16x - (-4x - 8) - 7] - \{-3x - 24 - [2x + (x - 7) - 13]\} = 27x - (2x - 40) - 30$.

91 28. $3x - 5 - \{-[-(-x - 5) - (-2x + 10)] - [(2x - 3) - 2x + 4 - (-x - 3)] + 12x - 15\} = 12 - 6x$.

†29. $[-(-5x+8)+24]-\{-2x+4+[-3x-8-(2x+3)-$ 92
$-(-4x+11)]\}=8x-\{-[-(-4x+3)+2x-7]+$
$+5x+3\}-(2x-26)+25.$

†30. $6x-\{2x+3-[(2x-3)-(5x+1)-8]-14\}=-$ 93
$-\{2x+8-[3x+1-(-x+8)]+19\}-\{x-8-[-x+$
$+19-(12x+3)]\}+13+12x.$

31. Vermindert man das Dreifache einer Zahl um 4, so erhält man ebensoviel, als wenn man das Doppelte der Zahl um 3 vermehrt. Wie heißt die Zahl?*) 94

Anleitung: a) Durch Schlüsse: Würde man das Doppelte der Zahl nicht um 3 vermehren, so würde man um 3 weniger erhalten; man würde also das Dreifache der Zahl um $(4+3)=7$ vermindern müssen, um das Doppelte der Zahl zu erhalten; daraus kann man schließen, daß die gesuchte Zahl 7 ist.

b) Durch Gleichung: Die unbekannte Zahl heiße x, so muß der Angabe nach $3x-4=2x+3$ sein; daraus findet sich $x=7$. Es ist also sehr leicht möglich, derartige Aufgaben mit Hilfe der Gleichungen zu lösen, wenn man die in der Aufgabe in Worten gegebenen Bedingungen in Gleichungen kleidet.

32. Welche Zahl ist um 25 größer als 38? 95

33. Wenn man von 48 eine gewisse Zahl abzieht, bleibt 32. Wie heißt die Zahl? 96

34. Wenn man 39 um eine gewisse Zahl vermehrt, so erhält man ebensoviel, als wenn man das Doppelte dieser gewissen Zahl um 33 vermehrt. Welche Zahl ist gemeint? 97

35. Von welcher Zahl gibt das Doppelte um 3 vermehrt ebensoviel, wie das um 2 verminderte Dreifache der Zahl ausmacht? 98

36. Kaufe ich 8 kg einer Ware, so bleiben mir von meinem Gelde 16 g übrig; kaufe ich nur 7 kg, so würden mir 64 g bleiben. Was kostet demnach ein Kilogramm der Ware und wieviel Geld habe ich im ganzen gehabt? 99

37. Ein Knabe will Schreibhefte kaufen; er könnte 6 Stück für sein Geld bekommen, wenn er um 2 g mehr hätte; er kauft demnach nur 5 Stück und besitzt nun noch 6 g. Was kostet ein Schreibheft und wieviel Geld hat er bei sich? 100

---

*) Die Aufgaben Nr. 31—40 dieses Kapitels sowie die in späteren Kapiteln enthaltenen Textgleichungen möge der Schüler sowohl mit Hilfe der Gleichungen als auch durch Verstandesschlüsse lösen; auch ist jedesmal die Probe der Richtigkeit zu machen.

101 38. Wenn man das Neunfache einer gewissen Zahl um das um 6 verminderte Dreifache verkleinert, so erhält man denselben Rest, den das Siebenfache der Zahl verkleinert um das um 10 verminderte Doppelte der Zahl ergibt. Wie heißt die Zahl?

102 39. Von ein und demselben Orte gehen zwei Fußgänger gleichzeitig in derselben Richtung fort; der erste macht stündlich 6 km, der zweite nur 5 km. Nach wieviel Stunden wird der zweite um 9 km hinter dem ersten sein?

103 40. Wir sollen von einem Orte A nach einem andern Orte B in einer gewissen Anzahl von Stunden gelangen. Gehen wir in einer Stunde 5 km weit, so würden wir in der vorgeschriebenen Zeit um 2 km weiter als nach B kommen; machen wir jedoch in der Stunde nur 4 km, so würden uns schließlich noch 6 km bis B fehlen. Wieviel Stunden wurden angesetzt und wie weit ist B von A entfernt?

III. Multiplikation.

104 1. Was heißt, eine Zahl a mit einer Zahl b multiplizieren? Wie nennt man dabei die Zahlen a und b? Wie nennt man die Zahl, die man durch das Multiplizieren erhält?

105 2. In welcher Beziehung steht die Multiplikation zur Addition?

106 3. Was für eine Zahl kann der Multiplikator nur sein?

107 4. Folgende in Formeln ausgedrückte Lehrsätze sind in Worte zu kleiden und zu begründen:

a) $1 \times a = a,\ 0 \times a = 0;$
b) $a \cdot b = b \cdot a;$
c) $a \times 1 = a,\ a \times 0 = 0,\ 5a = 5 \times a;$
d) $(a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot b = a \cdot (b \cdot c);$
e) $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot b;$
f) $(a \pm b) \cdot c = ac \pm bc;$
g) $a \cdot (b \pm c) = ab \pm ac.$

108 5. Was versteht man unter der Potenz a^m?

109 6. Die nachfolgenden Ausdrücke (Polynome) sind zuerst steigend, dann fallend nach Potenzen einer und derselben Grundzahl (Basis) zu ordnen:

a) $4a^3 - 2a + a^5 - 7a^2 - 8 + 2a^4;$
b) $3x^5 - 7x^3 - 15 + x^4 - 3x^2 - 8x;$
c) $2a^3b^2 - 6a^5 + 13ab^4 - 5a^4b - b^5 + 2a^2b^3.$

110 7. Wie werden Potenzen derselben Grundzahl multipliziert?

8. Drücke in Worten aus: 111

$$(+5).(+3) = +15,$$
$$(-5).(+3) = -15,$$
$$(+5).(-3) = -15,$$
$$(-5).(-3) = +15.$$

9. Bilde das Produkt $(-5a^3b^2).(+3a^2b^3)$ und leite daran die Regel für die Multiplikation zweier eingliedriger Ausdrücke (Monome) ab! 112

10. Wie wird ein mehrgliedriger Ausdruck mit einem eingliedrigen multipliziert? Die betreffende Regel ist auf Grund der früheren Lehrsätze abzuleiten an dem Beispiele: 113

$$(3a^4 - 2a^3 + 5a^2 - 6a + 4).(-2a^2) = ?$$

11. Ebenso ist die Regel für die Multiplikation eines eingliedrigen Ausdruckes mit einem mehrgliedrigen abzuleiten an dem Beispiele: 114

$$(3x^3).(2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6) = ?$$

12. Ebenso ist die Regel für die Multiplikation zweier mehrgliedriger Ausdrücke abzuleiten an dem Beispiele: 115

$$(a + b + c).(d + e + f) = ?$$

13. Die Richtigkeit der Regeln: 116

$$(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd,$$
$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2,$$
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2,$$
$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

ist sowohl auf arithmetischem wie auf geometrischem Wege zu beweisen.

14. $(3a^3bx^2).(-5a^2b^3x) = ?$ 117

15. $(-6m^4n^2y).(-2m^2n^3y^5) = ?$ 118

16. $(2a^5b^3).(-3a^2b^3).(-4ab^5) = ?$ 119

17. $(-6a^3b^2xy^4).(-2a^2b^3x^3y).(-3ab^4x^2y^2) = ?$ 120

18. $(-7a^3b^4x).(-3a^2bx^4) - (-4ab^3x^2).(-5a^4b^2x^3) = ?$ 121

19. $(3x^5 - 7x^4 + 3x^3 - 8x^2 - x + 3).(-2x^2) = ?$ 122

20. $(2a^4b - 3a^3b^2 + 7a^2b^3 - 4ab^4).(-3ab) = ?$ 123

21. $[(6a^4 - 5a^3 + 4a^2 - 3a + 2).(-3a^3)].(-2a^5) = ?$ 124

22. $6a^2b^4.(-3a^3b + 4a^2b^2 + 5ab^3) = ?$ 125

23. $-3x^3y^2.(-3x^4 + 2x^3y - 5x^2y^2 - 7xy^3 + 2y^4) = ?$ 126

24. $5.(a^2 - 2ab + b^2) - 3b.(a + b) + 7a.(2b - a) - 2.(b^2 - a^2) = ?$ 127

25. $(x + 8)(x - 5) = ?$ 128

25a. $(2x + 5)(3x + 4) = ?$ 128a

25b. $(2x + 5)(3x - 4) = ?$ 128b

128c 25c. $(2x - 5)(3x + 4) = ?$

128d 25d. $(2x - 5)(3x - 4) = ?$

129 26. $(a^2 - 3ab - 2b^2)(2a - 3b) = ?$*)

130 27. $(4a^3 - 3a^2b - 5ab^2 - b^3)(a^2 - 4ab - 2b^2) = ?$

131 28 $(a^2 - ab + b^2)(a + b) = ?$ $(a^2 + ab + b^2)(a - b) = ?$

131a 28a. $(a^3 - a^2b + ab^2 - b^3)(a + b) = ?$
$(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)(a - b) = ?$

131b 28b. $(a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)(a + b) = ?$
$(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a - b) = ?$

132 29. $(x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + x - 1)(x + 1) = ?$

133 30. $(2a^2 - 3a^4 + 5a - 3 + a^5 - 4a^3)(3a^2 - a + 2a^3 - 2) = ?$

134 31. $(3x^4y - 7xy^4 + 5x^2y^3 - 12x^3y^2)(2xy^3 + 2x^3y - 5x^2y^2) = ?$

135 32. $(-5x^5 + 2x^2 + 1 - x + 6x^6 + 4x^4 - 3x^3)(-2x^2 - 4x^4 + x + 3x^3 - 1) = ?$

136 33. $(x + 5)(x - 3)(x + 8)(x - 2) = ?$

137 34. $(x^5 - 7x^4y + 3x^3y^2 - x^2y^3 + 5xy^4 + 3y^5)(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = ?$

138 35. $(a - 1)(a + 1)(a - 2)(a + 2)(a - 3)(a + 3) = ?$

139 36. $(x^5 - 2x^4y + 3x^3y^2 - 4x^2y^3 + 5xy^4 - 6y^5)(4x^3 - 3x^2y + 2xy^2 - y^3) = ?$

140 37. $(3a^3 - 2a^2 + a - 1)(5a^2 - 4a - 1) - (15a^4 - 12a^3 + 3a^2 - a - 1)(a - 1) = ?$

141 38. $(a + b)(a^2 + b^2)(a - b) - (a + b)^2(a - b)^2 = ?$

142 39. $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = ?$

143 40. $(x + y)^3 - (x - y)^3 = ?$

---

*) Der Schüler kann die Richtigkeit seiner Lösungen bei diesem und den folgenden Beispielen leicht durch eine in wenigen Augenblicken ausführbare Probe untersuchen, die wir als die „Koeffizientenprobe" bezeichnen wollen. Sie beruht darauf, daß man für die in der Rechnung vorkommenden algebraischen Größen jeden beliebigen Wert setzen darf, also auch die „Einheit". Da nun alle Potenzen der „Einheit" immer gleich „eins" sind, so gehen Multiplikand, Multiplikator und Produkt in diesem Falle über in die algebraischen Summen ihrer Koeffizienten. Haben wir z. B. $(3a^2 - 7ab + 5b^2)(4a^2 - 3ab - 4b^2)$ und erhalten dabei $(12a^4 - 37a^3b + 29a^2b^2 - 13ab^3 - 20b^4)$, so gehen diese Ausdrücke für $a = b = 1$ über in $(3 - 7 + 5) \cdot (4 - 3 - 4)$ und $(12 - 37 + 29 + 13 - 20)$ oder $(+1) \cdot (-3)$ und (-3); da nun $(+1) \cdot (-3)$ tatsächlich gleich (-3) ist, so dürfte das Ergebnis der Rechnung richtig sein. Warum gibt die Probe nicht volle Sicherheit? Welche Fehler gibt sie nicht an? — Selbstverständlich wird das Reduzieren der Koeffizienten nur im Kopfe vorgenommen.

41. $(a+b+c)^2+(a+b-c)^2+(a-b+c)^2+(-a+b+$ **144**
$+c)^2=?$

41a. $(x^3+2x^2y+2xy^2+y^3)(x^3-2x^2y+2xy^2-y^3)=?$ **144a**

41b. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)=?$ **144b**

41c. $(3x^2+2xy-4y^2)(3x^2-2xy-4y^2)=?$ **144c**

41d. $(m^6+3m^3-1)(m^6-3m^3+1)=?$ **144d**

41e. $(3y^3-2y^2+3y-5)(3y^3+2y^2-3y-5)=?$ **144e**

41f. $(a^4-2a^3+3a^2-4a)(a^4+2a^3-3a^2-4a)=?$ **144f**

42. $(a^4b-3a^3b^2+2a^2b^3-ab^4)(a^3b+4a^2b^2-ab^3)-$ **145**
$-(-a^4b+8a^3b^2-a^2b^3+ab^4)(-a^3b-2a^2b^2+ab^3)=?$

43. $(3x^3-4x^2+5x-7)(2x^3+3x^2-6x+3)-(2x^3-$ **146**
$-4x^2-6x-7)(3x^3-3x^2+5x+3)=?$

44. $[6-x\{2-3x[5-3x(3-x)]\}](2-x^2-3x^4)=?$ **147**

45. $\{3+2x[-3+(2-3x)2x]\}\{2[1-2x(1+2x)]-$ **148**
$-x(5+6x)\}=?$

46. Es ist an selbstgewählten Beispielen die Erklärung zu geben für **149**
das Verfahren, eine mehrstellige dekadische Zahl zu multiplizieren a) mit Einern, b) mit 10, c) mit reinen Zehnern, d) mit Einern und Zehnern, e) mit einer andern mehrstelligen Zahl.

47. Man multipliziere die Zahl 12345679 mit dem Neunfachen einer **150**
beliebigen einziffrigen Zahl, z. B. mit $9 \times 3 = 27$ oder $9 \times 7 = 63$ usw. (Erklärung des Resultats.)

48. Zwei Silberschillinge sind aufeinandergelegt 3 mm dick; wie hoch **151**
würde eine Säule von einer Million Schillingstücken werden?

49. Der Durchmesser eines Silberschillings ist rund 25 mm; wie lang **152**
würde eine Reihe von einer Million nebeneinandergelegter Schillingstücke sein?

50. Nach Ehrenberg kann ein einziger Tropfen verdorbenen Wassers **153**
500,000.000 Punkttierchen (Monas termo) beherbergen. Wenn nun 20 Tropfen 1 cm³ bilden, wieviel dieser winzigen Infusorien haben in 1 l verdorbenen Wassers Platz?

51. Die Geometrie lehrt, daß die Summe der sechs Winkel jedes **154**
Sechsecks 720° beträgt; wenn nun fünf Winkel je 117° 48′ 53″ betragen, wie groß ist der sechste Winkel?

52. Um wieviel ändert sich das Produkt 924×748, a) wenn man **155**
jeden Faktor um 1 vergrößert, b) wenn man jeden Faktor um 1 verkleinert, c) wenn man den einen Faktor um 1 vergrößert und den andern um 1 verkleinert?

156 53.

54	13122	6
18	162	1458
368	6	486

Im nebenstehenden magischen Quadrat enthalten zwei Felder unrichtige Zahlen, sonst wären die Produkte der Zahlen in jeder Vertikalreihe, in jeder Horizontalreihe und in jeder Diagonale einander gleich; welche Felder enthalten unrichtige Zahlen? (Vgl. S. 6, Nr. 58!)*)

157 54. Ein Buch hat 18 Druckbogen à 16 Seiten; wieviel Papier ist zu einer Auflage von 2500 Stück nötig? (1 Ries = 10 Buch, 1 Buch = = 10 Lagen, 1 Lage = 10 Bogen.) Auf jeder Seite sind durchschnittlich 40 Zeilen, in der Zeile durchschnittlich 66 Buchstaben und Spatien (Zwischenräume zwischen den Worten). Wieviel Lettern sind zum Satze des Buches nötig?

158 55. Eine Mutter hat 3 Kinder. Für die Wäsche jedes einzelnen muß sie ausgeben a) an Macherlohn jährlich 8 S, b) an Reparaturen monatlich 1 S 20 g, c) an Lohn für die Wäscherin wöchentlich 60 g. Wieviel hätte sie jährlich erspart, wenn sie die Neuanfertigung, das Waschen und Ausbessern selbst besorgt hätte? (1 Jahr = 12 Monate = 52 Wochen.)

159 56. Der Wert eines Diamanten wird folgendermaßen berechnet: Man multipliziert den Wert eines Karates**) mit dem Quadrat der Anzahl von Karaten, die der Diamant wiegt. Man berechne danach den Wert des berühmten „Florentiner" der Schatzkammer in Wien, der 133 Karat wiegt, wenn 1 Karat auf 20 Pfund Sterling à 34·4 S geschätzt wird!***)

160 57. Im Jahre 1884 hatte Europa auf etwa 160000 km Schienenwegen rund 42000 Lokomotiven, 90000 Personenwaggons und eine Million Lastwaggons in Verwendung. Welches wäre die Länge dieses in einen einzigen Zug angeordneten Fahrparks, wenn man für einen Waggon als Länge 8 m, für eine Lokomotive samt Tender 12 m rechnet?

161 58. Ein Handwerker hatte seit 15 Jahren die schlechte Gewohnheit, täglich abends zwei kleine Gläser Brantwein à 6 g zu trinken. Infolge

*) Bei ähnlichen Verweisungen ist immer die fortlaufende Aufgabennummer gemeint.

**) Das Karat ist als Juwelengewicht im Gebrauch. 1 Karat = 0·212 g. Das seit 1918 gesetzlich eingeführte „metrische Karat" ist mit 20 Zentigramm (= 0·2 g) festgesetzt.

***) Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß die hier mitgeteilte Bewertung eines Diamanten durch Schönheit, Feuer, Schliff und Reinheit des Steines und andere Umstände mannigfaltige Änderungen erleidet.

einer schweren Krankheit muß er endlich dieses Laster aufgeben und rechnet nun nach, wieviel Geld er (ohne Zinsen) erspart hätte, wenn er täglich den kleinen Betrag, den er für den Branntwein ausgab, für seine Kinder in eine Sparbüchse gegeben hätte. Was ergab seine Rechnung? Von nun an tut er es wirklich; wieviel erspart er, wenn er noch 23 Jahre lebt? (1 Jahr = 365 Tage.)

IV. Division.

1. Was heißt, eine Zahl a durch eine Zahl b dividieren? Wie nennt man die Zahlen a und b? Wie nennt man die Zahl, die man durch das Dividieren erhält? **162**

2. In welcher Beziehung steht die Division zur Multiplikation und zur Subtraktion? **163**

3. In welchem Zusammenhange stehen die vier Grundrechnungsarten? **164**

4. Wann nennt man die Division eine Messung, wann eine Teilung? **165**

5. Wenn $a:b=c$ ist, so ist $b.c=a$; wie ist dieser Satz in Worte zu kleiden? Ergibt die obige Division einen Rest r, so ist $bc+r=a$. In Worten? **166**

6. Begründe die Richtigkeit folgender Divisionen: **167**

$$a:a=1, \qquad a:1=a, \qquad 0:a=0!$$

7. Die folgenden Sätze sind in Worte zu kleiden und zu begründen: **168**

a) $(a.b):c=(a:c).b=a.(b:c)$;
b) $a:(b.c)=(a:b):c=(a:c):b$;
c) $a:b=(a.x):(b.x)=(a:x):(b:x)$;
d) $(a\pm b):c=(a:c)\pm(b:c)$;
e) $a^m:a^n=a^{m-n}$, wenn $m>n$;
$a^m:a^n=1$, wenn $m=n$;
$a^m:a^n=1:a^{n-m}$, wenn $m<n$.

8. Drücke in Worten aus: $(+15):(+5)=+3$, **169**
$(-15):(+5)=-3$,
$(+15):(-5)=-3$,
$(-15):(-5)=+3!$

9. Bilde den Quotienten $(-36a^7b^5x^3):(-9a^5b^3x)$ und leite daran die Regel für die Division zweier mehrgliedriger Ausdrücke ab! **170**

10. Wie wird ein mehrgliedriger Ausdruck durch einen eingliedrigen Ausdruck dividiert? Die betreffende Regel ist auf Grund der früheren Sätze abzuleiten an dem Beispiele $(24x^4-16x^3+20x^2-32x):$ $:(-4x)=?$ **171**

172 11. Man multipliziere die beiden mehrgliedrigen Ausdrücke $(2x^2 - 3xy + 4y^2)$ und $(3x^2 - 2xy - y^2)$ miteinander. Das erhaltene Produkt soll als Dividend, der erste Faktor als Divisor betrachtet werden. Man wird somit als Quotient den zweiten Faktor erhalten. Durch Umkehrung des bereits bekannten Multiplikationsverfahrens erhält man schrittweise die einzelnen Teile der Regel für die Division eines mehrgliedrigen Ausdruckes durch einen anderen. Wie wird die betreffende Regel lauten?

173 12. $(42x^3y^4) : (-7x^2y^3) = ?$

174 13. $(-36a^4b^5c^8) : (-9a^3b^2c^6) = ?$

175 14. $(-27a^9b^7x^4y^6) : (+9a^7b^6xy^5) = ?$

176 15. $[(-81a^8b^6x^{10}) : (+3a^2bx^4)] : (-9a^5b^4x^5) = ?$

177 16. $[(-14ax) . (90by)] : [(-15y) . (21ab)] = ?$

178 17. $[(168mnx) . (-5y)] : [(35nxy) . (-8m)] = ?$

179 18. $[(-12xyz) . (15ab)] : (-20zb) = ?$

180 19. $\{[(216abx) . (-35npy)] : (18anx)\} : (-28bpy) = ?$

181 20. $(28x^4y^2 - 91x^3y^4 + 42x^2y^3) : (7x^2y^2) = ?$

182 21. $(12a^2x - 20a^5x^2y + 24ab^2y - 28a^2bx^3) : (4a) = ?$

183 22. $(27a^3b^2x^5 - 18a^4b^3x^4 - 36a^5b^4x^3 - 54a^4b^5x^2) : (-9a^2b^2x^2) = ?$

184 23. $(16x^4y^4 - 12x^3y^5 + 20x^5y^3 - 8x^4y^5) : (4x^2y^2) + (27x^4y^3 + 3x^3y^4 + 9x^5y^2 + 9x^4y^4) : (-3x^2y) + (12x^3y^4 + 10x^2y^5 - 2x^4y^3 + 12x^3y^5) : (2xy^2) = ?$

185 24. $(a^4 - 9a^2 - 12a - 4) : (a^2 - 3a - 2) = ?$

186 25. $(8x^7y^3 - 8x^3y^7 + 15xy^9) : (2x^3y + 3xy^3) = ?$

187 26. $(1 - 5a + 10a^2 - 10a^3 + 5a^4 - a^5) : (1 - 2a + a^2) = ?$

188 27. $(8x^4 - 12x^2y^2 + 16x^2z^2 + 4x^2y^3 - 6y^5 + 8y^3z^2 - 6x^2z^4 + 9y^2z^4 - 12z^6) : (2x^2 - 3y^2 + 4z^2) = ?$

189 28. $(ab^3 - 72a^2b^2 - a^3b + 42a^4 + 30b^4) : (ab - 6b^2 + 7a^2) = ?$

190 29. $(a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1) : (a^2 - 2a + 1) = ?$

191 30. $(x^5 - 5x^4y + 10x^3y^2 - 10x^2y^3 + 5xy^4 - y^5) : (x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3) = ?$

192 31. $(4a^5 - a^4 + 2a^3 - a^2 + 4a + 1) : (a^2 + a + 1) = ?$

193 32. $(a^6 - 4a^5b + 2a^4b^2 + 6a^3b^3 - 3a^2b^4 - 2ab^5 + b^6) : (a^3 - 2a^2b - ab^2 + b^3) = ?$

194 33. $(12x^4 - 28x^3y + 35x^2y^2 - 14xy^3 - 8y^4) : (6x^2 - 5xy - 2y^2) = ?$

195 34. $(42x^6 - 51x^5y + 17x^3y^2 + 15x^4y^2 - 16x^2y^3 - 15y^4) : (-7x^3 + 5x^2y + 3y^2) = ?$

35. $(4a^3 + a + 6a^4 + a^5 - 4a^2 - 1) : (a - 1 + a^2) = ?$ **196**

36. $(19a^5y^3 - 5ay^7 - 9a^7y + 15a^8 + 2y^8 - 25a^6y^2 -$ **197**
$- 6a^4y^4 - 4a^2y^6 + 13a^3y^5) : (2y^3 + 3a^3 - 5ay^2) = ?$

36a. $(x^6 + y^6) : (x + y) = ?$ $(x^6 + y^6) : (x - y) = ?$ **197a**

36b. $(x^6 - y^6) : (x + y) = ?$ $(x^6 - y^6) : (x - y) = ?$ **197b**

36c. $(x^7 + y^7) : (x + y) = ?$ $(x^7 - y^7) : (x - y) = ?$ **197c**

37. $(x^6 + y^6) : (x^2 + y^2) = ?$ **198**

38. $(a^8 + a^4b^4 + b^8) : (a^4 - a^2b^2 + b^4) = ?$ **199**

39. $(a^{12} - 1) : (a^3 - 1) = ?$ **200**

40. $(x^{10} - y^{10}) : (x^2 - y^2) = ?$ **201**

41. $(x^6 - y^6) : (x^3 - 2x^2y + 2xy^2 - y^3) = ?$ **202**

42. $(64x^6 + 432x^3y^3 + 729y^6) : (4x^2 + 12xy + 9y^2) = ?$ **203**

43. $(38a^4b^2 - 23a^5b - 54a^3b^3 + 10a^6 - 23ab^5 + 38a^2b^4 +$ **204**
$+ 10b^6) : (4ab^2 - 5b^3 + 2a^3 - 3a^2b) = ?$

44. $(6 + 22a^2 + 10a^3 - 12a^4 - 46a^5 + 20a^6) : (6 + 6a -$ **205**
$- 2a^2 - 10a^3) = ?$

45. $(20394 - 10609a + 198a^2 + a^5) : (-99 + 2a + a^2) = ?$ **206**

46. $(5a^7 - 22a^6b + 12a^5b^2 - 6a^4b^3 - 4a^3b^4 + 8a^2b^5) : (5a^4 -$ **207**
$- 2a^3b + 4a^2b^2) = ?$

47. $(-50x^5 + 20x^2 + 4 + 6x^8 + 32x^6 - 11x - 30x^3 -$ **208**
$- 17x^7 + 40x^4) : (4 - x^3 - 3x + 2x^2) = ?$

48. $(2x^7 - 9x^6y + 14x^5y^2 - 22x^4y^3 + 24x^3y^4 - 8x^2y^5 +$ **209**
$+ 14xy^6 + 3y^7) : (2x^3 - 3x^2y + xy^2 - 3y^3) = ?$

49. $[(2a^3 - a^2b - 8ab^2 + 4b^3) . (3a + 2b)] : (3a^2 - 4ab -$ **210**
$- 4b^2) = ?$

50. $[(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)(a - b) + 2b^5] : (a + b) = ?$ **211**

51. $(2 - 7x + 16x^2 - 17x^3 + 12x^4) : \{(2 - 7x + 12x^2 -$ **212**
$- 9x^3) : (2 - 3x)\} = ?$

52. $[(14a^3 + 9a^2b - 6ab^2 - b^3) . (-2a^2 + 5ab - 3b^2)] :$ **213**
$: (14a^2 - 19ab - 3b^2) = ?$

53. $[(2x^4 - 7x^3 + 2x^2 - 7x - 6)(x^2 - 2x + 1)] : (x^2 - 3x -$ **214**
$- 2) = ?$

54. $[(-a^5 - a^4 + 13a^3 + 3a^2 - 34a + 16)(-a^2 + 2a -$ **215**
$- 3)] : (a^3 - 2a^2 - 5a + 8) = ?$

54a. $1 : (1 + x) = ?$ $1 : (1 - x) = ?$ **215a**

55. An selbstgewählten Beispielen ist die Erklärung zu geben für **216**
das Verfahren, eine mehrstellige dekadische Zahl zu dividieren a) durch Einer, b) durch 10, c) durch reine Zehner, d) durch Zehner und Einer, e) durch eine andere mehrstellige Zahl.

216a 55a. Schreibe eine mehrziffrige Zahl (mit beliebig vielen Stellen) an und hänge ihr ebensoviele Nullen an, als die Zahl Stellen hat, dividiere sie sodann durch eine Zahl, die ebensoviele Neun hat, als die Zahl Stellen hat. Wie erklärt es sich, daß man sowohl im Quotienten wie im Rest jene Zahl erhält, die man zuerst aufgeschrieben hatte?

217 56. Welche Geschwindigkeit hat ein Punkt des Äquators bei der täglichen Achsendrehung der Erde? (Erdumfang = 40000 km.)

218 57. Welche mittlere Geschwindigkeit hat die Erde in ihrer Bahn um die Sonne, wenn diese mit 931 Millionen Kilometer angenommen wird? (1 Jahr = 365 Tage.)

219 58. Wie lange zählt man a) auf eine Million, b) auf eine Billion, wenn man in jeder Sekunde um eine Zahl weiterzählen kann und Tag und Nacht zählen wollte? (1 Jahr = 365 Tage.)

220 59. Zwanzig Wassertropfen füllen ein Kubikzentimeter; wieviel Wassertropfen enthält ein Kubikmeter? Wie lange hätte jemand zu tun, der ein Gefäß von 1 m^3 Inhalt tropfenweise füllen wollte, wenn er in 1 Minute 120 Tropfen einfüllen kann?

221 60. Von welcher Zahl ist das Vierfache, Fünffache, Siebenfache und Zwölffache zusammen 476?

222 61. Von 300 habe ich eine Zahl 27mal weggenommen und es bleibt noch 3 übrig; welche Zahl war es?

223 62. In dem magischen Quadrat der Aufgabe Nr. 156 auf Seite 14 sind die unrichtigen Zahlen durch die richtigen zu ersetzen.

224 63. Welche Zahl gibt durch 12 dividiert ebensoviel wie 328 mit 76 multipliziert?

225 64. Man hat eine Zahl mit 24 multipliziert, zum Produkt 2840 addiert und dadurch 8000 erhalten; welches ist die Zahl?

226 65. Durch welche Zahl ist 54096 zu dividieren, um soviel zu erhalten, als das Produkt aus 48×49 beträgt?

227 66. Teilt man eine Zahl durch 4, den Quotienten durch 5 und den neu entstandenen Quotienten durch 3, so beträgt die Hälfte des letzten Quotienten 311. Wie groß war die ursprüngliche Zahl?

228 67. 26000 Weizenkörner wiegen 1 kg; wieviel Waggonladungen à 8 t 500 kg machen eine Billion Weizenkörner aus?

229 68. Der größte aller deutschen Mathematiker Johann Karl Friedr. Gauß (geb. 30. April 1777 zu Braunschweig, gest. 23. Februar 1855 zu Göttingen) hat für die Vorausbestimmung des Ostersonntags, der nach alter Kirchensatzung jedesmal auf den ersten Sonntag fallen soll, der dem ersten Vollmond nach dem Frühlingsäquinoktium folgt, folgende

Regel angegeben: Ist die laufende Jahreszahl mit n bezeichnet, so bilde man folgende Divisionsreste: $[n:19] = a$, $[n:4] = b$, $[n:7] = c$, $[(19a + x):30] = d$, $[(2b + 4c + 6d + y):7] = e$; es ist dann Ostern am $(22 + d + e)$ten März oder am $(d + e - 9)$ten April zu feiern.*) Dabei ist für x und y bis zum Jahre 2099 24 und 5 zu setzen.**) Berechne danach den Ostersonntag des laufenden Jahres!

69. Die Entfernungen der Fixsterne werden nach Sternweiten zu 4 Billionen geogr. Meilen bemessen und steht nach Struve der hellglänzende Stern erster Größe „Wega" (α Lyrä) im Sternbild der Leier um mindestens 4 Sternweiten von der Erde ab; da nun das Licht (im leeren Raume) in einer Sekunde 41.965 geogr. Meilen zurücklegt, wie lange braucht das Licht vom Sterne „Wega" zur Erde? (1 Jahr = 365 Tage.) **230**

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten (2. Teil).

1. Durch welche Rechenoperation wird in der Gleichung $5x = 35$ der Faktor 5 von der Bestimmungsgröße weggeschafft? **231**

1a. $5(x - 3) = 20.$ **231a**

1b. $5(3x - 8) = 6(x - 2) + 8(x - 3).$ **231b**

1c. $3(x - 6) + 8(x - 9) = 5(x - 7) + x - 5.$ **231c**

1d. $6(2x - 11) = 9(x - 3) - 15(x - 7).$ **231d**

1e. $3(x^2 - 2x + 5) - (3x + 4)x = 11(2 - x).$ **231e**

1f. $\{[(x - 3)x + 1]x - 2\}x + 20 = x^2(x^2 + 1) - 3x(x^2 - 1).$ **231f**

2. a) $(x - 3)(x - 1) = (x - 4)(x + 1).$ **232**

b) $(x + 2)(x + 1) = (x + 3)(x + 4) - 6x.$

c) $(3x - 1)(3x + 3) = 3x(3x + 1).$

d) $(x^2 + 2x - 7)(x - 9) = x^3 - 7x^2 - 62.$

3. $(2x - 5)(3x - 9) - (x + 1)(2x - 7) = (4x - 14)(x - 2).$ **233**

4. $(4x - 9)(2x + 5) + (x + 10)(x - 4) = (9x - 25)(x + 4).$ **234**

5. $(2x - 7)(3x - 9) - (5x - 9)(x - 4) = (x - 3)(x - 4).$ **235**

6. $(3x + 5)(3x - 5) - (5x - 10)(x + 6) = (2x - 3)(2x - 5).$ **236**

7. $(3x - 8)(2x + 3) - (8x - 4)(2x - 1) = (2x + 1)(2 - 5x).$ **237**

---

*) Bekanntlich richten sich nach Ostern alle anderen beweglichen Feste. Es ist 7 Wochen vorher der Sonntag Quinquagesima (Faschingsonntag), 40 Tage später Christi Himmelfahrt, 50 Tage später Pfingsten usw.

**) Ausnahmen treten nur ein, wenn nach der Rechnung Ostern auf den 26. April fallen würde; in diesem Falle ist immer der 19. April zu nehmen; ferner wenn Ostern auf den 25. April fällt und zugleich $d = 28$ und $a > 10$ ist. In diesem Falle ist der 18. April zu nehmen.

2*

238 8. $(x + 2)(3x - 5) - (2x - 3)(x + 8) = (x + 1)(x - 1) - 3(x + 1)$.

239 9. $36 + (x + 3)(4x - 5) - (2x + 4)(5x - 3) = 2(1 - 2x) - (3x - 5)(2x + 3)$.

240 10. $(x - 3)(x - 5)(x - 7) - (5x - 2)(-3x + 6) = x^3 + 3(9x + 1)$.

241 11. $7\{6[5(4x - 3) - 4] - 5\} - 6 = 1$.

242 12. $10[8\{6[4(3x - 8) - 3] - 5\} - 7] - 9 = 1$.

243 13. $(8 + 4x)^2 + (12 + 3x)^2 = (14 + 5x)^2$.

244 14. $(3 + 5x)^2 = (4 + 13x)^2 - (3 + 12x)^2$.

245 15. $(1 + 5x)^2 + (7 + 12x)^2 = (9 + 13x)^2 - 60x - 3$.

246 16. $(3x + 4)^2 + (5x - 3)^2 + (2x - 5)^2 = 2(19x + 100)(x - 2)$.

247 17. $(x + 3)(x - 5)(x + 2)(x - 4) - (x + 3)(x - 7) \cdot x^2 = 2(x + 8)(x + 11)$.

248 18. $(x - 3)(x - 5)(x - 7)(x - 9) - [x^4 - 24x^3 + 206x^2 - (144x + 6255)] = 0$.

249 19. Um welche Zahl muß man jeden Faktor der beiden Produkte 66×55 und 73×50 vermindern, damit die beiden Produkte gleich werden?

250 20. Um welche Zahl muß man jeden Faktor des Produktes 19×15 vergrößern und jeden Faktor des Produktes 37×20 verkleinern, damit beide Produkte gleich werden?

251 21. Um welche Zahl muß man jede der beiden Zahlen 9 und 29 vermehren, damit das Siebenfache der ersten Summe ebenso groß ist wie das Dreifache der zweiten?

252 22. Um welche Zahl muß man jede der Zahlen 9, 11, 7, 15 verkleinern, damit das Produkt der beiden ersten Zahlen, die man erhält, ebenso groß sei wie das Produkt der beiden letzten?

253 23. Wir haben eine gewisse Zahl einmal um 5 vermehrt, ein anderesmal um 3 vermindert. Das Produkt der beiden neuen Zahlen ist um 15 größer als das Quadrat der ursprünglichen Zahl. Wie hieß die letztere?

254 24. Von zwei Zahlen ist die eine um 2 kleiner als die andere; vermehrt man jede um 3, so wird das Produkt der Zahlen um 45 größer. Wie heißen beide Zahlen?

255 25. Die Differenz zweier Zahlen ist 12; ihr Produkt ist um 352 kleiner als das Produkt der beiden Zahlen, die man erhält, wenn man jede der beiden ursprünglichen Zahlen um 4 vergrößert. Wie groß waren die beiden Zahlen?

26. Zwei Freunde wohnen 60 km voneinander entfernt; sie brechen gleichzeitig auf, um einander entgegen zu gehen, und zwar macht A in der Stunde $3^1/_2$ km, B in der Stunde 4 km; wann und in welcher Entfernung von ihren Wohnorten werden sie sich treffen? **256**

27. Von A ist nach B ein Bote geschickt worden, der in jeder Stunde 5 km zurücklegt; 3 Stunden später wird ihm ein berittener Bote nachgeschickt, der in der Stunde 10 km macht; in wieviel Stunden wird er den ersten einholen? **257**

28. $[(x^2 - 10x + 21)(x^2 - 14x + 45)] : (x^2 - 12x + 35) - (x - 6)(x + 7) = 4.$ **258**

29. $[(x^2 + 8x + 15)(x^2 - 3x + 2)] : [(x - 2)(x + 5)] - (x - 2)(x + 7) = 2(x + 3).$ **259**

30. $[(x^3 + 4x^2 - 11x - 30)(x^2 + 2x - 3)] : [(x^2 + 8x + 15)(x - 1)] = (x + 6)(x - 4).$ **260**

31. $[(x^2 - 5x - 24)(x^2 - 7x + 10)] : (x^2 - 2x - 15) - (x - 2)(x - 6) + 14 = 0.$ **261**

†32. $\{[(3x^2 - 14x + 15)(2x^2 + 5x + 2)] : [(2x + 1)(3x - 5)]\} - \{[(2x^2 - 9x + 10)(3x^2 + 10x + 3)] : [(3x + 1)(2x - 5)]\} + 10 = 0.$ **262**

33. Wenn man das doppelt genommene Quadrat einer gewissen Zahl um das Siebenfache der Zahl vermehrt und davon 15 abzieht, sodann das Ergebnis durch die um 5 vergrößerte Zahl dividiert, so erhält man um 4 mehr zum Quotienten, als die Zahl beträgt. Wie heißt die Zahl? **263**

34. Wenn wir eine gewisse Zahl um 5 vermehren und sodann durch 7 dividieren, so erhalten wir 2 als Quotient und 3 als Rest; wie heißt die Zahl? (Man benütze Nr. 166, S. 15!) **264**

35. Die Zahl 64 ist in zwei Teile zu zerlegen, so daß der größere durch den kleineren dividiert 3 als Quotient und 8 als Rest ergibt; wie sind die Teile anzunehmen? **265**

36. Von einer zweiziffrigen Zahl ist die Ziffersumme 6; dividiert man die Zahl durch die Differenz aus der Ziffer der Einer vermindert um die Ziffer der Zehner, so erhält man 3 als Quotient und es bleibt ebensoviel als Rest; welche Zahl ist gemeint? **266**

37. Wir sollen eine zweiziffrige Zahl mit der Ziffersumme 8 bestimmen, welche folgende Eigenschaften hat: Dividiert man die Zahl durch jene Zahl, die man durch die Vertauschung der beiden Ziffern erhält, so bekommt man als Quotient 1 und als Rest 18; welches ist die Zahl? **267**

V. Wiederholungsaufgaben.

268 1. Man addiere die Zahlen $31076 + 6498 + 12379 + 687 + 5493$ und ziehe von der erhaltenen Summe die einzelnen Summanden der Reihe nach ab!

269 2. Von einem Dreieck ist $\sphericalangle \alpha = 150^0 49' 36''$, $\sphericalangle \beta = 14^0 38' 56''$; wie groß ist $\sphericalangle \gamma$?

270 3. $720^0 - (91^0\ 16'\ 50'' + 142^0\ 31'\ 18'' + 126^0\ 28'\ 53'' + 151^0 39' 56'' + 143^0 16' 49'') = ?$

271 4. $13x + 3z + [-2x - z - (2y + 3z) - y] - \{x + 5y - [3z - (-2x + y) - x] + z\} + 2y = ?$ Probe für $x = 15, y = 28, z = 37$.

272 †5. $16m - 17n - 5p - \{-7m - [-4n - (-5p + 3m - 2n) - 2n + 5p]\} - \{-5m - [-2n - (-6p - 2m + 8n) - 5m - 3p] - 6n - 9p\} + (8m + 7n - 23p) = ?$ Probe für $m = 3$, $n = 2$, $p = 1$.

273 †6. $28a - 7b + 10c - \{-7a - [-9b - (-6c + 3a - 8b) + a - 3c] + 5b - 8c\} - \{-11a - [-3b - (-6c + a - 5b) - 2a + 8c] + b - 9c\} + (-22a + 2b - 47c) = ?$ Probe für $a = 4$, $b = 3$, $c = -2$.

274 7. $3x - [2x + 1 - (x + 3)] = 6$.

275 8. $2x - \{[x - 17 - (-2x + 8) + (-2x + 9) - x] - (2x + 8)\} = 32$.

276 9. $3x - \{x + 4 - [2x + 6 - (-x - 2)] - [7x - 18 + (3x + 2)] - x\} = 10x - (56 - 10x)$.

277 10. Setzen wir in einer Klasse 8 Schüler in jede der langen Schulbänke, so bleiben in der letzten Bank 5 Plätze leer; setzen wir aber in jede Bank nur 7 Schüler, so würden zwei keinen Platz finden. Wieviel Bänke sind im Schulzimmer und wie groß ist die Schülerzahl?

278 11. Zwei Körper A und B sind 12 km 719 m voneinander entfernt. Sie beginnen sich gleichzeitig mit konstanter Geschwindigkeit gegeneinander zu bewegen, wobei A in der Sekunde um 63 m mehr zurücklegt als B; sie treffen sich nach 23 Sekunden. Welche Geschwindigkeit hat jeder und wo treffen sie sich?

279 12. Um 8 Uhr geht A von einem Orte M weg; er macht in der Minute 100 Schritte von 75 cm Länge. Um $8^h\ 9^{min}$ geht ihm B nach, der in der Minute 120 Schritte von 85 cm Länge macht. Wann wird B den A einholen und in welcher Entfernung von M wird dies geschehen?

13. $(a^6 + 3a^5b + 6a^4b^2 + 7a^3b^3 + 6a^2b^4 + 3ab^5 + b^6) . (a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) - (a^5 - 2a^4b + a^3b^2 - a^2b^3 + 2ab^4 - b^5) . (a^4 + 2a^3b + 3a^2b^2 + 2ab^3 + b^4) = ?$ **280**

14. $1 - a^4\{a^3[a^2(a - 1) - 2] - 3\} - [1 - a\{2 - a^2[3a - a^3(4a^2 + a^4)]\}] = ?$ **281**

15. $(x - 3)(2x + 8) = 2x^2 - (3x + 4).$ **282**

16. $(2x + 3)(x + 4) + (x - 2)(3x - 6) = (5x - 9)(x + 4).$ **283**

17. $(x - 16)(x - 9) = 2(x - 17)(x - 9) - (x - 14)(x - 17).$ **284**

18. $2(x - 2)(4x - 7) = 20(x - 1)(x - 2) - 3(x - 1)(4x - 7).$ **285**

19. $10\{8[6(5x - 9) - 5] - 7\} - 9 = 1.$ **286**

20. $(5x - 2)^2 = (4x - 7)^2 + (3x + 3)^2.$ **287**

21. In einer zweiziffrigen Zahl ist die Ziffersumme 12; vertauscht man diese zwei Ziffern miteinander, so ist die neue Zahl um 18 kleiner. Wie heißt die Zahl? **288**

22. Wir haben eine gewisse Zahl einmal um 12 vergrößert, das anderemal um 10 verkleinert. Ziehen wir das Produkt der beiden neuen Zahlen vom Quadrat der ursprünglichen Zahl ab, so erhalten wir 48 als Rest. Wie hieß die Zahl im Anfange? **289**

23. Wir haben eine gewisse Zahl einmal um 6, ein anderesmal um 7, ein drittesmal um 4 und ein viertesmal um 10 vermehrt; nun gibt die erste Zahl mit der zweiten multipliziert dasselbe Produkt wie die dritte mit der vierten. Wie heißt die ursprüngliche Zahl? **290**

24. $(a^{12} - 4096) : (a^8 + 16a^4 + 256) = ?$ **291**

25. $(125 - 300a + 465a^2 - 574a^3 + 519a^4 - 384a^5 + 231a^6 - 102a^7 + 36a^8 - 8a^9) : (5 - 4a + 3a^2 - 2a^3) = ?$ **292**

26. $(15a^7 - 34a^6b + 47a^5b^2 - 50a^4b^3 + 20a^3b^4 - 10a^2b^5 - 5ab^6 + 2b^7) : (5a^3 - 3a^2b + 4ab^2 - b^3) = ?$ **293**

27. $[(a - b)^3 - (a^2 + ab + b^2)(a - b)] : (3b - 3a) = ?$ **294**

28. $[(10x^3 - 29x^2y - 5xy^2 + 6y^3) . (-x + 4y)] : (-2x^2 + 7xy + 4y^2) = ?$ **295**

28a. $[(a^2 + 4a + 3)(a + 11) - (a + 2)^3 - (3a - 5)^2 + 39a] : [(a + 13)^2 - (a - 13)^2] = ?$ **295a**

29. $(10846 \times 9071) : 2726 = ?$ **296**

29a. $[(5x^2 + 3x + 1)^2 - (3x^2 + 6x - 4)^2] : (2x^2 - 3x + 5) = 8x^2 + 7x - 1.$ **296a**

29b. $\{[(x^3 - 3x^2 - 13x + 15)(x^3 + 3x^2 - 13x - 15)] : [(x + 1)(x + 3)(x + 5)]\} - \{[(x^3 + 2x^2 - 5x - 6)(x^2 + x - 20)] : (x^2 - 6x + 8)\} + 2x(9x + 5) = 0.$ **296b**

297 †30. $\{[(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)(x+5)(x-6)] : [(x^2 - 6x + 8)(x^2 + 8x + 15)]\} - \{[(x^2 - 7x + 10)(x^2 - 1)] : (x^2 - 3x + 2)\} = -14$.

298 31. Die Zahl 100 soll in zwei Teile zerlegt werden, so daß der erste durch den zweiten dividiert als Quotient 2 und als Rest 16 ergibt. Wie muß die Zerlegung geschehen?

299 32. In einer zweiziffrigen Zahl ist die Einerziffer um 3 kleiner als die Zehnerziffer; dividiert man die Zahl durch ihre Ziffersumme, so erhält man 6 als Quotient und 7 als Rest. Wie heißt die Zahl?

300 33. Wir dividieren eine zweiziffrige Zahl, die doppelt so viel Zehner als Einer enthält, durch jene Zahl, die entsteht, wenn Zehner und Einer ihren Platz wechseln; wir erhalten dabei als Quotient 1 und als Rest 27; wie hat die ursprüngliche Zahl gelautet?

Zweiter Abschnitt.

Die vier Grundrechnungsarten mit gebrochenen Zahlen.

VI. Teilbarkeit der Zahlen.

301 1. Wann nennt man eine Zahl a durch eine andere Zahl b teilbar? Wie nennt man im Falle der Teilbarkeit die Zahl b in Hinsicht auf a? Wie nennt man die Zahl a in Hinsicht auf b?

302 2. Was sind (absolute) Primzahlen und was sind zusammengesetzte Zahlen?

303 3. Suche die Primzahlen bis 100 (bis 500, bis 1000) auf!*)

*) Für manche Zwecke ist es von Vorteil, wenn der Schüler sich eine etwa bis 500 oder bis 1000 reichende Tabelle anlegt, in der die im genannten Zahlenraume vorkommenden Primzahlen enthalten sind. Am leichtesten geschieht dies mittels eines vom griechischen Mathematiker und Geographen Eratosthenes (276—194 v. Chr.) angegebenen Verfahrens, welches das „Sieb des Eratosthenes" genannt wird. Man schreibt alle ungeraden Zahlen in geordneter Übersicht an und setzt zwischen 1 und 3 noch die Zahl 2; man unterstreiche nun 1, 2, 3 (als Primzahlen). Nun zähle man von 3 fortgesetzt um je 3 Zahlen weiter, wobei man also die Zahlen 5, 7 und 9 berührt; 9 muß dann durch 3 teilbar sein, kann also keine Primzahl sein. Deshalb wird sie durchstrichen; ebenso fällt nun weg 15, 21... Dann geht man zum Anfange zurück, unterstreicht die zunächst stehende Primzahl 5 und scheidet alle Fünffachen ebenso aus wie früher alle Dreifachen usw. Dieses Verfahren ist dabei je nach dem vorgelegten Zahlenraume nur bis zu einer gewissen Primzahl fortzusetzen. So

4. Wie kann man entscheiden, ob eine vorgelegte Zahl eine (absolute) Primzahl ist oder nicht? Das Verfahren soll in einer Regel dargestellt werden. **304**

5. Welche von den folgenden Zahlen sind Primzahlen? **305**

703, 1007, 1097, 1109, 1259, 1457, 1817, 2017, 2309, 2929, 3797, 13579.

6. Was versteht man a) unter einem gemeinschaftlichen Maße, b) unter einem gemeinschaftlichen Vielfachen von zwei oder mehreren Zahlen? **306**

7. Von den Zahlen 48 und 60 sind mehrere gemeinschaftliche Maße anzugeben; wie viele ließen sich angeben? Welches unter ihnen ist das größte und welches das kleinste? **307**

8. Von den Zahlen 8 und 12 sind mehrere gemeinschaftliche Vielfache anzugeben; wie viele ließen sich angeben? Welches unter ihnen ist das kleinste und welches das größte? **308**

9. Es ist die Definition des größten gemeinschaftlichen Maßes und des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen zweier oder mehrerer Zahlen anzugeben. **309**

10. Welches ist das größte gemeinschaftliche Maß von 12 und 35? Wie heißen zwei derartige Zahlen, die als größtes gemeinschaftliches Maß die Einheit haben? Ist die Definition: „Zahlen, die außer 1 kein anderes gemeinschaftliches Maß haben, heißen relative Primzahlen oder teilerfremde Zahlen", eine einwandfreie zu nennen? **310**

11. Begründe a) an besonderen, b) an allgemeinen Zahlen die folgenden Lehrsätze: **311**

1. Haben zwei oder mehrere Zahlen ein gemeinschaftliches Maß, so ist auch ihre Summe und ihre Differenz dadurch teilbar.
2. Ist eine Zahl durch eine andere teilbar, so ist auch jedes Vielfache der ersten Zahl durch die zweite teilbar.
3. Ist eine Zahl durch zwei oder mehrere relative Primzahlen teilbar, so ist sie auch durch ihr Produkt teilbar.

12. Mit Benützung der in Nr. 311 angeführten Sätze sind die Kennzeichen der Teilbarkeit durch 2, 5, 10, 100, 1000, . . . 4, 8, 25, 125, . . . 3, 9, 6, 12 abzuleiten. **312**

13. An der Zahl 7381946 ist das folgende Kennzeichen der Teilbarkeit durch die Zahl 11 abzuleiten: „Durch 11 sind jene Zahlen teilbar, **313**

braucht man im Zahlenraume bis 100 nur bis zur Primzahl 7 zu gehen (die Siebenfachen auszuscheiden). Bis 500 ist die Grenze 19, bis 1000 ist die Grenze 31 usw. Wie kann man diese Grenze im vorhinein bestimmen? (Vgl. Nr. 4!) Die zuletzt übrig bleibenden Zahlen sind die Primzahlen des vorgelegten Zahlenraumes.

bei denen die Differenz der Ziffersummen*) aus den ungeraden und aus den geraden Stellen (von den Einern an gerechnet) durch 11 teilbar ist." (Besser ist, es zu sagen: „. . . . bei denen die Differenz aus der Summe derjenigen Ziffern, deren Stellenwerte gerade Potenzen von 10 sind, und der Summe jener Ziffern, deren Stellenwerte ungerade Potenzen von 10 sind, durch 11 teilbar ist.")

Anleitung: Man mache Anwendung von $10 = 11 - 1$, $100 = 99 + 1$, $1000 = 1001 - 1$, $10000 = 9999 + 1$, $100000 = 100001 - 1$ usw.

314 †14. Wie kommt es, daß alle sechsstelligen Zahlen, die sich in zwei gleichlautende, dreistellige Zeilen zerlegen lassen, wie 539|539, 708|708 usw., ferner 093|093 oder 007|007 usw. immer durch 7, 11 und 13 teilbar sind?

315 15. Welche von den folgenden Zahlen sind durch 3, welche durch 4, welche durch 6, welche durch 8 teilbar:
9080, 9672, 8352, 25060, 27096, 62340, 162078, 564075, 948078, 1803008.

316 16. Welche von den folgenden Zahlen sind durch 6, welche durch 9, welche durch 11, welche durch 25 teilbar:
817, 1232, 1375, 1971, 6534, 6644, 7326, 8325, 57318, 632754, 719676441.

317 17. Folgende Zahlen sind in Primfaktoren zu zerlegen:
a) 693000; b) 191100; c) 546840;
d) 9875250; e) 1018215; f) 27421625.

318 18. Zerlege 756 in die Primfaktoren und bilde daraus alle möglichen zusammengesetzten Faktoren!

319 †19. Es ist zu zeigen, daß man alle Faktoren (Teiler) einschließlich des Faktors 1 im vorigen Beispiele auch folgendermaßen erhalten hätte: Da $756 = 2^2 . 3^3 . 7$, so bilde man die drei Ausdrücke $(1 + 2^1 + 2^2)$, $(1 + 3^1 + 3^2 + 3^3)$ und $(1 + 7^1)$ und multipliziere sie nach dem bekannten Verfahren; jedes Glied des Produktes ist einer der gesuchten Faktoren (Teiler) von 756.

320 †20. Wie kann man auf Grund der vorigen Aufgabe die Anzahl der Teiler von 756 am einfachsten bestimmen?

321 21. Alle Faktoren (Teiler) zu bestimmen von 300, 675, 1155, 2028, 2160, 4200, 14630.

322 22. Alle Teiler zu bestimmen von 5940 und 11088.

---

*) Nur der Ausdruck „Ziffersumme" ist richtig, nicht das häufiger gebrauchte „Ziffernsumme". Besser — jedoch weniger gebräuchlich — ist der Ausdruck „Quersumme".

23. In Faktoren zu zerlegen: **323**
a) $24a^3b^2$; b) $18a^2x^3y^5$; c) $30m^3n^2x$; d) $28x^3y^5z^2$.

24. Ebenso: **324**
a) $42xy - 28xz$; b) $12a^2 - 18ab + 6b^2$
c) $3m^5 - 6m^4n + 9m^3n^2$; d) $ax^5y^3 - bx^4y^4 + cx^3y^5$.

25. Ebenso: **325**
a) $6x^4y^3 - 18x^3y^4 + 24x^2y^5 - 12xy^6$;
b) $14a^3b^8 - 7a^4b^5 + 21a^2b^7 + 7a^5b^6 - 49a^6b^5$.

26. Ebenso: **326**
$42a^8b^5x^6 - 14a^6b^7x^5 - 49a^7b^6x^7 - 35a^5b^8x^8 - 56a^4b^9x^9$.

27. Nach $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ ist in Faktoren zu zerlegen: **327**
a) $a^2 + 16a + 64$; b) $4a^2 + 24ab + 36b^2$;
c) $9x^2 + 24xy + 16y^2$; d) $25a^4 + 10a^2b^2 + b^4$.

28. Nach $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ ist in Faktoren zu zerlegen: **328**
a) $a^2 - 12a + 36$; b) $9m^2 - 12mn + 4n^2$;
c) $16x^4 - 24x^2y + 9y^2$; d) $a^6 - 10a^3b + 25b^2$.

29. Nach $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ ist in Faktoren zu zerlegen: **329**
a) $4a^2 - 9b^2$; b) $16x^2 - 25y^2$; c) $9a^4 - 36b^4$;
d) $49x^4 - 16y^2$; e) $25a^2b^2 - 64x^2y^2$; f) $9a^2b^6 - 4x^6y^2$.

29a. Nach Nr. **116** und **131—131b** ist in Faktoren zu zerlegen: **329a**
$x^3 - 1$; $x^3 + 1$; $x^4 - 1$; $x^5 - 1$; $x^5 + 1$.

29b. Ebenso: **329b**
$a^3 - 8$; $a^3 + 8$; $a^4 - 16$; $a^5 - 32$; $a^5 + 32$.

29c. Ebenso: **329c**
$a^3 - 64$; $a^3 + 27$.

30. Durch Zerlegung in Primfaktoren ist zu bestimmen das größte **330**
gemeinschaftliche Maß und das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von 15540 und 3330. (Regel.)

31. Bestimme durch Zerlegung in Primfaktoren: **331**
a) M und v (6336, 1728);
b) M und v (1230075, 1159785);
†c) M und v (2190, 7081, 10147);
d) M und v (720, 1080, 1800, 2520);
e) M und v (23310, 36630, 6660, 9990);
f) M und v (43890, 30723, 20482, 51205).

32. Wie ist das in Nr. **330** angeführte Verfahren zu vereinfachen, **332**
wenn es sich nur um die Aufsuchung des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen handelt? Abzuleiten an dem Beispiele v (36, 42, 60).

333 33. Bestimme nach dem in Nr. 332 erwähnten Verfahren:

a) v (2, 4, 5, 8, 9, 12, 15, 25);
b) v (3, 7, 10, 12, 15, 20, 21, 30);
c) v (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12);
d) v (2, 4, 6, 10, 18, 25, 30, 40, 60, 75, 100);
e) v (3, 4, 6, 10, 15, 25, 30, 40, 75, 100, 120, 180, 240);
f) v (3, 4, 6, 8, 12, 15, 18, 20, 24, 25, 40, 60, 90, 100).

334 34. Wann ist das Verfahren zur Bestimmung des größten gemeinschaftlichen Maßes und des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen durch Zerlegung in Primfaktoren schwierig anzuwenden? (Vergl. Nr. 331 c!).

335 35. Begründe das Verfahren der sogenannten Kettendivision zuerst an den Zahlen 1027 und 1738, dann an zwei allgemeinen Zahlen a und b.

336 36. Wie oft ist das größte gemeinschaftliche Maß von 1027 und 1738 in jeder der beiden Zahlen enthalten?*)

337 37. Bestimme durch die Kettendivision:

a) M (8622, 3353);
b) M (3419, 14991);
c) M (8194, 5061);
d) M (43395, 341637).

338 38. Wie kann das Verfahren der Kettendivision auch zur Bestimmung des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen Verwendung finden?**)

339 39. Bestimme durch die Kettendivision:

a) M und v (4340, 1302);
b) M und v (3060, 16830).

---

*) 1738	1027	1	22
711	316	1	13
79	=	2	9
		4	4
			1

Die Auffindung des gesuchten Quotienten geschieht am raschesten durch ein sehr einfaches Verfahren, das eigentlich mit der Rückwärtsbildung der Kette identisch und folgendermaßen auszuführen ist: Neben der Kolonne der Quotienten bildet man eine neue Kolonne in folgender Art: Man schreibt um eine Stufe tiefer als der letzte Quotient eine Eins an, multipliziert diese mit dem untersten Quotienten 4 und schreibt das Produkt $4 \times 1 = 4$ neben dem untersten Quotienten 4. Dann multipliziert man die neuangeschriebene 4 mit dem vorletzten Quotienten 2 und zählt die nächst tiefer stehende Zahl 1 zum Produkt. Man spricht also: 2×4 ist 8 und 1 ist 9; diese 9 kommt neben 2; analog setzt man die Rechnung fort und spricht: 1×9 ist 9 und 4 ist 13; 13 neben 1 geschrieben; 1×13 ist 13 und 9 ist 22; 22 neben 1 geschrieben. (Den ganzen Weg geben die Hilfsstriche an.) Es ist dann 79 in 1027 13mal und in 1738 22mal enthalten. Dieses Verfahren wollen wir der Kürze halber das „Aufrollen der Kette" nennen.

**) Bei dieser Aufgabe leistet das „Aufrollen der Kette" einen sehr schätzenswerten Dienst. Wieso?

40. Wie ist das Verfahren der Kettendivision zur Bestimmung des **340**
größten gemeinschaftlichen Maßes und des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen von mehr als zwei Zahlen zu verwenden?

41. Bestimme durch die Kettendivision: **341**

a) M (2936, 4404, 4771);
b) M (23335, 8975, 27643);
c) M (47047, 28952, 31262).

42. Bestimme durch die Kettendivision: **342**

a) v (10554, 15831, 14072);
b) v (10398, 15597, 13864);
c) v (10518, 15777, 14024).

43. Bestimme durch die Kettendivision: **343**

a) M und v (870, 3045, 4785);
b) M und v (32018, 13722, 25157).

44. Ebenso M und v (2124, 2950, 7139, 9971). **344**

45. „ M und v (26610, 17740, 13305, 5322). **345**

46. „ M und v (29124, 19416, 12135, 5663). **346**

47. „ M und v (74020, 29608, 22206, 18505). **347**

48. „ M und v (257290, 304070, 60814, 128645). **348**

49. Es ist die Richtigkeit der folgenden Gleichung nachzuweisen: **349**
M (50890, 41439) + v (11706, 29265) = M (40418, 43305) + + v (11274, 18790).

50. Ebenso M (80850, 51450) × v (1080, 192) = M (35280, **350**
27440) × v (1080, 4050).

VII. Gemeine Brüche.

1. Wann ist die Division im Sinne des Teilens im Gebiete der **351**
ganzen Zahlen nicht ausführbar?

2. Es ist zu zeigen, wie der Quotient 3 : 5 durch die Einführung **352**
von Brucheinheiten (Bruchzahlen) bestimmt werden kann. (Erläutere dies an dem besonderen Beispiele: 3 Laib Brot sind zu gleichen Teilen an 5 arme Leute zu verteilen.)

3. Was hat man unter dem Bruche $^3/_5$ $\left(\text{allgemein } \frac{a}{b}\right)$ zu verstehen? **353**

4. Was bedeutet der Nenner und der Zähler eines gemeinen Bruches? **354**

5. Warum kann jeder Quotient seinem Werte nach als Bruch und **355**
jeder Bruch seinem Werte nach als Quotient aufgefaßt werden?

6. Welche Arten von Brüchen unterscheidet man? **356**

357 7. Es sind Brüche mit gleichen Nennern (gleichnamige Brüche) ihrem Werte nach miteinander zu vergleichen.

358 8. Es sind Brüche mit gleichen Zählern ihrem Werte nach miteinander zu vergleichen.

359 9. Es sind die folgenden Formveränderungen der Brüche zu erklären und an selbstgewählten Beispielen auszuführen:

a) Die Verwandlung eines unechten Bruches in eine gemischte Zahl.
b) Die Verwandlung einer gemischten Zahl in einen unechten Bruch.
c) Das Erweitern eines Bruches mit einer beliebigen Erweiterungszahl.
d) Das Erweitern eines Bruches auf einen gegebenen Nenner.
e) Das Gleichnamigmachen von mehreren Brüchen.
f) Das Abkürzen eines Bruches.

360 10. Folgende unechte Brüche sind in gemischte Zahlen zu verwandeln: a) $^{28}/_5$; b) $^{23}/_{10}$; c) $^{36}/_7$; d) $^{51}/_8$; e) $^{72}/_7$; f) $^{99}/_5$; g) $^{218}/_{24}$; h) $^{321}/_{35}$; i) $^{614}/_{70}$; k) $^{819}/_{75}$; l) $^{975}/_{93}$; m) $^{1428}/_{57}$.

361 11. Folgende Brüche sind in gemischte Zahlen zu verwandeln:

a) $\frac{x^2 - 2x - 33}{x - 7}$; b) $\frac{x^2}{x + 1}$; c) $\frac{x^4}{(x+1)(x-1)}$; d) $\frac{a^2 + 2 - b^2}{a - b}$.

362 12. Folgende gemischte Zahlen sind in unechte Brüche zu verwandeln: a) $7^3/_4$; b) $5^7/_9$; c) $12^4/_5$; d) $16^9/_{10}$; e) $8^3/_8$; f) $16^3/_5$.

363 13. Folgende gemischte Zahlen sind in Brüche zu verwandeln:

a) $x + 1 + \frac{1}{x - 1}$; b) $x + 1 - \frac{1}{x + 1}$; c) $x + y + \frac{y^2}{x - y}$;

d) $x - y + \frac{y^2}{x + y}$; e) $x + y - \frac{x^2}{x - y}$; f) $x - y - \frac{x^2}{x + y}$;

g) $x - 1 - \frac{4x^3 - 4x^2 + x}{4x^2 + 4x + 1}$; h) $x^2 - y^2 - \frac{x^4 - 2x^2y^2 - y^4}{x^2 + y^2}$.

364 14. Die Brüche $^2/_3$ und $^3/_4$ sind der Reihe nach mit den Erweiterungszahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 zu erweitern.

365 15. Man erweitere jeden der Brüche $^1/_4$, $^3/_5$, $^5/_6$ auf jene der folgenden Nenner, auf die dies ausführbar ist:

8, 10, 12, 20, 24, 30, 36, 40, 45, 54, 60.

366 16. Man stelle die Brüche:

$^3/_5$, $^5/_6$, $^7/_8$, $^3/_{10}$, $^7/_{12}$, $^3/_{20}$, $^{11}/_{24}$

a) auf den Nenner 720, b) auf den Nenner 360, c) auf den Nenner 120!

17. Folgende Brüche sind auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen: 367

a) $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, $^4/_5$, $^5/_6$, $^6/_7$, $^7/_8$;
b) $^1/_4$, $^1/_6$, $^1/_8$, $^1/_{12}$, $^1/_{20}$, $^1/_{24}$;
c) $^1/_3$, $^3/_5$, $^5/_8$, $^9/_{10}$, $^7/_{15}$, $^3/_{20}$, $^{23}/_{30}$.

18. Stelle mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Nenner dar: 368

$10^5/_{16}$, $4^3/_4$, $5^7/_{48}$, $3^2/_9$, $15^1/_{24}$, $7^7/_{36}$.

19. Mit dem kleinsten gemeinschaftlichen Nenner sind darzustellen die Brüche: 369

a) $\frac{x}{3}, \frac{2x}{5}, \frac{4x}{15}, \frac{3x}{20}, \frac{7x}{30}, \frac{2x}{45}$; b) $\frac{a}{x}, \frac{ab}{xy}, \frac{b}{y}$;

c) $\frac{2}{a^2b}, \frac{3}{ab}, \frac{2}{ab^2}, \frac{4}{a}, \frac{4}{b}, \frac{2}{a^2b^2}$; d) $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a-b}, \frac{1}{a^2-b^2}$;

e) $\frac{1}{x+1}, \frac{1}{x-1}, \frac{1}{x^2-1}, \frac{1}{(x+1)^2}, \frac{1}{(x-1)^2}$.

20. Folgende Brüche sind abzukürzen*): 370

a) $^{55}/_{121}$; b) $^{185}/_{190}$; c) $^{740}/_{760}$; d) $^{165}/_{363}$; e) $^{246}/_{342}$; f) $^{4040}/_{8000}$; g) $^{1155}/_{1685}$; h) $^{432}/_{9936}$; i) $^{10000}/_{21875}$; k) $^{15255}/_{18900}$.

21. Folgende Brüche sind abzukürzen: 371

a) $^{6807}/_{15883}$; b) $^{34901}/_{39007}$; c) $^{222334}/_{269977}$.

22. Folgende Brüche sind abzukürzen: 372

a) $^{254032}/_{301663}$; b) $^{206167}/_{253744}$; c) $^{237345}/_{268991}$.

VIII. Addition und Subtraktion der Brüche.

1. Wie werden gleichnamige Brüche addiert? Wie können ungleichnamige Brüche addiert werden? 373

2. Wie werden gleichnamige Brüche subtrahiert? Wie können ungleichnamige Brüche subtrahiert werden? 374

3. $^1/_2 + ^2/_3 + ^7/_{13} + ^{21}/_{26} + ^{73}/_{78} + ^2/_{39} = ?$ 375

4. $^2/_{15} + 3^1/_5 + 2^3/_8 + 7^1/_{60} + 4^1/_4 + 1^5/_{24} + 4^{19}/_{60} = ?$ 376

5. $^2/_3 + ^7/_9 + ^{11}/_{12} + ^7/_{45} + ^{13}/_{36} + ^1/_{60} + ^{109}/_{180} = ?$ 377

6. $^3/_4 + ^5/_6 + ^7/_{12} + ^{37}/_{52} + ^{45}/_{78} + ^7/_{156} = ?$ 378

7. $\frac{2a}{3} + \frac{3a}{15} + \frac{3a}{5} + \frac{7a}{10} + \frac{5a}{6} = ?$ 379

8. $\frac{2x-1}{3} + \frac{x+4}{2} + \frac{5x+2}{6} = ?$ 380

*) Das in der Anmerkung zu Nr. 336, S. 28, mitgeteilte Verfahren des „Aufrollens der Kette" ist hier wieder sehr gut verwendbar.

381 9. $4\frac{69}{161} - 1\frac{19}{28} = ?$

382 10. $4\frac{57}{209} - 1\frac{23}{44} = ?$

383 11. $4\frac{68}{221} - 1\frac{29}{52} = ?$

384 12. $4\frac{57}{133} - 1\frac{19}{28} = ?$

385 13. Von der Summe der Brüche $3\frac{3}{4}$, $5\frac{1}{6}$, $2\frac{5}{8}$, $\frac{9}{10}$, $17\frac{5}{12}$, $5\frac{3}{20}$, $7\frac{1}{30}$, $4\frac{11}{36}$ und $\frac{9}{40}$ ist die Summe der Brüche $2\frac{5}{6}$, $3\frac{3}{10}$, $6\frac{1}{12}$, $3\frac{7}{36}$ und $\frac{101}{180}$ abzuziehen.

386 14. $\frac{2x-3y}{5} - \frac{x}{2} - \frac{3x-7y}{10} + \frac{x+y}{2} = ?$

387 15. $\frac{1+a^2}{1-a^2} - \frac{1-a}{1+a} = ?$

388 16. $\frac{5a-8b}{a+b} + \frac{3a-b}{a-b} - \frac{a-4b}{a+b} + \frac{a+5b}{a-b} = ?$

389 17. $\frac{2a-3b}{5} + \frac{a+b}{2} - \frac{a}{2} - \frac{3a-7b}{10} = ?$

390 18. $\frac{2a+10b}{3} + \frac{8a-3b}{7} - \frac{5a+7b}{3} - \frac{a-10b}{7} = ?$

391 19. $\frac{2}{3} + \frac{x}{3y} + \frac{y-3x}{5x} - \frac{5x+3y}{15y} - \frac{3y-2x}{15x} = ?$

392 20. $\frac{x+2b}{2bxy} - \frac{3a-2b}{6aby} - \frac{x+3a}{3axy} = ?$

393 21. $\frac{x}{y} + \frac{2x^2+y^2}{xy} + \frac{3xy^2-3x^3-y^3}{x^2y} - \frac{4xy^3-2x^2y^2-y^4}{x^2y^2} = ?$

394 22. $\frac{3a-b+c}{4} - \frac{6a-3b}{6} - \frac{4a+5b}{9} - \frac{a-b-c}{18} - \frac{6a+2b-c}{24} + \frac{144a+96b+47c}{72} = ?$

395 23. $\frac{2x-3y+z}{2} - \frac{x-y-z}{5} + \frac{3x+4y+2z}{10} - \frac{x-2y-2z}{15} + \frac{4x+5y+6z}{25} - \frac{29x-235y+41z}{150} = ?$

396 24. $\frac{a-b-c}{3} - \frac{2a+b-c}{5} + \frac{a-2b+3c}{9} - \frac{a+b+c}{10} - \frac{3a-10b-2c}{18} + \frac{110a+117b+71c}{90} = ?$

25. $\frac{m+n-3p}{20}+\frac{47m+45n+41p}{80}-\frac{m+3n-2p}{8}-$ 397

$-\frac{m-n-6p}{5}-\frac{m-n+p}{16}+\frac{3m+2n-3p}{4}=?$

†26. $\frac{a^2+ab+b^2}{a+b}-\frac{a^2-ab+b^2}{a-b}+\frac{2b^3-b^2+a^2}{a^2-b^2}=?$ 398

†27. $\frac{1}{a-1}-\frac{1}{a+1}-\frac{8}{a^2-1}+\frac{2}{(a+1)^2}-\frac{2}{(a-1)^2}+$ 399

$+\frac{3a^4+8a-3}{(a+1)^2(a-1)^2}=?$

†28. $\frac{3a}{a-b}-\frac{3b}{a+b}-\frac{6b^2}{a^2-b^2}+\frac{ab}{(a+b)^2}+\frac{4a^2b^2}{(a-b)^2(a+b)^2}-$ 400

$-\frac{ab}{(a-b)^2}=?$

†29. $\frac{24}{4-a^2}-\frac{3a}{2-a}-\frac{6}{2+a}+\frac{2a}{(2-a)^2}-\frac{2a}{(2+a)^2}-$ 401

$-\frac{16a^2}{(2-a)^2(2+a)^2}=?$

†30. $\frac{3(4x^2+1)}{4x^2-1}-\frac{12}{(2x-1)(2x+1)}+\left[\frac{3x}{(2x-1)^2}-\right.$ 402

$\left.-\frac{3x}{(2x+1)^2}\right]-\frac{6}{(2x-1)^2(2x+1)^2}=?$

31. Wenn man Zähler und Nenner des Bruches $^7/_{15}$ einmal um 3 vermehrt, das anderemal um 3 vermindert, um wieviel unterscheiden sich die neuen Brüche vom ursprünglichen und wie groß ist ihr eigener Unterschied? 403

32. Von fünf Zahlen ist die erste $8^3/_4$, jede folgende immer um $5^1/_8$ größer als die vorhergehende; wie groß ist die Summe der fünf Zahlen? 404

IX. Multiplikation und Division der Brüche.

1. An selbstgewählten, besonderen und allgemeinen Beispielen sind die folgenden Aufgaben der Multiplikation und Division von Brüchen durchzuführen: 405

a) Die Multiplikation eines Bruches mit einer ganzen Zahl.
b) Die Division eines Bruches durch eine ganze Zahl.
c) Die Multiplikation einer ganzen Zahl mit einem Bruche
d) Die Multiplikation eines Bruches mit einem Bruche.

e) Die Division einer ganzen Zahl durch einen Bruch.

f) Die Division eines Bruches durch einen Bruch.

406 2. a) $16\frac{5}{9} \times 54$; b) $32\frac{1}{5} : 23$; c) $4 \times 3\frac{3}{8}$;
d) $\frac{6}{15} \times \frac{3}{4}$; e) $84 : \frac{4}{5}$; f) $\frac{2}{11} : \frac{4}{55}$.

407 3. a) $48 - (14\frac{1}{4} + 6 \cdot \frac{7}{8}) = ?$
b) $56\frac{11}{20} : 17\frac{26}{65} = ?$

408 4. a) $3\frac{3}{4} \times 4\frac{4}{5} \times 5\frac{5}{6} \times 480 = ?$
b) $13\frac{9}{13} \times \frac{17}{89} \times \frac{91}{92} \times 4\frac{3}{5} \times 6 \times \frac{1}{2} = ?$

409 5. $3\frac{1}{4} - (\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{4}{15} + \frac{1}{9}) \times \frac{3}{4} = ?$

410 6. $(\frac{1}{2} + 1\frac{3}{7} + \frac{5}{6}) \cdot (\frac{4}{15} - \frac{3}{20}) : (1\frac{14}{15} - \frac{11}{18}) = ?$

411 7. $63 : (\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{1}{6}) = ?$

412 8. $10 : [1 - (\frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4})] = ?$

413 9. $\dfrac{4\frac{4}{5} \times 49 \times 3\frac{2}{3}}{3\frac{1}{9} \times \frac{7}{8}} = ?$

414 10. $(4\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 5\frac{5}{8}) : (2\frac{7}{9} : 1\frac{2}{3}) = ?$

415 11. $[(3\frac{1}{3} \times 5\frac{5}{6} \times 3\frac{3}{7}) \cdot (1\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{10})] : [(4\frac{1}{2} \times 4\frac{1}{2}) : 9] = ?$

416 12. $\{[(1\frac{4}{5} \times 48) : \frac{4}{15}] \cdot \frac{8}{9}\} : (9\frac{3}{5} \times 4\frac{2}{7}) = ?$

417 13. $\dfrac{11\frac{1}{5} \times 33 \times 2\frac{1}{3}}{1\frac{1}{6} \times 5\frac{1}{2} \times 2\frac{4}{5}} : [\{[2 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5})] \cdot \frac{18}{5}\} : \frac{43}{50}] = ?$

418 14. Am $\dfrac{6\frac{3}{8} \times 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}}{\frac{7}{8} + \frac{1}{28}}$ Mai des Jahres
$\dfrac{\{[(3\frac{1}{2} - 1\frac{3}{4}) \cdot 4\frac{2}{3}] : 1\frac{1}{2}\} + 4\frac{4}{9}}{\{(2\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{7}) \cdot [(1\frac{3}{5} : \frac{4}{15}) - (3\frac{4}{7} : \frac{3}{5})]\} : 108}$ wurde in Österreich das Reichsvolksschulgesetz erlassen. Wann geschah dies?

419 15. $\left(\dfrac{a^3}{3b^6} - \dfrac{2a^2}{b^5} + \dfrac{3a}{2b^4} - \dfrac{7}{b^3}\right) \cdot 3b^6 = ?$

420 †16. $\left(\dfrac{a}{3b} - \dfrac{2a^2}{4b^2} + \dfrac{3a^3}{5b^3} - \dfrac{4a^4}{6b^4}\right) \cdot (b^2 + ba + a^2) = ?$

421 †17. $\left(\dfrac{x}{y^7} + \dfrac{x^3}{y^5} + \dfrac{x^5}{y^3} + \dfrac{x^7}{y}\right) \cdot \left(\dfrac{y^5}{x} - \dfrac{y^3}{x^3} + \dfrac{y}{x^5}\right) = ?$

422 †18. $\left(\dfrac{4x^7}{y} - \dfrac{3x^5}{2y^3} + \dfrac{2x^3}{3y^5} - \dfrac{x}{4y^7}\right) \cdot \left(\dfrac{y^3}{3x} - \dfrac{y^2}{x^2} + \dfrac{3y}{x^3}\right) = ?$

423 19. $\left(\dfrac{2}{7x} - \dfrac{2}{m+n} \cdot \left[\dfrac{m+n}{7x} - (m+n)\right]\right) = ?$

424 20. $\left[\dfrac{3}{m-5} - \dfrac{3}{m+5} - \dfrac{29}{m^2 - 25}\right] \cdot (m+5) \cdot (m-5) = ?$

21. $\left(\frac{4a^2b^2}{9}+\frac{2ab^2}{5}+\frac{9b^2}{25}\right)\left(\frac{2}{3}ab-\frac{3}{5}b\right)=?$ **425**

†22. $\left(1-\frac{2ab}{a+b}\right)\left(\frac{a+b}{2ab}+1\right)\cdot\left(\frac{a+b}{2ab}+\frac{2ab}{a+b}\right)=?$ **426**

23. $({}^5/_6\, a^2b - abc + {}^{15}/_{16}\, aef) : ({}^2/_3\, ab - {}^4/_5\, bc + {}^3/_4\, ef) = ?$ **427**

24. $(a^3 - 1^{17}/_{33}\, a^2 + {}^{127}/_{198}\, a - {}^5/_{99}) : (a - {}^2/_3) = ?$ **428**

25. $({}^3/_4\, a^2 - 1^{11}/_{15}\, ab + b^2 + 1^1/_6\, ac - 1^{14}/_{45}\, bc + {}^2/_9\, c^2) : (1^1/_2\, a -$ **429**
$1^2/_3\, b + {}^1/_3\, c) = ?$

26. $\left(\frac{x^8}{81}-\frac{16}{x^4}\right):\left(\frac{x^2}{3}-\frac{2}{x}\right)=?$ **430**

27. $\left(\frac{8x^9}{y^6}+\frac{x^3}{27y^{15}}\right):\left(\frac{2x^3}{y^2}+\frac{x}{3y^5}\right)=?$ **431**

28. $\left\{\left[\left(\frac{3x}{y}:\frac{y}{z}\right):\frac{z}{a}\right]:\left[\left(\frac{5a}{x}:\frac{x}{y}\right):\frac{y}{z}\right]\right\}:\left[\left(\frac{x}{5yz}:\frac{y}{ax}\right):\frac{a}{x}\right]=?$ **432**

29. $\left[\left(3a:\frac{5xy}{a^3b^3c^3}\right)\cdot\frac{ab}{x}\right]\cdot\left[\left(\frac{2x}{a^4}:\frac{ab^4}{5xyz^3}\right):\frac{4c^3z^3}{2}\right]=?$ **433**

30. $\left[3mnp\cdot\left(\frac{m^2n}{7}:xy^2z^2\right)\right]:\left[2mnp\cdot\left(\frac{m^2n}{xyz}:14yz\right)\right]=?$ **434**

†31. $\left[\frac{abcd}{xyz}\cdot\left(\frac{3a^2bd^3}{5xyz}:\frac{3}{bc^3}\right)\right]\cdot\left[9x^2y:\frac{3a^3b^3c^4d^4}{5yz^2}\right]=?$ **435**

†32. $\left[\left(\frac{5a^2b}{8d^2}:\frac{d^2}{2c}\right)\cdot\left(1-\frac{\frac{4}{bc}}{6a}\right)\right]:\left[\frac{6abc-4}{4}:\frac{12d^4}{5}\right]=?$ **436**

†33. $\left\{\left[\left(\frac{5a}{7c}:\frac{d^2}{2ab}\right)\left(1-\frac{1}{5ab}\right)\right]:\left[\left(\frac{5a}{d^2}:\frac{3c}{2ab}\right)\left(1-\frac{1}{5ab}\right)\right]\right\}:\frac{3}{7}=?$ **437**

†34. $\left[\left(\frac{2a}{7c}:\frac{5d^2}{3ab}\right)\left(1-\frac{4}{ab}\right)\right]:\frac{3(ab-4)}{35cd^2}=?$ **438**

†35. $\frac{2}{3}\left[\left(\frac{4a}{7c}:\frac{2d^2}{3ab}\right)\left(1-\frac{5}{4ab}\right)\right]:\frac{4ab-5}{14cd^2}=?$ **439**

36. Von einer Summe erhält A $^1/_3$, B $^2/_7$ des Restes, C $^3/_5$ des neuen Restes und D die noch übrigen 18 S 64 g; wieviel betrug die verteilte Summe? Wie wurde sie verteilt? **440**

37. Welche Zahl ist um 119 kleiner als ihre Hälfte, ihr Drittel, ihr Viertel und ihr Fünftel zusammengenommen? **441**

38. A gibt $^3/_5$ seines Geldes an C; B gibt $^5/_{12}$ des seinigen an C; wie groß ist die Barschaft jedes einzelnen, wenn beide gleich viel an C geben und dieser im ganzen 240 S erhielt? **442**

443 39. Wie groß ist eine Zahl, bei welcher der Unterschied zwischen dem Siebenfachen und dem siebenten Teile 624 ist?

444 40. Von zwei Zahlen ist die zweite das Fünffache der ersten; $^5/_6$ der ersten und $^5/_8$ der zweiten machen zusammen 475 aus; wie groß ist die Zahl?

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten (3. Teil).

445 1. Durch welche Rechnungsart kann man in der Gleichung $\frac{x}{5} = 3$ den Bruch wegschaffen?

446 2. $^1/_3\, x = 7$.

447 3. $\frac{6}{x} = 3$.

448 4. $\frac{3}{4x} = 1$.

449 5. $\frac{x}{3} + 4 = 9$.

450 6. $\frac{x}{5} - 3 = 4$.

451 7. $\frac{5}{x} + 3 = 8$.

452 8. $\frac{14}{x} - 1 = 1$.

453 9. $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 7$.

454 10. $\frac{x}{5} + \frac{2x}{3} = 13$

455 11. $\frac{x}{2} - 2 = \frac{x}{6}$.

456 12. $\frac{3}{x} + 1 = \frac{4}{x}$.

457 13. $\frac{15}{x} - 1 = \frac{10}{x}$.

458 14. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 65$.

459 15. $x + \frac{x}{3} + \frac{x}{5} = 46$.

16. $\frac{x}{2} + \frac{x}{8} = 11{\cdot}5 - \frac{x}{3}$. **460**

17. $x - \frac{x}{2} + \frac{x}{3} - \frac{x}{4} = \frac{x}{2} + 3$. **461**

18. $\frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} + 31 = x$. **462**

19. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{5} + \frac{x}{6} + \frac{x}{8} + \frac{x}{10} = 134$. **463**

20. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{x}{5} - \frac{x}{6} + \frac{x}{8} - \frac{x}{10} = \frac{x}{12} + 7$. **464**

21. $\frac{x}{5} + \frac{4x}{15} - \frac{6x}{45} = \frac{2x+1}{9}$. **465**

22. $\frac{5x}{12} - \frac{3x}{24} - 6 = \frac{x}{8} - \frac{2x}{18} + \frac{7x}{36}$. **466**

23. $3\frac{1}{2}\,x - 2\frac{1}{3}\,x + 4\frac{3}{4}\,x - 1\frac{5}{6}\,x = 98$. **467**

24. $3\frac{1}{3}\,x + \frac{x}{4} - 2\frac{2}{5}\,x - 8 + 2x - 6\frac{7}{20}\,x = 5\frac{1}{2}\,x - 8x - 48$. **468**

25. $\frac{x+3}{2} + \frac{2x-1}{3} = x + 2$. **469**

26. $\frac{1}{3}(x+2) + \frac{1}{2}(x+1) = \frac{1}{4}(2x+6) + 2$. **470**

27. $\frac{3x}{5} - x + 2 + \frac{x+8}{30} = \frac{2x-5}{3} - \frac{x}{60} - \frac{2}{15}$. **471**

28. $\frac{7x-22}{3} + \frac{3x-4}{8} - x + \frac{2x+1}{10} = \frac{2x-3}{5} - 1 - \frac{x}{40}$. **472**

29. $\frac{2x-3}{12} - x + 3 + \frac{19x+20}{48} = \frac{3x+4}{8} - \frac{x}{12} - \frac{1}{4}$. **473**

30. $\frac{3x-2}{5} - x + 2 + \frac{x+2}{9} = \frac{11x+1}{45} - \frac{4x}{75} - \frac{3}{25}$. **474**

31. $\frac{x}{2} - \frac{x+4}{5} = 1$. **475**

32. $x - \frac{x+2}{4} - \frac{x-5}{5} = 6$. **476**

33. $\frac{x}{6} = 1 - \frac{5x+3}{4} - \frac{3-5x}{4}$. **477**

34. $\frac{2}{3}(5x+1) - \frac{3}{4}(3x-4) = 2x$. **478**

479 35. $\frac{x-3}{2}-\frac{3x-1}{5}=2-\frac{5x-2}{20}-\frac{4x+8}{11}-\frac{x}{4}.$

480 36. $\frac{3x-5}{3}-\frac{5x-17}{12}-\frac{2x-7}{6}-\frac{3(x-1)}{4}=10-$
$-\frac{21+7x}{9}-\frac{20-x}{18}.$

481 37. $5x-\frac{3x-1}{3}+\frac{4x}{5}-\frac{4x-5}{12}=30-\frac{2x-5}{20}-$
$-\frac{40x+38}{10}.$

482 †38. $x-1+\frac{2x-3}{3}-\frac{5x-6}{8}-(x-2)(3x+7)=\frac{x}{2}-$
$-3(x+1)(x-5)-\frac{3x-4}{7}-21x+51.$

483 39. $14-\left(\frac{2x-5}{3}+\frac{3x-1}{5}\right)=\frac{2x+16}{3}-\left(\frac{x-1}{6}+2\right).$

484 40. $\frac{1}{2}(2x-1)=1-[\frac{1}{8}(7x-6)+\frac{1}{4}(3x-2)]-\frac{1}{8}(5x-4.)$

485 41. $\frac{12}{x}-4\frac{1}{3}=\frac{7}{x}-2\frac{2}{3}.$

486 42. $\frac{13x-24}{3x}-\frac{37}{20}+\frac{10}{x}=\frac{13}{5x}+\frac{7}{3}.$

487 43. $4-\frac{2}{3x}-\frac{5}{6x}=7-\frac{8}{x}-\frac{11}{2x}.$

488 44. $\frac{12}{x}+2\frac{1}{2}-\frac{17}{2x}+3\frac{5}{8}=\frac{5}{3x}+\frac{7}{12}+6.$

489 45. $\frac{6}{x-2}-\frac{7}{3x-6}-\frac{2}{5x-10}-2\frac{2}{3}=\frac{x}{5(x-2)}.$

490 46. $\frac{x-1}{2x-1}-\frac{2x-3}{6x-3}+\frac{3x+6}{10x-5}=\frac{5x+1}{8x-4}.$

491 47. $\frac{x-2}{x-1}+\frac{2x-4}{5x-5}+\frac{x+1}{7x-7}-\frac{x-1}{2x-2}=\frac{47}{70}.$

492 48. $\frac{x+1}{2x+1}-\frac{3x+2}{4x+2}+\frac{5x+3}{6x+3}-\frac{7x+1}{8x+4}=\frac{1}{18}.$

493 49. $\frac{8x-3}{7}:\frac{3x+1}{5}=3:2.$

50. $\frac{3x+1}{4} : 4 = \frac{x+2}{7} : 1.$ **494**

51. $\frac{{}^3/_5\,(x-1)}{{}^4/_7\,(2x-5)} = {}^3/_4.$ **495**

52. $\frac{{}^1/_4\,(x+3)}{{}^2/_9\,(7x+10)} = {}^1/_5.$ **496**

53. $\frac{x-3}{x-2} = \frac{x+1}{x+3}.$ **497**

54. $\frac{x-6}{x-2} = \frac{2x-9}{2x+3}.$ **498**

55. $\frac{1}{2} \cdot \frac{10x-45}{4x-17} = 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3x-14}{4x-18}.$ **499**

56. $\frac{1}{11}\left[\frac{1}{9}\left\{\frac{1}{7}\left[\frac{1}{5}\left(\frac{x+2}{3}+4\right)+6\right]+8\right\}+10\right]=1.$ **500**

57. $\frac{1}{10}\left[\frac{1}{8}\left\{\frac{1}{6}\left[\frac{1}{4}\left(\frac{x-1}{2}+3\right)+5\right]+7\right\}+9\right]=1.$ **501**

58. $\frac{1}{5}\left[\frac{1}{4}\left\{\frac{1}{3}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x+1}{2}+1\right)+2\right]+3\right\}+4\right]=1.$ **502**

59. $\frac{1}{\frac{1}{x}+\frac{1}{5}} = 5 - \frac{1}{5}.$ **503**

60. $\frac{\frac{x}{3}+1}{\frac{x}{3}-1} = \frac{x+\frac{1}{2}}{x-\frac{9}{2}}.$ **504**

61. $\frac{\frac{x}{5}+1}{\frac{x}{5}-\frac{1}{2}} = \frac{x+\frac{5}{3}}{x-\frac{10}{3}}.$ **505**

62. $\frac{\frac{x}{6}+\frac{1}{3}}{\frac{x}{6}-\frac{1}{3}} = \frac{x+\frac{2}{5}}{x-2\frac{4}{5}}.$ **506**

507 63. $\dfrac{\frac{2}{3}-x}{\frac{1}{3}+x}+\dfrac{1}{3}=\dfrac{\frac{x}{3}}{\frac{1}{3}+x}-\dfrac{1}{3}$

508 64. $\dfrac{4-\frac{1}{x}}{4+\frac{1}{x}}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{x-\frac{1}{4}}{x+\frac{1}{4}}-\dfrac{1}{4}$.

509 65. $\dfrac{2x-3}{2x-4}+\dfrac{3x-8}{3x-7}=2.$

510 66. $\dfrac{8x+7}{2x+1}-\dfrac{x+5}{x+2}=3.$

511 67. $\dfrac{9x-13}{3x-4}-\dfrac{x-1}{x}=2.$

512 68. $\dfrac{6}{x-1}=\dfrac{4}{x}+\dfrac{2}{x-2}.$

513 69. $\dfrac{6}{x-4}=\dfrac{4}{x-2}+\dfrac{2}{x-6}.$

514 70. $\dfrac{9}{x-1}=\dfrac{5}{x}+\dfrac{4}{x-2}.$

515 71. $\dfrac{7}{x-3}=\dfrac{4}{x-2}+\dfrac{3}{x-4}.$

516 †72. $\dfrac{3}{2x-3}-1=\dfrac{2}{2x+3}-\dfrac{4x^2-2}{4x^2-9}.$

517 †73. $\dfrac{3}{2(x+1)}+\dfrac{4}{3(1-x)}=\dfrac{8}{3(1-x^2)}.$

518 †74. $\dfrac{4}{x-2}-\dfrac{4}{x-1}=\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{1}{x+1}.$

519 †75. $\dfrac{8}{x-2}-\dfrac{8}{x-1}=\dfrac{1}{x-4}-\dfrac{1}{x+4}.$

520 †76. $\dfrac{9}{x+1}-\dfrac{5}{x}=\dfrac{9}{x+6}-\dfrac{5}{x+9}.$

521 †77. $\dfrac{9}{x+2}-\dfrac{5}{x+1}-\dfrac{9}{x+7}+\dfrac{5}{x+10}=0.$

†78. $\frac{x-2}{x}+\frac{x-5}{x-3}-\frac{x-5}{x-6}=\frac{x-6}{x}+\frac{x}{x-3}-\frac{x-4}{x-6}.$ 522

†79. $\frac{x-3}{x-1}+\frac{x-7}{x+2}+\frac{x-7}{x-4}=\frac{x-10}{x-1}+\frac{x-2}{x+2}+\frac{x-5}{x-4}.$ 523

†80. $\frac{x-4}{x-2}-\frac{9-x}{x-4}+\frac{x-5}{x-6}=\frac{x-1}{x-4}-\frac{10-x}{x-2}+\frac{x-7}{x-6}.$ 524

†81. $\frac{x-3}{x-2}+\frac{x-6}{x-4}-\frac{x-5}{x-6}=\frac{x-6}{x-2}+\frac{x-2}{x-4}-\frac{x-4}{x-6}.$ 525

†82. $\frac{x+4}{x+5}+\frac{x-4}{x+1}+\frac{x-2}{x-1}=\frac{x-3}{x+5}+\frac{x+5}{x+1}+\frac{x-4}{x-1}.$ 526

†83. $\frac{x+4}{x-9}+\frac{x+3}{x-4}+\frac{x-2}{x-7}-\frac{x+1}{x-11}=\frac{x-3}{x-9}+\frac{x+1}{x-4}+$ 527
$+\frac{x+5}{x-7}-\frac{x-1}{x-11}.$

†84. $\frac{x+3}{x-5}-\frac{x+2}{x-3}+\frac{x+1}{x-7}-\frac{x+1}{x-1}=\frac{x-3}{x-5}-\frac{x-7}{x-3}+$ 528
$+\frac{x+2}{x-7}-\frac{x+5}{x-1}.$

85. Wenn man das $2^5/_6$fache von einer Zahl um 2 vermehrt und davon das $1^1/_2$fache der Zahl abzieht, so bleibt um 10 mehr übrig als die Zahl selbst beträgt. Welche Zahl ist gemeint? 529

86. Der Vater verteilt ein Körbchen Nüsse an seine vier Kinder, und zwar erhält das älteste $^1/_4$ der Anzahl, das zweite $^1/_3$ des Restes, das dritte die Hälfte der übrigen und das jüngste die letzten 16 Nüsse; wieviel Nüsse waren im ganzen und wieviel erhält jedes der vier Kinder? 530

87. Von einer Rolle Band hat ein Kaufmann zuerst $^1/_{16}$, dann $^1/_5$ des Restes verkauft, worauf gerade 90 m übrig waren; wieviel Meter Band waren auf der Rolle? 531

88. Jemand hat von seinem Wege am ersten Tage $^2/_7$ weniger 5 km, am zweiten Tage $^1/_6$ und noch 5 km, an beiden Tagen aber gleich viel zurückgelegt; wie groß war sein Weg? 532

89. In zwei Weinfässern sind im ganzen 600 l Wein; nachdem aus dem ersten $^1/_4$, aus dem zweiten $^1/_7$ des Inhaltes entnommen wurde, war in beiden gleich viel enthalten. Wieviel Liter waren anfänglich in jedem Fasse? 533

90. Gegen zwei silberne Taschenuhren will jemand eine goldene eintauschen; der Uhrmacher schätzt die beiden silbernen Uhren zu $^2/_7$ und $^5/_{12}$ 534

des Wertes der goldenen und verlangt daher noch 25 S Aufzahlung. Wieviel war jede Uhr wert?

535 91. Ein Teich hat drei Schleusen. Wird die erste allein geöffnet, so könnte der Teich in 10 Stunden gefüllt werden; die zweite Schleuse müßte zu diesem Zwecke $13\frac{1}{3}$ Stunden geöffnet sein; durch die dritte Schleuse kann der Teich abgelassen werden, was 8 Stunden Zeit erfordert. In welcher Zeit füllt sich der Teich, wenn alle drei Schleusen gleichzeitig offen sind?

536 92. Eine Frau verkaufte von den Eiern, die sie nach der Stadt brachte, zuerst $\frac{1}{3}$, dann $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{12}$; da blieben ihr noch 4 Eier übrig. Wieviel hatte sie anfangs?

537 93. Von seinem Jahreseinkommen verwendet jemand $\frac{5}{8}$ auf Kost und Wohnung, $\frac{1}{6}$ auf Kleidung und Wäsche, $\frac{1}{9}$ auf verschiedene Auslagen und erspart sich dabei jährlich 350 S; wie groß ist sein Einkommen?

538 94. Von A ist um $\frac{1}{2}6^h$ morgens ein Fußgänger nach B gegangen, der in 4 Stunden $14\frac{2}{9}$ km macht; um 12^h mittags folgt ihm von A ein Reiter, der in 3 Stunden 28 km macht. Um wieviel Uhr holt der Reiter den Fußgänger ein und wo geschieht dies?

539 95. Von vier Spielern verlor A eine gewisse Summe, B $\frac{2}{3}$ davon, C das $\frac{5}{7}$fache vom Verlust des B und D $\frac{4}{5}$ vom Verlust des C. Wieviel verlor jeder einzelne, wenn der Gesamtverlust 795 S beträgt?

540 96. Wir haben 28 kg Zucker und 15 kg Kaffee gekauft; 1 kg Kaffee kostet $5\frac{5}{6}$mal so viel als 1 kg Zucker. Wie teuer ist 1 kg jeder Ware, wenn wir im ganzen 83 S 16 g bezahlt haben?

541 97. Die Zahl 404 ist in vier Summanden zu zerlegen, wovon der zweite um den dritten Teil größer ist als der erste, der dritte um die Hälfte größer ist als der zweite und der vierte um ein Fünftel größer ist als der dritte; wie heißen die vier Summanden?

542 98. Es sind 3330 S unter vier Personen so zu teilen, daß der Anteil des A $\frac{2}{3}$ vom Anteil des B beträgt, der Anteil des C doppelt so groß ist wie der des B und der Anteil des C $\frac{4}{5}$ vom Anteil des D beträgt; wie geschieht die Verteilung?

543 99. Ein Wildbrethändler verkaufte von seinem Vorrate an Fasanen $\frac{4}{5}$ zum Preise von 7 S per Stück; die übrigen verkaufte er um die Hälfte teurer. Wenn er dabei im ganzen $346\frac{1}{2}$ S einnahm, wieviel Fasanen verkaufte er?

544 †100. Unter fünf Personen sind 1850 S so zu verteilen, daß B $\frac{5}{6}$ von dem erhält, was A bekommt, und dazu noch 30 S; C um 15 S weniger als $^3/_4$ von der Summe, die A und B miteinander erhielten; D $^5/_7$ von dem, was B und C erhält, weniger den dritten Teil vom Anteile des A; E endlich um 50 S mehr als D. Wieviel erhielt jeder?

X. Dezimalzahlen (Dezimalbrüche).

1. Die Entstehung der Dezimalzahlen (Dezimalbrüche) ist anzugeben; wie sind Dezimalzahlen in das dekadische System einzureihen? **545**

2. Wie wird ein gemeiner Bruch in einen Dezimalbruch verwandelt? Was für Fälle sind dabei hinsichtlich des Resultats möglich? **546**

3. Wann wird die Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Dezimalbruch auf einen endlichen, wann auf einen unendlichen Dezimalbruch führen? Warum muß in letzterem Falle der Dezimalbruch immer ein periodischer sein? **547**

4. Wie wird ein endlicher Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch verwandelt? **548**

5. Wie wird ein rein periodischer Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch verwandelt? **549**

6. Wie wird ein gemischt periodischer Dezimalbruch in einen gemeinen Bruch verwandelt? **550**

7. In Dezimalbrüche zu verwandeln*): **551**
$^{4}/_{5}$, $^{3}/_{8}$, $^{9}/_{16}$, $^{17}/_{25}$, $^{108}/_{125}$, $^{9}/_{625}$, $^{39}/_{8}$, $^{73}/_{200}$, $^{87}/_{150}$, $^{169}/_{625}$.

8. Ebenso: **552**
$^{2}/_{9}$, $^{5}/_{9}$, $^{8}/_{9}$, $^{1}/_{99}$, $^{4}/_{99}$, $^{39}/_{99}$, $^{1}/_{999}$, $^{1}/_{9999}$.
$^{1}/_{3}$, $^{2}/_{3}$, $^{3}/_{7}$, $^{5}/_{7}$, $^{4}/_{11}$, $^{7}/_{11}$, $^{5}/_{13}$, $^{9}/_{17}$, $^{25}/_{27}$, $^{16}/_{37}$, $^{27}/_{41}$, $^{48}/_{73}$.

9. Ebenso: **553**
$^{5}/_{6}$, $^{11}/_{12}$, $^{13}/_{15}$, $^{19}/_{24}$, $^{17}/_{35}$, $^{11}/_{36}$, $^{39}/_{44}$, $^{25}/_{72}$, $^{14}/_{75}$, $^{89}/_{150}$, $^{94}/_{185}$, $^{599}/_{600}$.

10. Verwandle in gemeine Brüche: **554**
$0{\cdot}35, 0{\cdot}84, 0{\cdot}225, 0{\cdot}625, 0{\cdot}875, 0{\cdot}075, 0{\cdot}8125, 0{\cdot}90425, 0{\cdot}54375.$

11. Verwandle in gemeine Brüche: **555**
$0{\cdot}\dot{1}$, $0{\cdot}\dot{5}$, $0{\cdot}\dot{0}\dot{9}$, $0{\cdot}\dot{4}\dot{5}$, $0{\cdot}\dot{6}\dot{3}$, $0{\cdot}\dot{9}\dot{0}$, $0{\cdot}\dot{9}$, $0{\cdot}\dot{0}7\dot{4}$, $0{\cdot}\dot{0}\dot{4}$, $0{\cdot}\dot{1}\dot{7}$, $0{\cdot}\dot{5}\dot{0}$, $0{\cdot}\dot{0}\dot{7}$, $0{\cdot}\dot{9}5\dot{4}$, $0{\cdot}\dot{1}62\dot{1}$, $0{\cdot}\dot{1}3\dot{5}$, $0{\cdot}\dot{8}780\dot{4}$, $0{\cdot}\dot{7}1428\dot{5}$.

12. Ebenso: **556**
$0{\cdot}208\dot{3}$, $0{\cdot}18\dot{3}$, $0{\cdot}12\dot{2}\dot{7}$, $0{\cdot}7\dot{1}\dot{8}$, $0{\cdot}00\dot{0}4\dot{5}$, $0{\cdot}0\dot{2}$, $0{\cdot}0\dot{0}0\dot{9}$, $0{\cdot}301\dot{6}$, $0{\cdot}6\dot{1}$, $0{\cdot}031\dot{2}\dot{7}$, $0{\cdot}4\dot{6}$, $0{\cdot}000\dot{1}3\dot{5}$, $0{\cdot}19\dot{4}$, $0{\cdot}01\dot{6}$, $0{\cdot}18\dot{9}\dot{3}$, $0{\cdot}17\dot{3}2\dot{6}$.

13. $0{\cdot}\dot{4}\dot{5} + (1^4/_5 : 2^1/_5) - 0{\cdot}\dot{2}\dot{7} = ?$ **557**

---

*) Der Schüler hat immer im vorhinein zu bestimmen, welcher der in Nr. 3 erwähnten Fälle eintreten wird.

558 14. $0{\cdot}\dot{3}\dot{6} + (^5/_6 : 1^5/_6) + 0{\cdot}\dot{1}\dot{8} = ?$

559 15. $0{\cdot}\dot{8}\dot{1} + (1^1/_2 : 2^3/_4) - (^4/_{13} \cdot 1^2/_{11}) = ?$

560 16. $0{\cdot}\dot{2}\dot{7} + (3^1/_2 : 5^1/_2) + (^3/_{11} : 2{\cdot}\dot{9}) = ?$

561 17. $\dfrac{0{\cdot}0641\dot{6} \times 0{\cdot}6\dot{5}\dot{4} \times 2{\cdot}\dot{3}8095\dot{2}}{0{\cdot}09\dot{9}} = ?$

562 18. $\dfrac{5^3/_5 \times 0{\cdot}\dot{6}\dot{3} \times 3{\cdot}75}{0{\cdot}4\dot{6} \times 0{\cdot}3125} : \dfrac{9{\cdot}25 \times 0{\cdot}\dot{0}27}{0{\cdot}6\dot{1}} = ?$

563 19. $3{\cdot}7152 + 17{\cdot}483 + 6{\cdot}7 + 47{\cdot}105 + 912 + 123{\cdot}0436 = ?$

564 20. $72{\cdot}0835 - 7{\cdot}9843 = ?$

565 21. $(9{\cdot}4823 + 15{\cdot}74 + 7 + 318{\cdot}926) - (2{\cdot}138 + 215{\cdot}46 + 31{\cdot}6892) = ?$

566 22. $903{\cdot}0648 \times 615{\cdot}321 = ?$

567 23. $78{\cdot}4641834 : 31{\cdot}4738 = ?$

568 24. $1322{\cdot}941290 \times 718{\cdot}706 : 215{\cdot}34 = ?$

569 25. Man erläutere das Verfahren der abgekürzten Multiplikation von Dezimalzahlen an dem Beispiele: $3{\cdot}14159 \times 6{\cdot}284$ (3 Dez.)!

570 26. $19{\cdot}43857 \times 13{\cdot}47$ (4 Dez.).

571 27. $216{\cdot}4382 \times 703{\cdot}51$ (3 Dez.).

572 28. $0{\cdot}318257 \times 78{\cdot}54$ (4 Dez.).

573 29. $0{\cdot}003825 \times 0{\cdot}0314$ (7 Dez.).

574 30. $0{\cdot}00093857 \times 0{\cdot}005984$ (10 Dez.).

575 31. Den Umfang eines Kreises findet man bekanntlich, indem man den Durchmesser mit der Ludolfschen Zahl π multipliziert; der Inhalt des Kreises wird dagegen berechnet, indem man die zweite Potenz des Radius mit der Zahl π multipliziert. Die Zahl π ist dabei $3{\cdot}14159265358979323846$; man berechne hienach Umfang und Inhalt eines Kreises mit dem Radius a) $r = 9{\cdot}16$, b) $r = 24{\cdot}03$, c) $r = 318{\cdot}5$, und zwar jeden auf 2, 4 und 6 Dezimalen! (18 abgek. Multipl.).

576 32. $1{\cdot}035^5$ auf 6 Dez.

577 33. Man erläutere das Verfahren der abgekürzten Division von Dezimalzahlen an dem Beispiele: $633{\cdot}5962 : 17{\cdot}403$ (4 Dez.) = ?

578 34. $505{\cdot}7725 : 19{\cdot}135$ (3 Dez.).

579 35. $768{\cdot}9216 : 16{\cdot}312$ (4 Dez.).

580 36. $449{\cdot}8925 : 16{\cdot}401$ (3 Dez.).

581 37. $529{\cdot}9265 : 14{\cdot}521$ (2 Dez.).

582 38. $464{\cdot}7321 : 1438{\cdot}1$ (6 Dez.).

583 39. $0{\cdot}385 : 2{\cdot}57$ (5 Dez.).

584 40. $2{\cdot}0387 : 0{\cdot}14793$ (4 Dez.).

41. $0{\cdot}00593 : 0{\cdot}59872$ (7 Dez.). **585**

42. $(8{\cdot}\dot{3} \times 0{\cdot}94127) : 9{\cdot}\dot{5}$ (4 Dez.). **586**

43. $(4{\cdot}8 \times 0{\cdot}31056) : 3{\cdot}6$ (3 Dez.). **587**

44. $(2{\cdot}60843 \times 5{\cdot}\dot{7}) : 20{\cdot}\dot{4}$ (4 Dez.). **588**

45. Was versteht man unter einer **unvollständigen** Dezimalzahl? **589**

46. Wie ist die Multiplikation einer **unvollständigen** Dezimalzahl (wie z. B. π oder $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ usw.) mit einer **vollständigen** Dezimalzahl vorzunehmen, damit das Produkt **möglichst genau** sei? **590**

Anleitung: Man nehme die unvollständige Dezimalzahl als Multiplikand, schneide davon die letzte Dezimalstelle zum Zwecke der Korrekturbildung ab und multipliziere abgekürzt. Zum besseren Verständnis diene folgendes Musterbeispiel:

$$\begin{array}{r}
\underline{3{\cdot}14159\ldots\ldots} \times 538{\cdot}7 \\
1570{\cdot}80\ldots \\
94{\cdot}25\ldots \\
25{\cdot}13\ldots \\
\underline{2{\cdot}20\ldots} \\
1692{\cdot}38\ldots
\end{array}$$

Die Fehlergrenze beträgt dabei so viele halbe Einheiten der niedrigsten Stelle, als die Anzahl der Teilprodukte angibt. Mit möglichst kleiner Fehlergrenze erhält man das Produkt, wenn man in jedem Teilprodukt die Korrekturziffer möglichst genau entwickelt und erst im Produkt die Korrektur vornimmt. Dabei empfiehlt es sich, die Korrekturziffern etwas kleiner zu schreiben. Als Musterbeispiel diene das frühere Beispiel:

$$\begin{array}{r}
\underline{3{\cdot}14159\ldots\ldots} \times 538{\cdot}7 \\
1570{\cdot}79_5\ldots\ldots \\
94{\cdot}24_5\ldots\ldots \\
25{\cdot}12_8\ldots\ldots \\
\underline{2{\cdot}19_8\ldots\ldots} \\
1692{\cdot}37\ \ldots\ldots
\end{array}$$

Dadurch ist die Fehlergrenze meist unter eine halbe Einheit der letzten Dezimalstelle herabgedrückt.

47. Mit möglichster Genauigkeit ist nach jedem der beiden Verfahren in Nr. 46 zu bestimmen: **591**

a) $1{\cdot}4142\ldots\ldots \times 6{\cdot}359$;
b) $3{\cdot}14159\ldots\ldots \times 81{\cdot}047$.

48. Mit möglichster Genauigkeit und kleinster Fehlergrenze ist zu bestimmen: **592**

a) $3{\cdot}14\ldots\ldots \times 52{\cdot}8$;
b) $1{\cdot}7321\ldots\ldots \times 16$;
c) $2{\cdot}2361\ldots\ldots \times 0{\cdot}385$;
d) $3{\cdot}14159\ldots\ldots \times 0{\cdot}0964$.

593 49. Nach den von Myrbach und Stampfer in der Nähe von Salzburg ausgeführten Versuchen ergab sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles bei trockener Luft und der Temperatur von 0° mit 1047·8 Wiener Fuß; wieviel ist dies in Metern (auf cm genau) ausgedrückt, wenn 1 Wiener Fuß = 0·316081 m ist?

594 50. Die Länge eines Sekundenpendels wurde für Wien nach sehr genauen Messungen mit 3·144021 Wiener Fuß bestimmt; wieviel ist dies bis auf Zehntelmillimeter genau, wenn 1 Wiener Fuß = 0·316081 m ist.

594a 50a. Das von Friedrich Schmidt erbaute Wiener Rathaus ist 152 m lang und 129 m breit. Wie viel Hektar Flächenraum bedeckt es? (Auf ganze Ar genau.)

594b 50b. Ein Wiener Eimer hatte 1·792 Kubikfuß; auf einen Kubikfuß gehen 31·57867 l. Wieviel Liter geben daher einen Eimer? (Auf Zentiliter genau.)

594c 50c. Die Bahnstrecke Wien—Triest beträgt 76·0935 österr. Postmeilen à 7·585937 km. Man verwandle diese Länge in Kilometer! (Auf Dekameter genau.)

595 51. Ein Äquatorgrad hat 15 geogr. Meilen und 1 geogr. Meile ist gleich 7420·437 m; berechne den Erdumfang (abgerundet in Kilometern)!

595a 51a. Das im Jahre 1751 erbaute Heidelberger Faß enthält 3923·45 Wiener Eimer à 0·56589 hl. Wieviel Hektoliter enthält dieses berühmte Riesenfaß? (Auf Liter genau.)

595b 51b. Drei Grundstücke messen nach der Katastralmappe der Reihe nach: 4 Joch 1502 Quadratklafter, 2 Joch 493 Quadratklafter, 2 Joch 742 Quadratklafter. Wieviel Hektar umfassen diese drei Grundstücke zusammen, wenn ein Joch = 1600 Quadratklafter = 0·5754642 ha ist? (Auf Quadratmeter genau.)

596 52. Wieviel Bleikugeln à 31·5 g lassen sich aus 718 kg 548·7 g Blei gießen? (Ohne Dez.)

597 53. Ein Pyknometer*) wiegt leer 28·037 g, mit destilliertem Wasser von + 4° C gefüllt 36·593 g, mit reinem Quecksilber gefüllt 144·364 g; wie läßt sich daraus die Dichte des Quecksilbers bestimmen? (3 Dez.)

598 54. Die Dauer eines siderischen Jahres ist $365^{d}\ 6^{h}\ 9^{min.}\ 10{\cdot}75^{sec.}$; in dieser Zeit legt die Erde ihre Bahn von rund 931 Millionen Kilometer zurück; wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit in einer Sekunde? (Mit einer Dezimale.)

*) Pyknometer sind kleine Fläschchen mit sorgfältig eingeschliffenem, fein durchlochtem Stöpsel, um das Fläschchen immer mit einer und derselben Flüssigkeitsmenge ausfüllen zu können.

55. Im Durchschnitt legen die Schnellzüge per Stunde 70 km zurück; ein Passagierdampfer legt bei der Überfahrt nach Amerika per Stunde rund 16 Seemeilen à 1·8519166 km zurück. Wie verhält sich die Geschwindigkeit des Dampfers zu der des Schnellzuges? (Erstere ist gleich 1 zu setzen und die zugehörige Verhältniszahl auf 4 Dezimalen zu bestimmen.) **599**

56. Ein Ozeandampfer legt den Seeweg von Hamburg nach New York unter normalen Umständen mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 16 Seemeilen in der Stunde in 10 Tagen und 10 Nächten zurück; wie lange würde ein Schnellzug zu einer gleich weiten Strecke brauchen, wenn er in einer Stunde 70 km zurücklegen könnte? (Ohne Dezimalen.) **600**

56a. Ein Würfel aus Aluminium von 1728 cm^3 Inhalt wiegt 4 kg 424 g. Wie groß ist sein spezifisches Gewicht? (Auf 2 Dezimalen.) **600a**

56b. Der höchste Punkt der Raxalpe, die Heukoppe, ist 6338 Wiener Fuß hoch. Wie groß ist diese Höhe in Metern, wenn 1 m = 3·1637496 Wiener Fuß ist? (Ohne Dezimalen.) **600b**

56c. Ein Wiener Eimer ist gleich 0·56589 Hektoliter. Wieviel Wiener Eimer gehen auf ein Hektoliter? (Auf 4 Dezimalen genau.) **600c**

Man bestimme x aus folgenden Gleichungen:

56d. $4{\cdot}8x - 0{\cdot}05x + 57{\cdot}6 + 19{\cdot}95 = 51{\cdot}3 + 6{\cdot}99x + 1{\cdot}61.$ **600d**

56e. $9{\cdot}87 - (6{\cdot}54 - 3{\cdot}21x) = 2{\cdot}46x + 3{\cdot}57x - 2{\cdot}31.$ **600e**

56f. $\dfrac{x}{-3{\cdot}25} + 0{\cdot}2 = -99{\cdot}8.$ **600f**

56g. $\dfrac{7{\cdot}53x}{18} + 10 = \dfrac{2x}{5} + 3{\cdot}86 - \dfrac{x}{6} + 9{\cdot}84.$ **600g**

56h. $4{\cdot}709 - \dfrac{4}{5}\left(5{\cdot}7x - 3\dfrac{1}{8}\right) - 0{\cdot}3\left(2\dfrac{1}{4} - 5{\cdot}3x\right) = 0{\cdot}594.$ **600h**

56i. $\dfrac{60{\cdot}22}{x} = 7{\cdot}53 - \dfrac{0{\cdot}02}{x}.$ **600i**

56k. $\dfrac{5{\cdot}3x + 16{\cdot}52}{0{\cdot}7x + 1{\cdot}84} = 8.$ **600k**

56l. $\dfrac{3{\cdot}4x + 7}{6} : \dfrac{1{\cdot}8x - 2}{7} = 4 : 1.$ **600l**

56m. $\dfrac{3{\cdot}41 + 2{\cdot}16x}{5{\cdot}57} = \dfrac{4{\cdot}8 + 1{\cdot}371x}{6{\cdot}171}.$ **600m**

†56n. $\dfrac{0{\cdot}0045x}{7} - \dfrac{7}{0{\cdot}0045}(x - 7) = 0{\cdot}0045.$ **600n**

600o †56o. $\frac{3\cdot14\,(2x+1)}{6\cdot51} - \frac{15\ 7x - 8\cdot68}{10\cdot85} = \frac{4}{5}$.

600p †56p. $\frac{0\cdot6\dot{1}\dot{2}\,x}{3} - \frac{3-x}{0\cdot0\dot{1}\dot{8}} + \frac{0\cdot6\dot{1}\dot{2}\,(3-x)}{0\cdot\dot{0}2\dot{7}} = 0\cdot6\dot{1}\dot{2}$.

XI. Wiederholungsaufgaben.

601 1. Sind 1957 und 1987 absolute Primzahlen?

602 2. Die Zahl 9240 ist in ihre Primfaktoren und in alle zusammengesetzten Faktoren zu zerlegen.

603 3. Es ist die Richtigkeit der Gleichung

$$M\,(2880, 2640) + v\,(360, 900) = M\,(3960, 3080) + v\,(320, 800)$$

nachzuweisen, wobei das Verfahren der Zerlegung in Primfaktoren zu verwenden ist.

604 4. Das Verfahren der Kettendivision ist anzuwenden bei:

$$M\,(5216, 978) + v\,(3757, 2873) + M\,(17931, 2502) + v\,(12167, 10051) = M\,(27491, 2972) + v\,(791, 354).$$

605 5. Ebenso:

$$M\,(36239490, 25885350, 12079830) = v\,(862845, 575230, 345138).$$

606 6. $v\,(15, 20, 36, 40, 48, 84) - v\,(28, 35, 54, 63, 90) = 1260$.

607 7. $(4\,{}^{7}/_{18} + 31\,{}^{5}/_{6} + 22\,{}^{3}/_{8} + 20\,{}^{11}/_{12} + 1\,{}^{11}/_{24}) - (8\,{}^{3}/_{8} + 19\,{}^{5}/_{12} + 20\,{}^{17}/_{24} + 1\,{}^{1}/_{4}) = ?$

608 8. ${}^{31}/_{39} + {}^{1}/_{24} - {}^{31}/_{72} - {}^{17}/_{26} + {}^{1}/_{39} + {}^{59}/_{63} - {}^{23}/_{42} = ?$

609 †9. $(9\,{}^{7}/_{18} + 8\,{}^{3}/_{32} + {}^{13}/_{30} + 56\,{}^{2}/_{9} + {}^{12}/_{15} + 75\,{}^{4}/_{9} + {}^{1}/_{160}) - (2\,{}^{7}/_{10} + 29\,{}^{7}/_{25} + 3\,{}^{3}/_{4} + 7\,{}^{1}/_{5} + 12\,{}^{3}/_{8} + 4\,{}^{5}/_{6} - {}^{1}/_{75}) = ?$

610 10. $({}^{1}/_{2} + {}^{3}/_{4} + {}^{3}/_{10} + {}^{7}/_{20} + {}^{12}/_{25} + {}^{21}/_{50}) \cdot 2\,{}^{1}/_{7} = ?$

611 †11. $[10\,{}^{1}/_{4} + (3\,{}^{1}/_{3} \cdot 1\,{}^{5}/_{8}) - 15\,{}^{3}/_{8}] \cdot [13\,{}^{1}/_{6} - 10\,{}^{1}/_{18} + (16\,{}^{2}/_{3} : 11\,{}^{2}/_{3})] + 1\,{}^{73}/_{108} = ?$

612 †12. $[(27\,{}^{7}/_{10} + 87\,{}^{19}/_{20} + 91\,{}^{6}/_{25} + 5\,{}^{3}/_{4} + 3\,{}^{4}/_{5}) - (12\,{}^{3}/_{5} + 7\,{}^{1}/_{4} + 18\,{}^{13}/_{20} + 2\,{}^{6}/_{50})] \cdot 1\,{}^{7}/_{13} = ?$

613 13. $[({}^{7}/_{10} \times 3\,{}^{1}/_{3}) \times (1\,{}^{1}/_{2} \times {}^{5}/_{8})] : [(5\,{}^{1}/_{4} \times {}^{3}/_{5}) \times ({}^{7}/_{13} \times 9\,{}^{2}/_{7})] = ?$

614 14. $[(2\,{}^{1}/_{2} : 1\,{}^{1}/_{2}) \times (3\,{}^{1}/_{2} : 1\,{}^{1}/_{4})] : [(5\,{}^{1}/_{4} : 1\,{}^{2}/_{5}) : (6\,{}^{3}/_{4} : 1\,{}^{1}/_{3})] = ?$

615 15. $\frac{4\,{}^{3}/_{8} \times 4\,{}^{2}/_{7}}{3\,{}^{4}/_{7}} : \frac{2\,{}^{1}/_{10} \times 2\,{}^{7}/_{64}}{2\,{}^{1}/_{40}} = ?$

616 16. $\{[({}^{1}/_{2} + 1\,{}^{3}/_{7} + {}^{5}/_{6}) \times ({}^{4}/_{15} - {}^{3}/_{20})] : {}^{11}/_{18}\} : 1\,{}^{14}/_{15} = ?$

617 17. $\{(3\,{}^{1}/_{9} \times 3\,{}^{1}/_{10}) + [({}^{1}/_{3} \times 20\,{}^{3}/_{4}) : ({}^{1}/_{4} \times 41\,{}^{1}/_{2})]\} - \{(3\,{}^{1}/_{9} \times 3\,{}^{1}/_{10}) - [({}^{1}/_{3} \times 20\,{}^{3}/_{4}) : ({}^{1}/_{4} \times 41\,{}^{1}/_{2})]\} = ?$

618 18. Jemand hat von einer Schuld zuerst ${}^{5}/_{8}$, dann ${}^{4}/_{5}$ des Restes bezahlt und in einer dritten Rate sich vollends ausgeglichen; wie groß

war die Schuld und wie wurde sie abgetragen, wenn er das erstemal um 130 S mehr als das zweitemal bezahlte?

19. Das $7^3/_8$fache einer Zahl ist gleich dem $3^4/_5$fachen einer zweiten Zahl; wie heißt die erste Zahl, wenn die zweite $98^1/_3$ ist? Wie heißt die zweite Zahl, wenn die erste $21^5/_7$ ist? **619**

20. A bekommt 328·14 S, B $^2/_3$ von dem, was A bekommt, und noch 15 S 48 g, C $^3/_4$ von dem, was B erhält, und noch 34 S 25 g, D so viel als A und B zusammen weniger 182 S 27 g und E so viel wie B und C zusammen weniger 26 S 30 g; wieviel erhält jeder und wieviel alle zusammen? **620**

21. Von welcher Summe ist die Hälfte weniger 20 S, vermehrt um $^2/_7$ der Summe weniger 10 S, um 24 S größer als $^2/_5$ der ganzen Summe? **621**

22. Eine Summe Geldes wird an vier Personen verteilt, und zwar erhält A um 230 S weniger als die Hälfte, B um 40 S weniger als $^2/_7$ der Summe, C um 80 S weniger als $^1/_3$ und D um 52 S weniger als $^1/_5$ derselben. Wie groß ist die Summe und wieviel erhält jeder? **622**

23. $[(36{\cdot}75 \times 5^3/_8) + (15{\cdot}\dot{6} \times 3^3/_5)] : 0{\cdot}58\dot{3} = ?$ **623**

24. $[(18{\cdot}575 : 3^4/_5) \times (3{\cdot}\dot{2}\dot{7} \times 4^2/_5)] : 1^{34}/_{95} = ?$ **624**

25. Man multipliziere 32·3157 mit 14·381 auf 4 Dezimalen und dividiere das Produkt durch 14·381 ebenfalls auf 4 Dezimalen. **625**

26. $(3{\cdot}\dot{8} \times 0{\cdot}65432) : 2{\cdot}\dot{6} = ?$ (4 Dez.) **626**

27. Man findet den Erdumfang am Äquator, wenn man den Erddurchmesser, der am Äquator 12754·794 km beträgt, mit 3·14159265 multipliziert; das Produkt ist auf 3 Dezimalen zu bilden. **627**

27a. Niederösterreich hat einen Flächeninhalt von 345 österr. Quadratmeilen. Wieviel Quadratmyriameter sind dies, wenn 1 Quadratmeile gleich 0·5754642 μm^2 ist? (Auf km^2 genau.) **627a**

27b. Mit Ende 1895 besaß Österreich-Ungarn (samt dem Okkupationsgebiete) ein Schienennetz von 30046 km Gesamtlänge. Man nehme diese Länge nur eingeleisig an und berechne, um wieviel Kilometer Eisenbahnschienen Österreich im Sommer mehr besaß als im Winter, wenn die mittlere Sommertemperatur mit + 22° C, die mittlere Wintertemperatur mit — 2° C angenommen wird und der lineare Ausdehnungskoeffizient des Stahles 0 0000126 (für 1° C) beträgt! (Auf Hektometer genau.) **627b**

27c. Das sogenannte Parterre des Lustschlosses Schönbrunn bildet ein Rechteck von 192 Wiener Klafter Länge und 72 Klafter Breite. **627c**

Wieviel Hektar sind dies, wenn 1 Quadratklafter gleich $3 \cdot 596652\ m^2$ ist? (Auf Ar genau.)

628 28. Der Mond beschreibt seine Bahn um die Erde in $27^d\ 7^h\ 43^{min.}\ 11 \cdot 5^{sec.}$ (siderischer Monat.) Die Länge der Mondbahn ist 1671236·64 km; welches ist die mittlere Geschwindigkeit des Mondes in seiner Bahn? (Auf Zehntelkilometer genau.)

629 29. Mit möglichst kleiner Fehlergrenze ist zu berechnen $3 \cdot 14159 \ldots \times 728 \cdot 74 \times 33 \cdot 59$.

630 30. Der Durchmesser der Sonne beträgt 1386690 km, derjenige der Erde 12755 km; wieviel Erdkugeln müßten nebeneinandergestellt werden, damit sie die Länge des Sonnendurchmessers ausmachen würden? (Ohne Dezimalen.)

630a 30a. Österreich-Ungarn hatte seinerzeit einen Flächeninhalt von 11758·63 österr. Quadratmeilen; wieviel Quadratmyriameter sind dies, wenn $1\ \mu m^2$ gleich 1·737727 österr. Quadratmeilen ist? (1 Dez.)

630b 30b. Ein Sack mit österreichischen Silbergulden wog 23 kg 193·148 g, der Sack allein 45 g. Wieviel Silbergulden enthielt er, wenn 1 Silbergulden 12·345679 g schwer war? (Ohne Dezimalen.)

XII. Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten. (Zusammenfassende Wiederholung.)

(Vgl. Nr. 64—103, 231—267, 274—279, 282—290, 296a—300, 445—544, 600d—600p.)

631 1. $3x - \{x + 4 - [2x + 6 - (-x - 2)] - [7x - 18 + (3x + 2)] - x\} = 10x - (56x - 10x) + 560.$

632 2. $[2x - 3 + (-x + 5) - (2x + 4)] - \{-[-(-3x + 8) - (2x + 5) - 4x - 3] + 7 - x\} = 2x - \{[(2x - 3) - 4 + x] - 2x - 1\} - 37.$

633 3. $(x^2 + 2x - 7)(x - 9) = x^2(x - 7) - 62.$

634 4. $(5x - 2)(2x + 3) - 8(5x + 2) = (2x - 7)(5x + 1) - x.$

635 5. $(3x + 1)(4x - 3) + (2x - 1)(2x + 7) - 4 = (8x - 3)(2x + 5) - 13(3x - 1).$

636 6. $3\{3x - 8 - [2x + 3(x - 7)] - 9(3x - 7)\} - [4x - 3 + 2(x - 3)] = x - 45.$

637 7. $(7x - 5)^2 + (24x - 8)^2 = (25x - 9)^2.$

638 8. $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{2}\left[\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{x}{2}\right] + \frac{1}{2}\right\} + \frac{1}{2}\right] - \frac{1}{2} = 0.$

639 9. $\frac{1}{2}\{\frac{7}{2}[\frac{5}{2}(\frac{1}{2}x - 3\frac{1}{2}) - 1\frac{1}{2}] - 2\frac{1}{2}\} - \frac{1}{2} = 0.$

10. $\frac{x}{12} - \frac{5x}{4} + \frac{x}{2} = \frac{4x}{3} - \frac{5x - 6}{6} - 15.$ **640**

11. $\frac{x}{6} - \frac{5x}{12} + \frac{2x}{3} - \left(\frac{2x + 15}{15} - \frac{1^1/_2\,x}{45}\right) = \frac{x}{2} + \frac{4x}{5} - x.$ **641**

12. $\frac{3x + 1}{4} - \frac{2x - 11}{7} = 6.$ **642**

13. $\frac{1}{20x} - \frac{1}{8x^2} + \frac{1}{15} - \frac{1}{10x} = \frac{1}{24} - \frac{1}{30x} - \frac{1}{12x^2} + \frac{1 - x}{40x}.$ **643**

14. $\frac{3x + 4}{5} - \frac{2x - 3}{11} - 3 = \frac{x + 3}{10} - \frac{3x - 17}{2} + 2.$ **644**

15. $\frac{2x^2 - 5}{4x - 7} - \frac{2}{3} = \frac{1^1/_3\,x - 1}{5} - \frac{48 - 0{\cdot}7x}{3} + 2^2/_{15}.$ **645**

16. $\frac{9x + 4}{5x - 48} + \frac{4x - 19}{51} = \frac{5x + 32}{17} - \frac{11x + 13}{51}.$ **646**

17. $\frac{x + 40}{5} - \frac{2x - 7}{7} - \frac{^1/_3\,x - 10}{3} = \frac{47 - 0{\cdot}5x}{2}.$ **647**

18. $\frac{^2/_3\,(x - 3)}{^7/_{11}\,(2x - 25)} = 1^3/_7.$ **648**

19. $\frac{3x - 29}{3x - 19} = \frac{x + 2}{x + 22}.$ **649**

20. $\frac{x + 2}{20 - x} = \frac{x + 20}{46 - x}.$ **650**

21. $^1/_5 \cdot \frac{5x + 4}{3x - 5} = 2^2/_3 \cdot \frac{x + 40}{8x + 24}.$ **651**

22. $\frac{9}{5x - 1} + 5 = \frac{91 - 9{\cdot}5x}{20x - 4} + 4.$ **652**

23. $\frac{3x - 1}{2x - 4} + \frac{7x - 4}{3x - 6} - \frac{2(4x - 3)}{5x - 10} = \frac{4x + 2}{x - 2} - 3.$ **653**

24. $\frac{\left(\frac{x}{4} - 1\right) - \left(\frac{x}{6} + 1\right)}{\frac{x}{11} - 2\frac{8}{11}} = 1\frac{5}{6}.$ **654**

655 25. $\dfrac{\dfrac{x}{3}+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{2}}=\dfrac{x+3}{x-1}.$

656 26. $\dfrac{\dfrac{\dfrac{x}{2}-1}{3}-1}{4}-1=5.$

657 27. $\dfrac{{}^4/_5\,x-{}^4/_5}{{}^4/_5-x}-{}^4/_5={}^4/_5-\dfrac{{}^4/_5\,x+{}^4/_5}{{}^4/_5-x}.$

658 28. $\dfrac{2x-1}{5-\dfrac{2x-3}{5+\dfrac{2x-3}{5}}}=\dfrac{4x^2+104}{125}.$

659 †29. $\dfrac{1}{3}\left\{x+4+\dfrac{1}{2}\left[5-\left(2-\dfrac{x}{6}\right)+\dfrac{1}{7}\left(\dfrac{x}{9}+3\right)\right]\right\}-\dfrac{3}{4}\left\{x-\right.$
$\left.-8\left[\dfrac{x-6}{5}-\dfrac{x-16}{4}\right]\right\}+6=0.$

660 30. $\dfrac{3x-1}{x+2}-\dfrac{4x-7}{2x}=1.$

661 31. $\dfrac{10}{x+1}=\dfrac{6}{x+2}+\dfrac{4}{x}.$

662 32. $\dfrac{8}{x}=\dfrac{9}{x-1}-\dfrac{1}{x-3}.$

663 33. $\dfrac{7}{x+3}=\dfrac{10}{x+1}-\dfrac{3}{x-1}$

664 †34. $\dfrac{3}{28+4x}+\dfrac{x}{49-x^2}=\dfrac{3}{4(7-x)}-\dfrac{18}{49-x^2}.$

665 †35. $\dfrac{9}{x-1}-\dfrac{5}{x-2}=\dfrac{9}{x+4}-\dfrac{5}{x+7}.$

666 †36. $\dfrac{9}{x-3}-\dfrac{5}{x-4}=\dfrac{9}{x+2}-\dfrac{5}{x+5}.$

667 †37. $\dfrac{x+6}{x}-\dfrac{x+8}{x+1}-\dfrac{x+5}{x-1}=\dfrac{x-2}{x}-\dfrac{x+2}{x+1}-\dfrac{x+3}{x-1}.$

†38. $\frac{x+1}{x+3}+\frac{x-8}{x+2}+\frac{x+2}{x+1}=\frac{x-4}{x+3}+\frac{x}{x+2}+\frac{x-1}{x+1}$. **668**

†39. $\frac{x+2}{x+1}+\frac{x-5}{x}+\frac{x+3}{x-1}=\frac{x-4}{x+1}+\frac{x+3}{x}+\frac{x+1}{x-1}$. **669**

†40. $\frac{x+2}{x+1}+\frac{x+4}{x-2}+\frac{x+6}{x-7}=\frac{x+8}{x-8}+\frac{x-3}{x+1}+\frac{x-5}{x-2}+$ **670**

$+\frac{x-3}{x-7}+\frac{x+3}{x-8}$.

40a. $5{\cdot}2(x-2{\cdot}6)-4{\cdot}3(12{\cdot}4-2{\cdot}3x)=3{\cdot}4x+14{\cdot}99$. **670a**

40b. $2(0{\cdot}6-0{\cdot}04x)-0{\cdot}2(0{\cdot}5x-2)=0{\cdot}02x$. **670b**

40c. $2\frac{3}{4}+\frac{0{\cdot}056x-4{\cdot}32}{6}-\frac{3x-7{\cdot}2}{5}=6{\cdot}847x-7\frac{5}{8}-$ **670c**

$-11{\cdot}218$.

40d. $\frac{0{\cdot}1x-0{\cdot}2}{3}-\frac{0{\cdot}3x+0{\cdot}4}{5}=2{\cdot}4-0{\cdot}1x-\frac{0{\cdot}5x+0{\cdot}6}{7}$. **670d**

40e. $\frac{0{\cdot}1-x}{0{\cdot}3+x}=\frac{0{\cdot}4-3x}{0{\cdot}6+3x}$. **670e**

40f. $5\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}(4{\cdot}6-3\frac{1}{3}x)=4{\cdot}7x-0{\cdot}8(3\frac{1}{2}x-\frac{1}{3})$. **670f**

40g. $\frac{x+1}{x-1}=\frac{7{\cdot}\dot{0}\dot{9}}{2\,\dot{3}\dot{6}}$. **670g**

40h. $\frac{3{\cdot}\dot{5}\dot{4}+x}{3\,\dot{5}\dot{4}-x}=\frac{5{\cdot}\dot{5}\dot{4}}{1{\cdot}\dot{5}4}$. **670h**

40i. $\frac{5{\cdot}\dot{9}\dot{0}}{0{\cdot}\dot{5}\dot{4}+x}=\frac{4{\cdot}\dot{0}\dot{9}}{x-0{\cdot}\dot{5}\dot{4}}$. **670i**

40k. $\frac{2{\cdot}\dot{9}0\dot{0}}{x}:\frac{2{\cdot}\dot{0}9\dot{0}}{x}=(1{\cdot}\dot{9}0\dot{0}+x):(3{\cdot}\dot{0}9\dot{0}-x)$. **670k**

40l. $\frac{2(3-x)}{3x}-\frac{1{\cdot}9\dot{9}\dot{6}}{0{\cdot}0\dot{0}\dot{1}x}=\frac{5}{x}-\left(\frac{3}{0{\cdot}0\dot{0}\dot{3}}+\frac{2}{3}\right)$. **670l**

41. Welche Zahl muß man zu 217 addieren, damit man um 2 mehr erhält als das Sechsfache der gedachten Zahl beträgt? **671**

42. Der Vater ist heute dreimal so alt als der Sohn und dabei genau um 26 Jahre älter als dieser; wie alt ist jeder? **672**

43. Zwei Krüge könnten zusammen 13 l fassen; aus dem vollen größeren kann man dreimal den kleineren anfüllen und es bleibt im großen Kruge noch ein Liter übrig. Wieviel Liter faßt jeder Krug? **673**

44. A, B und C haben zusammen 65 S; dabei hat A doppelt so viel als C, B um 10 S weniger als A. Wieviel hat jeder? **674**

675 45. Multipliziert man eine Zahl mit 3, zieht vom Produkt die Hälfte der Zahl ab und dividiert nun durch 5, so erhält man ebensoviel, als wenn man die Zahl um 6 vermehrt und die Summe durch 3 dividiert. Wie heißt die Zahl?

676 46. Man erhält dasselbe, wenn man eine gewisse Zahl mit 5 multipliziert und 8 addiert, oder wenn man dieselbe Zahl mit 8 multipliziert und 5 addiert. Welche Zahl ist gemeint?

677 47. Eine Zahl ist so beschaffen, daß man dasselbe erhält, wenn man sie einmal mit 6 multipliziert und 9 addiert, oder wenn man sie mit 9 multipliziert und 6 subtrahiert. Welche Zahl ist es?

678 48. Welche Zahl muß man mit $^2/_7$ multiplizieren, damit sie um $^2/_7$ kleiner wird?

679 49. Ich multipliziere eine Zahl mit 3, zähle 5 dazu und dividiere nun durch 2; vom Quotienten ziehe ich 2 ab und multipliziere mit 2. Ich erhalte dadurch dasselbe, als wenn ich die Zahl um ihre eigene Größe, dann noch um die Hälfte der Zahl, ferner um $^1/_6$ und um $^2/_3$ ihres Wertes vergrößere. Welche Zahl ist es?

680 50. Ich multipliziere eine Zahl mit 3, teile dann durch 2, zähle zum Quotienten 2, multipliziere das erhaltene Ergebnis zuerst mit 7, zähle 108 dazu, streiche von der erhaltenen dreistelligen Zahl die Hunderterziffer, die 2 ist, ab und erhalte das Vierfache der gegebenen Zahl; wie heißt diese?

681 51. Es ist eine Zahl zu suchen, von der die Hälfte, das Drittel, das Viertel, das Sechstel, das Achtel und das Zwölftel zusammengenommen gerade fünfmal so groß ist als der um die Einheit verminderte dritte Teil.

682 52. Der Nenner eines Bruches ist um 5 größer als der Zähler. Vermindert man Zähler und Nenner um 2, so hat der Bruch den Wert $^1/_2$ angenommen; wie heißt der Bruch?

683 53. Von einem Bruche übertrifft der Nenner den Zähler um 5; vermehrt man beide um 2, so nimmt der Bruch den Wert $^1/_2$ an; wie heißt der Bruch?

684 54. Welche Zahl muß man zum Zähler des Bruches $^5/_{12}$ $\left[\frac{a}{b}\right]$ dazuzählen und gleichzeitig vom Nenner des Bruches abziehen, damit der Bruch in seinen reziproken Wert übergehe?

685 55. Auf die Frage nach seinem Alter sagte der Vater zu seinem Sohne: „Vor 3 Jahren war ich dreimal so alt als du warst; nach 12 Jahren wird dein Alter gerade die Hälfte des meinigen betragen.“ Wie alt sind beide heute?

56. In einem Rechtecke ist die Länge um 5 cm größer als die Breite, der Umfang ist 70 cm. Wie groß sind die Seiten? **686**

57. In einem Rechtecke ist die Länge um 3 cm größer als die Breite; verlängert man beide Seiten um je 4 cm, so ist der Inhalt des neuen Rechteckes um 84 cm^2 größer geworden. Wie groß sind die Seiten des ursprünglichen Rechteckes? **687**

58. In einem Dreiecke ist eine Seite 35 cm, die zweite beträgt $1/3$ des Umfanges, die dritte $1/4$ desselben; wie groß sind die Seiten? **688**

59. Im Hofe eines Landgutes tummeln sich eine Anzahl Enten und mehrere junge Schweine; im ganzen haben sie 32 Köpfe und 80 Füße. Wieviel Tiere jeder Art sind es?*) **689**

60. Auf die Frage, wie die Jagd auf Hasen und Rebhühner ausgefallen, antwortet ein Jäger: „Die Tiere, die ich zur Strecke brachte, haben 16 Köpfe und 46 Füße.“ Wieviel Tiere jeder Art hatte der Jäger erlegt? **690**

61. Ein Spieler verlor im ersten Spiele den sechsten Teil und im zweiten Spiele den zehnten Teil seiner anfänglich mitgebrachten Barschaft, gewann jedoch im dritten Spiele den dritten Teil derselben wieder; da hatte er nun gerade um 3 S mehr als anfangs. Mit welcher Summe hatte er zu spielen begonnen? **691**

62. Beim Drucke eines Buches werden auf jede Seite 38 Zeilen und in jede Zeile 45 Buchstaben gesetzt; hätte man auf jede Seite um 2 Zeilen mehr und in jede Zeile um 3 Buchstaben mehr gesetzt, so würde man $3\,1/2$ Bogen erspart haben. Wie stark war das Buch? (1 Bogen = 16 Seiten.) **692**

63. Bei einer militärischen Übung waren halb so viel Generale als Stabsoffiziere, zweimal so viel Hauptleute und dreimal so viel Subalternoffiziere als Stabsoffiziere. Wieviel Offiziere jeden Ranges nahmen an der Übung teil, wenn im ganzen 65 teilnahmen? **693**

64. Die Auslagen für einen Weingarten verteilten sich im Laufe des Jahres folgendermaßen: das Hauen im Frühjahr machte $1/6$, das Binden der Reben $1/5$, das Blößen (Jäten) des Weingartens $1/4$, die Arbeiten bei der Weinlese $1/8$ der Gesamtauslagen aus; für verschiedene andere Posten wurden noch 930 S ausgegeben. Was kostete der Weingarten im Laufe des Jahres? **694**

65. Drei Arbeiter sollen einen Graben reinigen. A bringt täglich 20 m zustande, B 14 m und C 11 m; wie lange müssen sie zusammen arbeiten, wenn der Graben 495 m lang ist? **695**

---

*) Ein ähnliches Beispiel befindet sich in einer alten chinesischen Arithmetik: „In einem Stalle sind Fasanen und Kaninchen; sie haben zusammen 35 Köpfe und 98 Füße. Wieviel Tiere von jeder Art sind es?“ (Die Lösung soll auch durch Verstandesschlüsse gefunden werden!) (Bardey.)

696 66. Ein Wasserbehälter kann durch 3 Röhren gefüllt werden; die erste kann ihn allein in 3 Stunden, die zweite in 4 Stunden, die dritte in 6 Stunden füllen. Wann wird der Behälter voll, wenn alle drei Röhren gleichzeitig geöffnet werden?

697 67. In ein Bassin, von welchem $^1/_3$ gefüllt ist, fließen durch eine Röhre in jeder Minute $7^1/_2$ l und durch eine andere in je 6 Minuten 35 l; wenn beide gleichzeitig geöffnet sind, könnte das Bassin in 24 Minuten gefüllt werden. In welcher Zeit wird das leere Bassin voll, wenn die zweite Röhre um 16 Minuten später geöffnet wird als die erste?

698 68. Zwei Zahlen verhalten sich wie $2^1/_3 : 1^1/_2$; dividiert man die größere durch die kleinere, so erhält man 1 als Quotient und 15 als Rest. Wie heißen die beiden Zahlen?

699 69. Ein Familienvater stirbt und bestimmt in seinem Testament, daß sein Vermögen von 35000 S folgendermaßen zu verteilen ist: Die Mutter soll $^3/_8$ erhalten, jede der beiden Töchter um 525 S mehr als der jüngere Sohn, dieser endlich $1^1/_3$mal so viel als der ältere Sohn und noch 175 S dazu. Wie geschieht die Verteilung?

700 70. Ein Schäfer hütete eine kleine Zahl von Schafen. Ein Geck, der vorbeiging, wollte ihn foppen und sprach: „Das Hüten deiner hundert Schafe muß dir recht schwer werden!“ „Hundert sind es noch lange nicht“, antwortete der Schäfer. „Hätte ich noch einmal und noch $^1/_2$-, $^1/_3$-, $^1/_4$-, $^1/_6$-, $^1/_8$mal so viel als ich habe und noch dich dazu, so würden noch immer 18 Schafe auf hundert fehlen.“ Wieviel Schafe waren es?

701 71. Ein Wirt verkauft aus einem vollen Fäßchen mit 36 l Wein 6 l und goß dafür ebensoviel Wasser hinein; nun verkauft er wieder eine Anzahl Liter der Mischung und füllt abermals mit Wasser aus. Wieviel Liter nahm er das zweitemal aus dem Fasse, wenn nach der zweiten Mischung um 14 l mehr Wein als Wasser im Fasse war?

702 72. In einer alten chinesischen Arithmetik, Kiu tschang benannt, welche 2600 v. Chr. verfaßt und um 1250 n. Chr. von Tsin Kiu tshaou herausgegeben worden sein soll, kommen folgende zwei Beispiele vor: 1. Im Mittelpunkte eines quadratischen Teiches von 10 Fuß Läng, und Breite wächst ein Schilf, das sich einen Fuß hoch über das Wasser erhebt. Als man es an das Ufer, nach der Mitte einer Seite zog, reichte es nur bis an den Rand des Teiches. Welche Tiefe hat das Wasser? 2. Ein 10 Fuß hoher Bambus ist nach oben hin gebrochen. Berührt nun beim Umbiegen die Spitze des Rohres den Boden, so ist sie 3 Fuß vom untersten Ende des Bambus entfernt. In welcher Höhe befindet sich der Bruch?

73. Jemand hat 3 Fässer. Füllt er das zweite leere aus dem ersten vollen, so bleiben im ersten noch $^2/_7$ des Inhaltes zurück. Gießt er die beiden letzten vollen in das erste leere, so wird es voll und bleiben noch 20 l übrig. Wieviel Liter hat jedes Faß, wenn alle drei zusammen 160 l Inhalt haben? **703**

74. Der englische Mathematiker Sharp des 17. Jahrhunderts ließ sich, wie berichtet wird, in eine Zelle einmauern, die nur eine kleine Öffnung hatte, durch die ihm die Nahrung gereicht wurde. Zu dieser Selbsteinkerkerung bewog ihn der Wunsch, die Ludolfsche Zahl π auf eine größere Zahl von Dezimalstellen zu berechnen. Man findet die Anzahl der Dezimalen, die er bestimmte, und die Dauer seiner Einkerkerung in Monaten mittels folgender Angaben: Dividiert man die um 3 vermehrte erste Zahl durch die zweite, so erhält man 12 als Quotient und 3 als Rest; von den beiden gesuchten Zahlen übertrifft die erste die zweite um 66. **704**

75. Ein Wirt kauft 6 gleich große Fässer Wein, von denen ihm jedoch im Keller eines durch einen Unfall ausläuft; er verkauft nun 1 l statt zu 2·4 S um 3·2 S und bekommt dadurch nicht allein den Schaden herein, sondern gewinnt noch 64 S. Wieviel Liter enthielt jedes Faß? **705**

76. Von einer bestimmten Zahl, an die ich denke, nehme ich die Hälfte und subtrahiere davon 1; vom dritten Teile des so verbliebenen Restes nehme ich wieder 1 weg; den vierten Teil des neuen Restes vermindere ich nochmals um 1 und es bleibt mir nun 1 übrig. An welche Zahl dachte ich? **706**

77. Die Höhe der ersten Plattform des Eiffelturmes in Paris ist um 2 m niedriger als der fünfte Teil der Turmhöhe; die zweite Plattform ist doppelt so hoch als die erste und die dritte liegt um 24 m unter der Turmspitze und um 218 m über der untersten Plattform. Die Höhe des Turmes und seiner drei Plattformen ist zu berechnen. **707**

78. Aus einem Korbe mit Äpfeln nahm man anfangs den vierten Teil der vorhandenen Äpfel und 6 Stück, dann vom Reste ein Drittel und 2 Stück, endlich von dem neuen Reste die Hälfte und 1 Stück; es blieb dadurch ein Fünftel der anfänglich vorhandenen Zahl. Wie groß war diese? **708**

79. Eine Bäuerin brachte eine gewisse Zahl Hühner zu Markte; zuerst verkaufte sie die Hälfte und ein halbes Huhn, dann vom Reste wieder die Hälfte und ein halbes Huhn und ebenso ein drittes- und ein viertesmal; da blieb ihr gerade ein Huhn übrig. Wieviel Hühner brachte sie auf den Markt? **709**

710 80. Hier dies Grabmal deckt Diophantos' sterbliche Hülle,
Und in des Trefflichen Kunst zeigt es sein Alter dir an.
Knabe zu sein gewährt ihm der Schöpfer ein Sechsstel des Lebens,
Und ein Zwölftel der Zeit ward er ein Jüngling genannt.
Noch ein Siebentel schwand, da fand er des Lebens Gefährtin,
Und fünf Jahre darauf ward ihm ein liebliches Kind.
Halb nur hatte der Sohn des Vaters Alter vollendet,
Als ihn plötzlich der Tod seinem Ernährer entriß.
Noch vier Jahre betrauert er ihn in schmerzlichem Kummer,
Und nun sage das Ziel, welches er selber erreicht!*)

711 81. „Item 3 geselln habnn gewunnen ein Anzal Geldes; der erste nimet $^1/_7$, der andere $^1/_4$ und der dritte nimet das oberig das ist 17 Gulden. Nun frage, wieviel des Geldes ist, das sie gewunnen haben.**)"

712 82. Ein Knabe wollte anfänglich seine Zinnsoldaten in einem Rechtecke aufstellen, in dem die Frontlänge doppelt so groß sein soll als die Tiefe der Aufstellung; da ihm aber nun 25 Soldaten fehlen, nimmt er von der Frontlänge 3 Soldaten weg und stellt um 2 Reihen weniger auf; es bleiben ihm nun 4 Soldaten übrig. Wieviel Soldaten hatte er?

713 83. Ein Bauer bringt Hühner nach der Stadt; er berechnet, daß er für je 5 Stück 27 S einnehmen soll; doch muß er beim Überschreiten der Stadtgrenze 2 S 40 g Verzehrungssteuer bezahlen und muß deshalb nun für je 6 Hühner 33 S einnehmen. Wieviel Hühner waren es und wie groß ist die Steuer für ein Huhn?

714 84. Unter 90 Personen sind 4 Männer mehr als Frauen und 10 Kinder mehr als Erwachsene; wieviel Männer, Frauen und Kinder sind es?

715 85. Eine große Besitzung grenzt zum Teile an die Landstraße. Der Eigentümer will längs der Straße Obstbäume anpflanzen. Setzt er alle 8 m je drei, so bleiben ihm noch 60 übrig; setzt er jedoch alle 8 m vier, so fehlen noch 20. Wieviel Bäume standen zur Verfügung und wie lang war die zu bepflanzende Strecke?

---

*) Diophantos (um 360 n. Chr.) ist berühmt durch seine Arbeiten auf dem Gebiete der Algebra, als deren Begründer er in gewissem Sinne betrachtet werden darf. Die obige Grabschrift befindet sich unter den vom griechischen Mönche Maximus Planudes (1350) gesammelten griechischen Gedichten (Anthologie).

**) Aus Adam Riese, „des Rechenmeisters zu St. Annaberg" († 1559 n. Chr.), Rechenbuch (erschienen 1524), einem für die deutsche Rechenkunst bahnbrechenden Werke. Darin erscheint auch vertreten die Lehre von den Gleichungen, die im 15. Jahrhundert unter dem Namen „Coss" (von dem italienischen cosa, franz. chose, mit welchem Worte die Unbekannte bezeichnet wurde) aus Italien nach Deutschland kam.

86. A, B und C sollen eine Arbeit ausführen. A bringt sie allein in 12, B allein in 15 und C allein in 20 Tagen fertig. Wieviel Tage brauchten sie zur Ausführung der Arbeit, wenn sie gemeinschaftlich arbeiteten, B aber während der Zeit $1^1/_2$ Tage, C 3 Tage nicht gearbeitet hat? **716**

87. Zwei Hirten werden nach der Stärke ihrer Herden gefragt und der eine sagt: „Wenn ich 25 Stück von meiner Herde zu der andern übergehen lasse, so sind beide gleich stark; kommen aber 25 Stück von der andern Herde zu der meinigen, so ist meine Herde noch einmal so stark wie die andere." Wie stark ist jede Herde? **717**

88. Von einer zweiziffrigen Zahl ist die Ziffersumme 12; vertauscht man beide Ziffern, so ist die neue Zahl um 15 größer als das Doppelte der früheren Zahl. Wie heißt die Zahl? **718**

89. Von einer zweiziffrigen Zahl mit der Ziffersumme 10 ziehen wir 54 ab; wir erhalten dadurch eine Zahl, die mit denselben Ziffern geschrieben wird wie die erste Zahl, bei der aber die Ziffern in umgekehrter Folge erscheinen. Wie heißt die erste Zahl? **719**

90. In einer zweiziffrigen Zahl, deren Einerziffer 8 ist, vertauschen wir beide Ziffern, wodurch die neue Zahl die frühere um $^3/_4$ ihres Wertes übertrifft. Wie heißt die Zahl? **720**

91. In einer dreistelligen Zahl ist jede Ziffer immer um eine Einheit kleiner als ihre linke Nachbarziffer; dividiert man diese Zahl durch ihre Ziffersumme, so erhält man 41 als Quotient und 3 als Rest. Wie heißt die Zahl? **721**

92. Von einer dreiziffrigen Zahl ist die Ziffersumme 18 und die Hundertziffer doppelt so groß als die Ziffer der Zehner; schreibt man die Zahl nochmals mit umgekehrter Zifferfolge unter die ursprüngliche und subtrahiert beide, so erhält man als Differenz 198. Wie heißt die Zahl? **722**

93. Von einer dreiziffrigen Zahl mit der Ziffersumme 11 ist die Einerziffer 3; dividiert man die Zahl durch die Hundertziffer, so erhält man 103 als Quotient und 5 als Rest. Wie heißt die Zahl? **723**

94. Wir haben eine dreistellige Zahl, in welcher die Ziffer der Einer 2 ist; streichen wir diese Einerziffer rechts weg und addieren sie zur Ziffer der Hunderter, so ist die so entstehende zweiziffrige Zahl der vierte Teil der früheren Zahl. Wie heißt diese? **724**

95. Wenn wir in einer dreistelligen Zahl, deren Hundertziffer 2 ist, diese 2 links wegnehmen und rechts anhängen, so ist die neue Zahl um 74 größer als das Doppelte der ursprünglichen Zahl. Wie heißt diese? **725**

726 96. Wenn man in einer dreiziffrigen Zahl die letzte Ziffer, die 4 ist, vor die beiden anderen schreibt, so ist die erhaltene Zahl um 40 größer als das Dreifache der ursprünglichen. Wie heißt die ursprüngliche Zahl?

727 97. Die letzte Ziffer einer dreistelligen Zahl ist 7; stellt man diese Ziffer an die erste Stelle, so ist die neue Zahl um 126 größer als das Vierfache der früheren. Wie hat diese gelautet?

728 98. In einer dreistelligen Zahl mit der Ziffersumme 17 ist die Ziffer der Einer eine Sechs; vertauscht man die zwei anderen Ziffern miteinander, so ist die neue Zahl um 32 kleiner als die Hälfte der ursprünglichen. Wie groß war diese?

729 99. Von einer vierziffrigen Zahl schneiden wir die Ziffer der Tausender, die eine Neun ist, links ab und setzen sie rechts nach den Einern; dadurch ist die Zahl auf $^1/_{10}$ ihrer ursprünglichen Größe gesunken. Wie groß war die Zahl?

730 100. Eine sechsziffrige Zahl hat an der Einerstelle eine Sieben; schneiden wir diese rechts ab und setzen sie links an, so ist die Zahl fünfmal so groß geworden. Wie lautete die Zahl?

731 101. Von einem Orte reitet um 8^h morgens ein Kurier ab, der in 10 Minuten $1^1/_3$ km macht. Um $8^1/_2{}^h$ wird ihm von demselben Orte ein zweiter nachgeschickt, der den ersten um $12^1/_2{}^h$ einholen soll. Wieviel Kilometer muß dieser zweite Bote in der Stunde machen?

732 †102. Baden und Wiener-Neustadt sind voneinander 22·11 km weit entfernt. Um 22^h $2^{min.}$ fährt in Baden der Personenzug gegen Wiener-Neustadt. Die Triebräder seiner Lokomotive machen 150 Umdrehungen per Minute und haben $3^2/_3$ m Umfang. Gleichzeitig wird in Wiener-Neustadt der mit Verspätung eingelangte Eilzug in der Richtung nach Baden abgelassen. Die Triebräder seiner Lokomotive machen in drei Minuten 500 Umdrehungen und haben $4^8/_9$ m Umfang. Wann und wo begegnen sich diese Züge auf der Strecke? Wann kommen die beiden Züge in Wiener-Neustadt, beziehungsweise in Baden an?

733 †103. Um 8^h $15^{min.}$ früh fährt jemand von dem Orte A nach dem 81 km weit entfernten Orte B mit einem Wagen, der in $7^1/_2{}^{min.}$ 1 km zurücklegt; um 10^h $30^{min.}$ fährt von B nach A die Post, die in einer Stunde durchschnittlich 6 km macht. Um wieviel Uhr und in welcher Entfernung von A begegnen sich beide, wenn nicht gerastet wird und die Versäumnisse beim Pferdewechsel usw. später wieder hereingebracht werden? Um wieviel Uhr kommt der Wagen in B und die Post in A an?

734 †104. Um 6^h 35^{min} früh fährt von Wien aus jemand mit einem Wagen, der in der Stunde 8 km zurücklegt, auf der Straße nach

St. Pölten, die fast immer längs der Bundesbahn verläuft; um wieviel Uhr und in welcher Entfernung von Wien wird ihm der Orientexpreßzug vorfahren, der um $8^{h}\,40^{min.}$ früh Wien verläßt und auf dieser Strecke 48 km per Stunde zurücklegt?

105. Der große Semmeringtunnel wird vom Personenzuge in $2^{min.}\,39^{sec.}$ durchfahren; der Eilzug, dessen Geschwindigkeit um 3 m in der Sekunde größer ist, fährt nur $1^{min.}\,59\,{}^1/_4{}^{sec.}$ hindurch. Es soll die Länge des Tunnels und die Fahrgeschwindigkeit jedes der beiden Züge berechnet werden. **735**

106. Von einem dreieckigen Felde ist der Umfang 99 m; die drei Seiten A B, A C und B C sind so beschaffen, daß A C um die Hälfte größer ist als A B und B C um ein Drittel größer ist als A C. Wie groß sind die drei Seiten? **736**

†**107.** Zwei Knaben M und N beschließen, von A aus nach entgegengesetzten Richtungen längs der Feldgrenze des in Nr. **106** bestimmten Feldes fortzugehen, und zwar legt M in 2 Sekunden 3 m zurück, N in 4 Sekunden 5 m; wann und wo treffen sie sich das erstemal, wenn M gegen B und N gegen C ging? Wann und wo findet die zweite Begegnung statt? Wann und wo die elfte? Wieviel Meter hat dann jeder zurückgelegt? **737**

108. Auf einem Kreise bewegen sich vom Punkte A aus zwei Punkte nach entgegengesetzten Richtungen; der erste legt in der Sekunde 4 m, der zweite 5 m zurück. Sie treffen sich nach 7 Sekunden in einem Punkte B des Umfanges; wie groß ist der letztere? — Wenn sie sich nun weiter bewegen, bis sie in einem Punkte C ein zweitesmal zusammentreffen, wie weit ist C von A entfernt? **738**

†**109.** Auf einem Kreise bewegen sich zwei Punkte hintereinander; 12 Sekunden nach Anfang der Bewegung treffen sie sich das erstemal, 62 Sekunden nach Anfang der Bewegung das zweitemal. Wie groß war ihre anfängliche Distanz und wie groß der Umfang des Kreises, wenn die Geschwindigkeiten der Punkte $9\frac{m}{sec.}$ und $7\frac{m}{sec.}$ sind? **739**

110. Um 12^{h} mittags decken sich die Uhrzeiger; wann trifft dies das nächstemal zu? Wie oft und wann geschieht dies bis zum nächsten Mittag? **740**

111. Wann bilden nach 12^{h} die beiden Uhrzeiger das erstemal a) einen gestreckten, b) einen rechten Winkel? **741**

112. Zwischen 3^{h} und 4^{h} bilden die Zeiger der Uhr einmal einen rechten Winkel; wann geschieht dies? **742**

113. Wann bilden zwischen 9^{h} und 10^{h} die Uhrzeiger einen Winkel von 120^{0}? **743**

114. Wann bilden zwischen 7^{h} und 8^{h} die beiden Uhrzeiger einen Winkel von 45^{0}? **744**

XIII. Gleichungen des ersten Grades mit mehreren Unbekannten.

745 1. Es sind einige Werte von x und y anzugeben, welche die Gleichung $7x - 3y = 13$ erfüllen. — Ist die Aufgabe, aus dieser Gleichung x und y zu finden, eine bestimmte? — Wie muß daher eine solche Gleichung genannt werden?

746 2. Würde die obige Gleichung zu einer bestimmten, wenn zu ihr noch die Gleichung $14x - 6y = 26$ hinzutreten würde?

747 3. Würde die Aufgabe zu einer bestimmten, wenn zu der unter Nr. 1 gegebenen Gleichung noch die Gleichung $3x + 5y = 37$ hinzutreten würde? Es soll zur Beantwortung dieser Frage zuerst versucht werden, ob das Wertepaar $x = 4$ und $y = 5$ beide Gleichungen erfüllt. Warum kann es hier kein zweites Wertepaar für x und y geben, das beide Gleichungen erfüllt?

748 4. Aus den in Nr. 1—3 gewonnenen Erfahrungen ist ein Satz zu bilden, der angibt, wann eine Gleichung mit zwei Unbekannten nur je eine Lösung für x und y ergibt.

749 5. Welche Methoden sind zur Auflösung von Gleichungen mit zwei (und mehr) Unbekannten in Gebrauch?

750 6. Man löse nach jeder Auflösungsmethode:

a) $5x - 3y = 9,\quad x + 6y = 15.$ b) $3x - 4y = 4,\quad 2x + 3y = 14.$ c) $x + 9y = 39,\quad 5x - 3y = 3.$

751 7. $4x + 5y = 39,$
$12x - 17y = 21.$

752 8. $8x - 11y = 15,$
$6x + 5y = 51.$

753 9. $5x - 18y = 9,$
$8x + 3y = 78.$

754 10. $x + y = 23,$
$x - y = 1.$

755 11. $x + y = 24,$
$x - y = 4.$

756 12. $10x - 3y = 58.$
$16x - 9y = 76$

757 13. $9x - 7y = 25,$
$14x - 13y = 22.$

758 14. $7x - 11y = 48.$
$-13x + 18y = -94.$

15. $14x + 3y = 4{\cdot}5,$ 759
$-\ \ 4x + 9y = 2.$

16. $11x - 10y = 24,$ 760
$6x + \ \ y = 26.$

17. $2x + \ \ y + 5 = 0,$ 761
$3x - 2y + 3 = 0.$

18. $x = 3y - \ \ 9,$ 762
$y = 3x - 13.$

19. ${}^1\!/_3 x + {}^1\!/_4 y = \ \ 5,$ 763
$3x - \ \ 4y = -5.$

20. ${}^1\!/_2 x + {}^1\!/_3 y = 9,$ 764
${}^3\!/_4 x - {}^2\!/_3 y = 3.$

21. $1\,{}^1\!/_2 x - 1\,{}^1\!/_3 y = 4,$ 765
$1\,{}^1\!/_4 x - 1\,{}^1\!/_5 y = 2.$

22. $1\,{}^1\!/_3 x + 2\,{}^3\!/_4 y = 34,$ 766
$3\,{}^2\!/_9 x - 2\,{}^5\!/_8 y = 8$

23. $0{\cdot}08x - 0{\cdot}11y = -0{\cdot}01,$ 767
$12x + \ \ 9y = \ \ 75.$

24. $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 1,$ 768
$\frac{9}{x} + \frac{10}{y} = 4,$

25. $\frac{6}{x} + \frac{8}{y} = 3,$ 769
$\frac{9}{x} - \frac{2}{y} = 1.$

26. $\frac{9}{x} + \frac{10}{y} = 4,$ 770
$\frac{6}{x} - \frac{8}{y} = -1.$

27. $\frac{1{\cdot}2}{x} + \frac{0{\cdot}8}{y} = 0{\cdot}4,$ 771
$\frac{0{\cdot}9}{x} - \frac{0{\cdot}6}{y} = 0.$

28. ${}^1\!/_3 x - {}^1\!/_2 (y - 1) = -{}^1\!/_2,$ 772
${}^1\!/_4 (x - 1) - {}^1\!/_3 y = -{}^2\!/_3.$

773 29. $7(x+3)-4(y+2)=36,$
$5(x+3)-6(y+2)=10.$

774 30. $2(3x-5y)+3(2x-3y)=8,$
$3(3x-5y)-4(2x-3y)=-5.$

775 31. $\dfrac{7}{3x+y}=\dfrac{4}{x+y},$
$\dfrac{1}{7x-4y}=\dfrac{5}{5x-10}.$

776 32. $\dfrac{3x+2y}{2x+3y}=\dfrac{28}{27},$
$\dfrac{x+2y}{3x-10}=2.$

777 33. $\dfrac{3x-y+4}{2x-3y+3}=4,$
$\dfrac{5x-2y-1}{3x+y-15}=6.$

778 34. $\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{y-1}{3}=y-x,$
$\dfrac{x+3}{3}+\dfrac{y-2}{2}=x+y-4.$

779 35. $\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{x+y-5}{4},$
$\dfrac{3x+5}{4}-\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{2x+y+1}{5}.$

780 36. $\dfrac{2x+y}{2x-y}=\dfrac{7}{3},$
$\dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{4y-1}{5}=\dfrac{x+1}{3}-\dfrac{y}{2}.$

781 †37. $\dfrac{5}{3x+2y}+\dfrac{7}{5x-2y}=\dfrac{1}{2},$
$\dfrac{45}{6x+4y}-\dfrac{7}{10x-4y}=1.$

782 38. $(x+y):(x-y)=9:1,$
$\dfrac{x}{5}-\dfrac{2y+1}{9}=\dfrac{x-1}{4}-\dfrac{y+2}{6}.$

39. $\frac{3x+y-2}{5} - \frac{2x-3y+8}{4} = x-3,$ **783**

$\frac{2x-y-2}{3} - \frac{3x+y-3}{4} = y-10.$

40. $\frac{x-y+7}{3} - \frac{x+y-3}{4} = \frac{3x+2y}{8},$ **784**

$1 + \frac{3x+2}{4} - \frac{x+2y}{8} = \frac{4x-y+4}{3} - \frac{4y-3}{3} + y - 1.$

†41. $\frac{15x}{6} + \frac{21y-3x+7}{16} + x = 11,$ **785**

$y + \frac{3y-2x}{5} = x - \frac{11x-3y}{13} + 3.$

42. $\frac{x}{2} + \frac{y+3}{3} - \frac{x-4}{2} = \frac{3(x+y)}{5} + \frac{6-y}{3},$ **786**

$\frac{x+y}{5} - \frac{x+2y}{8} = \frac{4x-y}{5} - \frac{2x+y}{7}.$

†43. $\frac{x+2y+2}{5} - \frac{x+y-4}{2} = \frac{2x+y-1}{4},$ **787**

$\frac{8x-2y}{5} - \frac{x+y}{5} - \frac{x}{2} = \frac{3x-y}{3} - \frac{2x-y}{2} - \frac{7x-8}{12}.$

44. $x : y = 3 : 2,$ **788**

$(x+4) : (y+1) = 2 : 1$

45. $(x+3) : (y+1) = 2 : 1,$ **789**

$(x+9) : (y+1) = 3 : 1.$

46. $(x-1) : (y+5) : (x+y) = 3 : 4 : 5.$ **790**

47. $(x-2) : (x+y-4) : (x+y) = 1 : 2 : 3.$ **791**

48. $(2x-y-3) : (3x-2y-2) = 2 : 3,$ **792**

$(3x+y+1) : (2x+3y+9) = 3 : 4.$

49. $(x+3)(y+1) = (x+1)(y+5),$ **793**

$(x+2)(y-1) = (x+7)(y-4).$

50. $\frac{100}{17x-3y+14} = \frac{52}{14x-y+1},$ **794**

$\frac{21}{9x+7y-2} = \frac{19}{21x-2y+2}.$

51. $(x+5)(y-3) = (x-4)(y+6),$ **795**

$(2x-5)(y+1) = 2(x-3)(y+2).$

796 52. $\frac{7x-3}{5y-7}=\frac{9+14x}{1+10y}$,

$\frac{3+2y}{1+4x}=\frac{3y+2}{6x-1}$.

797 †53. $\frac{1}{x+\frac{1}{y-\frac{3}{x}}}=\frac{1}{x-\frac{1}{y-\frac{1}{x}}}$,

$\frac{1}{y}\left(1-\frac{1}{x}\right)=1$.

798 54. $x^2-y^2=24$,

$x+y=12$.

799 55. $x^2-y^2=32$,

$x+y=16$.

800 56. $x^2-y^2=32$,

$x-y=2$.

801 57. $x^2-y^2-(x+y)=14$,

$x-y=2$.

802 58. $x-y=1$,

$x(x+3)-y(y+2)=16$.

* * *

803 59. Man löse nach jeder Auflösungsmethode:

a) $x+y+z=9$,

$2x-3y+4z=11$,

$3x+2y-3z=0$.

b) $x+2y-z=6$,

$2x+3y+4z=38$,

$4x+5y-5z=7$.

804 60. $x+y+z=9$,

$x+y-z=7$,

$x-y+z=3$.

805 61. $3x+4y+5z=34$,

$5x-6y-4z=19$,

$4x+2y+3z=35$.

806 62. $x+y=11$,

$x+z=14$,

$y+z=17$.

807 63. $x+y=9$,

$x+z=10$,

$y+z=11$.

64. $2x + 5y = 29,$ **808**
$3x + 4z = 41,$
$4y + 5z = 37.$

65. $x + y + z = 21,$ **809**
$7x = 9y,$
$5x = 9z.$

66. $2x + 3y + 4z = 37,$ **810**
$6x - y = 13,$
$4x + 3z = 24.$

†67. $1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{4}y = 27,$ **811**
$2\frac{1}{3}x + 3\frac{2}{5}z = 48,$
$3\frac{1}{2}y + 2\frac{1}{5}z = 50.$

68. $x + y + z = 30,$ **812**
$x : y : z = 4 : 5 : 6.$

69. $x + 2y + 2z = 29,$ **813**
$2x + y + 2z = 30,$
$2x + 2y + z = 31.$

70. $x + y + z = 33,$ **814**
$x + 2y + 3z = 64,$
$x + 4y + 6z = 116.$

71. $2x + 3y + 4z = 74,$ **815**
$3x + 4y + 5z = 98,$
$4x + 3y + z = 61.$

72. $3x - 2y + 4z = 5,$ **816**
$4x + 6y - z = 9,$
$5x - 4y + 3z = 4.$

73. $3x - 2y + z = 12,$ **817**
$6x - 3y + 5z = 55,$
$5x + y - 3z = 13.$

†74. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y - \frac{1}{4}z = 12,$ **818**
$\frac{2}{3}x - \frac{3}{4}y + \frac{4}{5}z = 41,$
$\frac{3}{5}x - \frac{2}{9}y + \frac{1}{3}z = 30.$

†75. $\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y + \frac{2}{9}z = 9,$ **819**
$\frac{5}{6}x + \frac{1}{2}y - \frac{5}{9}z = 1,$
$3\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{3}y - \frac{2}{3}z = 37$

†76. $\frac{3}{7}x + \frac{1}{3}y - \frac{2}{5}z = 7,$ **820**
$\frac{5}{7}x - \frac{2}{3}y - \frac{3}{5}z = 5,$
$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{5}z = 8.$

821 77. $x + \frac{1}{2} y + \frac{1}{3} z = 30,$
$\frac{2}{5} x - \frac{1}{10} y + \frac{1}{15} z = 4,$
$\frac{1}{2} x + \frac{1}{5} y - \frac{1}{10} z = 6.$

822 78. $\frac{x+3}{y-1} = 6,$
$\frac{y+2}{z-1} = 2,$
$\frac{z+1}{x-1} = 2.$

823 79. $\frac{2x+5}{5y-4} = 1,$
$\frac{3x+7}{4(z+1)} = 1,$
$\frac{5y+3}{9(z-1)} = 1.$

824 80. $\frac{6}{x} - \frac{3}{y} = 2,$
$\frac{9}{y} - \frac{1}{z} = 2,$
$\frac{8}{x} - \frac{2}{z} = 2.$

825 81. $\frac{6}{x} + \frac{8}{y} + \frac{5}{z} = 5,$
$\frac{9}{x} - \frac{6}{y} + \frac{15}{z} = \frac{9}{2},$
$\frac{12}{x} + \frac{4}{y} - \frac{10}{z} = 3.$

826 82. $\frac{6}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 4,$
$\frac{3}{x} + \frac{8}{y} + \frac{5}{z} = 4,$
$\frac{9}{x} + \frac{12}{y} - \frac{10}{z} = 4.$

†83. $\frac{xy}{x+y}=\frac{2}{3}$, 827

$\frac{xz}{x+z}=\frac{3}{4}$,

$\frac{yz}{y+z}=\frac{6}{5}$.

†84. $\frac{xyz}{18yz+15xz-16xy}=\frac{1}{10}$, 828

$\frac{xyz}{4yz+12xz+24xy}=\frac{1}{12}$,

$\frac{xyz}{6yz+18xz+20xy}=\frac{1}{14}$.

85. $(2x-1)(y+1)=2(x+1)(y-1)$, 829

$(x+4)(z+1)=(x+2)(z+2)$,

$(y-2)(z+3)=(y-1)(z+1)$.

†86. $(3x-2)(5y+3)=(4y-3)(4x+2)$, 830

$(3y-1)(4z+3)=(3y+1)(5z-3)$,

$(2x+3)(5z-2)=(4x+1)(5z-6)$.

87. $x+y=8$, 831

$y+z=12$,

$z+u=16$,

$z+x=10$.

88. $x+2y=10$, 832

$y+2z=7$,

$z+2u=4$,

$u+2x=9$.

†89. $x:y=2:3$, 833

$x:z=1:2$,

$y:u=3:5$,

$\frac{y^2-z^2}{x-u}=46\,^2/_3$.

90. $x+y+z-u=4$, 834

$x+y-z+u=6$,

$x-y+z+u=8$,

$-x+y+z+u=10$.

835 91. $x + y + z + u = 10,$
$x - 2y + 4z - 6u = -15,$
$-x + 3y - 6z + 9u = 23,$
$-x + 4y - 8z + 11u = 27.$

836 92. $x + y + z + u = 10,$
$5x - y + 2z + u = 13,$
$3x - 4y + 3z + 2u = 12,$
$2x + 3y + 4z - 3u = 8.$

837 93. $x + \frac{y + z + u}{3} = 6,$
$y + \frac{x + z + u}{3} = 5\,{}^1\!/_3,$
$z + \frac{x + y + u}{3} = 4\,{}^2\!/_3,$
$u + \frac{x + y + z}{3} = 4.$

838 94. ${}^1\!/_3 x + {}^1\!/_4 y + {}^1\!/_5 z + {}^1\!/_6 u = 8,$
${}^1\!/_2 x + {}^1\!/_2 y - {}^2\!/_5 z - {}^2\!/_3 u = -5,$
${}^1\!/_6 x - {}^1\!/_8 y + {}^1\!/_{10} z + {}^1\!/_{12} u = 2,$
${}^2\!/_3 x + {}^1\!/_2 y - {}^1\!/_2 z + {}^1\!/_4 u = 6.$

839 95. $x + y + z + u - v = 11,$
$x + y + z - u + v = 13,$
$x + y - z + u + v = 15,$
$x - y + z + u + v = 17,$
$-x + y + z + u + v = 19.$

840 †96. $x + 2y - 3z + u + v = 3,$
$2x - y + z + 2u - 3v = -4,$
$3x - 4y + 4z - 3u - 5v = -20,$
$4x - 3y + 5z - 4u - 2v = 9,$
$5x + 5y - 2z - 5u + 4v = 33.$

* * *

841 97. Zwei Zahlen geben zur Summe 100; multipliziert man die erste mit 5, die zweite mit 4 und addiert beide Produkte, so erhält man als Summe 452; wie heißen die beiden Zahlen?

842 98. Multipliziert man die erste von zwei Zahlen mit 8, die zweite mit 7 und subtrahiert das zweite Produkt von dem ersten, so erhält man gerade so viel, als ob man die ursprünglichen Zahlen addiert hätte;

dividiert man die erste Zahl durch 4, die zweite durch 7 und addiert beide Quotienten, so erhält man 12; wie heißen die beiden Zahlen?

99. Zwei Brüche haben die Nenner 6 und 4; vermehrt man jeden ihrer Zähler um 1, so gibt die Summe der beiden Brüche 2; vermindert man jedoch jeden Zähler um 2, so ist der erste Bruch um $^1/_4$ größer als der zweite. Wie heißen die beiden Brüche? **843**

100. Vermindert man in einem Bruche Zähler und Nenner um 6, so hat der erhaltene Bruch den Wert $^2/_3$; vermindert man in dem eben erhaltenen Bruche Zähler und Nenner abermals um 6, so ist der Wert des neuen Bruches $^1/_2$. Wie heißt der ursprüngliche Bruch? **844**

101. Man suche zwei Zahlen, von denen sowohl die Summe als der Quotient 12 beträgt! **845**

102. Man suche zwei Zahlen, von denen sowohl die Differenz als der Quotient 12 beträgt! **846**

103. Man suche zwei Zahlen, deren Summe dreimal so groß ist wie ihre Differenz und deren Produkt doppelt so groß ist wie ihre Summe! **847**

104. Die Summe zweier Zahlen beträgt 40, die Differenz der Quadrate der Zahlen ist 160; wie heißen die Zahlen? **848**

105. Man suche zwei Zahlen, deren Differenz 2 ist und von denen das Quadrat der ersten um 132 größer ist als das Quadrat der zweiten! **849**

106. Man bestimme zwei Zahlen von folgenden Eigenschaften: Dividiert man die erste Zahl durch die zweite, so erhält man 1 als Quotient und 4 als Rest. Bildet man die Differenz aus der dreifachen ersten und der doppelten zweiten Zahl und dividiert sie durch 4, so erhält man ebensoviel, als wenn man von der Hälfte der ersten Zahl den siebenten Teil der um 2 vermehrten zweiten Zahl abzieht. **850**

107. Vermindere ich die erste von zwei Zahlen um 5 und dividiere sie durch die um 5 verminderte zweite Zahl, so erhalte ich 3 als Quotient; dividiere ich aber die um 3 vermehrte erste Zahl durch die um 3 vermehrte zweite, so erhalte ich 2 als Quotient. Wie heißen die beiden Zahlen? **851**

108. Vermehrt man die reziproke Summe zweier Zahlen um ihre reziproke Differenz, so erhält man $^5/_8$; subtrahiert man aber von der fünffach genommenen reziproken Summe die reziproke Differenz, so erhält man $^1/_8$. Wie heißen die beiden Zahlen? **852**

109. Zwei Zahlen geben ein gewisses Produkt. Wäre die erste um $^1/_2$ größer, die zweite um 1 kleiner, so wäre das Produkt um 8 kleiner; wäre dagegen die erste um 6 kleiner, die zweite um 9 größer, so würde das Produkt unverändert bleiben. Wie heißen die beiden Zahlen? **853**

854 110. Eine der größten Brücken der Erde ist die Drahtseilbrücke über den East River, welche die beiden Schwesterstädte New York und Brooklyn verbindet. Diese Brücke wurde mit einem Aufwand von 20 Millionen Dollars nach den Plänen des deutschen Ingenieurs Röbling — des Erbauers der großartigen Niagarabrücke — ausgeführt. Die ganze Länge der Brücke ist um 80 m größer als die doppelte Länge des Mittelfeldes zwischen den zwei gewaltigen, 87 m hohen Pfeilern. Auf die beiden Seitenöffnungen (Teile der Brücke ohne das Mittelfeld) entfallen zusammen 566·6 m. Wie lang ist diese Brücke und wie lang ist das Mittelfeld?

855 111. In jeder meiner beiden Taschen habe ich einen bestimmten Geldbetrag. Nehme ich links 6 Zehngroschenstücke weg und gebe sie rechts dazu, so habe ich in beiden Taschen gleich viel; gebe ich dagegen einen Schilling von rechts nach links, so habe ich links doppelt so viel als rechts. Wieviel Geld habe ich in jeder Tasche?

856 112. Bei einem Bau erhielten 13 Maurer und 7 Taglöhner für 15 Arbeitstage zusammen 1125 S; ein anderesmal wurden an 15 Maurer und 5 Taglöhner für 19 Arbeitstage im ganzen 1539 S Lohn ausbezahlt. Wieviel betrug der Taglohn für einen Maurer und wieviel für einen Taglöhner?

857 113. Wir haben zwei Gefäße, die ungleich viel Wasser enthalten. Wir gießen aus dem ersten so viel in das zweite, als in diesem schon enthalten ist; hierauf gießen wir aus dem zweiten so viel in das erste, als nun in diesem ist. Diesen Vorgang wiederholen wir ein drittes- und viertesmal; wenn nun in jedem Gefäße gerade 16 l sind, wieviel war anfänglich in jedem?

858 114. Macht man ein Rechteck um 2 m länger, jedoch um 1 m schmäler, so ist der Inhalt um 5 m² größer; verkürzt man jedoch die Länge um 12 m und vermehrt die Breite um 12 m, so bleibt der Inhalt unverändert. Wie groß ist die Länge und Breite?

859 115. Von einem rechtwinkeligen Dreiecke ist der Inhalt 173·4 cm², die Hypotenuse 28·9 cm; es sind die Katheten zu berechnen.*)

860 116. Eine Bäuerin bringt Eier zu Markte. Unterwegs brechen ihr 25 Stück und sie beschließt daher, jedes um einen Groschen teurer zu verkaufen, wodurch sie ohne Schaden darauskommen würde. Sie findet aber einen Käufer, der ihr den ganzen Vorrat abnehmen und für je drei Stück um 2 g mehr bezahlen will, als sie anfänglich zu fordern gedachte;

---

*) Man trachte aus $x^2 + y^2$ und xy die Summe $(x + y)$ und die Differenz $(x - y)$ zu bestimmen!

sie geht den Handel ein, obwohl sie dabei um einen halben Schilling weniger einnimmt, als sie erhoffte. Wieviel Eier waren anfänglich und wie teuer wollte sie zuerst ein Ei verkaufen?

117. Zwei Arbeiter sollen miteinander eine Arbeit ausführen. Wenn beide daran arbeiten, so sind sie in $6\,^2/_3$ Tagen fertig; arbeitet aber A nur 5 Tage, B nur 4 Tage, so werden nur $^2/_3$ der Arbeit fertig. In wieviel Tagen wird jeder allein fertig? **861**

118. Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren gefüllt werden. Ist die erste durch 4 Stunden, die zweite durch 15 Stunden geöffnet, so wird der Behälter ganz voll; ist die erste durch 7 Stunden, die zweite durch 5 Stunden geöffnet, so werden $^{11}/_{16}$ des Behälters voll. In welcher Zeit füllt jede Röhre allein den Behälter und in welcher Zeit kann er durch beide zusammen gefüllt werden? **862**

119. Richard und Paula bekommen zusammen eine Schachtel mit Stahlfedern. Sie rechnen sich aus, daß sie damit gerade 20 Wochen auskommen könnten. Nachdem sie durch 5 Wochen ihren Vorrat benützt haben, muß Paula infolge eines Augenleidens 3 Wochen vor den Ferien jede Schreibtätigkeit einstellen; am Schlusse des Schuljahres ist gerade $^1/_3$ des Vorrates verbraucht. Wieviel Federn benützte jedes in der Woche, wenn Paula wöchentlich um 1 Feder weniger brauchte als Richard? Wieviel Federn enthielt die Schachtel? **863**

120. Eine zweiziffrige Zahl hat zur Ziffersumme 6; schreibt man ihre Ziffern in umgekehrter Folge und addiert zu dieser neuen Zahl die ursprüngliche, so erhält man $^{11}/_4$ der Zahl. Wie heißt die Zahl? **864**

121. Die Jahreszahl der Gründung des ehemaligen Offizierstöchter-Erziehungs-Institutes zu Hernals (gegenwärtig Bundeserziehungsanstalt für Mädchen in Wien, XVII.) läßt sich aus folgenden Angaben bestimmen: Teilt man die vierziffrige Jahreszahl in der Mitte in zwei zweiziffrige und dividiert die zweite Zahl durch die erste, so erhält man 4 als Quotient und 7 als Rest; stellt man ferner die zweite Zahl vor die erste, so ist die neue Zahl um 5742 größer als die ursprüngliche Zahl. **865**

122. Zwei dreiziffrige Zahlen geben zur Summe 1208; stellt man die erste vor die zweite, so erhält man um 87912 mehr, als wenn man die zweite vor die erste stellt. Wie heißen die beiden Zahlen? **866**

†123. Aus wieviel Prozenten Kupfer und Zinn besteht ein Bronzewürfel, der 630 g schwer ist, aber unter Wasser gewogen nur 554 g wiegt? (Dichte des Kupfers 9, des Zinnes 7.) **867**

868 †124. Eine Kugel aus Silber und Kupfer wiegt 528 g und verliert im Wasser $52\frac{5}{7}$ g; man bestimme den Feingehalt der Legierung! (Dichte des Silbers 10·5, des Kupfers 8·8.)

869 125. Auf einem Kreise von 80 m Umfang bewegen sich von einem und demselben Anfangspunkte aus nach einer und derselben Richtung zwei Körper mit Geschwindigkeiten, von denen die eine dreimal so groß ist als die andere. Wie groß sind die Geschwindigkeiten, wenn die Körper alle fünf Sekunden zusammentreffen?

870 126. Ein Kreis hat 200 m Umfang. Von einem Punkte A des Kreises ausgehend, bewegen sich in entgegengesetzter Richtung zwei Körper mit unveränderlicher Geschwindigkeit auf dem Kreise; sie treffen nach je 10 Sekunden immer zusammen. Wenn sie sich nach einerlei Richtung bewegen, so treffen sie nur alle 50 Sekunden zusammen; welche Geschwindigkeit hat jeder Körper?

871 †127. Zwei Körper A und B bewegen sich von zwei Punkten, deren Entfernung 400 m beträgt, einander entgegen. Geht A um 8 Sekunden früher ab als B, so treffen sie sich 16 Sekunden nach Abgang von B. Geht dagegen B um 10 Sekunden früher ab als A, so treffen sie sich 20 Sekunden nach Abgang von A. Wie groß ist die Geschwindigkeit jedes Körpers?

872 †128. Zwei Orte A und B sind voneinander 84 km weit entfernt. Um 4 Uhr morgens reitet von jedem der beiden Orte ein Bote ab; beide begegnen sich um 7 Uhr vormittags. Nach ihrer Ankunft kehren beide nach gleich langem Aufenthalt wieder um, wobei der raschere von beiden dem andern um $1\frac{3}{4}$ Stunden voraus ist, und sie begegnen sich $3\frac{3}{4}$ Stunden nach Abgang des rascheren zum zweiten Male. Wieviel Kilometer legte jeder stündlich zurück?

873 †129. Der Ort A ist von B 9 km weit entfernt. Ein Tourist ist um 8 Uhr morgens von A aus aufgebrochen; um 8 Uhr 40 Minuten fährt ihm sein Freund, der in A Arzt ist, auf dem Fahrrad vor, ihm zurufend, daß er zu einem Patienten nach B berufen sei; um 9 Uhr 36 Minuten begegnet der Radfahrer, der bereits auf dem Rückweg ist, den Fußgänger wieder und teilt ihm mit, daß er für den Krankenbesuch nur 17 Minuten Zeit gebraucht habe. Wenn man noch weiß, daß der Radfahrer um 10 Uhr 12 Minuten in A ankam, wie groß war die Geschwindigkeit jedes einzelnen und wann kam der Fußgänger in B an?

* * *

130. Von drei Personen A, B und C haben A und B zusammen 720 S, A und C 840 S, B und C 1200 S; wieviel hat jeder? 874

131. Man soll die Zahl 48 in drei Teile zerlegen, so daß der zweite durch den ersten dividiert 1 zum Quotienten und 4 zum Rest gibt, ferner der dritte durch den ersten dividiert 3 als Quotient und 4 als Rest gibt. Wie heißen die drei Teile? 875

132. In drei Geldbörsen hat jemand im ganzen 90 S; in der ersten sind halb so viel als in der dritten und in der ersten und zweiten sind zusammen um 10 S mehr als in der dritten. Wieviel ist in jeder? 876

133. Man bestimme drei Zahlen von folgenden Eigenschaften: Bildet man die Summe der Produkte aus je zweien dieser Zahlen, so ist diese Summe $^{13}/_{12}$ des Gesamtproduktes der Zahlen. Dividiert man 4 durch die erste Zahl und 3 durch die zweite und 12 durch die dritte, so ist die Summe dieser Quotienten 6. Dividiert man 6 durch die erste Zahl und 6 durch die zweite, so ergibt die Summe dieser Quotienten ebensoviel, als wenn man 20 durch die dritte Zahl dividiert. 877

134. Die Gotthardbahn, eine der großartigsten Gebirgsbahnen, hat eine Anzahl Tunnels, welche um 12 größer ist als deren Gesamtlänge in Kilometern; davon ist der Haupttunnell, welcher den Bergstock des Gotthard durchbohrt, allein so lang, daß seine dreifach genommene Länge die Gesamtlänge aller Tunnels um 4 km übertreffen würde; würde man die Kilometerzahl aller Tunnels ohne den Haupttunnel mit 2 multiplizieren, so wäre die erhaltene Zahl um 1 kleiner als die Anzahl aller Tunnels. Wieviel Tunnels zählt die Bahn, wie groß ist ihre Gesamtlänge und wie lang ist der Haupttunnel? 878

135. Ein Wasserbehälter kann durch 3 Röhren gefüllt werden. Die erste und zweite füllen ihn in $2\,^2/_5$ Stunden, die zweite und dritte in $3\,^3/_7$ Stunden, die erste und dritte in $2\,^2/_3$ Stunden. In welcher Zeit kann der Behälter durch jede einzelne Röhre gefüllt werden und wann wird er durch alle drei gleichzeitig gefüllt? 879

136. Eine dreiziffrige Zahl mit der Ziffersumme 6 hat die Eigenschaft, daß die mittlere Ziffer das arithmetische Mittel der beiden anderen Ziffern ist und die Differenz aus der ersten und letzten Ziffer um 2 kleiner ist als die mittlere Ziffer. Wie heißt die Zahl? 880

137. Die drei Ziffern einer dreistelligen Zahl nehmen von den Hunderten angefangen immer um die Einheit ab; streicht man die Hunderterziffer der Zahl weg und dividiert die ursprüngliche Zahl durch die neuerhaltene Zahl, so erhält man 12 als Quotient und 6 als Rest. Wie heißt die Zahl? 881

882 138. Eine dreiziffrige Zahl mit der Ziffersumme 14 vermindert ihren Wert um 297, wenn man ihre Ziffern in umgekehrter Folge schreibt; die Hunderterziffer der ursprünglichen Zahl ist das Doppelte der Einerziffer. Wie heißt die Zahl?

883 139. Eine dreiziffrige Zahl hat als Ziffersumme 12. Schreibt man ihre Ziffern in umgekehrter Reihenfolge nochmals an, so ist die neue Zahl um 495 kleiner geworden. Läßt man die Einerziffer der Zahl weg, so ist die nun zweiziffrige Zahl um 14 größer als jene zweiziffrige Zahl, die man erhält, wenn man die Hunderterziffer der ursprünglichen Zahl wegläßt; wie heißt die Zahl?

884 †140. Dividiert man eine dreiziffrige Zahl durch ihre Ziffersumme, so erhält man 48, Rest 4. Dividiert man sie durch die erste Ziffer links, so erhält man 113, Rest 1; dividiert man sie durch die Zahl aus den Zehnern und Einern, so erhält man 8, Rest 20. Wie heißt die Zahl?

885 †141. Eine dreiziffrige Zahl hat die folgenden Eigenschaften: Schreibt man die Ziffern der Zahl in umgekehrter Folge an, so ist die neue Zahl um 396 kleiner als die ursprüngliche. Nimmt man die Hunderterziffer links weg, fügt sie der Zahl rechts an und dividiert die neue Zahl durch die Ziffersumme, so erhält man 36 als Quotient; streicht man dagegen in der ursprünglichen Zahl die Einer rechts weg, setzt sie links vor die Zahl und dividiert die neue Zahl durch die aus den Zehnern und Einern der ursprünglichen Zahl gebildete Zahl, so erhält man 7 als Quotient und 38 als Rest. Wie heißt die Zahl?

886 142. Von zwei Orten gehen zwei Freunde A und B einander zu gleicher Zeit entgegen und treffen nach 8 Stunden zusammen. Würde A in der Stunde um $^1/_2$ km mehr zurücklegen und um 3 Stunden 20 Minuten früher aufbrechen, so würde B bis zum Zusammentreffen 6 Stunden unterwegs sein; würde dagegen jeder von beiden in der Stunde um 1 km mehr zurücklegen und B um 2 Stunden 50 Minuten früher aufbrechen, so würde A bis zum Zusammentreffen nur 5 Stunden unterwegs sein. Wieviel Kilometer legt jeder stündlich zurück? Wie weit sind die beiden Orte voneinander entfernt? Wo findet jedesmal das Zusammentreffen statt?

887 143. Jemand hat drei Körbe mit Äpfel. Er legt zuerst aus dem ersten in den zweiten und dritten so viel, als schon darin sind, dann aus dem zweiten in den ersten und dritten so viel, als darin sind, endlich aus dem dritten in den zweiten und ersten so viel, als schon darin sind; es sind nun in jedem Korbe 16 Äpfel. Wieviel Äpfel enthielt jeder Korb anfänglich?

144. Man soll die Aufgabe Nr. **143** analog mit vier Körben ausführen, wobei zuletzt in jedem Korbe 32 Äpfel liegen. **888**

145. Ein Wasserbehälter kann durch vier Röhren A, B, C und D gefüllt werden. Es füllen ihn A und B in $3^3/_5$ Stunden, B und C in $5^1/_7$ Stunden, C und D in $6^2/_3$ Stunden, endlich A und C in 4 Stunden. In welcher Zeit füllt ihn jede Röhre allein, in welcher Zeit füllen ihn alle vier zusammen? **889**

146. Eine vierziffrige Zahl mit der Ziffersumme 20 hat die Eigenschaft, daß die Ziffersumme aus den geraden Stellen jener aus den ungeraden Stellen gleich ist. Schreibt man ihre Ziffern in umgekehrter Folge, so wird die Zahl um 1089 größer; die höchste und die niedrigste Stelle der Zahl geben zusammen 3. Wie heißt die Zahl? **890**

147. Der Name eines hervorragenden griechischen Mathematikers kann auf folgende Art gefunden werden: Bezeichnet man die Buchstaben des Alphabets (ohne j) ihrer Reihenfolge nach mit den Zahlen 1, 2, 3, 4 . . ., so lassen sich die vier Buchstaben des gesuchten Namens aus den zugehörigen Zahlen durch folgende Angaben finden: Die Summe der vier Zahlen ist 44; die erste und zweite Zahl ist zusammen um 1 kleiner als die vierte; das Fünffache der zweiten Zahl ist so groß wie die Summe der ersten und dritten; die Differenz aus der ersten und der zweiten Zahl ist ebensogroß wie die Differenz aus der dritten und vierten. Wie lautet der gesuchte Name? **891**

XIV. Wiederholungsaufgaben.

1. $5x + 7y = 51,$ **892**
$11x - 13y = 27.$

2. $7x - 3y = 33,$ **893**
$2x + 5y = 27.$

3. $3x + y = -5,$ **894**
$24x + 6y = -26.$

4. $^1/_5 x = {}^1/_2 y - 1,$ **895**
$^1/_4 y = {}^1/_3 x - 3.$

5. $\frac{9}{x} - \frac{2}{y} = 1,$ **896**
$\frac{27}{x} + \frac{10}{y} = 7.$

897 6. $\frac{0{\cdot}18}{x} - \frac{0{\cdot}08}{y} = 0{\cdot}01,$

$\frac{0{\cdot}3}{x} + \frac{0{\cdot}2}{y} = 0{\cdot}1.$

898 7. $\frac{x+y}{x-y} = 8,$

$\frac{2x-y}{4y-2x-9} = 11.$

899 8. $\frac{2x+y}{3x-2y} = 2,$

$\frac{2x-5}{5} - \frac{3y-2}{10} = \frac{x-2}{3} - \frac{y-2}{2}.$

900 9. $(x + 2y) : (2x - y) = 13 : 6,$

$\frac{x}{5} - \frac{y}{4} = \frac{x+y-7}{2} - \frac{x-y+9}{10}.$

901 10. $\frac{y-6}{3} + \frac{x}{2} = \frac{3(x+y)}{5} - \frac{x-4}{2} - \frac{y+3}{3},$

$\frac{x+y-3}{2} - \frac{3x+2y}{8} + \frac{x-y+3}{4} = 0.$

902 11. $\frac{3x+2}{4} - \frac{4x-y+4}{3} - y + 1 = \frac{x+2y}{8} - \frac{4y-3}{3} - 2x + y,$

$\frac{2x+y}{14} + \frac{2x-y}{2} = y - 2.$

903 12. $\frac{5}{2x-1} = \frac{3}{y+2},$

$\frac{4}{3x+8} = \frac{2}{3y-5}.$

904 13. $\frac{x+5}{y+4} = \frac{x-5}{y-2},$

$\frac{x-3}{y+2} = \frac{x+3}{y+8}.$

905 14. $(x+3)(y-2) = (x-3)(y+10),$

$(3x-5)(y+2) = 3\left(x + \frac{1}{3}\right)(y-1).$

15. $x^2 - y^2 = 24,$ 906

$x - y = 2.$

16. $2x - 3y + 5z = 4,$ 907

$-3x + 4y + 10z = 27,$

$2x - 5y + 15z = 16.$

17. $x + y + z = 108,$ 908

$x : y = 2 : 3,$

$x : z = 1 : 2.$

18. $x + 4y + 7z = 30,$ 909

$2x + 5y + 8z = 39,$

$3x + 6y + 8z = 45.$

19. $2x - 3y + 5z = 35,$ 910

$3x + y - z = 20.$

$4x - 2y + 3z = 39.$

20. $2x + {}^2/_3\,y - {}^1/_2\,z = 5\,{}^2/_3,$ 911

${}^1/_3\,x - {}^5/_6\,y - {}^3/_2\,z = -2\,{}^5/_6,$

${}^1/_6\,x - 5y + {}^3/_4\,z = -3.$

21. $\frac{x+3}{y-2} = 3,$ 912

$\frac{y+4}{z-1} = 3,$

$\frac{x+9}{z+1} = 3.$

22. $(x-1) : (y-1) : (z-1) : (x+y) = 1 : 2 : 3 : 4.$ 913

23. $\frac{3}{x} + \frac{4}{y} + \frac{5}{z} = 38.$ 914

$\frac{4}{x} - \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 14,$

$\frac{2}{x} - \frac{6}{y} + \frac{5}{z} = 6.$

24. $(2x + 7)(3y + 2) = (3x + 13) \cdot 2y,$ 915

$(5x - 8)(2z - 1) = (2x + 1)(5z - 20),$

$(3y + 2)(4z - 8) = (4y + 6)(3z - 8).$

25. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 9,$ 916

$(x+3)(y-2) + (y+8)(z-5) = (x-1)(y+4) +$
$+ (y-4)(z+9),$

$(x+1) : (x+3) = (z+5) : (z+9).$

917 26. $x + y + 5z - 3u = 28,$

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{3} - \frac{z}{2} + 4 = 6,$$

$$4x - 3y + u = 16,$$

$$5x - 2y + 4z - 3u = 38.$$

918 27. Von einer Ware kostet das Kilogramm um 2 S 50 g mehr als von einer andern; $^3/_8$ kg der ersten kosten ebensoviel als $^4/_9$ kg der andern. Wie teuer ist ein Kilogramm von jeder Ware?

919 28. Mischt man 9 l von einer geringeren Weinsorte mit 7 l einer besseren, so kommt 1 hl der Mischung auf 137·5 S; mischt man dagegen je 3 l der schlechteren mit 5 l der besseren, so kommt 1 hl auf 145 S. Was kostet 1 l von jeder Sorte?

920 29. Welcher Bruch nimmt den Wert $^1/_9$ an, wenn man Zähler und Nenner um 4 vermindert, und den Wert $^1/_{10}$, wenn man beide um 5 vermindert?

921 30. Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren in $11^1/_5$ Stunden gefüllt werden. Ist der erste durch 7 Stunden, die zweite durch 4 Stunden geöffnet, so wird der Behälter halb voll; in wieviel Stunden füllt jede Röhre allein den leeren Behälter?

922 31. Ein gewisses Rechteck behält seinen ursprünglichen Inhalt, wenn man es um 30 m länger und gleichzeitig um 5 m schmäler macht; oder wenn man es um 20 m kürzer, dagegen um 4 m breiter macht; welche Abmessungen hat das Rechteck?

923 †32. Von A geht nach B um 6 Uhr früh ein Lastenzug ab; um 7 Uhr früh fährt von B nach A ein Schnellzug, der 45 km Geschwindigkeit in der Stunde hat. In einer zwischen A und B liegenden Station kreuzen sich beide Züge und der Schnellzug hat bisher $^3/_4$ der ganzen Strecke A B zurückgelegt. Man bestimme die Geschwindigkeit des Lastenzuges, die Zeit der Zugkreuzung und die Zeit der Ankunft der beiden Züge in den betreffenden Endstationen, wenn die Entfernung von A bis B 135 km beträgt?

924 33. Jemand macht sein Testament und bestimmt darin, das jedes seiner Kinder 12000 S bekommen soll. Infolge eines Unglücksfalles verliert er 20000 S; da aber eines der Kinder noch vor dem Tode des Vaters stirbt, so erhält jedes nur um 2000 S weniger als anfänglich bestimmt war. Wieviel Kinder hatte er und wie groß war sein Vermögen?

925 34. Drei Zahlen haben folgende Eigenschaften: Dividiert man die Summe von allen drei Zahlen durch die erste Zahl, so erhält man 3 als

Quotient und 6 als Rest. Dividiert man sie durch die zweite, so erhält man 3 als Quotient und die Division geht auf. Dividiert man sie endlich durch die dritte, so erhält man 2 als Quotient und 9 als Rest. Wie heißen diese drei Zahlen?

†35. Drei einziffrige Zahlen haben folgende Eigenschaften: Setzt man die erste links vor die zweite und dividiert die so entstandene Zahl durch die dritte, so erhält man 7 als Quotient; setzt man die zweite vor die dritte und dividiert diese Zahl durch die erste, so erhält man 24 als Quotient und 1 als Rest; setzt man endlich die dritte vor die erste und dividiert durch die zweite, so erhält man 8 als Quotient und 2 als Rest. Wie heißen die Zahlen? **926**

36. Ein Teich kann durch drei Schleusen entleert werden. Die erste und zweite entleeren ihn zusammen in $4^4/_5$ Stunden, die erste und dritte zusammen in $5^5/_7$ Stunden, die zweite und dritte zusammen in $7^1/_2$ Stunden. In welcher Zeit kann jede Schleuse allein den Teich entleeren? In welcher Zeit alle drei zusammen? **927**

37. Eine dreiziffrige Zahl mit der Ziffersumme 17 hat die Eigenschaft, daß ihr Wert um 594 zunimmt, wenn man ihre Ziffern in umgekehrter Folge anschreibt. Nimmt man dagegen die Hunderterziffer links weg und hängt sie rechts an, so wächst die Zahl um 234. Wie heißt die Zahl? **928**

38. Eine dreiziffrige Zahl mit der Ziffersumme 16 hat die Eigenschaft, daß ihr Wert um 198 zunimmt, wenn man ihre Ziffern in die umgekehrte Reihenfolge bringt; nimmt man die Einerziffer rechts weg und setzt sie links vor die Hunderte, so wächst die Zahl um 234. Wie heißt die Zahl? **929**

39. Wie lang sind die Seiten eines Dreieckes, wenn ihre Summen zu je zwei beziehungsweise 56 cm, 58 cm und 54 cm betragen? **930**

†40. Um die Eckpunkte A, B und C des in Nr. 39 bestimmten Dreieckes sind drei Kreise so zu beschreiben, daß **931**

a) alle drei Kreise sich gegenseitig von außen berühren;
b) der Kreis um den Eckpunkt A die beiden anderen von innen berührt, während diese sich von außen berühren;
c) der Kreis um B die beiden anderen von innen berührt, während diese sich von außen berühren;
d) der Kreis um C die beiden anderen von innen berührt, während diese sich von außen berühren.

Wie lang sind die Radien der Kreise in jedem Falle?

Dritter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen.

XV. Verhältnisse.

932 1. Was ist ein Verhältnis?

933 2. Wie nennt man die beiden Größen, welche das Verhältnis bilden?

934 3. Wodurch ist der Wert eines Verhältnisses ausgedrückt?

935 4. Welche Arten von Verhältnissen gibt es?

936 5. Welche Formveränderungen lassen sich an Verhältnissen vornehmen?

937 6. Man bestimme den Wert folgender Verhältnisse:

a) $96 : 24$; b) $6\,{}^{3}/_{13} : \dfrac{1}{1\,{}^{4}/_{9}}$; c) ${}^{3}/_{5} : {}^{2}/_{3}$; d) $1 : 3\,{}^{1}/_{5}$.

938 7. Folgende Verhältnisse sind in möglichst kleinen ganzen Zahlen darzustellen:

a) $6\,{}^{2}/_{7} : 6\,{}^{3}/_{5}$; b) ${}^{5}/_{9} : {}^{11}/_{15}$; c) $7\,{}^{5}/_{16} : 11\,{}^{3}/_{8}$; d) $6\,{}^{3}/_{8} : 3\,{}^{2}/_{5}$;
e) $5\,{}^{1}/_{7} : 18\,{}^{6}/_{7}$; f) $374192 : 575680$.

939 8. Folgende Verhältnisse sind in möglichst kleinen ganzen Zahlen darzustellen:

a) ${}^{8}/_{9} : {}^{4}/_{15}$; b) $8\,{}^{3}/_{5} : 18\,{}^{3}/_{7}$; c) $14\,{}^{5}/_{11} : 26\,{}^{1}/_{2}$; d) $2{\cdot}646 : 1{\cdot}47$;
e) $271{\cdot}25 : 206\,{}^{2}/_{3}$; f) $25194 : 88179$.

940 9. Folgende Verhältnisse sind in möglichst kleinen ganzen Zahlen darzustellen:

a) $5\,{}^{1}/_{4} : 4\,{}^{3}/_{8}$; b) $26\,{}^{3}/_{7} : 98\,{}^{2}/_{3}$; c) $11{\cdot}9 : 18{\cdot}7$; d) $5{\cdot}7 : 0{\cdot}95$.

941 10. Die Verhältnisse

${}^{6}/_{7} : 2\,{}^{1}/_{14}$, $3\,{}^{1}/_{5} : 6\,{}^{2}/_{3}$ und $5\,{}^{1}/_{4} : {}^{7}/_{12}$

sind in möglichst kleinen ganzen Zahlen so darzustellen, daß sie sämtlich das gleiche Hinterglied haben.

942 11. Ein Körper legt in 17 Sekunden $6\,{}^{3}/_{8}$ m zurück; ein anderer in 4 Sekunden 7 m 5 dm. Wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?

943 12. Ein Bahnstrecke ist um $5\,{}^{2}/_{9}$ m auf 235 m Entfernung gestiegen; welches ist der einfachste Ausdruck für dieses Verhältnis der Steigung?

944 13. Von einer Ware kosten 15 kg 9 S 60 g, von einer andern 17 kg 8 S 16 g; wie verhalten sich die Einheitspreise dieser Waren?

14. Eine Maschine leistet in 22 Stunden 18 Minuten dasselbe wie eine andere in 37 Stunden 10 Minuten; in welchem Verhältnis steht ihre Leistungsfähigkeit? **945**

15. Wie entsteht aus mehreren gegebenen einfachen Verhältnissen ein zusammengesetztes Verhältnis? **946**

16. Ein Garten ist 18 m lang und 10 m breit, ein zweiter ist 25 m lang und 9 m breit; wie verhalten sich ihre Inhalte? **947**

17. Zwei Dorfgemeinden bessern eine Straße gemeinsam aus. A stellt 15 Arbeiter durch 8 Wochen, die Woche zu 6 Arbeitstagen gerechnet, B dagegen 21 Arbeiter durch 5 Wochen, die Woche zu $5\frac{1}{2}$ Arbeitstagen. In welchem Verhältnis stehen die Ansprüche beider Gemeinden auf Entschädigung für ihre Arbeit? **948**

18. Von zwei Mauern ist die eine 30 m lang, $\frac{2}{3}$ m dick und $2\frac{1}{4}$ m hoch, die andere ist 20 m lang, $\frac{3}{4}$ m dick und $2\frac{1}{2}$ m hoch. Wie werden sich die Mengen der zu ihnen verwendeten Ziegelsteine verhalten? **949**

19. Ein Arbeiter liefert in 18 Stunden ebensoviele Stücke wie ein anderer in $22\frac{1}{2}$ Stunden; der erste arbeitet täglich 8 Stunden, der zweite 10 Stunden. Wie verhalten sich ihre Leistungen? **950**

20. 1 m^3 Leuchtgas kostet 19 g, 1 l Petroleum 32 g. Wenn nun ein Argandbrenner von 18 Kerzen Leuchtkraft in der Stunde 200 l Gas verbraucht und in einer Petroleumlampe von 5 Kerzen Leuchtkraft in 18 Stunden 1 l Petroleum verbrennt, wie verhalten sich die Beleuchtungskosten bei gleicher Lichtstärke? **951**

XVI. Proportionen.

1. Was ist eine Proportion?

2. Wie heißen in der Proportion $a : b = c : d$ die Glieder b und c zum Unterschiede von a und d? Welche Glieder dieser Proportion heißen Vorderglieder, welche Hinterglieder? **952** **953**

3. Welche Proportion heißt stetige Proportion? **954**

4. Was versteht man unter der mittleren geometrischen Proportionale oder dem geometrischen Mittel zwischen zwei Zahlen a und b? **955**

5. Wodurch kann man die Richtigkeit einer Proportion erproben? **956**

6. Ist $a : b = c : d$ eine richtige Proportion, so ist $a\,d = b\,c$; man beweise diesen Lehrsatz! **957**

7. Was ist das arithmetische Mittel zwischen zwei Zahlen a und b? **958**

8. Wann kann das arithmetische Mittel zweier Zahlen ihrem geometrischen Mittel gleich sein? **959**

6*

960 9. Man zeige, daß das arithmetische Mittel zweier Zahlen a und b immer größer ist als das geometrische Mittel derselben Zahlen, wenn $a \gtrless b$ ist?

961 10. Man zeige, daß das arithmetische und das geometrische Mittel zweier Zahlen um so näher beisammen liegen, je weniger die beiden Zahlen sich unterscheiden!*)

962 11. Wie kann man aus drei bekannten Gliedern einer Proportion das vierte unbekannte rechnen, wenn dieses a) ein äußeres, b) ein inneres Glied ist?

963 12. Welche Veränderungen darf man an einer richtigen Proportion unbeschadet ihrer Richtigkeit vornehmen?

964 13. Man beweise mit Zuhilfenahme von Nr. 957 die Richtigkeit der folgenden, aus der richtig vorausgesetzten Proportion $a : b = c : d$ abgeleiteten Proportionen und spreche die betreffenden Lehrsätze in Worten aus:

1) $(a \pm c) : (b \pm d) = a : b$;
2) $(a + c) : (a - c) = (b + d) : (b - d)$;
3) $(a \pm b) : (c \pm d) = a : c$;
4) $(a + b) : (a - b) = (c + d) : (c - d)$.

965 14. Die in den beiden vorigen Nummern angedeuteten Veränderungen sind an den Proportionen:

$8 : 6 = 20 : 15$ und
$10 : 8 = 35 : 28$ durchzuführen.

966 15. Wie kann man aus zwei gleichen Produkten $a\,b = m\,n$ eine richtige Proportion bilden? (Aus $3 \,.\, 28 = 6 \,.\, 14$ sollen 8 verschiedene Proportionen aufgestellt werden.)

967 16. Man löse die folgenden Proportionen nach x auf und überzeuge sich von der Richtigkeit der Lösung durch eine Probe:

a) $5\,^4/_7 : 3\,^3/_7 = 4\,^8/_{11} : 1\,^1/_{11}\ x$;
b) $17\,(m - n) : x = 391\,(m^2 - n^2) : 23\,(m + n)$;
c) $9\,^1/_2 : x = 15\,^1/_5 : 3\,^1/_3$;
d) $8\,^1/_8 : 4\,^1/_3 = 24\,x : 9\,^3/_5$.

968 17. Ebenso:

a) $\frac{4}{x} : \frac{5}{6} = \frac{4}{5} : \frac{2}{3}$;
b) $3\,^1/_2 : 4\,^1/_3 = x : 1\,^6/_7$;

*) Dieser Satz findet Anwendung bei der doppelten Wägung mit chemischen Waagen.

c) $x : 10 \cdot 4 = 115 : 18\frac{2}{5}$;

d) $4 \cdot 125 : x = 3\frac{1}{7} : 26\frac{2}{3}$;

e) $8\,a\,b : x = b\,c : 1\frac{3}{4}\,a\,c$.

18. Ebenso: 969

a) $\frac{a}{14\,b} : x = \frac{3\,c}{7\,b} : \frac{2\,c}{a}$;

b) $\frac{m+n}{m-n} : \frac{m^2-n^2}{m\,n} = x : \frac{(m-n)^2}{m\,n}$;

c) $\left(\frac{m^3-n^3}{m-n} - m\,n\right) : \left(\frac{m^3+n^3}{m+n} + m\,n\right) = 1 : x$;

d) $\left(\frac{a^3-b^3}{a-b} + a\,b\right) : \left(\frac{a^3+b^3}{a+b} - a\,b\right) = (a+b)^2 : x$.

19. Die Zahl 128 ist in zwei Teile zu zerlegen, die sich wie $3\frac{1}{5} : 5\frac{1}{3}$ verhalten; wie muß die Zerlegung geschehen? 970

20. Welche Zahl darf man zu jedem Gliede der Proportion $2:3 = 4:6$ hinzufügen, damit man wieder eine richtige Proportion erhalte? 971

21. Man beweise, daß man durch gliedweise Multiplikation von zwei (oder mehreren) richtigen Proportionen wieder eine richtige Proportion erhält! 972

22. Man erprobe den Satz der letzten Nummer an den Proportionen: 973

$3:8 = 12:32$ und $15:9 = 5:3$.

23. Man bestimme mit Hilfe des Satzes in Nr. 972 die Größe von x aus: 974

$$x : y = 10 : 9,$$
$$y : z = 21 : 4,$$
$$z : 2 = 6 : 7.\text{*)}$$

24. Darf eine richtige Proportion gliedweise potenziert werden? 975

25. Um welche Zahl muß man jede der Zahlen 11, 14, 19 und 25 vermindern, damit sie in der angegebenen Ordnung eine richtige Proportion bilden? 976

26. Um welche Zahl muß man jede der Zahlen 15, 50, 134 vermehren, damit sie in der gegebenen Ordnung eine stetige Proportion bilden? 977

27. Was versteht man unter einer fortlaufenden Proportion? 978

---

*) Eine Aufstellung von derartigen Proportionen wird unter anderem häufig bei Problemen der Mechanik (z. B. der Schraube ohne Ende usw.) verwendet.

979 28. Es ist aus:

$$a : b = 1 : 2,$$
$$b : c = 3 : 4,$$
$$c : d = 5 : 6,$$
$$d : e = 7 : 8$$

eine fortlaufende Proportion zu bilden.

980 29. Ebenso aus:

$$a : b = 3 : 5,$$
$$b : c = 10 : 7,$$
$$c : d = 21 : 2,$$
$$d : e = 8 : 3.$$

981 30. Ebenso aus:

$$a : b = 1 : 2,$$
$$b : c = 1 : 3,$$
$$c : d = 1 : 4,$$
$$d : e = 1 : 5.$$

XVII. Anwendung der Proportion (Dreisatz und Vielsatz). Kettenrechnung.

982 1. Was versteht man unter einfacher Schlußrechnung (einfacher Regeldetri, Dreisatz)?*)

983 2. An der Aufgabe: „16 m Stoff kosten 64 S, was kosten 24 m?" ist der **Bedingungssatz** und der **Fragesatz** anzugeben.

984 3. Aus wieviel Gliedern besteht der Bedingungs- und der Fragesatz?

---

*) Die **Schlußrechnung** ist aus den Bedürfnissen des praktischen Lebens hervorgegangen. Sie wurde im Altertum sowie im Mittelalter mit Hilfe der Proportionen gelöst und zugleich als leichter, sicherer Mechanismus angewendet, was den Bedürfnissen der Kaufleute vollkommen entsprach. So findet sich in dem Rechenbuch des Seite 58 erwähnten Rechenmeisters **Adam Riese** wörtlich die folgende mechanische Regel: „Setz hinden, das du wissen wilt, das ihm an namen gleich setz forn vnd das ein ander Ding bedeut, setz mitten. Darnach multiplizir das hinden steht mit dem mittlern was kompt, teile in das förder, so hastu berichtigung der frag vnd am namen gleich dem mittlern wie hie." — Im 17. Jahrhundert kam ein anderes Verfahren, die „**welsche Praktik**" genannt (Schluß durch Zerlegen und Zerfällen), nach Europa und im Jahre 1739 aus Holland die von Kaspar Franz de Rees angegebene „**Kettenregel**". — Im Rechenunterrichte der Gegenwart soll die Schlußrechnung nicht mehr ein den Zwecken der Rechenfertigkeit dienender Mechanismus sein, sondern ein geistbildendes Rechnen, das die Denkkraft schärft. Das Verdienst, der Schlußrechnungen in diesem Sinne für den Unterricht die richtigen Wege gewiesen zu haben, gebührt **Diesterweg** und **Heuser** (vgl. deren „Methodisches Handbuch für den Gesamtunterricht im Rechnen").

4. In welcher Weise ist der Ansatz jeder Schlußrechnung zu bilden? 985

5. Welche Arten des Abhängigkeitsverhältnisses unterscheidet man bei der Schlußrechnung? 986

6. Wann stehen zwei Paare von Größen im geraden oder direkten, wann im verkehrten oder indirekten Verhältnisse? 987

7. Nenne Größenpaare, die a) im geraden, b) im verkehrten Verhältnisse stehen! 988

8. 1 kg Kaffee kostet 4 S 20 g, was kosten 8 kg?*) 989

9. Ein Bleistift kostet 7 g, was kosten 100 Bleistifte? Man gewinnt die Regel: „Soviel Groschen das Stück, soviel Schilling kostet das Hundert." (Übertrage diese Regel auf Liter und Hektoliter, Dekagramm und Kilogramm usw.) 990

10. Ein Arbeiter braucht zum Aufbau einer Gartenmauer 42 Tage; wie lange brauchen 7 Arbeiter? 991

11. Gibt jemand täglich 1 S aus, so reicht sein Geld für 45 Tage; wie lange reicht es, wenn er täglich 5 S ausgibt? 992

12. In einer Gastwirtschaft zahlte man für 12 Abonnementkarten 7 S 20 g, für ein Mittagessen ohne Abonnement 75 g; wieviel gewann man täglich durch das Abonnieren? Wieviel in 4 Wochen? 993

13. Wieviel beträgt die Seefracht für 5 Kisten, von denen jede 120 cm lang, 60 cm breit und 80 cm hoch ist, wenn für 1 m^3 6 S zu bezahlen sind? 994

14. Der Schall legt bei 0° Temperatur in einer Sekunde 331 m zurück; in welcher Entfernung findet ein Blitzschlag statt, wenn vom Augenblicke des Blitzes bis zum Beginne des Donners $12 \cdot 5^{\text{sec.}}$ verflossen sind? 995

15. Meyers Konversationslexikon — „ein Wunder deutschen Fleißes und deutscher Gründlichkeit", wie einmal die „Times" in London in einer Kritik sagte — enthält 1100 Textbogen, von denen jeder $0 \cdot 34\,m^2$ Fläche bedeckt und 0·1 mm dick ist. a) Welche Fläche würden die neben- 996

*) Die Aufgaben dieses Abschnittes sind größtenteils durch bloße Verstandesschlüsse (und zwar so weit als möglich im Kopfe) zu lösen.

In den Rechenbüchern für Volksschulen sind die Schlußrechnungen zumeist in folgende Gruppen eingeteilt:

a) Schluß von der Einheit auf eine Mehrheit,
b) Schluß von einer Mehrheit auf eine Einheit,
c) Schluß von einer Mehrheit auf ein Vielfaches davon,
d) Schluß von einer Mehrheit auf einen Teil davon,
e) Schluß von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit durch die Einheit,
f) Schluß von einer Mehrheit auf eine andere Mehrheit mittels eines gemeinsamen Maßes beider.

einander ausgebreiteten Bogen der bis jetzt abgesetzten halben Million Exemplare bedecken? b) Welche Höhe würde man durch Aufeinanderlegen aller Bogen erreichen?

997 16. Zwischen Frankreich und England wurde eine Brücke geplant, zu der 27 Millionen Zentner Roheisen erforderlich wären; wieviel Eisenbahnzüge von je 250 t Nettolast wären nötig, um diese Eisenmasse zu verfrachten?

998 17. Wieviel Hochöfen à 100000 kg täglicher Leistungsfähigkeit wären nötig, um die zur Kanalbrücke erforderliche Roheisenmasse im Laufe eines Jahres zu liefern? (1 Jahr = 360 Tage.)

999 18. Ein Rad hat auf einer Strecke von 360 m im ganzen 80 Umdrehungen gemacht; wie groß ist der Umfang des Rades?

1000 19. Ein Hektoliter Bier kostet 80 S; was kostet ein Liter? (Vgl. Nr. 9 dieses Abschnittes!)

1001 20. Mit 25 Fuhrwagen wird die bei einem Hausbau ausgegrabene Erde in 12 Tagen abgeführt; wieviel Tage würde ein Wagen brauchen?

1002 21. Das Licht braucht von der Sonne zur Erde $7^{\text{min.}}\ 56{\cdot}778^{\text{sec.}}$; die mittlere Entfernung der Sonne von der Erde ist 20008000 geogr. Meilen; wie groß ist die Geschwindigkeit des Lichtes in der Sekunde?

1003 22. Von 100 S erhielt man nach einigen Jahren 18 S Zinsen; wieviel Zinsen würden in derselben Zeit 2400 S bringen?

1004 23. Wenn man auf eine Seite 15 Zeilen schreibt, braucht man zum Manuskripte eines Buches 148 Seiten. Wieviel Seiten hat man zu schreiben, wenn auf eine Seite 20 Zeilen kommen?

1005 24. Eine Eisenbahnschiene von $4^3/_4$ m Länge wiegt $106\,^7/_8$ kg; wie schwer ist eine 5 m lange Schiene?

1006 25. In einer Festung sind 5000 Mann, die Proviant auf 8 Monate haben; da aber die Besatzung sich 10 Monate halten soll, um wieviel Mann muß sie vermindert werden?

1007 26. Ein Stück Kalkstein wiegt 1 kg 50 dkg; es wird gebrannt und wiegt jetzt nur mehr 84 dkg. a) Wieviel werden $3^1/_2$ t ungebrannten Kalksteines nach dem Brennen wiegen? b) Wieviel Steine muß man brennen, um 1 t gebrannten Kalkes zu erhalten?

1008 27. Aus 5 kg rohem Kaffee erhält man nach dem Brennen $4^1/_4$ kg gebrannten. Wieviel rohen Kaffee braucht man zu $6^4/_5$ kg gebranntem?

1009 28. Die Wände eines Zimmers haben 90 m² Flächeninhalt; wieviel Rollen Tapete von $7^1/_2$ m Länge und $^3/_4$ m Breite sind für dieses Zimmer nötig?

29. Die Bevölkerung Wiens betrug im Jahre 1890 rund 1365000 Einwohner; dabei kamen auf 500 Einwohner durchschnittlich 24 Analphabeten*); wieviel Analphabeten gab es damals in ganz Wien? 1010

30. Bei einem Gewitterregen fielen in ein im Garten stehendes Blechgefäß von 5 dm^2 Bodenfläche 3 Zentiliter Wasser; welche Wassermenge fiel in den ganzen Garten, der 12·5 a Inhalt hat? 1011

31. Bei der zweiten Belagerung Wiens durch die Türken (1683) zählte das Heer der Belagerer 200.000 Mann; auf je 100 davon kamen nur 11 Verteidiger. Wie groß war die Besatzung Wiens? 1012

32. In einer Garnison verhält sich die Stärke der Artillerie zu jener der Infanterie wie 5:16, die der Kavallerie zu jener der Infanterie wie 3:16. Wieviel entfielen auf jede Waffengattung, wenn 2080 Infanteristen da waren? 1013

33. Nach unserer Zeitrechnung müssen alle 400 Jahre 3 Schalttage ausfallen; um wieviel Minuten ist also jede Schaltjahrperiode zu lang berechnet? 1014

34. Das astronomische Fernrohr eines Theodoliten vergrößert 12·5mal, das heißt ein Gegenstand, der sich in 1250 m Entfernung befindet, erscheint uns auf 100 m Entfernung nähergerückt; wenn nun ein Geometer eine Nivellierlatte in 50 m Entfernung aufgestellt hat, auf welche Entfernung erscheint sie ihm nähergerückt? 1015

35. Die Zahnradbahn auf den Rigi ist 7 km lang, beginnt bei 437 m Höhe und steigt bis 1750 m; wieviel Steigung kommt im Durchschnitt auf 100 m Gesamtlänge? 1016

36. Für die Garnison einer Stadt, welche 23000 Mann beträgt, werden täglich 19320 kg Brot geliefert; wieviel Kilogramm Brot sind täglich für eine Garnison von 500 Mann zu liefern? Wie groß ist die Brotportion für einen Mann? 1017

37. Ein Zahnrad mit 96 Zähnen greift in eines von 27 Zähnen ein; wie oft dreht sich letzteres, wenn das erstere 72 Umdrehungen gemacht hat? 1018

38. Der Tunnel unter der Themse in London ist 1300 engl. Fuß lang; wieviel Meter sind dies, wenn 200 engl. Fuß = 61 m sind? 1019

39. Ein Panzerschiff vermag im Falle des Bedarfes einen Vorrat von 3680 t Steinkohle mit sich zu führen; wenn nun eine Waggonladung Steinkohle 8 t beträgt, wie lang müßte ein Eisenbahnzug sein, der diesen Kohlenvorrat zuführen könnte, wenn ein Zug von 25 Waggons ohne Lokomotive 180 m lang ist? 1020

---

*) Des Lesens und Schreibens Unkundige.

1021 40. Die Besatzung eines Schiffes zählt 150 Mann und ist auf 68 Tage mit Proviant versehen; nach zwölftägiger Fahrt werden 18 Schiffbrüchige aufgenommen. Wie lange reicht nunmehr der Vorrat?

1022 41. Mit ihrem Vorrate an Kaffee reicht eine Hausfrau 3 Wochen lang aus, wenn sie täglich 90 g nimmt; wie lange wird sie ausreichen, wenn sie täglich 120 g nimmt?

1023 42. Im Jahre 1890 schätzte man die Gesamtlänge des Eisenbahnnetzes der Erde auf rund 560000 km; wie oftmal könnte damit der Äquator der Erde (40000 km) umspannt werden? Wenn die Geschwindigkeit eines Schnellzuges 70 km per Stunde beträgt, in welcher Zeit könnte ein solcher alle Schienenwege der Erde durchlaufen?

1024 43. Auf den Zwirnspulen findet man häufig die Bezeichnung „300 Yards". Das Yard ist ein englisches Längenmaß, und zwar sind 500 Yards = 457·185 m; wieviel Meter Zwirn sind auf einer Spule?

1025 44. Ein Schiff, das täglich $245\,^5/_9$ Seemeilen*) zurücklegt, kommt in 18 Tagen von Europa nach Amerika. Christoph Columbus legte auf seiner Entdeckungsreise im Durchschnitte täglich nur $63\,^1/_7$ Meilen zurück. Wieviel Tage war er unterwegs?

1026a 45a. 100 kg wiegen auf dem Monde nur 16 kg, auf der Sonne dagegen 2830 kg; wie schwer würde ein Mensch von 80 kg Gewicht a) auf dem Monde, b) auf der Sonne sein?

1026b 45b. 1 kg würde auf dem Jupiter, dem größten Planeten unseres Sonnensystems, 2·56 kg schwer sein. Wenn nun ein Mensch auf der Erde 85 kg wiegt, wie schwer würde er auf dem Jupiter sein?

1027 46. Der Monddurchmesser beträgt 3400 km; auf dem Monde gibt es Berge von 7000 m Höhe; wie hoch müßten dementsprechend die höchsten Berge der Erde sein, wenn der Erddurchmesser 12756 km beträgt?

1028 47. Die Wandkarten nachstehender Länder sind im folgenden Maßstabe ausgeführt: Böhmen 1:200000, Niederösterreich 1:150000, Steiermark 1:150000. Wie hoch müßte, falls diese Karten im Relief ohne Überhöhung angefertigt werden sollten, a) die Schneekoppe (1601 m), b) der Schneeberg (2075 m), c) der Dachstein (3005 m) ausgeführt werden?

1029 48. In Ostindien entfallen durchschnittlich im Jahre von den Verlusten an Menschenleben, verursacht durch wilde Tiere, $^{13}/_{51}$, und zwar 338 auf Tod durch Schlangenbisse, während $^7/_{51}$ der Gesamtverluste durch den Tiger verursacht werden. Wieviel Menschen fallen alljährlich im Durchschnitte den Tigern zum Opfer?

---

*) Vgl. Nr. 599!

49. Der Kahlenberg hat 449 m, der Gaurisankar 8840 m; wie oftmal muß man den Kahlenberg übereinandertürmen, damit man die Höhe des Gaurisankar erreiche? (Ohne Dezimalen, abgerundet.) 1030

50. Das Wasser der Donau bewegt sich in der Stunde im Mittel 630 m stromabwärts; wieviel Tage, Stunden und Minuten würde ein an den Quellen hineingeworfenes Holzstück zu seiner 2780 km weiten Donaureise brauchen, wenn man von den Hindernissen absieht? 1031

51. Man hat gefunden, daß in einer fischreichen Gegend eine Fischotter jährlich der Fischerei einen Schaden von 1200 S zufügen kann; wenn man daher auf einem Gute in einem Jahre 18 Fischottern gefangen hat, welchen Verlust hat man dadurch der Fischerei erspart? 1032

52. Man hat beobachtet, daß Brieftauben die 400 km große Distanz zwischen Paris und Köln in 130 Minuten zurückzulegen imstande waren; wenn man daher in Wien um 9 Uhr vormittags zwei Brieftaubenschwärme nach Budapest und Prag auffliegen läßt, um wieviel Uhr können, wenn die Verhältnisse ebenso günstig sind wie im früheren Falle, die Brieftauben an ihren Bestimmungsorten anlangen? (Distanz Wien—Budapest 210 km, Wien—Prag 250 km, gemessen in der Luftlinie.) 1033

53. Die Wassermenge des Niagarafalles stürzt von einer Höhe von 50 m herab und wird auf 3600 hl in der Sekunde geschätzt. Wieviel Pferdekraft entspricht diese Leistung, wenn 1 Pferdekraft = 75 Meterkilogramm ist? 1034

54. Mit dem Beschneiden der Obstbäume hat man in einem größeren Obstgarten im vorigen Jahre 8 Arbeiter durch 14 Tage beschäftigt; im laufenden Jahre haben dieselbe Arbeit anfänglich 8 Arbeiter durch 5 Tage, dann 10 Arbeiter durch 3 Tage und zuletzt 7 Arbeiter durchzuführen gehabt. Wie lange dauerte die ganze Arbeit in diesem Jahre? 1035

55. Das Ackern der Felder, die zu einem großen Landgute gehören, könnte von 24 Pflügen in 9 Tagen besorgt werden; es haben aber 20 Pflüge durch 4 Tage, dann 18 Pflüge durch 2 Tage, dann 20 Pflüge durch 3 Tage gearbeitet. Wie lange haben noch 10 Pflüge zu arbeiten? 1036

56. Ein Knabe hat im Laufe eines Sommers 15 Nester mit Singvögeln ausgenommen, und zwar 6 Nester mit je 3 Vögeln, 7 Nester mit je 2 Vögeln und 2 Nester mit je 4 Vögeln. Jedes der kleinen Tierchen würde, wenn es die Freiheit behalten hätte, eine Anzahl Insekten vernichtet haben, die der Landwirtschaft im Laufe eines Jahres einen Schaden von 30 g zufügen können. Welchen Schaden hat der Knabe durch seine häßliche Handlungsweise den Landwirten seiner Heimat 1037

zugefügt? Wenn 150 Knaben dieser Gegend ebenso schlecht gehandelt hätten, wie groß wäre der angerichtete Schaden?

* *
*

1038 57. Was versteht man unter zusammengesetzter Schlußrechnung (zusammengesetzter Regeldetri, Vielsatz)?

1039 58. Wie ist der Ansatz einer zusammengesetzten Schlußrechnung zu bilden?

1040 59. Wenn man aus 84 kg Garn 480 m Tuch von $1^3/_4$ m Breite bekommt, wie breit kann das Tuch werden, wenn 40 kg des nämlichen Garnes 320 m geben sollen?

1041 60. Eine Mühle hat 2 Gänge und kann in 10 Stunden 12 hl Getreide mahlen; a) wieviel Getreide mahlen 3 Gänge in 8 Stunden; b) in wieviel Stunden werden 5 Mahlgänge mit 18 hl fertig; c) wieviel Gänge mahlen in 12 Stunden 28·8 hl Getreide?

1042 61. Ein Buch ist $12^1/_2$ Bogen stark; auf jeder Seite sind 42 Zeilen und in jeder Zeile durchschnittlich 48 Buchstaben; das Buch soll in neuer Auflage in größerem Format erscheinen und sollen auf jede Seite 48 Zeilen und in jede Zeile 60 Buchstaben kommen; wieviel Bogen wird das Buch in der neuen Auflage zählen?

1043 62. Ein Hof wird mit Steinplatten von 40 cm Länge und 25 cm Breite belegt, wobei man 540 Stück Platten benötigt; wieviel Platten sind nötig, wenn jede 30 cm breit und 45 cm lang ist? (Die Aufgabe ist in arithmetischem und in geometrischem Sinne zu behandeln.)

1044 63. 48 Gasflammen verzehren in 15 Stunden 96 m³ Gas, das per Kubikmeter 19 g kostet. Wieviel hat ein Fabriksbesitzer per Monat (28 Arbeitstage) für den Gasverbrauch zu zahlen, wenn täglich 150 Flammen 5 Stunden lang brennen?

1045 64. In ein Heumagazin von 24 m Länge, 15 m Breite und 5 m Höhe gehen 120 Fuhren Heu; man will ein zweites Magazin bauen, das 180 Fuhren Heu fassen und dessen Bodenfläche 25 m lang und 18 m breit sein soll. Wie hoch wird es sein müssen?

1046 65. Wenn 10 Setzer in 6 Tagen bei täglich zehnstündiger Arbeitszeit 35 Druckbogen setzen, wieviel werden 6 Setzer in 15 Tagen liefern, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten?

1047 66. 6 Arbeiter werden in 10 Tagen bei täglich zehnstündiger Arbeit mit dem Ausgraben eines Kanals fertig, der 30 m lang, 3 m breit und 2 m tief ist; wie lange hätten demnach 14 Arbeiter bei täglich achtstündiger

Arbeitszeit an einem Kanal zu arbeiten, der 84 m lang, 2·4 m breit und 1·5 m tief sein soll?

67. Ein Wasserbehälter von 11 m Länge, 5 m Breite und 3 m Tiefe 1048
wird durch 5 gleich ergiebige Zulaufhähne in 2 Stunden 45 Minuten gefüllt; in wieviel Stunden wird ein anderer Wasserbehälter von 8 m Länge, 6 m Breite und 5 m Tiefe durch 6 ebensolche Zulaufhähne gefüllt?

68. Bei der Anlegung eines Uferdammes verdienten im Sommer 1049
25 Arbeiter bei 5 Arbeitstagen in der Woche und 12 Stunden täglicher Arbeitszeit bisher in 6 Wochen 1200 S. Nach mehrmonatiger Unterbrechung soll nun der Damm im Spätherbste fertiggestellt werden; da man aber nun im Tage nur mehr 9 Stunden arbeiten kann, so werden noch 15 Arbeiter aufgenommen und es wird bis zur Fertigstellung des Dammes durch 8 Wochen an 6 Tagen per Woche gearbeitet, wobei der Lohn um $^1/_4$ erhöht wird. Wieviel haben nun alle Arbeiter im Winter verdient?

69. Ein Schuhmacher hat Sonntag, den 5. Februar 1894, eine 1050
Lieferung von 112 Paar Stiefel an ein Waiseninstitut übernommen und soll sie möglichst bald ausführen. Er läßt die Arbeit Montag, den 6. Februar, von seinen 4 Gesellen beginnen und kann auf diese Weise in 5 Tagen bei täglich zehnstündiger Arbeitszeit 8 Paar fertig bringen; nach 7 Arbeitstagen nimmt er noch 5 Gesellen auf und läßt täglich 14 Stunden arbeiten. Wann ist er fertig? (Es wird nur an Wochentagen gearbeitet; bis zum 24. März fiel kein Feiertag.)

70. Es sollen 45 Säcke Mehl für 117 S 78 km weit gefahren werden; 1051
als sie 36 km weit gefahren sind, werden 10 Stück verkauft und der Rest 18 km weit geführt; dann werden 15 Stück eingekauft und aufgeladen und sodann das Ganze an den ursprünglich bestimmten Ort gebracht. Wieviel darf der Fuhrmann für den Transport begehren?

71. Von Baden bis Wiener-Neustadt sind 22 km; der Eilzug durchfährt 1052
diese Strecke in 27 Minuten, wobei die Kolben der Lokomotive in der Sekunde 1·76 Hin- und Hergänge ausführen; wie oft wird der Kolben bei einer gleichen Lokomotive in der Sekunde hin- und hergehen müssen, welche die 61 km lange Strecke von Wien bis St. Pölten in 1 Stunde 15 Minuten durcheilt? (Auf zwei Dezimalen.)

72. An einer Arbeit haben bisher 18 Arbeiter bei täglich achtstündiger 1053
Arbeitszeit durch 7 Tage gearbeitet und dafür im ganzen 302·4 S Lohn erhalten. Von nun an werden 4 Arbeiter entlassen und der Rest arbeitet täglich 10 Stunden, wodurch die Arbeit in 5 Tagen fertig ist. Welchen Lohn erhält diese zweite Partie Arbeiter?

1054 73. Um eine Straße zu pflastern, haben 12 Arbeiter bei täglich neunstündiger Arbeit durch 8 Tage zu tun. Man hat anfänglich 15 Arbeiter durch 3 Tage täglich 10 Stunden, dann 9 Arbeiter durch 2 Tage täglich 8 Stunden beschäftigt. Wie lange haben nun noch 15 Arbeiter bei täglich neunstündiger Arbeitszeit zu tun?

1055 74. Eine Arbeit kann von 8 Arbeitern in 15 Tagen vollendet werden, wenn sie täglich 8 Stunden arbeiten. Nachdem 6 Arbeiter 4 Tage lang täglich 10 Stunden tätig waren, werden 2 von ihnen krank. In wieviel Tagen werden die übrigen Arbeiter den Rest der Arbeit bei täglich neunstündiger Tätigkeit vollführen?

1056 75. Aus einer gewissen Quantität Garn können 45 Stücke Leinwand à 56 m gefertigt werden, welche $^7/_8$ m breit ist. Wenn nun aus einem Teile des Garnes schon 24 Stücke à 42 m von $1^1/_4$ m Breite gefertigt wurden, welche Breite kann die Leinwand aus dem Reste des Garnes erhalten, wenn dieser noch 30 Stücke à 35 m geben soll?

1057 76. 12 Maurer haben in 4 Tagen eine Mauer von 60 m Länge, 3·5 m Höhe und 0·4 m Dicke aufgeführt; man will nun eine Mauer von gleicher Höhe, aber von 0·5 m Dicke ausführen, die ein rechteckiges Grundstück von 40 m Länge und 25 m Breite begrenzen soll, und nimmt dazu noch 3 Maurer mehr auf; wie lange haben sie zu tun?*)

* * *

1058 77. Das Verfahren der Kettenrechnung ist an folgendem Beispiel anzuwenden und die Richtigkeit des Resultats durch Schlußrechnung (mittels des Bruchsatzes) nachzuweisen: Ein Stück Baumwollstoff von 21 Yards Länge wird mit $13^1/_2$ Schilling (sh) bezahlt. Wie hoch kommt ein Meter davon nach unserem Gelde, wenn 32 m = 35 Yards sind, 1 Livre Sterling (£) = 20 sh und nach unserem Gelde 1 £ = 34·4 S ist.

1059 78. Wie teuer muß man 1 kg Reis verkaufen, wenn 750 kg $10^1/_2$ £ kosten, 1 £ = 34 4 S ist und 20% Gewinn erzielt werden sollen?

1060 79. Wie teuer kommt $^1/_2$ kg Tee, wenn man für ein englisches Pfund $4^1/_2$ sh zahlt, 5 kg = 11 englische Pfund sind und 1 £ = 34 4 S ist?

1061 80. Im Jahre 1890 hatte Österreich-Ungarn (samt dem damaligen Okkupationsgebiet) ein Eisenbahnnetz von 27113 km Länge. Diese Länge soll nur eingeleisig angenommen werden und sollen die seinerzeitigen Kosten der nötigen Schienen berechnet werden, wenn eine Schiene von 5 m Länge $125^1/_2$ kg wiegt und für 100 kg Schienen damals 21 Franken bezahlt wurden, endlich $3444^4/_9$ Franken = 3280 K österr. Währung waren.

*) Von der Längenentwicklung ist viermal die Mauerdicke abzuziehen. Warum?

81. Vom Fahlbergschen Saccharin kostet 1 kg 80 Mark; dieses Präparat hat das 250fache Versüßungsvermögen des Zuckers. Wieviel (in Mark) könnte hiernach 1 kg Saccharin kosten, wenn 1 kg Zucker 90 g kostet und 100 Mark = 169 S sind? **1062**

82. Ein Metical*) Rosenöl kostet an der Stätte seiner Erzeugung 100 Piaster. Wie hoch kommen (ohne Unkosten) in Hamburg 30 g zu stehen, wenn die Zahlung durch Vermittlung von Wien erfolgt? (100 Piaster = 31·2 S; 100 M = 169 S; $1^1/_2$ Drachmen = 1 Metical, 400 Drachmen = 1 Okka, 1 Okka = 1·285 kg.) **1063**

83. Österreich-Ungarn erzeugte 1887 702000 t Eisen; wieviel Gold hätte damals statt dessen erzeugt werden müssen, wenn 1 t Eisen 48 K wert war, ferner 3280 K aus 1 kg feinen Goldes geprägt wurden? **1064**

84. Aus 1 kg feinen Silbers wurden seinerzeit 90 Silbergulden geprägt; anderseits wurden aus 1 Wiener Mark $13^1/_3$lötigen Silbers (d. h. einer Silberlegierung, in der auf 16 Gewichtsteile $13^1/_3$ Gewichtsteile feinen Silbers kommen) 12 Levantiner Taler geprägt. Welchen Silberwert hatte ein Levantiner Taler, wenn der Silberwert eines Silbergulden 1 K 14 h betrug? (1 Wiener Mark = 16 Lot = 280·67 g.) **1065**

85. Welchen Wert hat 1 Dollar in Schillingen, wenn 1 Dollar 1·6718 g wiegt und in 10 Gewichtsteilen 9 Gewichtsteile feines Gold enthält und wenn aus 1 kg feinen Goldes 4723·2 S geprägt werden? **1066**

86. Wieviel Schilling kostet die zur Brotlieferung für ein Regiment (Stand 4000 Mann) auf 30 Tage nötige Roggenmenge, wenn auf den Mann täglich 0·84 kg Brot gerechnet werden, zu 2 kg Brot $1^1/_2$ kg Mehl und zu 10 kg Mehl $10^1/_2$ kg Korn gehören und 1 q Korn 30 S kostet? **1067**

†87. In den Vereinigten Staaten zahlte man vor dem Weltkriege für 50 Acres Land durchschnittlich 940 Dollars. Wieviel Kronen würde daher damals in Amerika ein Besitztum von der Größe des Wiener Praters (7·78 km²) gekostet haben, wenn 7 Acres = 2·8328 ha, 100 Dollars = 207 Gulden ö. W. Gold, 8 Gulden Gold = 8 Gulden 95 Kreuzer in Papier waren und endlich 1 Gulden Papier gleich 2 Kronen war? **1068**

88. In der Schatzkammer in Wien befindet sich der berühmte „Florentiner", einer der größten Diamanten der Erde; er wiegt 133 Karat. **1069**

---

*) Ein im Orient gebräuchliches Gewicht für kostbare Stoffe, u. a. auch für Edelsteine.

Wieviel Kubikzentimeter ist sein Volumen, wenn 1 Karat = 0·205969 g ist und 1 cm³ Diamant 3·5 g wiegt?

1070 89. Die englische Staatsschuld betrug im Jahre 1896 rund 608 Millionen Pfund Sterling; wie schwer würde diese Summe in Gold ausgeprägt sein, wenn 500 Pfund Sterling 3987 g wiegen? Wie lang würde ein Eisenbahnzug (ohne Lokomotive) sein, der diese Goldlast befördern könnte, wenn man einen Waggon von 7 m Länge mit 8 t Gold belasten könnte?

1071 90. Zur Zeit Kaiser Karls des Großen war ein Mastochse ungefähr 5 Schilling wert; aus einem Zollpfunde reinen Silbers wurden 22 solcher Schillinge geprägt, während zur Zeit der Guldenwährung aus einem Zollpfunde feinen Silbers 45 Silbergulden geprägt wurden. Wie hoch kam daher nach unserem Geld ein Mastochse, wenn vor dem Weltkriege der Silberwert eines Guldens 1 K 14 h war?

1072 †91. Unter vollem Dampfe fahrend, verbraucht ein Kriegsschiff in 24 Stunden etwa 135 t Steinkohle; wieviel Kubikmeter Kohle würde es zu einer Umseglung der Erde brauchen, wobei es (nach der Fahrt der Fregatte „Novara" gerechnet) 51686 Seemeilen zu machen hat, wenn das Schiff in einer Stunde 14 Seemeilen fährt, ferner 750 kg Steinkohle (mit Rücksicht auf die Zwischenräume) 1 m³ ausmachen? Wieviel Tage würde das Schiff unterwegs sein? Was würden die Kosten der Kohle sein, wenn 1 q Steinkohle auf 8 S kommt?

1073 †92. Ein artesischer Brunnen von 1245 Wiener Ellen Tiefe liefert täglich 31800 österreichische Eimer Thermalwasser. Wieviel beträgt seine Tiefe in Metern? Wieviel Hektoliter Wasser liefert er täglich? Zur Berechnung dienen folgende Maßbeziehungen: 242·61 Wiener Ellen = = 345·4 Frankfurter Ellen; 241·2 württembergische Ellen = 272·29 Baseler Ellen; 80·4 Frankfurter Ellen = 80·87 Baseler Ellen; 500 württembergische Ellen = 307 m. Ferner: 321 österreichische Eimer = 283 bayrische Eimer; 10 preußische Eimer = 687 l; $213\frac{4}{5}$ preußische Eimer = = 229 bayrische Eimer.

XVIII. Wiederholungsaufgaben.

1074 1. Folgende Verhältnisse sind in den kleinsten ganzen Zahlen auszudrücken:

a) $27\frac{1}{2} : 15\frac{3}{5}$; b) $8\frac{1}{3} : 37\frac{1}{2}$; c) $42\frac{7}{9} : 91\frac{2}{3}$.

1075 2. Ebenso:

a) 1·44 : 7·2; b) 0·275 : 3·5; c) 3·6 : 27·36.

3. Ebenso: 1076

a) $8\frac{4}{9} : 6\frac{5}{12}$; b) $\frac{7}{19} \cdot \frac{38}{63} : \frac{11}{21} \cdot \frac{14}{15}$;

c) $(7\frac{5}{13} . 72 . 247) : (104 . 684 . 2\frac{38}{65})$.

4. 8 Männer arbeiten in 9 Tagen ebensoviel wie 12 Frauen in 10 Tagen; in welchem Verhältnis steht die Arbeitskraft eines Mannes zur Arbeitskraft einer Frau? 1077

5. Die Verhältnisse 1078

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{6}$; b) $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{1}{2}$; c) $1\frac{1}{2} : 4 : 4\frac{1}{2} : 6$

sind in den kleinsten ganzen Zahlen darzustellen.

6. In ganzen Zahlen auszudrücken: 1079

a) $20 : 6\frac{1}{3} = x : 3\frac{4}{5}$; b) $24\frac{4}{5} : x = 10\frac{1}{2} : 42$;

c) $1\frac{1}{2} : \frac{x}{2} = 7\frac{1}{2} : 10\frac{1}{2}$.

7. Man berechne den Wert von x aus den Proportionen in der vorigen Nummer! 1080

8. Aus den Proportionen: 1081

$a : b = 1 : 2,\ a : c = 1 : 5,\ a : d = 1 : 6,\ a : e = 1 : 8$ und

$a : b = 1 : 2,\ a : c = 2 : 5,\ a : d = 3 : 4,\ a : e = 2 : 3$

sollen fortlaufende Proportionen gebildet werden.

9. In seinem Testament bestimmt jemand, daß jeder seiner sechs Erben 14500 S erhalten soll; vor Eröffnung des Testamentes sterben aber zwei von den Erben. Wieviel kommt nun auf jeden Teil? 1082

10. Es wohnen auf 198 μm^2 2,662.000 Menschen; wieviel Ar kommen durchschnittlich auf einen Bewohner? Wieviel Einwohner leben auf einem Quadratkilometer? 1083

11. Die chinesische Sprache besteht aus etwa 500 einsilbigen Grundworten, die durch verschiedene Betonung und Zusammenstellung verschiedenartige Bedeutung erlangen. In der Schrift hat jedes Wort sein eigenes Zeichen, von denen man etwa 25000 zählt. a) Wieviel Zeichen kommen durchschnittlich auf jedes Grundwort? b) Wie lange würde jemand zum Lernen aller Zeichen brauchen, wenn er täglich 5 Zeichen lernt? (1 Jahr = 360 Tage.) 1084

12. Zwei Räder sind durch eine Seiltransmission verbunden; das kleinere hat 1 m Umfang, das größere 6·35 m Umfang. Wie oftmal hat sich das kleinere gedreht, wenn das größere 240 Umdrehungen gemacht hat? 1085

13. Wenn auf dem Kahlenberge bei Wien ein Feuerwerk abgebrannt wird, beobachtet man von Klosterneuburg aus, daß 10 Sekunden zwischen dem Aufblitzen und dem Knalle von Schlagraketen vergehen; wieviel 1086

Kilometer beträgt die Entfernung in der Luftlinie? (Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls rund 333 m.)

1087 14. Der Gotthardtunnel ist 14912 m lang; ein Personenzug legt darin in 3 Sekunden 32 m zurück; wie lange dauert die Hindurchfahrt?

1088 15. Ein großes Eisenwerk verbraucht täglich zu Schmelz- und Beleuchtungszwecken etwa 2700 t Steinkohle; welchen Wert hätte diese Steinkohlenmasse, wenn man für 1 Zollzentner (50 kg) 1 S 40 g bezahlt?

1089 16. Bei einer Pendeluhr, die 8 Tage geht, sinken in dieser Zeit die Gewichte um 5 dm; um wieviel sinken sie in jeder Sekunde? In welcher Zeit sinken sie um 1 mm?

1090 17. Auf einer Landstraße von 12·32 km Länge sollen auf beiden Seiten Bäume gepflanzt werden, so daß auf einer 22 m langen Strecke auf jeder Seite 6 Bäume stehen (an den Enden je einer und vier dazwischen in gleichen Abständen voneinander). Wieviel Bäume braucht man?

1091 18. Eine Dampfziegelei kann in 3 Tagen 20000 Backsteine liefern; in wieviel Tagen können 2 Millionen fertiggebracht werden? Wieviel kosten sie, wenn man für 500 Ziegel 14 S zahlt?

1092 19. Ein Reisender bringt seiner Familie aus Nürnberg folgende Geschenke mit: einen Granatschmuck für 15 Mk. 30 Pf., ein Paar Ohrringe zu 4 Mk. 20 Pf., eine Brosche zu 1 Mk. 10 Pf., 1 Dutzend Faberstifte à 2 Pf. und eine Schachtel Lebkuchen zu 2 Mk.; wieviel bezahlte er dafür im ganzen in unserer Währung, wenn nach dem Kurse 100 Mk. = 180 S waren?

1093 20. Die Zahl der Kilometer, die alle Lokomotiven der Erde im Laufe eines Jahres durcheilen, dürfte auf rund 10500 Millionen Kilometer zu schätzen sein; wie oftmal muß man den Erdumfang (40000 km) nehmen, um diese Länge zu erhalten? Man setze diese Strecke in Beziehung zur Entfernung der Erde von der Sonne (150 Millionen Kilometer)!

1094 21. Ein Buchbinder hat jährlich 120 S Miete für die Werkstatt, 60 S Erwerbsteuer, 220 S für Licht und Heizung zu zahlen; wieviel Regieauslagen hat er für das Einbinden der ganzen Auflage eines Buches zu berechnen, welches 15 Tage in Anspruch nahm, wenn man ein Jahr zu 300 Arbeitstagen rechnet?

1095 22. Ein Dorf ist 15 km von der nächsten Stadt entfernt; es soll von dort ein Arzt geholt werden. Ein Fußbote könnte in 12 Minuten 1 km zurücklegen; ein Radfahrer würde in $^1/_4$ Stunde 4 km zurücklegen, wobei er aber auf der Landstraße fahren und daher einen Umweg von 17 km machen müßte. Was ist vorzuziehen?

23. In 3 kg Blut sind 2·4 kg Wasser, in 3 kg Fleisch 2 kg Wasser **1096**
enthalten; wenn daher im menschlichen Körper das Blut im Mittel 4·8 kg, die Muskeln 51·5 kg wiegen und der Wassergehalt der übrigen Körperteile zu 1·16 kg gerechnet werden darf, wieviel Kilogramm Wasser enthält der menschliche Körper?

24. Von einem Kupferdrahte von 2 mm Durchmesser wiegen 1000 m **1097**
28 kg; wie schwer würde ein derartiger Draht sein, der von Wien bis Berlin (520 km Luftlinie) ausgespannt würde?

25. Ein Saturnjahr (siderische Umlaufszeit des Saturn um die **1098**
Sonne) hat 10759 Tage; wieviel Saturnjahre erreicht ein Mensch, der 100 Erdenjahre alt wird?

26. Auf der Pariser Weltausstellung vom Jahre 1889 war ein Relief- **1099**
globus zu sehen, der so groß war, daß einem Kilometer auf der Erde ein Millimeter auf dem Globus entsprach; wie groß war dessen Durchmesser? (Erddurchmesser 12756 km.) Wie hoch war auf diesem Globus der höchste Berg der Erde, der Gaurisankar (8840 m), und wie tief die tiefste Stelle des Großen Ozeans (8513 m)?

27. 12 Weber fertigen in 6 Wochen, à 6 Tage, à 10 Stunden, **1100**
750 m Leinwand von $1\frac{1}{5}$ m Breite; wieviel Weber können in 4 Wochen, à 5 Tage, à 9 Stunden, 600 m Leinwand von $1\frac{1}{4}$ m Breite weben?

28. Es wird ein Uferdamm gebaut und man hat berechnet, daß **1101**
300 Arbeiter ihn in 10 Monaten fertigbringen könnten; es wurden aber anfangs nur 250 Arbeiter aufgestellt und nach 4 Monaten noch 150 Arbeiter aufgenommen. Nach weiteren 2 Monaten fand man, daß man einen Teil der Arbeiter entlassen könne, ohne daß die Fertigstellung der Arbeit einen Aufschub erleiden müßte. Wieviel Arbeiter konnten entlassen werden?

29. Ein Baumeister läßt das Schlichten des Ziegelvorrates für einen **1102**
Neubau zuerst durch 8 Taglöhner beginnen; nachdem diese 3 Tage gearbeitet haben, nimmt er noch 2 neue Arbeiter auf; nach weiteren 6 Tagen bleibt einer davon aus und die übrigen arbeiten noch durch 4 Tage. In welcher Zeit hätten 12 Arbeiter die ganze Arbeit verrichten können? Wieviel Arbeiter hätte man anstellen müssen, um in 8 Tagen fertig zu sein?

30. Eine größere Ökonomie hat einmal das Umackern ihrer Korn- **1103**
felder mit 48 Pflügen in 7 Tage ausgeführt; im nächsten Jahre wurden zuerst 20 Pflüge durch 2 Tage, dann 21 Pflüge durch 4 Tage, dann 42 Pflüge durch 2 Tage beschäftigt; wie lange haben noch 32 Pflüge zu tun?

1104 31. In Frankreich ist die Erzeugung der Zündhölzer Monopol der Republik. Im Jahre 1873 erzeugte Frankreich rund 86000 Millionen Zündhölzer für eigenen Bedarf im Staate; wieviel Zündhölzer konnte ein Bewohner Frankreichs im Mittel täglich verbrauchen, wenn die Bevölkerung rund mit 38000000 angenommen werden durfte? Wie groß war der Wert der jährlich erzeugten Zündhölzer, wenn 1000 Stück nach unserem Gelde 6 g kosteten? Wie groß ist der Wert, der per Kopf im Jahre auf Zündhölzer ausgegeben wurde? Wie groß war die Summe, welche die täglich in Frankreich verbrauchte Zündhölzermenge wert war?

1105 32. In Europa werden täglich etwa 86 Millionen Stecknadeln erzeugt. a) Wieviel Stecknadeln kann ein Mensch in 360 Tagen verlieren, damit die täglich gefertigten Stecknadeln auch verbraucht werden, wenn man die Bevölkerung Europas zu 240 Millionen annimmt? b) Wie groß ist der tägliche Verlust, der durch das Verlieren von Stecknadeln entsteht, wenn man für 2150 Stück 50 g bezahlen muß?

1106 33. Eine große Erdaushebung für den Bau eines Wasserleitungsreservoirs wurde von 36 Arbeitern in 8 Wochen ausgeführt; es soll nun ein zweites, ganz gleiches Reservoir angelegt werden und man bestellt wieder 36 Arbeiter, von denen jedoch nach 5 Wochen 6 abgehen; nachdem der Rest 2 Wochen fortgearbeitet hat, sollen mehr Arbeiter aufgenommen werden, um mit der Arbeit in der in Aussicht genommenen Zeit fertig zu werden. Wieviel Arbeiter müssen noch aufgenommen werden?

1107 34. Ein Vorrat von 3000 Büchsen Konservenfleisch reicht für 24 Mann 8 Monate lang aus; wie lange werden 16 Mann mit einem Vorrate von 3500 Büchsen auslangen?

1108 35. Eine Ladung von 75 Säcken soll für 270 S 180 km weit gefahren werden; nachdem $^2/_5$ des Weges zurückgelegt sind, werden noch 15 Säcke aufgeladen und mit den übrigen an den vorher bestimmten Ort gefahren. Was ist nun zu zahlen?

1109 36. Ein 50 m langer, 2 m breiter und $1^1/_2$ m tiefer Graben kostete bei 2 S 50 g Taglohn im ganzen 160 S; wieviel wird ein anderer Graben kosten, der 80 m lang, $1^1/_2$ m breit und 1 m tief ist, wenn der Taglohn 2 S beträgt?

1110 37. Ein Fabriksbesitzer beschäftigt 63 Arbeiter täglich 9 Stunden und zahlt dabei wöchentlich (für 6 Arbeitstage) 945 S aus. Infolge einer Geschäftsstockung entläßt er 18 Arbeiter und setzt die Arbeitszeit auf 5 Tage à 10 Stunden per Woche fest. Was hat er nun per Woche auszuzahlen?

38. Die Bemannung eines Schiffes zählte 240 Mann und war mit Lebensmitteln, von denen jeder täglich $2^1/_8$ kg erhalten sollte, auf 80 Tage versehen. Nach 25 Tagen verließen 12 Mann das Schiff und die Ration wurde um $^3/_8$ kg erhöht; 40 Tage später wurden 78 Mann ausgeschifft und der Lebensmittelvorrat soll noch für den Rest der Reise auslangen. Wieviel kommt nun täglich auf jeden? **1111**

39. Bei täglich 10stündiger Arbeit können 18 Arbeiter mit einer Arbeit in 50 Tagen fertig werden; nach 20 Tagen gehen 3 Arbeiter ab und der Rest arbeitet täglich nur mehr 8 Stunden. In wieviel Tagen wird die ganze Arbeit vollendet sein? **1112**

40. Ein Gebäude hat zwei gleich große Höfe, von denen jeder 18 m lang und 12 m breit ist; sie sollen mit Granitwürfeln von 15 cm Seitenlänge gepflastert werden. Wieviel Würfel sind für beide Höfe nötig? Mit dem Pflastern des einen Hofes waren beschäftigt: 3 Arbeiter durch 2 Tage à 8 Stunden und 4 Arbeiter durch 1 Tag à 6 Stunden; der zweite Hof soll in 2 Tagen à 9 Stunden fertig sein. Wieviel Arbeiter muß man aufnehmen? **1113**

Vierter Abschnitt.

XIX. Quadrieren und Quadratwurzelziehen.

1. Der Lehrsatz, den die Gleichung **1114**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

enthält, ist in Worte zu kleiden und zu beweisen.

2. $(2x - 5y)^2 = ?$ **1115**

3. $(7a - 9b)^2 = ?$ **1116**

4. $\left(\frac{2a - 3x}{3a + x}\right)^2 = ?$ **1117**

5. $\left(9a - \frac{1}{6}b\right)^2 = ?$ **1118**

6. $\left(\frac{3a}{2} - \frac{5}{a}\right)^2 = ?$ **1119**

7. $(5x^2 + 3x - 4)^2 = ?$ **1120**

8. $(6a - 5b - 2)^2 = ?$ **1121**

9. $(x + y - z)^2 = ?$ **1122**

10. $(x + y + z)^2 + (x + y - z)^2 + (x + z - y)^2 + (y + z - x)^2 = ?$ **1123**

1124 11. $(x + y + z - u)^2 + (x + y - z + u)^2 + (x - y + z + u)^2 +$
$+ (-x + y + z + u)^2 = ?$

1125 12. $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}\right)^2 = ?$

1126 13. $(3x^2 - 4y^2)^2 - (2x^2 + y^2)^2 = ?$

1127 14. $(a^2 + ab + b^2)^2 - (a^2 - ab + b^2)^2 = ?$

1128 15. $(3a^2 - 5a + 6)^2 - (2a^2 + 2a - 4)^2 = ?$

1129 16. Die Methoden des Quadrierens von dekadischen Zahlen nach den beiden Sätzen:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \text{ und}$$
$$(a + b)^2 = a^2 + (2a + b) . b$$

sind an selbstgewählten zwei-, drei- und mehrstelligen Zahlen (etwa $37^2 = ?$ $374^2 = ?$ $3745^2 = ?$ usw.) zu erläutern.

1130 17. Ohne Anschreiben der einzelnen Teile ist zu quadrieren: 24, 37, 53, 78, 81, 92.

1131 18. Nach beiden Verfahren der Aufgabe Nr. 16 ist zu quadrieren: $325^2 = ?$ $748^2 = ?$ $978^2 = ?$

1132 19. Ebenso: $1358^2 = ?$ $7483^2 = ?$ $9251^2 = ?$

1133 20. $308^2 = ?$ $805^2 = ?$ $902^2 = ?$

1134 21. $2030^2 = ?$ $3050^2 = ?$ $9090^2 = ?$

1135 22. $2853^2 = ?$

1136 23. $3927^2 = ?$

1137 24. $4{\cdot}967^2 = ?$

1138 25. $583{\cdot}9^2 = ?$

1139 26. $62{\cdot}79^2 - 6\,279^2 = ?$

1140 27. $0{\cdot}007835^2 = ?$

1141 28. $79{\cdot}358^2 = ?$

1142 29. $835{\cdot}29^2 = ?$

1143 30. $937{\cdot}28^2 - 872{\cdot}54^2 = ?$

1144 31. $972{\cdot}34^2 - 932{\cdot}7^2 = ?$

1145 32. $599997^2 = (600000 - 3)^2 = ?$

1146 33. $699997^2 = ?$

1147 34. $799993^2 = ?$

1148 35. $799{\cdot}995^2 = ?$

1149 36. $8{\cdot}99993^2 = ?$

* * *

1150 37. $\sqrt{49x^2 - 70x + 25} = ?$

1151 38. $\sqrt{9x^4 - 12x^3 - 2x^2 + 4x + 1} = ?$

39. $\sqrt{25x^4 - 30x^3y + 49x^2y^2 - 24xy^3 + 16y^4} = ?$ **1152**

40. $\sqrt{16x^6 - 24x^5 + 25x^4 - 20x^3 + 10x^2 - 4x + 1} = ?$ **1153**

41. $\sqrt{36a^6 - 48a^5b + 40a^4b^2 - 28a^3b^3 + 12a^2b^4 - 4ab^5 + b^6} = ?$ **1154**

42. $\sqrt{36a^8 - 36a^7 + 69a^6 - 78a^5 + 73a^4 - 52a^3 + 36a^2 - 16a + 4} = ?$ **1155**

43. $\sqrt{a^{10} - 2a^9 + 3a^8 - 4a^7 + 5a^6 - 6a^5 + 5a^4 - 4a^3 + 3a^2 - 2a + 1} = ?$ **1156**

44. $\sqrt{\frac{a^4}{16} - \frac{a^3}{3} + \frac{43a^2}{36} - 2a + \frac{9}{4}} = ?$ **1157**

45. $\sqrt{\frac{4x^2}{9y^2} - \frac{x}{z} - \frac{16x^2}{15yx} + \frac{9y^2}{16z^2} + \frac{6xy}{5z^2} + \frac{16x^2}{25z^2}} = ?$ **1158**

46. Das Verfahren des Ausziehens der Quadratwurzel aus dekadischen Zahlen ist an selbstgewählten Beispielen als Umkehrung des Quadrierens zu erläutern. **1159**

47. $\sqrt{36481} = ?$ $\sqrt{43264} = ?$ $\sqrt{51984} = ?$ **1160**

48. $\sqrt{852{\cdot}64} = ?$ $\sqrt{10{\cdot}0489} = ?$ $\sqrt{0{\cdot}138384} = ?$ **1161**

49. $\sqrt{215296} = ?$ $\sqrt{405769} = ?$ **1162**

50. $\sqrt{16467364} = ?$ **1163**

51. $\sqrt{534214{\cdot}81} = ?$ **1164**

52. $\sqrt{32{\cdot}524209} = ?$ **1165**

53. $\sqrt{1374{\cdot}9264} = ?$ **1166**

54. $\sqrt{49{\cdot}434961} = ?$ **1167**

55. $\sqrt{0{\cdot}12278016} = ?$ **1168**

56. $\sqrt{\sqrt{3418801}} = ?$ **1169**

57. $\sqrt{\sqrt{29986576}} = ?$ **1170**

58. $\sqrt{\sqrt{24414{\cdot}0625}} = ?$ **1171**

59. $\sqrt{\sqrt{141{\cdot}66950625}} = ?$ **1172**

60. Das Verfahren des abgekürzten Ausziehens der Quadratwurzel ist an einem besonderen Beispiele (etwa $\sqrt{2}$ auf 6 Dezimalen zuerst vollständig, dann abgekürzt) darzustellen. **1173**

61. Man versuche die Begründung des in Nr. 1173 angeführten Verfahrens! **1174**

1175 62. $\sqrt{2}$ (auf 6 Dez.).
1176 63. $\sqrt{3}$ (auf 6 Dez.).
1177 64. $\sqrt{5}$ (auf 6 Dez.).
1178 65. $\sqrt{10}$ (auf 4 Dez.).
1179 66. $\sqrt{15}$ (auf 8 Dez.).
1180 67. $\sqrt{17 \cdot 19}$ (auf 2 Dez.).
1181 68. $\sqrt{50}$ (auf 5 Dez.).
1182 69. $\sqrt{142}$ (auf 3 Dez.).
1183 70. $\sqrt{160}$ (auf 7 Dez.).
1184 71. $\sqrt{43} - \sqrt{42}$ (auf 6 Dez.).
1185 72. $\sqrt{4^2/_3}$ (auf 4 Dez.).
1186 73. $\sqrt{5^1/_2}$ (auf 6 Dez.).
1187 74. $\sqrt{6^1/_6}$ (auf 5 Dez.)
1188 75. $\sqrt{7^3/_8}$ (auf 6 Dez.).
1188a 75a. $\sqrt{4} = ?\ \sqrt{0 \cdot 4} = ?\ \sqrt{0 \cdot 04} = ?\ \sqrt{0 \cdot 004} = ?$ (auf 5 Dez.).
1188b 75b. $\sqrt{16} = ?\ \sqrt{1 \cdot 6} = ?\ \sqrt{0 \cdot 16} = ?\ \sqrt{0 \cdot 016} = ?$ (auf 4 Dez.).

XX. Rein quadratische Gleichungen.

1189 1. Durch welches Rechnungsverfahren erfährt man den Wert der Unbekannten aus der rein quadratischen Gleichung $x^2 = 64$?

1190 2. Warum ergibt die Gleichung $x^2 = 64$ zwei Lösungen, nämlich $x_1 = +8$ und $x_2 = -8$? (Kürzer würden beide Lösungen in der Form $x = \pm 8$ geschrieben.)

Bestimme x aus:

1191 3. $x^2 = 361$.
1192 4. $x^2 = 7396$.
1193 5. $x^2 = 3136a^2$.
1194 6. $x^2 = 9409m^2n^2$.
1195 7. $\frac{x}{8} = \frac{8}{x}$.
1196 8. $x^2 - \frac{25}{36} = 0$.
1197 9. $3x^2 = 8\frac{1}{3}$.

10. $\frac{x^2}{5} - 16\frac{1}{5} = 0.$ 1198

11. $9x^2 = 0{\cdot}81.$ 1199

12. $\left(x + \frac{1}{16}\right)\left(x - \frac{1}{16}\right) = 0.$ 1200

13. $x(x + 3) = 3(x + 48).$ 1201

14. $(3x + 4)(3x - 8) = 4(73 - 3x).$ 1202

15. $(4x + 3)^2 + (4x - 3)^2 = 20.$ 1203

16. $\frac{5}{x} = \frac{7 + (x - 7)}{27} + \frac{2}{x}.$ 1204

17. $x(2x + a) = a(x + 2a) + 2b(2a + b).$ 1205

18. $x^2 - 2(2ab)^2 = 2(1 - 4a^2b^2).$ 1206

19. $5x(5x - 24) = (20 - 3x)^2.$ 1207

20. $(x + 18)(x - 8) + (x + 8)(x - 18) = 0.$ 1208

21. $(x + 12)(5x - 56) = (x + 2)^2.$ 1209

22. $(21 - x)^2 + (x + 3)^2 = (7 - 3x)^2 + (3x + 1)^2.$ 1210

23. $(51 - x)^2 + (x - 21)^2 = (17 - 3x)^2 + (3x - 7)^2.$ 1211

24. $\frac{x + 5}{x - 5} + \frac{x - 5}{x + 5} = \frac{100}{x^2 - 25}.$ 1212

25. $\frac{x + 2}{x - 2} = \frac{8 + x}{8 - x}.$ 1213

26. $\frac{x + 10}{x - 2} = \frac{2x - 5}{11 - 2x}.$ 1214

27. $\frac{19 + x}{16 + x} = \frac{4}{3} \cdot \frac{27 - 3x}{29 - 3x}.$ 1215

28. $\frac{10}{25 - 4x^2} + \frac{10}{4 - 25x^2} = 0.$ 1216

29. $\frac{3x + 21}{x - 13} = \frac{x + 1}{3x - 25}.$ 1217

30. $\frac{1 - ax}{a \quad x} = \frac{b - x}{1 - bx}.$ 1218

31. $\frac{ax + c}{a + cx} = \frac{bx + d}{b + dx}.$ 1219

†32. $\frac{23 + x}{23 - x} \cdot \frac{3x + 8}{3x - 8} = \frac{18 + x}{18 - x}.$ 1220

1221 †33. $\frac{1+x}{7-x}+\frac{2x+11}{x+10}=\frac{2x+12}{2x-5}$.

1222 †34. $\frac{10\cdot5+4x}{15\cdot5+4x}\cdot\frac{13\cdot5+x}{6+x}=\frac{4\cdot5+x}{2+x}$.

* * *

1223 35. Welche Zahl ist gleich dem 729fachen ihres reziproken Wertes?*)

1224 36. Addiert man zu einer Zahl ihren reziproken Wert, so wächst die Zahl auf das $1^1/_9$fache. Wie heißt die Zahl?

1225 37. Dividiert man 441 durch eine gewisse Zahl, so erhält man das Neunfache dieser Zahl. Wie heißt die Zahl?

1226 38. Multipliziert man den 5. Teil einer Zahl mit ihrem 13. Teil, so erhält man $23^2/_5$. Wie heißt die Zahl?

1227 39. Zwei Zahlen, deren Produkt 1960 ist, verhalten sich wie 5 : 8. Wie heißt die kleinere dieser Zahlen?

1228 40. Die Seite eines Quadrates ist fünfmal so groß wie die Seite eines anderen Quadrates. Die Inhalte der beiden Quadrate unterscheiden sich um $15\cdot36\ dm^2$. Um wieviel unterscheiden sich die Umfänge?

1229 41. In einem Rechtecke vom Inhalte $34\ dm^2\ 68\ cm^2$ verhalten sich die Seiten wie 3 : 4. Wie groß ist der Umfang?

1230 42. In einem rechtwinkligen Dreieck mit der Hypotenuse 15 dm verhalten sich die Katheten wie 7 : 24. Wie groß ist der Umfang?

1231 †43. Über einer und derselben Grundlinie stehen zwei Rechtecke, deren Höhen sich verhalten wie 5 : 9. Wie hoch sind die beiden Rechtecke, wenn sich die Quadrate ihrer Diagonalen um $896\ cm^2$ unterscheiden?

1232 †44. Auf den Schenkeln eines rechten Winkels bewegen sich zwei Punkte mit einer und derselben Geschwindigkeit gleichförmig vom Scheitel fort. Wie groß ist diese, wenn der eine Punkt seine Bewegung um 7 Sekunden später beginnt als der andere und nach 5 Sekunden von ihm 104 m weit entfernt ist?

---

*) Bei den Textgleichungen ist jederzeit zu prüfen, ob auch die negative Lösung für die Aufgabe eine Bedeutung hat oder nicht.

Fünfter Abschnitt.

Die wichtigsten bürgerlichen und kaufmännischen Rechnungen.

XXI. Die Prozentrechnung.

1. Was versteht man unter Prozent? Was versteht man unter Promille?*) **1233**

2. Durch welche Rechnungsverfahren können Prozentrechnungen ausgeführt werden? **1234**

3. Was sind 1%, 5%, 10%, 20%, 25%, 33 1/3%, 50%, 66 2/3%, 75%, 100% von einer Zahl? **1235**

4. Das Roggenbrot enthält 42% Wasser; wieviel Wasser ist in einem Brotlaib von 2·5 kg Gewicht? **1236**

5. Die Kartoffeln enthalten im Mittel 20·7% ihres Gewichtes an Stärkemehl; wieviel Stärkemehl kann man aus 350 kg Kartoffeln erhalten? **1237**

6. Das Meerwasser des Adriatischen Meeres enthält 2·94 Gewichtsprozente Natriumchlorid (Kochsalz). Wieviel Kochsalz ist in 1 m³ Meerwasser, welches 1026 kg wiegt? **1238**

7. Jemand gewann mit einem Lose 4000 S; das Los hatte einen Wert von 200 S. Von dem Gewinne sind 15% Gewinnsteuer in Abzug zu bringen; wieviel beträgt der reine Gewinn? **1239**

8. Am Inventar seiner Werkzeuge und Geräte nimmt ein Gewerbetreibender 3·5% Abschreibung vor und setzt dasselbe nun mit 1675 S 24 g ein; wieviel betrug es in der vorigen Inventur? **1240**

9. Eine Abteilung Infanterie von 160 Mann erzielte bei einer Schießübung 21·4% Treffer; es trafen 856 Schüsse. Wieviel Schüsse hat jeder Soldat abgegeben? **1241**

---

*) Die Anfänge der Prozentrechnung greifen in die älteste Zeit zurück. Die erste Prozentbestimmung finden wir im Alten Testament bei Nehemia (445—410 v. Chr.), wo es im Kap. V, Vers 11, heißt: „So gebet ihnen nun heutigen Tages wieder ihre Äcker, Ölgärten und Häuser am Hundertsten am Gelde . . . ., das ihr an ihnen gewuchert habt." Die noch weit älteren Ausdrücke „Zins" und „Zehent" weisen indes auf ein noch höheres Alter der Prozentbestimmung. Die alten Griechen und Römer gebrauchten den Ausdruck „Prozent" bereits in dem Sinne, in dem wir dieses Wort benützen. In Deutschland wurde die Prozent- und die Zinsrechnung seit dem 12. und 13. Jahrhundert n. Chr. in den Schulen gelehrt.

1242 10. Von den 42,787.000 Einwohnern der ehemaligen österr.-ungar. Monarchie (inklusive des Okkupationsgebietes) waren im Jahre 1896 $25\cdot4\%$ Deutsche; wieviel waren das?

1243 11. Eine Ware verlor auf dem Transport durch Eintrocknen $6\frac{2}{3}\%$ und wog am Ankunftsort nur noch 1582 kg; wieviel Kilogramm gingen durch das Eintrocknen verloren?

1244 12. Die Bevölkerung Wiens betrug im Jahre 1890 1,365.000 Einwohner, wovon der Konfession nach $83\cdot5\%$ Katholiken, $3\cdot6\%$ Protestanten, $12\cdot2\%$ Israeliten waren und der Rest auf die anderen Konfessionen entfiel; wieviel Einwohner gehörten den einzelnen Konfessionen an?

1245 13. Einem Hektar Feld werden beim sogenannten Fruchtwechselbau durch die Ernte jährlich im Mittel 32 kg Phosphorpentoxyd entzogen. Wieviel Kilogramm Thomasschlacke*) müssen einem Hektar Feld als Kunstdünger zugeführt werden, wenn sie im Mittel $17\cdot5\%$ Phosphorpentoxyd enthält?

1246 14. Die winzige Spiralfeder der Unruhe einer Taschenuhr wiegt $2\cdot8$ mg und kostet 60 g; welchen Wert erlangt ein zu solchen Federn verarbeitetes Kilogramm Stahl, wenn 16% bei der Herstellung verlorengehen?

1247 15. Eine Steuer von 12% Höhe wurde um 25% ihres Betrages gesteigert; wieviel Prozent beträgt sie nun?

1248 16. Eine Wiese wurde durch Benützung eines vorbeifließenden Baches bewässert und brachte nun $1\frac{1}{3}$mal so viel und $1\frac{1}{8}$mal so gutes Heu als bisher. Um wieviel Prozent war der Ertrag der Wiese gestiegen?

1249 17. Die Lehrer an Volksschulen sind verpflichtet, allmonatlich die Schulversäumnisse in Prozenten auszudrücken. Zu diesem Zwecke sind am Ende jedes Monats die von den Schülern versäumten halben Schultage aus dem Katalog abzuzählen, ihre Zahl durch 2 zu dividieren und mit 100 zu multiplizieren; die so erhaltene Zahl dividiert durch das Produkt aus der Zahl der Schüler der Klasse mit der Zahl der Schultage des betreffenden Monats gibt die in Prozenten ausgedrückten Schulversäumnisse. Die angegebene Regel ist zu begründen!

1250 18. Eine Lehrerin fand, daß im Jänner 1895 im Katalog im ganzen 252 halbe Schultage als versäumt ausgewiesen waren; die Klasse zählte 53 Kinder und es waren im Jänner 26 Schultage. Wie groß waren die Schulversäumnisse in Prozenten?

1251 19. Eine Schule wird von 203 Knaben und 147 Mädchen besucht; wieviel ist das in Prozenten?

---

*) Erhalten bei der Stahlgewinnung nach dem Thomas-Gilchrist-Prozesse.

20. 2 kg Rindfleisch wogen nach dem Kochen nur $1^3/_4$ kg; wieviel betrug die Abnahme in Prozenten? **1252**

21. Die Milch enthält 12 Gewichtsprozente Rahm und der Rahm liefert $^8/_{25}$ seines Gewichtes an Butter; wieviel Liter Milch sind nötig, um 1 kg Butter zu erzeugen, wenn die Dichte der Milch 1·03 ist? **1253**

22. Jemand zahlte bisher 240 S Miete und wurde auf 276 S gesteigert; wieviel Prozent betrug die Steigerung? **1254**

23. Das Schlachtgewicht eines Rindes beträgt 60% des Lebendgewichtes; wie schwer war das Rind lebend, wenn der Abgang 120 kg beträgt? Wie groß wird das Schlachtgewicht eines 350 kg schweren Rindes sein? **1255**

24. Jemand hat 1500 S Gehalt und zahlt 180 S Miete; wieviel Prozent des Gehaltes beträgt die Miete? **1256**

25. Man hat zu einer gewissen Menge Wein 8% Wasser gegossen und dadurch 81 l erhalten; wieviel Wein war anfänglich vorhanden? **1257**

26. Zum Tapezieren eines Zimmers benötigte man 25 Rollen Tapete; doch kaufte man mit Rücksicht auf den Verschnitt 26 Rollen; um wieviel Prozent rechnete man also mehr? **1258**

27. Bei 7000 Ziegeln haben 560 Stück durch Bruch und Verlust gefehlt; wieviel Prozent betrug der Abgang? **1259**

28. Von 6 kg rohen Kaffees erhält man nach dem Brennen $5^1/_8$ kg; wieviel beträgt der Gewichtsverlust in Prozenten? **1260**

29. Um den Verlust durch Verstäuben des Mehles und Festsetzen des Teiges an dem Backtroge zu ersetzen, muß ein Bäckermeister immer um 5% mehr an Mehl zur Teigbereitung nehmen; wieviel wird demnach von 84 kg Mehl zum Brotbacken verwendet? **1261**

30. Wieviel Gewichtsprozent Sauerstoff enthält a) das Kaliumchlorat ($KClO_3$), b) die Salpetersäure (HNO_3), wenn die Atomgewichte betragen: K = 39, Cl = 35·5, O = 16, N = 14, H = 1. **1262**

31. Der Holzbestand eines Waldes vermehrt sich in einem Jahre um $1^5/_8$% und beträgt am Ende des Jahres 37398 m^3; wieviel betrug er zu Anfang des Jahres? **1263**

32. Man hat 180 l 85%igen Weingeist und gießt dazu 20 l Wasser; wieviel Prozent Alkohol enthält die Mischung? **1264**

33. Die Weinernte eines Besitzers betrug im Vorjahre 16 Faß Wein à 225 l; er könnte den Wein im heurigen Jahre per Hektoliter mit 102·5 S verkaufen. Er überlegt aber, ob es nicht vorteilhafter wäre, Kognak zu destillieren; dabei würde er 11% des Weinvolumens an Kognak gewinnen, wobei die Destillationskosten 1·4 S per Liter Kognak sein würden und er **1265**

nach Abzug der zu entrichtenden Steuer für 1 hl Kognak 1225 S bekommen würde. Wofür wird er sich entscheiden?

1266 34. In einer Klasse waren $12\,^1/_2\,^0/_0$ der Kinder kurzsichtig; die übrigen 49 Kinder waren normalsichtig. Wie groß war der Stand der Klasse?

1267 35. Das Korn gibt $84\,^0/_0$ seines Gewichtes an Mehl; wie schwer war die Ernte eines Landmannes, der davon 12 Säcke Roggenmehl à 168 kg erhielt?

1268 36. Bei einer Epidemie hatte sich die Bevölkerung um $2\,^1/_6\,^0/_{00}$ vermindert und belief sich noch auf 47896 Einwohner; wieviel waren gestorben?

1269 37. Durch die Einverleibung der Vororte (1891) hatte sich die Bevölkerung Wiens um $60\,^{10}/_{17}\,^0/_0$ vermehrt und betrug damals 1365000 Einwohner; wie groß war die Bevölkerung Wiens vor der Einverleibung der Vororte?

1270 38. In einer Fabrik sind 172 Hilfsarbeiter einer und derselben Lohnklasse beschäftigt, an die im ganzen täglich 619 S 20 g Lohn bezahlt werden; wegen schlechten Geschäftsganges wird eine Anzahl Arbeiter entlassen und den übrigen der Lohn um $15\,^0/_0$ reduziert, wodurch die tägliche Lohnausgabe nur mehr 419 S 22 g beträgt. Wieviel Arbeiter sind entlassen worden?

1271 39. Von zwei Stücken Landes von gleicher Größe und Bodenbeschaffenheit lieferte das eine ungedüngte 1875 kg Roggen und 7200 kg Stroh. Das andere, das für 302 S 50 g Dünger erhielt, trug 4850 kg Körner und 9875 kg Stroh. Wieviel Prozent Nutzen hatte man für das auf Dünger ausgegebene Geld, wenn man für 1 q Roggen 16 S 20 g und für 1 q Stroh 4 S 60 g einnahm?

* * *

1272 40. Was versteht man unter **brutto** (Sporko), **Tara** und **netto**?*)

1273 41. Die Tara kann in Prozenten des Bruttogewichtes angegeben sein; was heißt dies? Beträgt das Bruttogewicht 450 kg und die Tara $4\,^0/_0$, wieviel Kilogramm beträgt dann die Tara und wieviel Kilogramm das Nettogewicht?

1274 42. Was versteht man unter **Gutgewicht**?**)

---

*) Brutto, ital. (eigentlich häßlich, schmutzig, roh); Tara, span. (vom arab. tarah, d. i. eigentlich weit, fern); netto, ital. (rein oder genau).

) Das Gutgewicht wird **in der Regel erst nach Abzug der Tara, also **vom Nettogewicht** der Ware berechnet (so auch bei den folgenden Aufgaben). Doch herrschen in dieser Hinsicht an den einzelnen Handelsplätzen verschiedene Gepflogenheiten (**Usancen**, franz., vom lat. usus = Gebrauch).

43. Bei 825 kg brutto rechnet man 8% Tara und 1% Gutgewicht; wie groß ist das eigentliche Nettogewicht?*) 1275

44. Was kosten 3 Fässer Zucker, gewogen brutto 250 kg, Gutgewicht 2%, Tara 10%, per Meterzentner netto 68 S? 1276

45. Jemand bezieht 5 Fässer Ware, welche der Reihe nach ein Bruttogewicht von 420 kg, 370 kg, 428 kg, 382 kg und 400 kg haben. Wie groß ist das Nettogewicht, wenn man 12% Tara berechnet? 1277

46. Eine Ware wiegt 1680 kg brutto, die Tara beträgt 5%; wieviel kostet die Ware, wenn 100 kg netto mit 86·5 S bezahlt werden? 1278

47. $9\frac{1}{11}$% Tara machten 35 kg aus; wie groß war das Bruttogewicht und wie groß das Nettogewicht? 1279

48. Bei Berechnung von $4\frac{1}{6}$% Tara ist das Nettogewicht 1702 kg; wie groß ist die Tara? 1280

49. Für das Nettogewicht einer Ware sollte ein Kaufmann 640 S bezahlen; dabei war das Bruttogewicht 450 kg und die Tara mit 16% berechnet; da ihm die Ware zu teuer erschien, rechnete er nach und fand, daß man irrtümlicherweise statt des Nettogewichtes das Bruttogewicht zur Preisberechnung benützt hatte. Wieviel mußte man ihm von den 640 S nachlassen? 1281

50. Wieviel beträgt das Bruttogewicht einer Ware, wenn a) die Tara $7\frac{1}{2}$% und das Nettogewicht 4551 kg, b) die Tara $12\frac{1}{2}$% und das Nettogewicht 2380 kg betragen? 1282

51. Ein Kaufmann erhält 2 Kisten Ware, von denen die eine ein Bruttogewicht von $42\frac{1}{2}$ kg, die andere ein solches von 48 kg hat. Beide zusammen haben ein Nettogewicht von $80\frac{1}{4}$ kg. Wieviel Prozent betrug die Tara einer jeden Kiste, wenn von der zweiten $2\frac{1}{2}$% mehr Tara berechnet wurden als von der ersten? 1283

52. Man zahlte für eine Partie Ware im Einkaufe 166 S 32 g, wobei für 1 kg netto 35 g gerechnet wurden und die Tara 4%, das Gutgewicht 1% betrug; wieviel betrug das Bruttogewicht? 1284

* * *

*) Tara und Gutgewicht sind in den folgenden Aufgaben mit Ausnahme von Nr. 1283, 1284 und 1292 auf ganze Kilogramm abzurunden!

1285 53. Was ist unter Skonto (Diskont, Rabatt) zu verstehen? Was ist mit comptant (kontant, kontante Zahlung) gemeint?*)

1286 54. Im allgemeinen ist jeder der Ausdrücke Skonto, Diskont und Rabatt gleichmäßig zulässig. In welchem Falle ist aber nur der Ausdruck Rabatt zu gebrauchen?**)

1287 55. Ein Kaufmann bezieht von einer Ware 20 q brutto, wobei 10% Tara und 1% Gutgewicht gerechnet wird; für 100 kg netto zahlt er 75 S; wieviel ist bei 2% Skonto zu bezahlen?

1288 56. Nach Abzug von $1\frac{5}{6}$% Skonto bezahlte man für eine Ware comptant 341·62 S; wieviel hat der eigentliche Preis der Ware betragen?

1289 57. Bei kontanter Zahlung geben Verlagsbuchhändler dem Sortimentsbuchhändler in der Regel $33\frac{1}{3}$% Rabatt; wieviel beträgt die kontante Zahlung für Bücher im Ladenpreise von 768 Mk. 24 Pf.?

1290 58. Wie groß ist der Ladenpreis von Büchern, für die nach Abzug von $33\frac{1}{3}$% Rabatt 342 Mk. 64 Pf. gezahlt wurden?

1291 59. Ein Kaufmann bezieht 2625 kg brutto einer Ware, von der ihm nach Abzug von 16% Tara 100 kg netto zu 40 S, zahlbar in 2 Monaten oder sogleich mit 6% Skonto per anno, berechnet werden; was kostet ihn die Ware bei Barzahlung? Was kostet die Ware, wenn er außerdem per 100 kg 80 g Fracht zu zahlen hat?

1292 60. Nach Abzug von 3% Skonto hat man für eine Ware 2709 S 21 g comptant gezahlt. Dabei betrug das Gutgewicht von 2% 11 kg 40 dkg, die Tara 5%. Wie groß war das Bruttogewicht und was kostete 1 kg netto?

* *
*

---

*) Skonto, Diskont (vom ital. scontare = abziehen, abrechnen); Rabatt (vom ital. rabatto, franz. rabat, von rabattre = niederschlagen, niederlassen); comptant (franz. compter = zählen, rechnen).

**) Rabatt ist immer ein Nachlaß vom Preise, wie er beispielsweise bei jenen Waren gewährt wird, deren Verkaufspreis nicht vom Detailverkäufer nach Belieben bestimmt werden kann, sondern vom Hauptverkäufer fixiert ist (z. B. Bücher, Tabak, Zigarren, Brief- und Stempelmarken usw.). Es kann vorkommen, daß bei einem und demselben Geschäft gleichzeitig Rabatt und Skonto auftritt. Es verkauft beispielsweise eine Fabrik an einen Kaufmann eine Ware auf 2 Monate Zeit und gibt sie um 15% billiger, weil der Kaufmann eine große Kundschaft der Fabrik ist; dieser Nachlaß ist als Rabatt zu bezeichnen; zahlt der Kaufmann seine Schuld sofort statt nach 2 Monaten, so kann ihm ein weiterer Nachlaß am Preise gewährt werden, der als Kassenskonto oder Skonto bezeichnet werden muß. Vgl. Nr. 1311, S. 115.

61. Was versteht man unter Sensarie oder Courtage?*) 1293

62. Was versteht man unter Provision?**) 1294

63. Was für ein Unterschied ist hinsichtlich der Provisionsberechnung bei Einkaufsgeschäften und Verkaufsgeschäften zu machen? 1295

64. Was ist unter Faktura, was unter Verkaufsrechnung zu verstehen? 1296

65. Die Einkaufsrechnung eines Kommissionärs betrug mit Einrechnung von $2\frac{1}{4}\%$ Provision 3709 S 63 g. Wieviel machte die Provision aus? 1297

66. Unter Zurechnung von $3‰$ Courtage betrug die Nota eines Sensals 36248 S 42 g; wieviel betrug die Courtage? 1298

67. Jemand ließ durch einen Sensal einige Staatspapiere verkaufen; um wieviel wurden sie verkauft, wenn der Verkäufer nach Abrechnung von $\frac{1}{2}‰$ Sensarie 3818 S 9 g erhielt? 1299

68. Ein Kommissionär schrieb seinem Kommittenten für einen Posten verkaufter Ware nach Abrechnung von $2\frac{3}{4}\%$ Provision 933 S 60 g gut; wieviel betrug seine Provision? 1300

69. Ein Agent berechnete für seine Auslagen und Bemühungen $4\frac{3}{4}\%$ vom Werte des Verkaufes, und zwar 32 S 49 g; wie groß war der Wert des Verkaufes? 1301

70. Jemand verkauft 2630 kg Fernambukholz à kg 50 g; wenn nun die Transportspesen usw. 70 S 80 g betragen und 3% Provision gerechnet werden, wieviel erhält der Verkäufer? 1302

71. Ein Triester Kaufmann kauft für einen Wiener Kaufmann 5 Ballen Kaffee, brutto 515 kg, Tara 3%, à 320 S per 100 kg netto; auf welchen Betrag wird die Faktura lauten, wenn die Verpackungsspesen usw. 37 S betragen, ferner $\frac{1}{2}\%$ Sensarie und 2% Provision berechnet werden? 1303

72. Ein Wiener Getreidehändler kauft für einen Prager 510 q Weizen à 21 S; auf welchen Betrag lautet die Faktura, wenn für Zins im Lagerhause der Stadt Wien 30 S 60 g, für Maßgelder usw. 14 S 72 g entfallen, ferner die Sensarie $\frac{1}{2}\%$, die Provision 2% beträgt? 1304

---

*) Sensal kommt von dem ital. sensale, lat. censualis = Zinseinnehmer, Sensarie vom franz. censerie = Mäklerlohn; Courtage (an der Wiener Börse häufiger im Gebrauch als Sensarie) vom franz. courtier = Mäkler, von courir, weil sein Geschäft ein Umherlaufen mit sich bringt. — Es sei hier besonders betont, daß Sensarie oder Courtage nur bei Geschäften vorkommt, die an Börsen abgeschlossen werden.

**) Provision kommt vom lat. provisio = Vorhersehen, Vorsorge, Besorgungsgebühr. Kommittent und Kommissionär vom lat. committere = beauftragen und commissio = Auftrag.

1305 73. Die Faktura auszustellen über: 36 Faß Öl, brutto 800 kg, Tara 15%, Gutgewicht 2%, per 100 kg netto 190 S; Sensarie ½%, Spesen 18 S 50 g, Provision 2%.

1306 74. Die Verkaufsrechnung auszustellen über 3 Kisten Tee, brutto 50 kg Tara 8%, per Kilogramm netto 15 S; Sensarie 1%, Spesen 8 S 75 g, Provision 2½%.

1307 75. Die Faktura auszustellen über 7 Ballen Kaffee à 140 kg brutto; Tara 2% à 100 kg netto 342·8 S, Provision 2¼%; Spesen: Fracht à 4·80 S per Meterzentner brutto, Zoll 3¼%, kleinere Auslagen 31·40 S.

* * *

1308 76. Was versteht man unter Assekuranz oder Versicherung?*)

Antwort: Assekuranz oder Versicherung ist ein Vertrag; vermöge dessen der eine Teil sich verpflichtet, dem anderen gegen ein bestimmtes Entgelt, gewöhnlich Prämie genannt, für den Schaden zu haften, den der versicherte Gegenstand durch eine mögliche Gefahr erleiden kann. Die Gefahr, für die bezüglich des Versicherungsobjektes der Versicherer dem Versicherten gegenüber haftet, heißt das Risiko. Da die Gefahren, die Personen oder Besitztum der verschiedensten Art im Leben bedrohen, sehr mannigfache sind, so unterscheidet man verschiedene Zweige der Versicherung, von denen die wichtigsten sind:

a) Die Transportversicherung, d. i. der Schutz gegen Schaden aller Art, welchem Waren während des Transportes durch Schiffe, Eisenbahnen und Fahrzeuge anderer Art ausgesetzt sind. Dazu gehört vor allem die Versicherung gegen Seegefahr.

b) Die Hagelversicherung gegen nachweislichen Schaden, den Feldfrüchte und Kulturen von Nutzpflanzen durch Hagelschlag erleiden.

c) Die Viehversicherung gegen den Schaden, der durch das Verenden von Haustieren sowie durch notwendig gewordenes Töten der versicherten Tiere oder durch deren dauernde Minderwertigkeit infolge verschiedener Krankheiten (Huf- und Beinleiden bei Pferden usw.) ohne Verschulden des Versicherten entsteht.

d) Die Glasversicherung, welche gegen den Schaden deckt, der durch das Zerbrechen von Spiegelglasscheiben (belegt oder unbelegt), Dachverglasungen usw. infolge von Sturm, Hagelschlag, Gasexplosion oder Brand, böswillige**) oder zufällige Zertrümmerung entsteht.

e) Die Feuerversicherung, wohl die volkstümlichste aller Versicherungsformen, versichert gegen den Schaden, den die versicherten Objekte (Gebäude, Geschäfts-, Fabriks- und Wohnungseinrichtungen verschiedenster Art) durch Brand, Blitzschlag, Gasexplosion und dergleichen erleiden.

f) Die Lebensversicherung, welche nächst der Feuerversicherung das weiteste Gebiet beherrscht. Sie sichert dem Versicherten, beziehungsweise seinen Rechtsnachkommen entweder ein Kapital oder eine Rente, die entweder im Falle, daß der Versicherte ein im vorhinein bestimmtes Alter erreicht oder im Falle seines Todes flüssig gemacht wird (Versicherung auf den Erlebensfall und auf den Todesfall).

---

*) Assekuranz vom lat. assecurire = verbürgen, versichern vor Gefahr.

**) Selbstverständlich durch Dritte.

g) Die **Invaliditätsversicherung**, mit der letztaufgezählten sehr nahe verwandt, sichert Renten (Pensionen), die dem Versicherten im Falle der Dienstunfähigkeit (Invalidität) lebenslänglich ausbezahlt werden, eventuell auch nach seinem Tode in Form von Witwenpensionen und Erziehungsbeiträgen auf die Nachkommen des Versicherten übergehen. Ähnliche Versorgungen (Pensionen) gewähren unter Umständen die öffentlichen Dienstherren (Staat, Land, Gemeinde) ihren Bediensteten. Doch haben auch viele größere Privatinstitute (Eisenbahnen, Schiffahrtsunternehmungen, Bankinstitute, Fabriksunternehmungen, Bergwerke usw.) derartige Privatversicherungsinstitute in eigener Verwaltung, welche unter den Namen Pensionsinstitute, Versorgungskassen usw. bekannt sind. Die Invaliditätsversicherungsinstitute der Bergwerke heißen Bruderladen und sind vom Staate aus durch eigene Gesetze organisiert. Der Staat, der an der Versorgung aller seiner Untertanen hoch interessiert ist, wird früher oder später auch das Problem der allgemeinen Alters- und Invaliditätsversicherung der Lösung zuführen.

h) Die **Krankenversicherung** soll den Versicherten im Falle einer Erkrankung vor Entbehrung schützen. Sie hat besondere Bedeutung für die im Tag-, Monats- oder Jahreslohne stehenden Angestellten (Beamten, Arbeiter usw.), weshalb der Staat einschlägige Gesetze darüber erlassen hat. Diese enthalten die Bestimmungen über die Krankenkassen.

i) Die **Unfallversicherung** versichert gegen die Folgen körperlicher Unfälle aller Art, welche der Versicherte durch äußere gewaltsame Veranlassungen unfreiwillig erleidet. Die Unfälle können dabei infolge der Berufstätigkeit der Versicherten, auf Reisen usw. eintreten. Besonders wichtig ist die Unfallversicherung für die Arbeiterschaft von gewerblichen und technischen Betrieben aller Art, für die der Staat eigene Gesetze erlassen hat.

Das Dokument, in welchem der Versicherungsvertrag festgesetzt ist — die Polizze*) — enthält die Höhe der Versicherungssumme und die Höhe der Prämie, die zumeist in Prozenten oder Promille der Versicherungssumme bemessen wird. Die für die einzelnen Fälle zu bemessende Prämie enthält der Prämientarif.

77. Ein Haus wird auf 15000 S bei einer Feuerversicherungsanstalt **1309**
versichert, wofür 2·6‰ an Jahresprämie zu entrichten sind; wie hoch ist die Prämie?

78. 250 q Zucker à 56 S werden mit 10% imaginärem Gewinne**) **1310**
gegen Seegefahr versichert. Wie hoch lautet die Versicherungssumme und wieviel ist an Prämie zu $1\frac{1}{2}\%$ zu bezahlen?

79. Faktura über 6 Kisten Hanfgarn, 1000 kg netto à kg 3·30 **1311**
Franken, Rabatt am Preise 18%; vom Reste 2% Diskont.***) Unkosten: Fracht 83·70 Franken, Assekuranz auf 2900 Franken zu $\frac{3}{8}\%$ und 50 Centimes für die Polizze, Porto und kleinere Auslagen 11·45 Franken, Provision 2%.

---

*) Polizze vom engl. policy, lat. polliceri = versprechen.

**) Imaginärer (= vermeintlicher) Gewinn ist der mutmaßliche Gewinn, den manche Versicherungsgesellschaften mitzuversichern gestatten.

***) Vgl. Anmerkung S. 112!

1312 80. Ein Kaufmann versichert die Auslagefenster seines Geschäftes im Werte von 750 S mit 1·2% Prämie; wieviel hat er jährlich dafür zu bezahlen?

1313 81. Jemand versichert an seinem Hause den Dachstuhl und das Schieferdach auf 8000 S, ferner Mauerwerk, Zimmerböden, Türen und Fenster auf 20000 S, endlich Einrichtungsgegenstände usw. auf 10000 S; wieviel ist an Prämie zu bezahlen, wenn die betreffende Versicherungsanstalt von den drei Posten beziehungsweise 4‰, $2\frac{1}{2}$‰ und 0·8‰ einhebt?

1314 82. Jemand versichert seine Wohnungseinrichtung auf 10000 S; die Versicherungsgesellschaft fordert $\frac{9}{10}$‰ als Prämie; da aber der Versicherungsvertrag auf 10 Jahre geschlossen wird, gewährt sie von der Prämie 20% Nachlaß; die so erhaltene Prämie ist um einen Zuschlag von 2% für den gesetzlichen Feuerwehrbeitrag zu vermehren. Wieviel ist in jedem Jahre zu bezahlen, wenn die Prämie des ersten Jahres noch um einen Polizzenstempel à 26 g für das erste Jahr und um 9 Polizzenstempel à 14 g für die übrigen 9 Jahre zu vermehren ist?

1315 83. Eine Gemeinde versichert ihr Schulhaus mit 30000 S gegen 1·8‰ und dessen Einrichtung mit 1500 S gegen 0·9‰ Prämie und zahlt die Versicherungsgebühr für 5 Jahre im vorhinein, wodurch sie diese Gebühr für das 6. Jahr gewinnt. Für öffentliche Gebäude gewährt die Versicherungsanstalt außerdem einen Prämiennachlaß von 20%, doch sind für die Ausstellung der Polizze und die nötigen Stempel noch 6 S 50 g zu bezahlen. Wieviel hat die Gemeinde zu bezahlen?

1316 84. Ein Hauseigentümer hat sein Haus von 30000 S Wert mit $1\frac{1}{4}$‰ Prämie bei einer wechselseitigen Brandschadenversicherungsanstalt assekuriert. Wenn er in einem günstigen Jahre einen Prämiennachlaß von 8 S 50 g erhielt, wieviel Promille des versicherten Betrages machte seine wirkliche Einzahlung aus?*)

1317 85. Ein Gutsbesitzer hatte seine Gebäude im Werte von 76000 S mit 1·6‰, seine landwirtschaftlichen Maschinen und Geräte im Werte

*) Bei den wechselseitigen oder gegenseitigen Versicherungsanstalten sind gewissermaßen die Versicherten zugleich Versicherer, sie haften gemeinsam für Verluste und haben auch pro rata (nach Verhältnis) ihrer Beiträge Anteil am Gewinne. Sind also wenig Schäden zu vergüten, so erhalten die Teilnehmer einen Prämiennachlaß, dagegen müssen sie bei großen Schadenvergütungen eine Nachtragsprämie zahlen. Der Grundgedanke der wechselseitigen Versicherungsmethode wurde heutzutage wenigstens zum Teile von vielen Versicherungsgesellschaften insoferne angenommen, als die Versicherten am Gewinne teilnehmen, ohne einen etwaigen Verlust mitzutragen. Bei dieser „Versicherung mit Gewinnanteil" sind natürlich höhere Prämien zu bezahlen.

von 5000 S mit 1·2‰ und seinen Viehstand im Werte von 8000 S mit 0·8‰ Prämie bei einer wechselseitigen Brandschadenversicherungsanstalt assekuriert; wieviel hatte er zu bezahlen, wenn die Gesellschaft 8% Prämiennachlaß gewährte?

86. Ein Landwirt versicherte seine Feldfrüchte auf dem Halme, geschätzt auf 1200 S, gegen Hagelschlag zu $1\frac{1}{2}$%; wieviel hatte er an Prämie zu bezahlen, wenn er für die Polizze 2 S 60 g zahlen muß? Ein zweiter hatte ebensoviel Polizzengebühr und gleichfalls $1\frac{1}{2}$% Prämie zu zahlen, was zusammen 4 S 70 g ausmachte; auf welche Summe hatte er versichert? 1318

87. Eine wechselseitige Viehversicherungsanstalt hatte in einem Jahre infolge eine Tierseuche einen Ausfall (Defizit) von 5913 S 90 g, wofür den Teilnehmern ein Zuschlag von 15% an der vertragsmäßigen Prämie zugeschrieben wurde; wieviel betrugen demnach die Prämiengelder in diesem Jahre? 1319

88. Eine wechselseitige Hagelversicherungsgesellschaft hatte im Jahre 1894 an Prämiengeldern 836964 S eingenommen und 544026·6 S Hagelschäden ersetzt; welcher Betrag wurde bei 2·4% Prämie versichert und wieviel Prozent der Versicherungsgebühr wurden an die Versicherten vergütet? 1320

89. Ein Pferd, welches auf 640 S versichert worden ist, wird ohne Verschulden des Besitzers vom Spat (entzündliche Geschwulst mit nachfolgender Erhärtung des Sprunggelenkes, wodurch ein Krummgehen des Pferdes eintritt) befallen; wieviel wird dafür als Entschädigung gezahlt, wenn in diesem Falle 50% der Versicherungssumme bewilligt werden? Welcher Betrag wird beim Verenden des Tieres gezahlt, wenn in diesem Falle 80% der Versicherungssumme zugesprochen werden? 1321

90. Ein Vater will für seine nun 4jährige Tochter eine Aussteuer von 5000 S, zahlbar nach vollendetem 24. Lebensjahre, versichern; wieviel ist dafür bei 3·55% jährlicher Prämie zu bezahlen? Wieviel machen die bis zum Eintritte des Versicherungsfalles eingezahlten Prämien (ohne Zinsen) aus? 1322

91. Ein 34jähriger Mann versichert auf den Todesfall 10000 S, wofür er 2·54% als jährliche Prämie zu bezahlen hat; wieviel macht dies aus? Wie alt müßte er werden, damit durch seine Prämienzahlung (ohne Zinsen) die Versicherungssumme erreicht werde? 1323

92. Die Frau eines Staatsbeamten wird nach 10jähriger Dienstzeit des Gatten pensionsberechtigt; damit im Falle früher eintretenden Todes die Witwe nicht der Not preisgegeben ist, schließt ein Beamter eine sogenannte „kurze Versicherung" auf 10000 S Kapital ab, d. h. es wird 1324

diese Summe der Witwe ausgezahlt, falls der Gatte innerhalb der nächsten 10 Jahre sterben würde. Wieviel hat er bei 1·37 % jährlich zu bezahlen?

1325 93. Ein Buchbinder beschäftigt in seiner Werkstätte 5 Gesellen mit 4 S 80 g Taglohn, 3 Gesellen mit 4 S und 5 Lehrjungen mit 1·60 S Taglohn; die vorgeschriebene Prämie beträgt 3 % vom Monatslohne. Welche Beiträge werden von der Krankenkasse dieser Werkstätte für einen Monat mit 24 Arbeitstagen vorgeschrieben?

1326 94. Ein Arbeiter mit 3 S Taglohn war vom 14. November bis einschließlich 12. Jänner krank; wieviel erhielt er in dieser Zeit aus der Krankenkasse, wenn diese 60 % vom Taglohn als Krankengeld zahlt?

1327 95. In einer Papierfabrik zahlte der Besitzer für seine 228 Arbeiter und 117 Arbeiterinnen allmonatlich die ganzen Beträge (3 % vom Arbeitslohne) in die Krankenkasse, und zwar 656 S 64 g für die Arbeiter und 252 S 72 g für die Arbeiterinnen; welchen Taglohn erhielt jeder Arbeiter und jede Arbeiterin? (24 Arbeitstage per Monat.)

1328 96. In einer Fabrik für Faßerzeugung zahlte der Fabriksherr die ganze Prämie für die Unfallversicherung seiner Arbeiter mit jährlich 794 S 88 g; wenn er 2·4 % an Prämie zu bezahlen hat, wie groß war der Jahreslohn für alle Arbeiter? Wieviel Arbeiter beschäftigte er, wenn 200 Arbeitstage im Jahre zu berechnen sind und der Taglohn eines Arbeiters 3·60 S beträgt?

1329 97. In einer Dynamitfabrik verdiente ein Arbeiter täglich 4 S 80 g; welcher Abzug wurde ihm bei 280 Arbeitstagen und 5·67 % Prämie im Jahre gemacht, wenn von dieser Prämie der Arbeiter $^1/_{10}$ zu bezahlen hat?

* * *

1330 98. Was heißt es, eine Ware mit 4 % Gewinn verkaufen? Was bedeutet 9 % Verlust?

1331 99. Jemand verlor bei 7520 S Einkauf im Verkaufe 526 S 40 g; wieviel Prozent verlor er?

1332 100. 700 kg einer Ware kosten beim Einkaufe 2000 S; wenn nun 1 kg um 4 S verkauft wird, wieviel beträgt der Gewinn oder Verlust überhaupt und wieviel in Prozenten?

1333 101. 250 kg einer Ware kosten beim Einkaufe 1200 S; wenn nun 1 kg um 6 S verkauft wird, wieviel beträgt der Gewinn oder Verlust überhaupt und wieviel in Prozenten?

1334 102. Ein Kaufmann hat 1 kg einer Ware zu 2 S 50 g eingekauft und verkauft 1 dkg zu 3 g; wieviel Prozent gewinnt er?

103. Verkauft man eine Ware um 1880 S, so hat man 6% Verlust; wie teuer muß man sie verkaufen, um 4% zu gewinnen? 1335

104. Man hat 528 kg einer Ware mit 4 S per Kilogramm verkauft und dabei 4% Verlust gehabt; wieviel hätte man im ganzen einnehmen müssen, um 20% zu gewinnen? 1336

105. Man verliert 9%, wenn man eine Ware um 1274 S verkauft; wie teuer muß man sie verkaufen, um 12% zu gewinnen? 1337

106. Wenn man eine Ware mit 15% Gewinn verkauft, so nimmt man um 276 S mehr ein, als wenn man sie mit 8% Verlust verkauft; wie groß ist in jedem Falle der Verkaufspreis? 1338

107. Jemand kauft 5 Ballen Java-Kaffee brutto 510 kg, Tara 2%, per Meterzentner netto 330 S, Provision 1%; wie teuer muß er a) die ganze Ware, b) ein Kilogramm verkaufen, um 15% zu gewinnen? 1339

108. Man nimmt für eine Ware 1052 S 66 g ein und findet dabei einen Verlust von $14\frac{5}{6}$%; wie würde sich Gewinn oder Verlust im ganzen und wie in Prozenten gestellt haben, wenn man um 340 S 93 g mehr eingenommen hätte? 1340

109. Der Einkaufspreis einer Ware ist 900 S; man verkauft $\frac{1}{3}$ der Ware mit 18% und $\frac{1}{4}$ mit 20% Nutzen. Wieviel Prozent müssen am Reste verdient werden, damit der ganze Gewinn 16% betrage? 1341

110. Ein Kaufmann verkauft 3 gleich lange Stück Borten und noch $10\frac{1}{2}$ m. Im Einkaufe hat ihm die verkaufte Ware 148 S 35 g gekostet, nun aber gab er die Ware mit 20% Verlust ab, so daß sich der Preis jedes Stückes auf 36·34 S stellt; wie lang ist jedes Stück? 1342

111. 1 kg Zucker kostet dem Kaufmann 64 g, 1 kg Kaffee 3·50 S; ein Kaufmann hat von beiden Waren eine gleiche Menge um den Betrag von 1656 S gekauft und den Zucker mit 25%, den Kaffee mit 8% Nutzen verkauft; wieviel beträgt sein Gewinn im ganzen? 1343

†112. Von einem Stück Stoff verkaufte jemand $\frac{7}{12}$ mit 10% Gewinn um 385 S; später verkauft er den Rest um 285 S, wobei er per Meter um 40 g mehr einnahm als bei der ersten Partie. a) Was kostet 1 m im Einkaufe und Verkaufe? b) Wieviel beträgt der ganze Gewinn? 1344

113. Von einem Stück Stoff kostet das Meter dem Kaufmann 7 S 50 g; das Stück hatte um 5 m mehr als angegeben und berechnet wurde, doch war die Beschaffenheit des Stoffes so schlecht, daß man ihn per Meter mit 6 S verkaufen mußte, wodurch ein Verlust von $13\frac{1}{3}$% entstand; wieviel Meter enthielt das Stück? 1345

1346 114. Jemand kauft 612 kg brutto Weinbeeren, Tara 2% à 64 g per Kilogramm netto, Provision 2%; wie teuer muß er a) die ganze Ware, b) 1 kg verkaufen, um 20% zu gewinnen?

1347 115. Jemand kauft 6 Kisten einer Ware im Bruttogewicht von 750 kg; die Tara beträgt 4%; wenn nun 1 kg beim Einkaufe auf 3 S kommt und 1% Sensarie, 18 S 40 g diverse Spesen, endlich 2% Provision gerechnet werden, wie teuer muß er 1 kg verkaufen, um 10% zu gewinnen?

1348 116. Jemand kauft 6 q Zucker, Tara 3%, per Meterzentner netto 70 S, Spesen 2 S 60 g, Provision 2%; wieviel muß er im ganzen einnehmen, um 10% zu gewinnen, und wie teuer muß 1 kg verkauft werden?

1349 117. Ein Kaufmann verkauft 50 kg Kaffee um 210 S, 80 kg Zucker um 51 S 20 g und 78 kg Reis um 56 S 16 g, wobei beim Kaffee 20%, beim Zucker $14\frac{2}{7}$% und beim Reis $12\frac{1}{2}$% gewonnen wurden; wie teuer war 1 kg jeder Ware im Einkauf?

1350 †118. Jemand kauft ein Haus und einen Garten zusammen um 18410 S. Das Haus verkaufte er mit 12% Gewinn, den Garten mit 5% Verlust. Im ganzen blieb ihm doch noch ein Gewinn von 1842 S; was kostete das Haus und was der Garten im Einkauf?

1351 119. Jemand kauft 400 kg brutto Zucker, Tara 5%, per 100 kg netto 50 S; die Spesen betragen 14 S, die Provision $2\frac{1}{2}$%; wie teuer muß er 1 kg verkaufen, um 20% zu gewinnen?

1352 †120. Ein Kaufmann hat für eine bestimmte Summe Petroleum und Leinöl gekauft, wobei $\frac{2}{5}$ der Summe auf das Petroleum kommen; er gewann im Verkauf beim Petroleum $6\frac{1}{4}$%, beim Leinöl 15%; im ganzen betrug der Gewinn beim Leinöl um 58 S 50 g mehr als beim Petroleum; wieviel Geld hatte der Kaufmann beim Einkauf ausgegeben?

1353 121. Ein Wiener Kaufmann läßt durch einen Geschäftsfreund in Triest eine Partie Java-Kaffee kaufen, deren Bruttogewicht 5532 kg beträgt. Die Tara beträgt 6%, 1 q netto kostet 324 S. Da der Kaufmann bar zahlt, wird ein Skonto von $2\frac{1}{4}$% gewährt; die Platzspesen sind 31 S 8 g, die Provision $1\frac{2}{3}$%. Durch den Transport verteuert sich die Ware um 281 S; wie teuer muß er 1 kg verkaufen, um 25% zu gewinnen?

1354 †122. Ein Kaufmann hat ein Stück Seidenband von 40 m Länge zum Preise von 4·50 S per Meter eingekauft. Im Verkauf erhält er per Meter 6 S, mit Ausnahme eines kleinen Restes, den er wegen Beschädigung um

3 S 60 g per Meter ablassen muß. Wieviel Meter waren schadhaft, wenn er im ganzen 30% verdiente?

†123. Ein Tuchhändler kaufte 36 m Tuch à 4 S 50 g; er verkaufte davon zunächst 20 m mit 15% Gewinn; dann nahm ihm jemand 4 m ab, blieb ihm aber das Geld dafür schuldig. Um nun den beabsichtigten Gewinn von 15% im ganzen zu erzielen, sah sich der Verkäufer genötigt, den restlichen Teil teurer abzugeben; zu welchem Preise geschah dies? 1355

†124. Von einer Partie Stoff, welche beim Einkauf 2935 S kostete, wurde der 3., 4. und 5. Teil zum Preis von 10 S per Meter verkauft; aus dem Reste, den der Kaufmann um 10% billiger abließ, wurden 702 S gelöst. Wieviel Meter waren es im ganzen? Wie groß war der Gewinn in Prozenten? 1356

†125. Ein Kaufmann hat um einen Gesamtbetrag von 1147 S 20 g gleiche Mengen von Zucker, Kaffee und Reis gekauft; er bezahlte 1 kg Zucker mit 64 g, 1 kg Kaffee mit 3 S 60 g und 1 kg Reis mit 54 g; wenn er nun den Zucker mit $12\frac{1}{2}\%$, den Kaffee und den Reis mit $11\frac{1}{9}\%$ Nutzen verkauft, wieviel wird sein Gesamtgewinn betragen? 1357

XXII. Die Zinsrechnung.

1. Was versteht man unter Zins oder Interessen?*) Erkläre die Ausdrücke Gläubiger, Schuldner, Kapital, Zinsfuß! 1358

2. Die Grundformel der Zinsrechnung $\left(\text{Interessen} = \frac{c.p.t}{100}\right)$ ist durch zusammengesetzte Schlußrechnung herzuleiten. 1359

3. Welche Veränderungen sind an der vorstehenden Grundformel vorzunehmen, wenn die Zeit nicht in Jahren, sondern a) in Monaten, b) in Tagen angegeben ist? 1360

4. Die folgende Tabelle enthält den Stoff zu vielen (im ganzen 80) Aufgaben über die einfache Zinsrechnung. Man nehme in einer beliebigen Horizontalreihe von den vier Größen c, p, t, i drei Größen als gegeben an und berechne daraus die vierte!**) 1361

---

*) Zins vom lat. census = Abschätzung. (Nach einem Gesetze des römischen Königs Servius Tullius wurde mittels einer solchen Abschätzung von 5 zu 5 Jahren das Vermögen der römischen Bürger bestimmt und danach die Höhe der Steuer für jeden einzelnen bemessen.) Interessen vom lat. interesse = dabei sein, Anteil oder Vorteil haben.

**) Die Ausführung derartiger Zinsrechnungen erfolgt in der Praxis mechanisch nach der obigen Grundformel, kann jedoch auch immer durch Schlüsse geschehen.

Nr.	c	p	t	i	Nr.	c	p	t	i
1	6400	$4^1/_2$	3 J. 3 M.	936	11	8400	$4^2/_3$	6 J. 6 M.	2548
2	4800	$4^3/_4$	5 „ 6 „	1254	12	5400	$3^2/_3$	7 „ 4 „	1452
3	7200	$3^3/_4$	4 „ 4 „	1170	13	3600	$4^1/_3$	6 „ 9 „	1053
4	1800	$3^1/_2$	4 „ 4 „	273	14	4500	$5^2/_3$	5 „ 8 „	1445
5	3600	$4^1/_4$	3 „ 8 „	561	15	4200	$5^1/_2$	7 „ 8 „	1771
6	3900	$4^1/_2$	4 „ 8 „	819	16	7200	$4^1/_4$	8 „ 8 „	2652
7	4800	$3^1/_4$	5 „ 3 „	819	17	9350	3·6	6 „ 4 „	2131·80
8	6300	$3^1/_3$	4 „ 4 „	910	18	7650	2·8	10 „ 8 „	2284·80
9	7200	$4^1/_3$	5 „ 4 „	1664	19	12860	4·2	9 „ 9 „	5266·17
10	8000	$5^1/_4$	7 „ 9 „	3255	20	14940	3·8	12 „ 3 „	6954·57

1362 5. Für die Berechnung der Zinsen nach einer Anzahl Tage gilt in Österreich der Brauch (Usance), daß man das Jahr zu 360 Tagen, dagegen den Monat zu so viel Tagen rechnet, als er nach dem Kalender enthält. (Rechnung nach Kalendertagen.) Der Tag, an dem die Verzinsung beginnt, wird nicht mitgerechnet, wohl aber derjenige, an dem die Verzinsung aufhört. Berechne hienach die folgende Aufgabe: Vom 28. April bis zum 12. Dezember werden 4200 S zu 4% ausgeliehen; wieviel Zinsen sind zu rechnen?

1363 6. Wenn man die Formel $i = \frac{c\,.\,p\,.\,t}{36000}$ in der Form schreibt $i = \frac{c\,.\,t}{\left(\frac{36000}{p}\right)}$, so nennt man die Zahl $\frac{36000}{p}$, die bei den gebräuchlichsten Zinsfüßen eine ganze und ziemlich einfache Zahl ist, den **Zinsdivisor**, das Produkt aus c . t die **Zinszahl** (**Nummer**). Man berechnet in diesem Falle die Zinsen einfach durch Division der Zinszahl durch den Zinsdivisor. Man berechne die Zinsdivisoren für 1%, $1^1/_2$%, 2%, 3%, 3·6%, 4%, $4^1/_2$%, 5%, 6% usw. und stelle die Ergebnisse in einer kleinen Tabelle zusammen!

1364 7. Nach der in Nr. 6 beschriebenen Methode ist das Beispiel in Nr. 5 nochmals zu berechnen.

1365 8. Wie kann man mit Hilfe der „welschen Praktik" (vgl. S. 86, Anmerkung) aus den 6%igen Zinsen (für die man den einfachen Zinsdivisor 6000 leicht im Kopf behalten kann) die Zinsen zu 5%, 4%, $4^1/_2$%, 3·6% usw. leicht berechnen?

1366 9. Nach der in Nr. 8 angedeuteten Methode ist das Beispiel in Nr. 5 nochmals zu berechnen.

10. Nach der in Nr. 4 gegebenen Anweisung ist die folgende Tabelle **1367**
zu Aufgaben zu verwerten. (Die Tabelle ergibt 20 verschiedene Aufgaben.)

Nr.	c	p	t	i
1	8400	5	vom $\frac{20.}{\text{III.}}$ bis $\frac{8.}{\text{VIII.}}$	164·5
2	5160	$4\frac{1}{2}$	" $\frac{5.}{\text{IV.}}$ " $\frac{16.}{\text{V.}}$	26·445
3	10200	3·6	" $\frac{12.}{\text{V.}}$ " $\frac{18.}{\text{XI.}}$	193·8
4	12300	4·8	" $\frac{9.}{\text{I.}}$ " $\frac{21.}{\text{II.}}$	70·52
5	21300	4	" $\frac{3.}{\text{VIII.}}$ " $\frac{28.}{\text{XII.}}$	347·9

11. Wie lange muß ein Kapital anliegen, damit seine einfachen Zinsen dem Kapital gleich werden, wenn das Kapital a) zu 5%, b) zu $4\frac{1}{2}$%, c) zu 4%, d) zu 3·6% anliegt? **1368**

12. Ein Kapital bringt in 4 Jahren 9 Monaten zu 4% 1235 S; wieviel bringt in derselben Zeit ein um 1500 S größeres Kapital, das nur zu 3·6% aussteht? **1369**

13. Welches Kapital wuchs mit $3\frac{1}{3}$% Zinsen in 3 Jahren auf 880 S an? **1370**

14. Welches Kapital wächst mit seinen einfachen Zinsen zu 3·6% in 5 Jahren 8 Monaten zu 33110 S an! **1371**

15. Welches Kapital wächst mit seinen einfachen Zinsen zu $5\frac{1}{2}$% in 288 Tagen auf 2693 S 52 g an? **1372**

16. Man erhielt für 3568 S, die man am 17. März auslieh, am 10. Juni an Kapital und Interessen 3605 S 91 g zurück; zu wieviel Prozent war das Geld ausgeliehen? **1373**

17. Ein Kapital von 4500 S ist nach einer gewissen Reihe von Jahren mit den einfachen Zinsen auf 10485 S angewachsen. Dabei stand es $\frac{2}{5}$ der Zeit zu 4%, $\frac{1}{3}$ der Zeit zu $4\frac{1}{2}$% und den Rest der Zeit zu 5%. Wieviel Jahre war das Kapital ausgeliehen? **1374**

18. Ein Kapital bringt in 3 Jahren 6 Monaten zu 4% 1260 S Zinsen, ein anderes, das um 1500 S größer ist, bringt in 3 Jahren um 126 S weniger an Zinsen ein; zu wieviel Prozent ist das letztere Kapital angelegt? **1375**

1376 19. 800 S sind durch $2^1/_2$ Jahre zu $4^1/_2\%$ und 1350 S durch 3 Jahre 4 Monate lang ausgeliehen und beide Kapitalien betragen nun samt den Zinsen im ganzen 2429 S. Zu wieviel Prozent war das zweite Kapital ausgeliehen?

1377 20. Von zwei Kapitalien, die sich wie 5 : 9 verhalten, ist das erste zu $4^1/_2\%$, das zweite zu $3^1/_2\%$ ausgeliehen; sie wachsen binnen 8 Jahren und 4 Monaten samt den Zinsen zu 25900 S an. Wie groß sind beide Kapitalien?

1378 21. Von seinem Vermögen nimmt jemand vierteljährlich 1860 S Zinsen ein; wie groß ist sein Vermögen, wenn davon $^2/_5$ zu $4^1/_2\%$ und der Rest zu $4^3/_4\%$ angelegt ist?

1379 †22. A hat sein Geld zu 4%, B zu $4^1/_2\%$, C zu 5% angelegt. Wie groß ist das Kapital jedes einzelnen, wenn an jährlichen Zinsen A und B zusammen 3810 S, B und C zusammen 3390 S, A und C zusammen 3420 S einnehmen?

1380 †23. Drei Kapitalien betragen der Reihe nach 3600 S, 4200 S und 4800 S. Das erste und zweite Kapital bringen in 4 Jahren zusammen 1320 S an Zinsen, das zweite und dritte in 3 Jahren zusammen 1008 S, das erste und dritte in 4 Jahren und 6 Monaten 1485 S Zinsen; zu welchem Zinsfuße steht jedes Kapital?

1381 24. Eine Wiese von 96 m Länge und 67·5 m Breite bringt per Hektar im Mittel 750 Bündel Heu, die nach Abzug aller Spesen mit $27^1/_2$ S per 100 Stück verkauft werden. Welchen Preis darf man für die Wiese zahlen, wenn man sein Geld mit 5% verwerten will?

1382 25. Ein Haus, das 23000 S gekostet hat, trägt jährlich 2500 S an Mietzins ein; davon sind 36% verschiedene Steuern zu zahlen und außerdem durchschnittlich im Jahre 220 S für Reparatur usw. in Abzug zu bringen. Zu wieviel Prozent verzinst sich das Anlagekapital?

1383 26. Jemand hat 3000 S zu $4^1/_2\%$ an einen Freund ausgeliehen; später leiht er ihm noch 750 S, ohne deshalb mehr an Zinsen zu verlangen. Wieviel Prozent zahlt nun der Schuldner?

1384 27. Jemand legt 13500 S zu 4% auf Zinsen an; 6 Jahre später leiht er 18000 S zu $4^1/_2\%$ aus. Nach wieviel Jahren (von da ab) werden beide Kapitalien gleich viel an Zinsen eingebracht haben?

1385 28. Jemand leiht 16200 S zu $4^1/_2\%$ und 3 Jahre 4 Monate später 21780 S aus; das zweite Kapital hat in 6 Jahren 9 Monaten ebensoviel an Zinsen eingebracht, als das erste bis zu diesem Zeitpunkt getragen hat. Zu wieviel Prozent war das zweite Kapital ausgeliehen?

29. A ist an B und C zusammen 2280 S schuldig; an B zahlt er jährlich 33 S 60 g und an C 64 S 80 g Zinsen. Wieviel Prozent zahlt er jedem Gläubiger, wenn seine Schuld bei B sich zu der Schuld bei C wie 7 : 12 verhält? 1386

30. Jemand erbt ein Kapital und hat Gelegenheit, ein Drittel davon zu $4^1/_2\%$ auf 5 Jahre und den Rest zu 5% auf 3 Jahre auszuleihen; er erhält auf diese Art an einfachen Zinsen zusammen 2940 S; wie groß war die Erbschaft? 1387

31. Jemand nimmt von seinem Kapital jährlich 840 S Zinsen ein; hätte er das Kapital um $^1/_2\%$ höher ausgeliehen, so würde er jährlich 980 S Zinsen eingenommen haben. Wie groß ist das Kapital und zu wieviel Prozent war es angelegt? 1388

32. Jemand nimmt von seinem Kapital jährlich 900 S Zinsen ein; sein Einkommen würde gerade 1000 S ausmachen, wenn er um 2000 S mehr Kapital hätte. Wie groß ist das Kapital und zu wieviel Prozent stand es aus? 1389

33. Jemand hat ein Kapital ausgeliehen. Wäre es um 1000 S größer, dagegen der Zinsfuß um 1% niedriger, so würde er um 50 S weniger an Jahreszinsen einnehmen; wäre hingegen das Kapital um 2000 S kleiner, dafür aber der Zinsfuß um 1% größer, so würde er um 30 S weniger an Zinsen einnehmen. Wie groß ist das Kapital und zu wieviel Prozent stand es aus? 1390

34. Jemand hat 6800 S zu $4^1/_2\%$ und 8500 S zu $3{\cdot}6\%$ angelegt; er kündigt beide Kapitalien und will sie zu einem und demselben Zinsfuße ausleihen, ohne daß er einen Verlust an Zinsen hat. Zu wieviel Prozent muß dies geschehen? 1391

35. Von zwei Kapitalien ist das erste zu $3^3/_4\%$, das zweite zu $4^1/_4\%$ ausgeliehen; sie bringen jährlich 654 S Zinsen. Wäre das erste auch zu $4^1/_4\%$ ausgeliehen, so würden sie zusammen 697 S Zinsen bringen. Wie groß ist jedes Kapital? 1392

36. Ein Kapital von 11340 S ist teils zu 5%, teils zu 4% angelegt und bringt im Jahre 519 S 75 g Zinsen; wie groß ist jeder Teil des Kapitals? 1393

37. Von zwei Kapitalien, die zusammen 12000 S ausmachen, kommen im ganzen 1404 S Zinsen ein, wovon auf das zweite $1^1/_6$mal so viel wie auf das erste entfällt. Das erste Kapital ist um 2400 S größer und stand durch 3 Jahre aus. Wieviel Jahre stand das zweite aus, wenn der betreffende Zinsfuß um $^1/_2\%$ höher war als beim ersten? 1394

1395 38. Zwei Kapitalien betragen zusammen 14000 S; sie sind zu gleichem Zinsfuß ausgeliehen und das erste bringt in 3 Monaten ebensoviel an Zinsen wie das zweite in 4 Monaten. Wie groß sind die beiden Kapitalien und zu wieviel Prozent stehen sie aus, wenn das erste jährlich um 70 S mehr an Zinsen einbringt als das zweite?

1396 39. Zwei Kapitalien betragen zusammen 13000 S; sie sind zu gleichem Zinsfuß ausgeliehen, und das erste bringt in 6 Monaten ebensoviel an Zinsen wie das zweite in 7 Monaten. Wie groß sind beide Kapitalien und zu welchem Zinsfuß stehen sie aus, wenn das erste jährlich um 45 S mehr einbringt als das zweite?

1397 40. Zwei Kapitalien stehen zu 4% aus; wenn das größere 5 Monate, das kleinere $5\frac{1}{2}$ Jahre lang ausgeliehen wäre, so würden beide durch ihre einfachen Zinsen zu gleichem Endwert anwachsen. Wie groß sind beide Kapitalien, wenn das größere um 1000 S größer ist als das zweite?

1398 41. Von zwei Kapitalien verdoppelt sich das erste durch seine einfachen Zinsen in 20 Jahren, das zweite in 25 Jahren; das zweite Kapital ist um 2000 S größer als das erste, jedoch trägt es jährlich um so viel weniger an Zinsen, daß nach 100 Jahren beide Kapitalien die gleiche Höhe erlangt haben würden. Man soll beide Kapitalien berechnen und bestimmen, zu welchem Zinsfuß sie angelegt sind.

1399 42. Jemand hat zwei Kapitalien, wovon das erste zu 5%, das zweite zu $4\frac{1}{2}\%$ aussteht; von beiden nimmt er jährlich 698 S 70 g ein. Würde das erste Kapital zu $4\frac{1}{2}\%$, das zweite zu 5% ausstehen, so würde das jährliche Erträgnis um 23 S 70 g vermindert werden. Wie groß sind beide Kapitalien?

1400 43. Zwei Kapitalien sind zu demselben Zinsfuß von $4\frac{3}{4}\%$ ausgeliehen, und das erste bringt in 5 Monaten ebensoviel an Zinsen als das zweite in 6 Monaten. Wie groß sind beide Kapitalien, wenn man weiß, daß das erste im Jahr um 47 S 50 g mehr an Zinsen bringt als das zweite?

1401 44. Jemand leiht 4600 S zu $4\frac{1}{2}\%$ aus und läßt sich die Zinsen erst am Ende des Ausleihtermines samt dem Kapital zurückzahlen; wenn er in diesem Zeitpunkt um 33% mehr erhält, als er ausgeliehen hat, wie lange stand das Kapital aus?

1402 45. Jemand leiht eine Summe zu 6% durch 3 Jahre und 8 Monate aus und erhält nach dieser Zeit samt den Zinsen 7612 S 80 g zurück; welche Summe hat er ausgeliehen?

1403 46. Wie groß ist das Kapital, welches im ersten Jahre zu 3%, im zweiten zu $3\frac{1}{2}\%$, im dritten zu 4%, im vierten zu $4\frac{1}{2}\%$ und im fünften zu 5% ausgeliehen war und nun samt den Zinsen 5760 S beträgt?

47. Welches Kapital bringt zu $4\frac{1}{2}\%$ in 4 Jahren ebensoviel Zinsen wie 5400 S zu 5% in 3 Jahren? 1404

48. Ein Kapital von 26000 S brachte in einer gewissen Zeit 17940 S an Zinsen ein; $\frac{3}{5}$ dieser Zeit stand es dabei zu $4\frac{1}{2}\%$ aus und brachte 10530 S Zinsen; zu wieviel Prozent stand es die übrige Zeit aus? 1405

49. Ein zu $4\frac{1}{2}\%$ ausgeliehenes Kapital brachte in 2 Jahren und 8 Monaten 1032 S Zinsen; ein um 2800 S größeres Kapital brachte in derselben Zeit um 108 S mehr an Zins. Zu wieviel Prozent ist das zweite Kapital angelegt? 1406

50. Wenn man 2720 S zu $4\frac{1}{2}\%$ und 3060 S zu 4% vom 6. März bis zum 14. August ausgeliehen hat, wieviel nimmt man an Zinsen ein? 1407

51. Es sind 2100 S durch 5 Jahre, 2500 S durch 7 Jahre und 1400 S durch 8 Jahre zu einem und demselben Zinsfuß von 5% angelegt; wie lange müßte die Summe der drei Kapitalien anliegen, um ebensoviel an Zinsen einzubringen? 1408

52. Jemand nimmt von seinem Kapital jährlich 2900 S an Zinsen ein; wäre das Kapital um 2500 S größer, so würde er gerade 3000 S an Zinsen einnehmen. Wie groß ist das Kapital und wie groß der Zinsfuß? 1409

53. Jemand nimmt von seinem Kapital 702 S Zinsen ein; wäre der Zinsfuß um $\frac{1}{2}\%$ höher, so würde er 780 S Zinsen einnehmen. Wie groß ist das Kapital und zu wieviel Prozent stand es aus? 1410

54. Jemand hat $\frac{2}{5}$ seines Kapitals, welches 7560 S beträgt, zu $4\frac{1}{2}\%$ und den Rest zu 5% angelegt; wie groß ist sein jährliches Einkommen? Zu wieviel Prozent müßte er das ganze Kapital ausleihen, um ebensoviel an Zinsen einzunehmen? 1411

†55. Von zwei gleichen Kapitalien ist das erste zu 4%, das zweite zu $4\frac{1}{4}\%$ ausgeliehen; im Laufe von 5 Jahren und 9 Monaten hat das zweite um 115 S mehr an Zinsen eingebracht als das erste. Wie groß ist jedes Kapital? 1412

56. Ein Kapital war zu $3\frac{1}{2}\%$ durch 8 Jahre ausgeliehen; am Schlusse des 8. Jahres wurde es um seine Zinsen und um weitere 2650 S vermehrt und neuerdings auf 5 Jahre zu 4% ausgeliehen. Nach Ablauf dieser Zeit besitzt es samt allen Zinsen den Wert von 8479 S 20 g. Wie groß war das Kapital? 1413

†57. Man hat ein Kapital zu 5% durch $2\frac{1}{2}$ Jahre ausgeliehen; es wurde nach Ablauf dieser Zeit das Kapital um 100 S vermehrt, dagegen der Zinsfuß um 1% verringert. Es stand nun das Kapital noch so lange, daß die Zinsen zu dem niedrigeren Prozentsatz sich zu 1414

den Zinsen in den ersten $2^1/_2$ Jahren verhielten wie 27 : 25. Im ganzen kamen 208 S Zinsen ein; wieviel Jahre war das Kapital zu 4% ausgeliehen?

1415 58. Jemand will von einem Kapital, das ihm jetzt jährlich 1080 S Zinsen bringt, künftighin 1140 S Zinsen einnehmen und verlangt zu diesem Zwecke von seinem Schuldner eine $4^3/_4$%ige Verzinsung. Zu wieviel Prozent war das Kapital bis jetzt ausgeliehen und wie groß war das Kapital?

1416 †59. Ein Kapitalist, der jährlich 1494 S 50 g Zinsen einnahm, hatte den vierten Teil seines Vermögens zu 4%, zwei Fünftel davon zu $3^3/_4$%, den dritten Teil zu $4^1/_2$% und den Rest zu 5% ausgeliehen. Wie groß war sein Vermögen und wie groß jedes einzelne Kapital?

1417 †60. Jemand hat ein Drittel seines Vermögens zu $5^1/_2$%, ein Viertel zu $4^3/_4$%, ein Fünftel zu $4^1/_2$% und den Rest zu $5^1/_4$% ausstehen; dadurch nimmt er jährlich 1821 S an Zinsen ein. Er hat nun Gelegenheit, sein ganzes Kapital zu einem und demselben Zinsfuße auszuleihen, wodurch sich sein Jahreseinkommen um 159 S erhöht; zu wieviel Prozent ist das Kapital in diesem Falle ausgeliehen?

1418 †61. Zwei Kapitalien unterscheiden sich um 12000 S; das größere steht zu $4^1/_2$%, das kleinere zu 6% aus. Beide bringen jährlich gleich viel Zinsen; wie groß sind beide?

1419 †62. Zwei Kapitalien, die sich wie 15 : 8 verhalten, bringen zusammen 5550 S Zinsen, wenn das erste durch 2 Jahre 4 Monate zu $4^1/_2$% und das zweite durch 3 Jahre 9 Monate zu 4% ausgeliehen ist. Wie groß ist jedes Kapital?

1420 †63. Drei Kapitalien stehen im Verhältnis von 4 : 6 : 9; sie sind der Reihe nach zu 4%, $4^1/_2$% und $3^1/_2$% ausgeliehen und bringen in 4 Jahren 3 Monaten 4432 S 75 g Zinsen. Wie groß sind die drei Kapitalien?

1421 64. Jemand legt ein Kapital zu 5% auf Zinsen an; 7 Jahre später leiht er zwei gleich große Kapitalien zu 4% und zu $4^1/_2$% aus. Nach wieviel Jahren (von da ab gerechnet) werden die beiden letzteren zusammen ebensoviel an Zinsen gebracht haben als das erste?

1422 †65. Von zwei Kapitalien steht das erste zu 4%, das zweite zu 5% aus; man erhält von beiden zusammen jährlich 6200 S Zinsen. Würde der Zinsfuß für jedes Kapital um $^1/_2$% größer sein, so erhielte man im Jahre um 700 S mehr an Zinsen; wie groß sind beide Kapitalien?

1423 †66. 12000 S und 16000 S Kapital bringen jährlich zusammen 1240 S Zinsen; würde der Zinsfuß des ersten Kapitals mit dem des zweiten vertauscht, so würde man jährlich um 40 S mehr an Zinsen einnehmen. Zu welchem Zinsfuße steht jedes Kapital aus?

†67. Jemand hat von seinem Vermögen den dritten Teil zu $4^1/_2\%$, ein Viertel zu 4%, ein Zwölftel zu 5%, ein Fünftel zu $5^1/_2\%$ und den Rest zu $3^1/_2\%$ angelegt, wodurch er jährlich 2690 S Zinsen einnimmt. Er kündigt alle Kapitalien und leiht sie zu einem und demselben Zinsfuß aus, wodurch er jährlich 460 S gewinnt; zu wieviel Prozent mußte er alles ausleihen? **1424**

†68. Drei Kapitalien sind der Reihe nach zu $5^1/_2$, 5 und $4^1/_2\%$ ausgeliehen und verhalten sich in ihrer Größe nach wie 2 : 3 : 4; die Zinsen des ersten und zweiten Kapitals betragen jährlich um 59 S 50 g weniger, als vom zweiten und dritten im Jahr einkommt. Wie groß ist jedes dieser drei Kapitalien? **1425**

†69. Man hat 8750 S, 11760 S und 12880 S zu verschiedenem Zinsfuß ausgeliehen; vom ersten und zweiten Kapital nimmt man jährlich 981 S 75 g Zinsen ein, vom zweiten und dritten Kapital 1296 S 40 g, vom ersten und dritten Kapital jährlich 1102 S 15 g. Wie groß war für jedes Kapital der Zinsfuß? **1426**

†70. Jemand hat von seinem Vermögen den dritten Teil zu $4^1/_2\%$, den vierten Teil zu 4% und den Rest zu 5% ausgeliehen; würde er das ganze Kapital zu $4^1/_2\%$ ausleihen, so hätte er jährlich 25 S Zinsenverlust. Wie groß ist sein Vermögen? **1427**

†71. Ein Kapital macht samt seinen siebenjährigen Zinsen 4734 S aus; ein dreimal so großes, das zu demselben Zinsfuß aussteht, macht samt seinen fünfjährigen Zinsen 13230 S aus. Wie groß war jedes Kapital und wie groß war der Zinsfuß? **1428**

†72. Jemand hat zwei Kapitalien ausgeliehen; das erste durch 9 Monate zu 4%, das zweite durch ein ganzes Jahr zu 5%; dadurch nahm er im ganzen 342 S Zinsen ein. Hätte er das erste Kapital zu 5%, das zweite zu 4% ausgeliehen, so würde er um 4 S 50 g mehr an Zinsen bekommen haben; wie groß sind beide Kapitalien? **1429**

†73. Ein Kapital würde, zu einem gewissen Zinsfuß angelegt, in der Zeit von 8 Jahren samt den Zinsen auf 6486 S anwachsen; dasselbe Kapital würde, wenn es 1% mehr tragen würde, in 5 Jahren mit den Zinsen zu 6051 S 25 g anwachsen. Wie groß ist das Kapital? Zu wieviel Prozent ist es angelegt? **1430**

†74. Ein Kapital von 17800 S ist nach einer gewissen Zeit durch seine einfachen Zinsen auf 29370 S angewachsen. Ein Viertel der Zeit **1431**

stand es zu $3\frac{1}{2}\%$, ein Viertel der Zeit zu $4\frac{3}{4}\%$ und den Rest der Zeit zu 4% aus; wie lange war das Kapital ausgeliehen?

1432 †75. Jemand leiht 4800 S zu $4\frac{1}{2}\%$ aus; 4 Jahre später leiht er 4200 S zu 5% aus. Nach weiteren 6 Jahren kündigt er beide Kapitalien und leiht sie samt den mittlerweile aufgelaufenen Zinsen zu einem und demselben Zinsfuß aus; wenn er nun nach 8 Jahren an Kapital und Zinsen 16394 S 40 g erhält, zu wieviel Prozent lieh er das Geld aus?

1433 76. Jemand hat drei Kapitalien zu je 6%, 5% und 4% ausgeliehen und nimmt davon jährlich 280 S Zinsen ein; würde er den Zinsfuß um je 1% erhöhen, so würde er jährlich um 60 S mehr einnehmen, würde er aber die Verzinsung des ersten Kapitals um 1% erniedrigen, so würde sich sein Einkommen um 10 S verkleinern. Welches sind die Kapitalien?

1434 77. Drei Kapitalien, die zusammen 37000 S ausmachen, sind der Reihe nach zu 3%, 4% und $3{\cdot}6\%$ ausgeliehen, wodurch sie jährlich 1320 S Zinsen einbringen; wären sie der Reihe nach zu 4%, 5% und $4\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen, so würden sie jährlich um 355 S mehr einbringen. Wie groß sind die Kapitalien?

1435 78. Jemand hat drei Kapitalien zu 5% ausgeliehen und nimmt davon jährlich 300 S Zinsen ein. Hätte er das erste um 2%, das zweite um 1% höher ausgeliehen, so würde er jährlich um 70 S mehr einnehmen; würde er dagegen das erste Kapital um 1% niedriger, das zweite um 2% und das dritte um 1% höher ausleihen, so würde er jährlich um 50 S mehr einnehmen. Wie groß sind die Kapitalien?

1436 79. Von drei zu 4% ausgeliehenen Kapitalien nimmt jemand jährlich 4800 S Zinsen ein. Hätte er das erste um 1% niedriger, das dritte um 1% höher ausgeliehen, so würde er jährlich um 200 S mehr an Zinsen einnehmen; würde er dagegen das erste Kapital um 1% höher, das zweite und dritte um 1% niedriger ausleihen, so würde er jährlich 600 S verlieren. Wie groß sind die Kapitalien?

1437 80. Jemand hat drei Kapitalien zu 4% ausgeliehen und nimmt davon jährlich 360 S Zinsen ein. Hätte er das erste um 2% höher, das zweite um 1% höher ausgeliehen, so würde er jährlich um 70 S mehr einnehmen. Würde er dagegen das erste Kapital um 1% niedriger, das zweite um 2% höher und das dritte um 1% höher ausleihen, so würde er um 80 S mehr einnehmen. Wie groß sind die drei Kapitalien?

XXIII. Die Diskontrechnung. Die Diskontierung von Wechseln.

1. Was versteht man unter Diskont? 1438

2. Was versteht man unter Schuldsumme, Diskontfuß, Barzahlung (diskontierter Wert)? 1439

3. Man berechne den Wert der Barzahlung, indem man jene Summe B sucht, welche nebst ihren Zinsen p % in dem gegebenen Zeitraum t auf die Schuldsumme S anwächst!*) 1440

4. Die folgende Tabelle enthält den Stoff zu vielen (im ganzen 45) Aufgaben der Diskontrechnung.**) 1441

Nr.	S = Schuldsumme	p = Diskontfuß	t = Zeit der Vorausbezahlung	B = Barzahlung	D = Diskont
1	5958·75	$4^1/_2$	3 Jahre	5250	708·75
2	657·45	$3^1/_2$	5 Monate	648	9·45
3	568·40	$3^3/_4$	144 Tage	560	8·40
4	277·20	4	240 Tage	270	7·20
5	7847·50	3	2 Jahre, 6 Monate	7300	547·50

5. Wieviel erhält man von 353 S 50 g, zahlbar nach 3 Monaten bei 4% Diskont am heutigen Tage? 1442

6. Wieviel erhält man von 406·70 S, zahlbar nach 10 Monaten bei $4^1/_2$% Diskont am heutigen Tage? 1443

7. Welchen Diskont ergibt die Schuldsumme von 1111·50 S, fällig nach 7 Monaten zu 5%? 1444

---

*) Man erhält dadurch die Grundformel der Diskontrechnung $B = \frac{100\,S}{100 + p\,t}$. Diese Art, den Diskont zu rechnen, ist die allein richtige; sie wird in allen jenen Fällen angewendet, wo es sich um größere Genauigkeit handelt, vor allem in den Fällen, wo die Zeit der Vorauszahlung mehrere Jahre beträgt, ebenso vor Gericht und Behörden (bei Erbregulierungen, Auszahlung von Legaten und Vermächtnissen vor dem Verfallstermin usw.). Dagegen ist im kaufmännischen Leben und ganz besonders in der Wechselrechnung der Diskont immer in Prozenten der Schuldsumme per anno bestimmt und ähnlich wie der Skonto bei Warengeschäften zu berechnen (vgl. Nr. 1285 u. ff.), da die Berechnung dadurch wesentlich einfacher wird und das so erhaltene Ergebnis der kurzen Laufzeit der Wechsel halber nahezu mit demjenigen, das man durch das genauere Verfahren erhält, zusammenfällt; es ergibt sich dabei die einfachere Formel $B = \frac{S\,(100 - pt)}{100}$.

**) Über die Benützung der Tabelle vgl. Nr. 1361, S. 121! Von den Größen S, B und D dürfen natürlich in jeder Aufgabe nur zwei benützt werden.

9*

1445 8. Für eine Summe, die nach $1\frac{1}{2}$ Jahren fällig war, zahlte man heute 1260 S, wobei der Diskont 113·40 S betrug; wieviel Prozent Diskont wurden berechnet?

1446 9. Jemand hat nach 3 Jahren 6 Monaten 6558·75 S zu bezahlen; er bezahlt heute dafür bar 5500 S; wieviel Prozent Diskont hat man ihm gerechnet?

1447 10. Man bezahlte 468 S 65 g, welche nach 9 Monaten fällig waren, am heutigen Tage mit 13 S 65 g Diskont; wieviel wird demnach der Diskont bei 364 S, die nach einem Jahr fällig sind, bei gleichen Diskontfuß betragen?

1448 11. Jemand erbt 15000 S bar, zahlbar 3 Jahre nach dem Tode des Erblassers. Er einigt sich mit den Nachkommen dahin, daß ihm die Summe nach Abzug von 4% Diskont sogleich ausbezahlt wird. Welchen Abzug muß er sich gefallen lassen? Wieviel erhält er?

1449 12. Für ein kleines Landgut, das verkauft werden soll, sind drei Anbote da: A will 36000 S bar bezahlen, B 18000 S bar und 20562·50 S nach 5 Jahren mit $3\frac{1}{2}$% Diskont und C 25000 S bar und 12880 S nach 3 Jahren mit 5% Diskont. Welches Anbot ist das beste?

1450 13. Für eine Realität zahlt der Käufer 55500 S, wovon die eine Hälfte bar erlegt wird und die andere ohne Zinsen 6 Jahre lang ausstehen soll. Der Gläubiger wünscht aber die Zahlung schon nach 3 Jahren 6 Monaten und gewährt dabei 3750 S Nachlaß; wieviel hat der Schuldner zu zahlen und wieviel Prozent Diskont wurde ihm gewährt?

1451 †14. Jemand hatte am Ende jedes Quartals vom Jahre 1895 810 S zu bezahlen. Wieviel Schilling Barzahlung hatte er für alle vier Summen am 1. Jänner 1895 bei 5% jährlichem Diskont zu bezahlen?

1452 †15. A schuldet an B nach 3 Jahren 4162 S 50 g und könnte bis dahin sein Geld mit $4\frac{1}{6}$% verwerten; da aber B schon jetzt Geld nötig hat, so stellt er A den Antrag, ihm die Schuldsumme mit $6\frac{2}{3}$% Diskont zu bezahlen. Wieviel gewinnt A, wenn er diesen Antrag annimmt, im Vergleich zu dem, was er jetzt zu $4\frac{1}{6}$% ausleihen muß, um nach 3 Jahren 4162 S 50 g zu haben?

1453 †16. A schuldet an B 2520 S, wovon er 840 S am Ende des ersten Jahres, 840 S am Ende des zweiten Jahres, 840 S am Ende des dritten Jahres zu entrichten hat. Wieviel beträgt der bare Wert bei 4% Diskont?

1454 †17. Jemand mietet auf 4 Jahre einige Wiesen und zahlt dafür jährlich im vorhinein 531 S 30 g Pacht. Der Vermieter bietet 5% Diskont, wenn der Pächter die ganze Pachtsumme im vorhinein erlegt; wieviel hat er zu zahlen?

18. Welcher Teil des zukünftigen Wertes ist der gegenwärtige Wert, wenn auf 5 Jahre 4% Diskont gerechnet wird? **1455**

†19. Auf welche Zeit war zu $4\frac{1}{2}$% diskontiert worden, wenn die Barzahlung $\frac{4}{5}$ der Schuldsumme beträgt? (Ein Jahr = 360 Tage.) **1456**

†20. Von zwei gleich großen Summen ist die eine nach 4, die andere nach 6 Jahren fällig. Bei Barzahlung hat man dafür bei demselben Diskontfuß beziehungsweise 2600 S und 2400 S zu bezahlen; wie groß ist jede Summe? **1457**

* * *

21. Was versteht man unter Wechsel? Was sind eigene, was fremde (gezogene, trassierte) Wechsel? **1458**

22. Man erkläre die Ausdrücke Trassant, Trassat, Remittent! **1459**

23. Was versteht man unter der Bezeichnung einen Wechsel indossieren (girieren), was unter der Bezeichnung einen Wechsel akzeptieren? **1460**

24. Welches sind die wesentlichen und unwesentlichen Merkmale eines Wechsels? **1461**

25. Wie kann die Verfallszeit eines Wechsels festgesetzt werden? Was sind Tagwechsel, Vistawechsel, Sichtwechsel, Datowechsel, Meß- oder Marktwechsel? **1462**

26. Was versteht man unter Diskont oder Eskompt eines Wechsels? **1463**

27. Wie wird der Wechseldiskont gerechnet?*) **1464**

Die folgenden Wechsel sind zu diskontieren:

28. S 840 per 10./11., eskomptiert am 5./7. mit $4\frac{1}{2}$%. **1465**

29. S 510 per 21./5., eskomptiert am 1./3. mit 4%. **1466**

30. S 480 per 10./10., eskomptiert am 12./8. mit 5%. **1467**

31. S 750 per 18./11., eskomptiert am 3./6. mit $4\frac{1}{2}$%. **1468**

32. S 630·80, ausgestellt am 19./3., 3 Monate nach Sicht, akzeptiert am 25./3., diskontiert am 30./4. mit $4\frac{3}{8}$%. **1469**

33. S 294·60, ausgestellt am 30./7., 4 Monate a dato, diskontiert am 24./9. mit $3\frac{1}{2}$%. **1470**

34. S 718·80 per Medio Mai, diskontiert am 23./3. mit $5\frac{1}{4}$%. **1471**

---

*) Der Diskont ist bei Wechseln stets vom Betrage des Wechsels zu berechnen. Man berechnet dabei gewissermaßen die Zinsen der Wechselsumme nach Kalendertagen bis zum Verfallstage einschließlich, wobei der Diskontierungstag nicht mitgezählt und das Jahr zu 360 Tagen angenommen wird. (Vgl. Nr. 1362 auf S. 122!) Der Diskontfuß schwankt zwischen 3 und 6% je nach Güte, Anbot und Nachfrage usw. und wird an der Börse festgesetzt. Die Courtage beträgt $\frac{1}{2}$‰ vom (nicht eskomptierten) Wechselbetrage.

1472 35. S 1215 per Ultimo Dezember, gekauft am 5. September mit 6 %, $\frac{1}{2}$ % Courtage.

1473 36. S 920·40, ausgestellt am 16./4., 30 Tage a dato, verkauft am 30./4. mit $3\frac{3}{4}$ %, $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage.

1474 37. S 1200, gekauft am 6./3., 6 Monate a dato, eskomptiert am 12./5. mit $4\frac{1}{2}$ %, $\frac{1}{2}$ ‰ Courtage.

1475 38. Am 5. Mai eskomptiert man mit 4 % Diskont folgende Wechsel:

S 270·40	per	16./7.
S 1416·80	„	5./8.
S 930·42	„	10./8.
S 2315·39	„	20./8.
S 850·16	„	28./8.*)

1476 †39. Am 14. Juli eskomptierte eine Bank folgende Wechsel mit 3 % Eskompt:

S 2875·08	per	6.	Oktober.
S 20263·69	„	6.	„
S 20000·—	„	6.	„
S 5074·93	„	6.	„
S 20000·—	„	6.	„
S 12347·32	„	6.	„
S 50000·—	„	8.	„
S 11441·58	„	9.	„
S 1481·37	„	9	„
S 8361·62	„	10.	„

XXIV. Die Terminrechnung.

1477 1. Man erkläre den Begriff des mittleren Zahlungstermines und bestimme im Anschlusse daran das Ziel der Terminrechnung!

1478 2. Jemand soll seinem Gläubiger 600 S nach 4 Monaten, 400 S nach 6 Monaten (gerechnet vom Beginn an), 500 S nach 9 Monaten und 300 S nach 10 Monaten bezahlen; statt dessen will er die ganze Summe auf einmal abtragen, so daß weder er noch sein Gläubiger einen Schaden erleidet. Wann kann dies geschehen?

1479 3. Bestimme den mittleren Zahlungstermin für folgende Einzelzahlungen: 1200 S sogleich, 1500 S nach 6 Monaten, 1800 S nach 8 Monaten! (Zinsenprobe für 6 %.)

---

*) Bei derartigen Eskomptierungen mehrerer Wechsel zum gleichen Diskontfuß empfiehlt sich das Verfahren mit Zinszahlen (Nummern). Vgl. Nr. 1363!

4. Bestimme den mittleren Zahlungstermin für folgende Einzelzahlungen: 1200 S sogleich, 2000 S nach 6 Monaten und 2400 S nach 9 Monaten! (Zinsenprobe für 4%.) 1480

5. Man soll den Kaufpreis von 39600 S für ein Haus in sechs gleichen Raten nach 3, 5, 8, 10 Monaten, einem Jahre und $1\frac{1}{3}$ Jahren abzahlen; wann kann die Zahlung auf einmal geschehen? 1481

6. Von einer gewissen Summe soll jemand $\frac{2}{15}$ nach $1\frac{1}{2}$ Monaten, $\frac{1}{4}$ nach $\frac{1}{2}$ Jahre, $\frac{1}{4}$ nach 9 Monaten 6 Tagen, $\frac{1}{5}$ nach 10 Monaten und den Rest nach einem Jahre zahlen; wann kann er die Zahlung auf einmal leisten? 1482

7. Jemand hatte 2400 S in folgenden vier Terminen zu bezahlen: 780 S am 1. Jänner 1890, 520 S am 1. Juli 1890, 640 S am 1. Oktober 1890 und den Rest am 1. Jänner 1891; an welchem Tage hätte er die ganze Schuld auf einmal abtragen können? (Zinsenprobe.) 1483

8. Jemand soll von einer Schuld von 15000 S $\frac{2}{5}$ sogleich, $\frac{1}{3}$ nach $\frac{1}{2}$ Jahre und den Rest nach $\frac{3}{4}$ Jahren zurückzahlen; es ist zu bestimmen, wann die Summen auf einmal zurückgezahlt werden könnten, ohne daß Schuldner und Gläubiger einen Zinsenverlust erleiden. 1484

9. Jemand sollte nach 4 Monaten 900 S zahlen; er zahlt aber schon nach 2 Monaten 300 S; wie lange darf er den Rest behalten? (Zinsenprobe.) 1485

10. A soll an B nach 8 Monaten 750 S zahlen; mit Einwilligung des B zahlt er aber schon nach 6 Monaten 400 S und nach 7 Monaten 250 S. Wie lange darf er den Rest behalten? 1486

11. A hat an B eine Schuld zu bezahlen, und zwar soll er 5600 S sogleich und den Rest von 14000 S in 4 gleichen Raten, und zwar nach 4, 8, 12 und 16 Monaten bezahlen. Nachdem er bereits die 5600 S und die erste Rate gezahlt hat, will er den übrigen Teil auf einmal abzahlen; wann kann dies geschehen? 1487

12. Jemand soll 1400 S nach 2 Monaten, 2800 S nach 3 Monaten und 4200 S nach 5 Monaten zahlen. Er zahlt aber die 1400 S erst nach $2\frac{1}{2}$ Monaten, die 2800 S nach $3\frac{3}{4}$ Monaten; wann muß er die 4200 S zahlen? 1488

13. Jemand kauft eine Realität um 37500 S unter der Bedingung, 12500 S bar, 12500 S nach $\frac{1}{2}$ Jahre, 7500 S nach $\frac{3}{4}$ Jahren und 5000 S nach einem Jahre zu zahlen; statt dessen kommt er aber mit seinem Gläubiger überein, 10000 S bar, 17500 S nach 7 Monaten und den Rest noch später zu bezahlen. Wann muß dies geschehen? 1489

14. Beim Verkauf eines Landhauses um 32000 S wird ausgemacht, daß die Hälfte der Kaufsumme sofort, 8000 S nach 8 Monaten und der 1490

Rest nach einem Jahre bezahlt werden solle; statt dessen erlegt der Käufer sofort 20000 S und zahlt 8000 S nach 6 Monaten. Wie lange darf er den Rest behalten?

1491 15. Jemand kauft ein Haus um 21700 S und zahlt 5950 S bar; der Rest soll in einem Jahre gezahlt werden. Er bezahlt aber vom Rest schon nach 3 Monaten 3500 S, 3 Monate später wieder 3500 S und nach weiteren 3 Monaten wieder 3500 S. Wann hat er das Fehlende abzutragen?

1492 16. Jemand soll 800 S nach 4 Monaten, 1000 S nach 6 Monaten und 1200 S nach 8 Monaten zahlen; er zahlt aber schon nach 3 Monaten die 800 S und 1000 S nach 5 Monaten; wann hat er den Rest zu bezahlen?

1493 17. Jemand kauft ein Haus um 36000 S und verpflichtet sich, $^1/_4$ der Kaufsumme sofort, $^1/_3$ nach 5 Monaten, $^1/_6$ nach 8 Monaten, $^1/_9$ nach einem Jahre und den Rest nach $1^1/_2$ Jahren zu bezahlen; ein zweiter Käufer würde dagegen 18000 S sofort, 12000 S nach 10 Monaten und den Rest nach $1^1/_4$ Jahren bezahlen. Welches Anbot ist für den Verkäufer günstiger?

1494 †18. Jemand hat nach 2 Monaten 1350 S zu zahlen, 3 Monate später 1620 S und eine dritte Summe wieder drei Monate später. Wie groß ist diese dritte Summe, wenn er alle drei Beträge zugleich nach 5 Monaten 9 Tagen bezahlen könnte, ohne Nutzen oder Schaden zu haben?

1495 †19. Es sind zwei Beträge von 800 S und 400 S in zwei Zeiträumen fällig, die sich verhalten wie 2 : 3; der mittlere Zahlungstermin wäre für beide Summen 7 Monate. Wann ist jeder Betrag fällig?

1496 †20. Es sind 600 S und 400 S an zwei verschiedenen Terminen zu zahlen, die um 5 Monate auseinanderliegen. Der mittlere Zahlungstermin ist 5 Monate; wann sind beide Beträge fällig?

1497 †21. Jemand sollte eine Schuld von 1000 S in 2 Terminen abzahlen, und zwar 480 S sogleich und den Rest nach 2 Jahren und 2 Monaten; statt dessen möchte er lieber je eine Rate nach 5 Monaten und nach 2 Jahren und 1 Monat zahlen. Wie hoch müssen die beiden Raten bemessen werden?

1498 22. Eine Summe ist in folgender Art abzutragen: 3000 S sind nach 4 Monaten zu zahlen, 4 Monate später 6000 S und der Rest wieder 4 Monate später; wie groß ist die Summe, wenn man sie auf einmal nach 8 Monaten hätte entrichten können?

1499 †23. Jemand soll an seinen Gläubiger 400 S nach 3 Monaten, 600 S nach 5 Monaten, 300 S nach 8 Monaten und den Rest nach einem

Jahre zahlen. Er trägt statt dessen die ganze Summe nach $^1/_2$ Jahre ab; wie groß war die Summe?

†24. Es soll jemand 3000 S nach einem Jahre zahlen und weitere 3000 S in zwei Raten, von denen die eine nach 2, die andere nach 3 Jahren fällig ist. Der mittlere Zahlungstermin für alle drei Summen ist $1^2/_3$ Jahre. Wie groß müssen die beiden Raten bemessen werden? **1500**

†25. Jemand soll 6000 S nach einem Jahre und 15 Tagen abzahlen; statt dessen möchte er die Schuld in sechs gleichen Raten, jede immer um einen Monat später als die vorhergehende, abtragen. Wann muß die erste Rate bezahlt werden? **1501**

†26. Ein Kaufmann hat an einen Geschäftsfreund 2500 S nach 4 Monaten, 1000 S nach $^3/_4$ Jahren und 500 S nach 1 Jahre und 2 Monaten zu bezahlen; er möchte statt dessen lieber die Schuld in vier gleich großen Raten, jede immer um einen Monat später als die vorhergehende, abtragen. Wann hat er die erste Rate zu zahlen? **1502**

†27. Ein Schuldner hat seinem Gläubiger drei Summen zu bezahlen, von welchen die zweite um 50 S, die dritte um 100 S mehr beträgt als die erste. Die drei Summen sind nach 5 Monaten, 7 Monaten und 9 Monaten fällig. Wie groß sind die drei Summen, wenn der mittlere Zahlungstermin $7^4/_{21}$ Monate ist? **1503**

XXV. Die Teilregel.

1. Das Verfahren der einfachen Teilregel ist an dem folgenden Beispiele abzuleiten: An drei Personen, A, B und C, sollen 434 S nach dem Verhältnis von 3 : 5 : 6 verteilt werden; wieviel erhält jeder? **1504**

2. A, B, C und D beteiligen sich gemeinsam an einem Geschäfte. A gibt 420 S, B 560 S, C 700 S und D 490 S. Am Jahresschlusse haben sie 173 S 60 g Gewinn zu verteilen; wie groß ist ihr Gewinn und zu wieviel Prozent hat sich die Anlage jedes einzelnen verzinst? **1505**

3. Zu einem gemeinsamen Geschäfte gibt A 4200 S, B 7500 S und C 3800 S; sie verlieren 542 S 50 g. Wieviel muß jeder vom Schaden tragen und wieviel Prozent verlor jeder? **1506**

4. Drei Gläubiger lassen die Mobilien und Immobilien eines gemeinsamen Schuldners verkaufen. Nach Abzug aller Nebenkosten lösen sie 7098 S. Wieviel hat jeder davon zu beanspruchen, wenn die Schuldforderung des ersten sich auf 2700 S, des zweiten auf 1900 S und des dritten auf 4500 S belief? **1507**

1508 5. Eine Metallegierung soll aus 17 Teilen Nickel, 28 Teilen Zink und 42 Teilen Kupfer zusammengeschmolzen werden; wieviel ist von jedem Metalle zu 73 kg 950 g Legierung nötig?

1509 6. Es ist auszurechnen, wieviel Gramm Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff in einem Kilogramm chemisch reiner Salpetersäure sind. (Atomgewichte: $H = 1$, $N = 14$, $O = 16$.)

1510 7. Die Bronzemünzen unserer früheren Kronenwährung enthielten 95 Teile Kupfer, 4 Teile Zinn und 1 Teil Zink; wieviel mußte von jedem Metall genommen werden, um für eine Million Kronen Zweihellerstücke zu prägen? (300 Zweihellerstücke aus 1 kg Legierung.)

1511 8. Es ist die Zahl 9019 im Verhältnis von $^3/_5 : {}^5/_8 : {}^2/_3 : {}^7/_{10}$ zu teilen.

1512 9. Zu einem gemeinsamen Geschäfte gibt A 14000 S, B 26000 S; ein dritter Teilnehmer will so viel beitragen, daß er $^3/_8$ Anteil am Gewinn habe. Wieviel muß er beitragen?

1513 10. Vier Personen setzen 25 S in das Zahlenlotto. A gibt 6 S 50 g, B 8 S 30 g, C 4 S 80 g und D den Rest. Die drei Nummern, die sie gesetzt haben, werden gezogen und sie gewinnen somit den Terno, wofür sie ihre Einlage 4800mal erhalten; jedoch haben sie 15% Gewinnsteuer zu entrichten und schenken außerdem 2000 S den Armen ihrer Vaterstadt. Wieviel erhält jeder?

1514 11. Zu einem Geschäft haben vier Teilnehmer, A, B, C und D, Beiträge von 7800 S, 2900 S, 3400 S und 5400 S geleistet. Am Jahresschlusse ergibt sich ein Gewinn von 3600 S, von dem A für die Leitung des Geschäftes einen Anteil von $2^1/_2$% außer seinem Gewinnanteil bekommt; wie wird der Gewinn verteilt?

1515 12. Drei Personen, A, B und C, haben von einer vierten, D, Geld zu fordern, und zwar A 2800 S, B 3200 S und C 3600 S; da nun D plötzlich ohne Erben stirbt, haben sie sich nach Verhältnis ihrer Ansprüche in sein Erbe zu teilen. Dieses besteht aus einem kleinen Landhause, das mit 5000 S verkauft wird, aus einer Wiese von 74 Ar, für die man per Ar 22 S einnimmt, und endlich aus dem Erlöse der Einrichtungsgegenstände usw., der 523 S beträgt. An Steuern und anderen Auslagen sind 239 S zu bezahlen. Wieviel erhält jeder der drei Gläubiger und wieviel Prozent seiner Forderung hat er hereingebracht?

1516 13. Vier Personen haben zu einem Geschäft das nötige Kapital beigesteuert. A gab $^1/_4$ davon, B $^1/_{10}$, C $^5/_9$ und D den Rest mit 6800 S. Wie groß ist das Kapital und die Einlage jedes einzelnen? Wie ist ein Jahresgewinn von 15% zu verteilen?

14. Zahlreiche Landwirte eines Bezirkes haben sich zu einer wechselseitigen Versicherung gegen die Sterblichkeit der Haustiere zusammengetan. Der gesamte Viehstand des Bezirkes ist auf diese Art auf 40000 S versichert. Unter den Teilnehmern an der Versicherung ist unter anderem auch A, der eine Kuh hat, die auf 300 S geschätzt wird; ferner B, der eine Kuh von 450 S Wert und eine zweite zu 550 S Wert besitzt; endlich C, der 2 Kühe zu je 350 S und eine zu 550 S Wert besitzt. Einem anderen der Teilnehmer verendet nun eine Kuh, die auf 480 S geschätzt ist, und dieser Betrag wird dem Teilnehmer von der Versicherungsanstalt ausbezahlt; wieviel haben dazu A, B und C beizutragen? **1517**

15. Auf einem Schiffe haben vier Kaufleute Waren verladen, und zwar A um 5000 S, B um 12000 S, C um 10000 S und D um 9000 S; während eines Sturmes müssen zur Rettung des Schiffes und der übrigen Ladung von Waren des B um 3000 S und von denen des C um 2400 S über Bord geworfen werden. Wieviel hat jeder von diesem Schaden zu tragen? **1518**

†16. Ein Arbeiter könnte allein eine gewisse Arbeit in $19\,^1/_3$ Tagen verrichten; damit aber die Arbeit früher fertig werde, wird ihm ein zweiter, viel kräftigerer Arbeiter beigegeben. Beide werden mit der Arbeit schon in $5\,^4/_5$ Tagen fertig; im ganzen werden 69 S 60 g Entschädigung gezahlt. Wieviel erhielt jeder davon und wieviel verdiente jeder von beiden per Tag? **1519**

†17. Eine Brückenreparatur kostet 3152 S 82 g, drei Ortschaften sollen dafür aufkommen, und zwar soll jede um so mehr zahlen, je näher sie an der Brücke gelegen ist. Wieviel kommt auf jede, wenn A 1 km, B 2 km, C 3 km von der Brücke entfernt ist? **1520**

†18. Vier Beamte, deren Gehalte 2500 S, 2200 S, 1800 S und 1500 S sind, sollen für eine in der dienstfreien Zeit ausgeführte Arbeit eine Entschädigung von 2570 S im umgekehrten Verhältnis des festen Jahresgehaltes teilen. Wieviel erhält jeder? **1521**

19. Es sollen 26700 S unter vier Personen so verteilt werden, daß sich der Anteil des A zum Anteil des B verhält wie 2 : 3, derjenige des B zu dem des C wie 7 : 8, derjenige des C zu jenem des D wie 12 : 15. Wie muß die Teilung geschehen? **1522**

20. Es sollen ebenso wie in Nr. 19 27500 S verteilt werden, wenn $a : b = 2 : 3$, $b : c = 4 : 5$, $c : d = 3 : 4$ ist. **1523**

21. Unter vier Personen sind 2886 S so zu verteilen, daß A $^5/_6$ vom Anteil des B, B $^3/_4$ vom Anteil des C und D um 240 S mehr als C erhalte. Wie muß die Verteilung geschehen? **1524**

1525 †22. Es sind 1000 S unter fünf Personen so zu teilen, daß A $^3/_5$ vom Anteil des B und B das $1^1/_3$fache vom Anteil des C erhalte. Ferner soll D zweimal so viel als A und E 290 S bekommen; wieviel erhält jeder?

1526 23. Es sind 3030 S unter vier Personen so zu verteilen, daß B um 50 S mehr als A, C um 30 S mehr als B und D um 20 S mehr als C erhalte. Wie geschieht dies?

1527 †24. 3165 S sind an fünf Personen so zu verteilen, daß immer jeder folgende um 50% mehr erhält als der vorhergehende; wie muß die Verteilung geschehen?

1528 25. Eine Summe Geldes ist an vier Personen so zu verteilen, daß A $^1/_3$ der Summe und noch 120 S, B $^1/_5$ und 260 S, C $^1/_4$ und 300 S, D $^1/_6$ weniger 280 S erhält; wieviel erhält jeder und wieviel alle zusammen?

1529 26. Ebenso, wenn A $^1/_5$ und 40 S, B $^1/_4$ und 50 S, C $^1/_3$ und 60 S, D $^1/_6$ und 90 S erhält.

1530 †27. Bei einer Feuersbrunst erleidet A 1260 S und B 1700 S Schaden, während C seine ganze Habe verliert. Eine freiwillige Sammlung ergab 2515 S 50 g; wie ist sie zu verteilen, wenn dies nach dem Verhältnis des Verlustes zum Vermögen geschehen soll und der Besitz des A auf 14000 S, des B auf 8500 S und des C auf 7200 S geschätzt wird?

1531 †28. Eine Summe ist so zu teilen, daß B $1^1/_8$ vom Anteil des A, C $^7/_9$ vom Anteil des B, D $1^1/_3$ vom Anteil des C, E $^5/_6$ vom Anteil des D erhält; wieviel erhält jeder und wieviel alle zusammen, wenn B um 270 S mehr erhält als C?

1532 †29. Jemand hinterläßt 13825 S mit der Bestimmung, daß nach Abzug der Kosten 29% der Erbschaft einem Waisenhause übergeben werden. Das Übrigbleibende ist unter vier Erben so zu teilen, daß B um 270 S mehr als A, C um 315 S weniger als B, D um 360 S mehr als A erhält; wie ist die Verteilung durchzuführen, wenn die Gerichtskosten usw. 325 S ausmachen?

1533 †30. Für den Bau einer Fabrik gibt A $^1/_3$ des nötigen Kapitals, B $^1/_4$, C $^1/_6$, D $^1/_{10}$ und E die noch fehlenden 36000 S. Wieviel hat jeder eingezahlt? Vom Gewinn des ersten Betriebsjahres, der 20000 S beträgt, werden 4% zur Gründung eines Unterstützungsfonds für Arbeiter gewidmet. Wie ist der Rest zu verteilen? Wie hat sich die Einlage jedes einzelnen verzinst?

1534 †31. Zu einem Fabriksunternehmen gibt A $^1/_3$, B $^1/_9$, C $^5/_{12}$ des erforderlichen Kapitals und D den Rest mit 25000 S; wieviel hat jeder gegeben? Das Unternehmen wirft im ersten Betriebsjahre einen Reingewinn von 19200 S ab, von dem vertragsmäßig 16% zum Bau neuer Fabriksteile und 9% für eine Unterstützungskasse für Arbeiter verwendet werden. Wie ist der Rest zu verteilen und wieviel Prozent Gewinn hat jeder Teilnehmer erzielt?

* * *

32. Die Methode der zusammengesetzten Teilregel ist an folgendem Beispiele zu erklären: Zu einem Geschäfte widmet A 4000 S Kapital durch 3 Monate, B 6000 S durch 5 Monate, C 3000 S durch 9 Monate und D 5000 S durch 1 Jahr; wie ist ein Gewinn von 6880 S unter die vier Teilnehmer zu verteilen? **1535**

33. Drei Pferdehändler pachten gemeinsam um 434 S eine Weide. Wieviel hat jeder zu zahlen, wenn A 45 Pferde durch 60 Tage, B 60 Pferde durch 50 Tage, C 48 Pferde durch 75 Tage weiden ließ? **1536**

34. An dem Erneuern der Schwellen einer Eisenbahnstrecke arbeiteten zuerst 40 Mann durch 15 Tage, dann 32 Mann durch 18 Tage, endlich 45 Mann durch 12 Tage. Im ganzen wurden 4290 S Lohn ausgezahlt; wieviel erhielt davon jede Arbeitspartie und wieviel kam als Taglohn auf einen Arbeiter? **1537**

35. Drei Orte übernehmen die Ausbesserung einer Bezirksstraße, und zwar stellt A 4 Arbeiter durch 6 Tage, B 3 Arbeiter durch 9 Tage und C 4 Arbeiter durch 8 Tage; wie ist eine Entschädigung von 207 S 50 g zu verteilen? **1538**

36. Drei Gemeinden haben die Kosten von 9929 S 70 g für eine herzustellende Straße im Verhältnis der Einwohnerzahl und der Steuerhöhe zu tragen. A hat 540 Einwohner und zahlt jährlich 2520 S Steuer, B hat 420 Einwohner und zahlt jährlich 2400 S Steuer und C hat 720 Einwohner und zahlt jährlich 3200 S Steuer. Wieviel entfällt auf jede Gemeinde, wenn $^2/_3$ der Kosten vom Lande getragen werden? **1539**

37. Drei Orte, A, B und C, haben beziehungsweise 48, 60 und 52 Häuser. Es sollen nun in den 3 Orten 280 Mann bequartiert werden, deren Aufteilung im Verhältnis der Anzahl der Gebäude geschieht. Nachdem die Einquartierung bereits 4 Tage gedauert hat, erhält die Abteilung in B Marschbefehl. 3 Tage später marschiert die in C bequartierte Abteilung ab und nach weiteren 5 Tagen auch die Mannschaft aus A. Wie wird eine Entschädigung von 516 S 25 g verteilt und wieviel entfällt per Mann und Tag? **1540**

1541 38. Ein Geschäftsunternehmen ist auf 3 Jahre eingeleitet; anfangs gab dazu A 7500 S und B 8400 S; 9 Monate später kommt C dazu und gibt 6000 S und 18 Monate vor Abschluß des Geschäftes tritt D mit 15000 S bei; wie ist ein Reingewinn von 19530 S zu verteilen?

1542 39. An einem Geschäfte beteiligt sich A mit einer gewissen Summe. Zwei Monate später tritt B mit einem gleich großen Kapital bei und nach weiteren drei Monaten endlich C mit einem gleich großen Kapital. Ein Jahr nach dem Beitritt des C wird das Geschäft wegen ungünstiger Erfolge aufgelassen, wobei im ganzen ein Schaden von 660 S von den drei Teilnehmern zu tragen ist. In welcher Weise hat dies zu geschehen?

1543 †40. Am 1. Jänner begründen drei Teilnehmer ein Geschäft. A gibt 5000 S, B 6000 S, C 3600 S. Zur Vergrößerung des Geschäftes gibt am 1. April C noch 2000 S und am 1. Juni A noch 1000 S. Mit Ultimo Dezember ergibt sich ein Reingewinn von 2502 S 50 g; wie ist dieser zu verteilen und zu wieviel Prozent pro anno hat sich das Anlagekapital jedes einzelnen verzinst?

1544 †41. A, B und C gründen mit Beiträgen von 32000 S, 24000 S und 40000 S eine Fabrik für Zeugdruckerei. Nach 4 Monaten trägt A zur Vergrößerung des Betriebes noch 12000 S bei, nach weiteren 3 Monaten zu demselben Zwecke B noch 18000 S, während gleichzeitig C 8000 S aus dem Geschäfte zurückzieht. Am Jahresschlusse ergibt sich ein Reingewinn von 11800 S. Hievon wird vertragsmäßig dem A für die Leitung des Geschäftes eine Entschädigung von 12% zugesprochen und der übrige Teil an alle drei Teilnehmer verteilt; wieviel erhält jeder?

1545 †42. Drei Gemeinden, A, B und C, wollen gemeinsam einen Brückenbau ausführen, der sich nach dem Kostenvoranschlage auf 34060 S stellen wird; dabei soll jede um so mehr zahlen, je mehr Häuser und Einwohner sie hat und je größer der Viehstand ist, dagegen um so weniger, je weiter sie von der Brücke entfernt ist. Wieviel wird auf jede Gemeinde entfallen, wenn

A	2400 Einw.,	360 Häuser,	150 Stück Vieh besitzt und	6 km	entfernt ist?
B	1800 „	320 „	180 „ „ „	4 „	„ „
C	1600 „	240 „	120 „ „ „	3 „	„ „

1546 †43. Drei Beamte haben in ihrer dienstfreien Zeit eine Arbeit durchzuführen, an der sich A durch 12 Tage mit 4 Stunden im Tage, B durch 18 Tage mit 3 Stunden per Tag, endlich C durch 14 Tage mit täglich 5 Stunden beteiligt. Es soll nun eine besondere Entschädigung von 2405 S so verteilt werden, daß sie einerseits im Verhältnisse der Arbeitsleistung jedes einzelnen und andererseits nach dem Grundsatze erfolgen soll, daß jeder um so mehr erhalte, je kleiner sein fester Gehalt ist; wieviel erhält jeder, wenn A 3600 S, B 2700 S und C 1800 S Gehalt hat?

†44. Drei Städte bauen auf gemeinsame Kosten eine Lokalbahn. Wie sind die Kosten von 2740000 S aufzuteilen, wenn jede Stadt um so mehr zahlt, je mehr Einwohner und Häuser sie hat, dagegen um so weniger, je weiter sie von der Endstation entfernt ist, und wenn 1547

A 36000 Einw. und 500 Häuser hat und 45 km weit entfernt ist?
B 42000 „ „ 600 „ „ „ 30 „ „ „ „
C 50000 „ „ 750 „ „ „ 25 „ „ „ „

XXVI. Die Mischungsrechnung.

(Im Anschlusse einiges aus der Münzrechnung.)

1. Was versteht man unter dem Durchschnitte oder dem arithmetischen Mittel von mehreren Zahlen? 1548

2. An einem Markttage wurde anfänglich 1 kg Butter mit 2 S 20 g, später mit 2 S 30 g verkauft. Eine Bauersfrau verkaufte zum ersten Preise 7 kg, zum zweiten 11 kg. Wieviel nahm sie im Durchschnitte für 1 kg ein? 1549

3. Bei einer geodätischen Messung war eine Standlinie viermal mit der Meßkette gemessen worden, und man erhielt der Reihe nach als Resultate: 168·65 m, 168·83 m, 168·46 m und 168·22 m. Welches ist aller Wahrscheinlichkeit nach die richtige Länge? 1550

4. Das Thermometer zeigte um 6 Uhr früh — 8·2° C, um 9 Uhr — 5° C, um 12 Uhr + 2·7° C, um 3 Uhr nachm. + 1·8° C, um 6 Uhr — 1·3° C; wie groß war das Tagesmittel für diese 12 Stunden? 1551

5. Einem Kaufmanne sind von vier Kaffeesorten Reste geblieben, und zwar 16 kg à 4 S 20 g, 15 kg à 4 S, 32 kg à 3 S 90 g und 12 kg à 4 S 40 g; er mischt alle vier zusammen. Wie teuer war ein Kilogramm der Mischung? 1552

6. In ein Faß von 305 l Inhalt schüttet man 215 l Wein à 64 g und 80 l Wein à 72 g; den leerbleibenden Raum füllt man mit Wasser aus. Wie hoch kommt ein Liter der Mischung? 1553

7. Die mittleren Monatstemperaturen eines Beobachtungsortes betrugen nach dem hundertteiligen Thermometer im Laufe eines Jahres — 6·11, — 2·40, 3·88, 8·41, 11·22, 14·01, 15·39, 14·17, 11·18, 7·28, 4·72, — 0·47; wie groß war das Jahresmittel? 1554

8. Wieviel Prozent beträgt der Salzgehalt, wenn man a) 35 kg Salzsole von 15% Gehalt mit 25 kg Sole von 18% vermischt; b) zu 1555

18 kg Sole von 15 % 6 kg Wasser gießt; c) von 20 kg Sole von 16 % 4 kg Wasser abdampft?

1556 9. Von einer Ware hat jemand 72 kg à 1 S, 50 kg à 1 S 20 g und 144 kg à 1 S 30 g gekauft, dieselben gleichmäßig gemischt und nun 1 kg der Mischung mit 1 S 44 g verkauft; wieviel Prozent beträgt der Gewinn?

1557 10. Ein Weinhändler mischt von feinen Weinsorten 12 hl à 120·40 S und 8 hl à 101 S mit 20 hl einer geringern Sorte, so daß ihm 1 l im Durchschnitt auf 1 S kommt. Wieviel kostet 1 hl der dritten Sorte?

1558 11. Jemand mischt zu 60 kg à 1 S 50 g und 80 kg à 1 S 20 g noch 160 kg einer dritten Sorte; ein Kilogramm der Mischung kostet nun 1 S 10 g. Was kostet 1 kg der dritten Sorte?

1559 12. Als man zu je 50 l Wein 14 l Wasser gemischt hatte, betrug der Wert der Mischung 75 g per Liter. Welchen Wert hatte 1 l vor der Mischung?

1560 †13. Jemand kauft $3^1/_2$ hl Wein, das Liter zu 1 S 20 g. Er mischt den Wein mit Wasser und verkauft trotzdem das Liter zu 1 S 20 g, wodurch er 15 % gewinnt. Wieviel Liter Wasser hat er zugesetzt?

1561 14. Man schmilzt 4 kg Silber von 950 Tausendteilen mit 3 kg Silber von 800 Tausendteilen zusammen; welchen Feingehalt hat die Legierung?

1562 15. Wenn man 3·8 kg 900 tausendteiliges Silber mit 475 g Kupfer zusammenschmilzt, welchen Feingehalt hat die Legierung?

1563 16. Ein Silberarbeiter will aus 4 kg Silber von 0·720 Feingehalt Kupfer abtreiben, um Silber von 900 Tausendteilen zu erhalten. Wieviel muß er abtreiben?

1564 17. Bestimme den Feingehalt einer Legierung von 18 kg feinem Silber, 6 kg Silber von 780 Tausendteilen, 3 kg von 950 Tausendteilen und 3 kg Kupfer.

1565 18. Ebenso von 6 kg feinem Silber, 12 kg Silber von 780 Tausendteilen, 8 kg von 900 Tausendteilen und 4 kg Kupfer!

1566 19. Man schmilzt mit 5 kg Silber von 750 Tausendteilen und 2 kg Silber von 900 Tausendteilen $^1/_3$ kg einer dritten Sorte zusammen, so daß die erhaltene Legierung 800 Tausendteile enthält; welchen Feingehalt hat die dritte Legierung?

* * *

1567 20. Man erläutere das Verfahren der Mischungsrechnung an dem folgenden Beispiele: 2 Sorten Kaffee à 3 S 80 g und 4 S 30 g sind derart zu mischen, daß 1 kg der Mittelsorte auf 4 S komme; in welchem Verhältnis muß die Mischung geschehen? (Probe.)

21. Zwei Sorten Tee à 14 S und à 8 S per Kilogramm sind derart zu vermengen, daß 1 kg der Mischung auf 10 S komme; in welchem Verhältnis hat die Mischung zu geschehen? **1568**

22. Ein Weinhändler hat ein Faß Wein von 195 l Inhalt zu füllen; er will 1 hl um 58 S liefern, hat aber nur zwei Sorten, von denen er 1 l beziehungsweise um 60 g und um 45 g hergeben könnte. Wieviel Wein muß er von jeder Sorte nehmen? (Probe.) **1569**

23. Man soll aus zwei Sorten Reis à 38 g und à 45 g eine Mischung herstellen, die per Kilogramm 42 g kosten soll; dabei stehen von der ersten Sorte nur 132 kg zur Verfügung. Wieviel ist von der zweiten Sorte hinzuzufügen? **1570**

24. Jemand will aus Silber von 780 Tausendteilen und von 900 Tausendteilen 15 kg Silber von 820 Tausendteilen legieren. Wieviel muß er von jeder Sorte nehmen? (Probe.) **1571**

25. Ein Getreidehändler will aus zwei Sorten Weizen zu 18 S 80 g und zu 18 S per Hektoliter 220 hl einer Sorte mischen, die er mit 18 S 60 g per Hektoliter verkaufen kann. Wieviel muß er von jeder Sorte nehmen? **1572**

26. Ein Weinhändler hat ein Partie Wein von 750 l gekauft, die er per Liter um 80 g abgeben würde; um aber den Literpreis um 5 g zu erniedrigen, will er Wasser zumischen. Wieviel muß er nehmen? (Probe). **1573**

†27. Man hat zu 42 l Wein à 75 g und 63 l Wein à 70 g noch einige Liter zu 90 g gemischt, so daß man 1 l der Mischung um 76 g verkaufen kann; wieviel Liter hat man von der dritten Sorte genommen? **1574**

†28. Man hat $4\frac{4}{5}$ kg à 1 S 60 g mit $3\frac{1}{5}$ kg einer besseren Sorte gemischt und jedes Kilogramm der Mischung mit $12\frac{1}{2}$% Gewinn zu 2 S 7 g hergegeben. Wie teuer ist ein Kilogramm der besseren Sorte? **1575**

†29. Jemand hat zwei Sorten Ware, und zwar 90 kg à 90 g und 180 kg à 75 g; er will dazu von einer dritten Sorte zum Preise von 96 g per Kilogramm so viel mengen, daß er 1 kg um 84 g verkaufen kann. Wieviel muß er von der dritten Sorte zusetzen? Nachdem er nun 210 kg zum Preise von 84 g verkauft hat, will er den Rest der Ware um 92 g verkaufen und will deshalb von einer besseren Ware zusetzen, die per Kilogramm 96 g kostet. Wieviel Kilogramm muß er davon nehmen? **1576**

†30. Ein Wirt hat zwei Gattungen Wein, und zwar 4 hl à Liter 1 S 36 g und 16 hl à Liter 96 g; er mischt beide zusammen. Wie teuer kann er 1 l des Gemisches abgeben? Nachdem er von dem gemischten **1577**

Wein 130 l verkauft hat, kommt er zur Erkenntnis, daß der Wein noch zu teuer sei, und will nun so viel Wasser zusetzen, daß er 1 l um 88 g hergeben kann. Wieviel Wasser muß er zusetzen?

* * *

1578 31. Was sind Münzen? Was versteht man unter Gepräge der Münzen? Was hat man am Gepräge zu unterscheiden? Welchen Zweck hat dasselbe? Was versteht man unter Rauhgewicht oder Rohgewicht (Schrot), was unter Feingewicht (Korn) einer Münze? Was ist die Feinheit oder der Feingehalt einer Münze? Was bezeichnet der Ausdruck Remedium oder Toleranz? Was versteht man unter dem Passiergewicht einer Münze?

1579 32. Was versteht man unter innerem (Metall-) Wert einer Münze, was unter ihrem äußerem (Nominal-) Wert, was unter ihrem Handels- (Kurs-) Wert?

1580 33. Was versteht man unter Münzfuß?

1581 34. Welche sind die Münzen der österreichischen Schillingwährung? (Vgl. Nr. 40.)

1582 35. Wieviel Gramm feines Gold enthielt seinerzeit ein Zwanzigkronenstück? (164 Stück aus 1 kg feinen Goldes.)

1583 36. Welches Rohgewicht hatte ein Zwanzigkronenstück? (Feingehalt 0·900.)

1584 37. Wieviel Gramm feines Silber enthielt eine Silberkrone? (200 Stück aus 1 kg Silber von 0·835 Feingehalt.) Wie groß ist ihr Rohgewicht?

1585 38. 1 kg feines Silber war nach dem Londoner Silberpreise am 8. Jänner 1895 in unserem Geld 98·62 K wert; wie groß war damals der innere (Metall-) Wert der österreichischen Silberkronen?

1586 39. Wieviele Zwanzigkronenstücke konnte man sich aus einer Partie Barren feinen Goldes im Gesamtgewicht von 6·75 kg prägen lassen? Was war dafür als Prägegebühr zu bezahlen? (Für 1 kg 6 K.)

1587 40. Nach dem Bundesgesetz vom 20. Dezember 1924 über die Einführung der Schillingrechnung wird die Ausprägung von Bundesgoldmünzen zu 100 und zu 25 Schilling nach einem Mischungsverhältnisse von 900 Tausendteilen Gold und 100 Tausendteilen Kupfer derart festgesetzt, daß auf einen Schilling 0·21172086 g feines Gold entfallen. Wie groß ist hienach das Rauhgewicht und wie groß das Feingewicht eines Hundertschillingstückes und wie groß dasjenige eines Fünfundzwanzigschillingstückes?

41. Wieviel Goldstücke zu 100 Schilling und zu 25 Schilling werden nach Nr. 40 aus 1 kg Münzgold und wieviel aus 1 kg Feingold ausgeprägt? **1588**

42. Die österreichischen Silberschillingstücke werden aus einer Mischung von 640 Tausendteilen Silber und 360 Tausendteilen Kupfer ausgeprägt und wurde das Gewicht des Schillings mit 6 g, jenes des Halbschillings mit 3 g festgesetzt. Wieviel Feinsilber enthält somit der Schilling, wieviel der Halbschilling? **1589**

43. Der Silberpreis betrug am 31. Oktober 1925 für 1 g Feinsilber 15 g. Wie groß war somit der innere Wert des Schillings, des Halbschillings? **1590**

44. Die Münzdukaten sind $23\,^2/_3$ Karat fein; wieviel ist dies in Tausendteilen? **1591**

45. Man kaufte am 28. August 1914 1000 Stück Münzdukaten à K 11·84. Wieviel war dafür unter Zurechnung von $^1/_2\,^0/_{00}$ Courtage zu bezahlen? **1592**

†46. Man berechne den gegenwärtigen Wert eines Dukatens in Schilling und Groschen (Goldzahlung), wenn $81\,^{189}/_{355}$ Dukaten aus einer Wiener Mark (= 0 280668 kg) feinen Goldes ausgeprägt werden! **1593**

†47. Welchen Metallwert hat ein mit Silber legierter goldener Becher, welcher 1350 g schwer ist und einen Feingehalt von 0·750 hat, wenn 1 kg feines Gold zu 4723·25 und 1 kg feines Silber zu 150 S bewertet ist? **1594**

48. Der aus 23 Goldgefäßen bestehende „Goldschatz von Groß-St.-Miklos" (Komitat Torontál in Ungarn), eines der herrlichsten Objekte der kunsthistorischen Sammlungen Wiens, der aus der Zeit der Völkerwanderung stammt, enthält so viel Gold wie $1678\,^1/_2$ Dukaten. Wieviel Kilogramm Gold enthält er demnach, wenn 1 Dukaten 3·487 g wiegt und einen Feingehalt von $986\,^1/_9$ Tausendteilen hat? Wieviel Hundertschillingstücke könnten daraus geprägt werden? **1595**

XXVII. Wiederholungsaufgaben.

1. Die Quelle des Jordan liegt 670 m über dem Meere, der Spiegel des Toten Meeres dagegen 394 m unter dem Meere. Wenn nun der Flußlauf des Jordan 30 Meilen beträgt und eine Meile 7·585936 km ist, wieviel Prozent beträgt das Gefälle des Flusses? **1596**

2. Von seinem Vermögen vermachte ein reicher, alleinstehender Mann seiner Vaterstadt 25 %, dem städtischen Spitale 20 %, dem Kirchenbaufonds 30 %, den Schulen 15 %, der Volksbibliothek 4 %. Den Rest **1597**

10*

von 14400 S erhielt der Verschönerungsverein. Wieviel betrug sein Vermögen und wieviel jedes Legat?

1598 3. Eine wechselseitige Hagelversicherungsanstalt mußte im Jahre 1894 so viel an Hagelschäden decken, daß sie um 5850 S mehr zahlen mußte, als sie einnahm; es wurde deshalb eine Nachtragsprämie von 1·2% eingehoben. Wieviel nahm die Versicherungsanstalt im ganzen ein?

1599 4. Von einem fetten Ochsen sind 62% seines Gewichtes als Rindfleisch zu verwerten, 12% des Gewichtes erhält man an Talg, 10% wiegt die Haut und das übrige kommt auf Kopf, Füße usw. Wenn man nun für 1 kg Fleisch 1 S 52 g, für 1 kg Talg 1 S 10 g, für die Haut per Kilogramm 50 g und für das übrige durchschnittlich per Kilogramm 36 g erhält, wie groß ist der Wert eines 420 kg schweren Ochsen?

1600 5. Eine Steuer von 12% wurde um $7\frac{1}{2}$% ihrer Höhe vermindert; wieviel Prozent betrug sie nun?

1601 6. Ein Kaufmann kauft zwei Fässer Petroleum von zwei verschiedenen Lieferanten. Beide Fässer haben gleiches Bruttogewicht; da aber die Tara beim zweiten Fasse um 2% höher gerechnet ist, beträgt das Nettogewicht des ersten Fasses 126 kg, des zweiten Fasses 123 kg. Wieviel Prozent betrug die Tara bei jedem Fasse?

1602 †7. Von einem gewissen Stoffvorrat verkauft man anfänglich $\frac{3}{7}$ davon per Meter mit 4 S 80 g und gewinnt dabei 20%. Da der Stoff mittlerweile aus der Mode kommt, erniedrigt man den Preis. Der aus dem ganzen Geschäfte erzielte Gewinn beträgt 15%. Wie teuer verkaufte man 1 m des Restes? Wieviel Meter Stoff waren im ganzen abgesetzt worden, wenn der Gesamtgewinn 252 S betrug?

1603 †8. Man stelle folgende Verkaufsrechnung auf: 700 Stück trockene Ochsenhäute von Buenos Aires, gewogen 8053 kg zum Preise von 0·75 Gulden holländ. per 500 g, Diskont 2%, in Franken umgerechnet nach 189 Gulden holländ. = 400 Franken. — **Unkosten:** Fracht von Buenos Aires laut Konnossement*) 21 Pfund Sterling 13 Schilling 4 Pence**) (1 Pfund Sterling = 25·25 Franken), Assekuranz samt Polizze 543·50 Franken, Eingangszoll und Arbeitslohn 113·80 Franken, Lagermiete 36·25 Franken, kleine Unkosten 18·40 Franken, Sensarie $\frac{3}{4}$%***), Provision 3%.***)

---

*) Der Schein, wodurch sich der Verfrachter zum Empfange der Fracht bekennt und nach welchem die Übergabe an den Empfänger nach Menge und Beschaffenheit zu geschehen hat.

**) 1 Pfund Sterling = 20 Schilling à 12 Pence.

***) Vom diskontierten Werte.

9. Verkauft man eine Ware um 1656 S, so hat man 8% Verlust; wie teuer muß man sie verkaufen, um 6% zu gewinnen? 1604

10. Wenn man eine Ware mit 5% Gewinn verkauft, erhält man um 288 S mehr, als wenn man sie mit 7% Verlust verkauft; was kostete die Ware im Einkaufe? 1605

11. Ein Kaufmann hat für $^8/_{11}$ einer gewissen Summe Kaffee und für den Rest Petroleum gekauft. Ersteren verkauft er mit 15% Gewinn, letzteres mit $8^1/_2$% Verlust; wie groß war die verwendete Summe, wenn ihm noch 37 S 80 g Gewinn verblieb? 1606

†12. Jemand mußte eine Ware mit $18^1/_3$% Verlust verkaufen; für das dabei eingenommene Geld kaufte er neue Ware, die er dann mit $9^1/_3$% Gewinn, nämlich um 160 S 72 g verkaufte. Wie teuer hat er die erste Ware eingekauft? 1607

13. A kauft eine Partie Zucker und verkauft sie mit 10% Gewinn an B; dieser verkauft den ganzen Vorrat mit 5% Verlust an C und letzterer verkauft endlich den Zucker mit 18% Nutzen um 616 S 55 g. Um wieviel hat A eingekauft? 1608

14. Von einer Ware verkauft ein Kaufmann $^3/_5$ mit 36% Gewinn und den Rest mit 25% Verlust, so daß seine Gesamteinnahme 558 S beträgt; wie groß war der Einkaufspreis? 1609

†15. Jemand kauft um 1299 S 20 g 350 kg Kaffee und 280 kg Zucker ein; den ersteren verkauft er mit 35%, den letzteren mit 25% Nutzen, wodurch er im ganzen 436 S 80 g gewinnt. Was kostete 1 kg Kaffee und 1 kg Zucker im Einkaufe? 1610

†16. 1 kg Zucker kostet 68 g, 1 kg Kaffee 3 S 50 g, 1 kg Reis 50 g, 1 kg Öl 2 S 80 g. Ein Kaufmann hat von diesen vier Waren je eine gleiche Menge eingekauft und dafür im ganzen 1122 S bezahlt. Wenn er nun den Zucker mit 5%, den Kaffee mit $14^2/_7$%, den Reis und das Öl mit 8% Gewinn verkauft, wieviel gewinnt er im ganzen? 1611

17. Wie lange müssen 9600 S zu $4^1/_2$% ausgeliehen werden, um 1620 S Zinsen zu bringen? 1612

†18. Jemand hat ein gewisses Kapital durch $5^1/_2$ Jahre zu $4^1/_2$% ausgeliehen; nach Ablauf dieser Zeit kündigt er das Kapital, um sich Aktien einer Zellulosefabrik zum Kurse 74·85 zu kaufen; die erste Dividende, die er erhielt, betrug 8% vom Nominale, nämlich im ganzen 1600 S. Wie groß war sein anfängliches Kapital? 1613

19. Jemand hat 10000 S teils zu 4%, teils zu 5% angelegt; das erste Kapital bringt ihm jährlich 256 S Zins. Wieviel Zins tragen beide Kapitalien zusammen? 1614

1615 20. Ein Kapitalist hat zwei gleich große Summen ausgeliehen, und zwar die eine zu 5%, die andere zu $4\frac{1}{2}\%$; von der ersten Summe erhält er in 3 Jahren 4 Monaten um 41·25 S mehr Zinsen als von der zweiten. Wie groß ist jede Summe?

1616 21. Von zwei Kapitalien ist das zweite $1\frac{3}{4}$mal so groß als das erste; das erste Kapital ist zu $4\frac{3}{4}\%$, das zweite zu $4\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen. Beide Kapitalien bringen in 9 Jahren 4 Monaten 1414 S Zinsen. Wie groß ist jedes Kapital?

1617 †22. Von vier Kapitalien verhält sich das erste zum zweiten wie $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$, das zweite zum dritten wie $\frac{5}{6} : \frac{7}{8}$ und das dritte zum vierten wie $1 : 1\frac{2}{3}$; wie groß ist jedes Kapital, wenn alle vier Kapitalien in 4 Jahren 6 Monaten zu $3{\cdot}6\%$ samt den Zinsen 6158 S 60 g wert sind?

1618 23. Wie groß ist ein Kapital, dessen Zinsen zu $5\frac{2}{3}\%$ in 18 Jahren und 9 Monaten um 562 S 50 g größer sind als das Kapital?

1619 †24. Ein Kapital stand 3 Jahre lang auf Zinsen. Im ersten Jahre stand es zu 4% und in jedem folgenden um $\frac{1}{2}\%$ höher; am Schlusse des dritten Jahres war es mit den einfachen Zinsen, welche alljährlich am Schlusse des Jahres zum Kapital geschlagen wurden und somit im nächsten Jahre bereits selbst Zinsen trugen, auf 7987·98 S angewachsen. Wie groß war das ursprüngliche Kapital?

1620 †25. Jemand hat 8400 S zu $3\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen; vier Jahre später leiht er ein zweites Kapital von 16170 S zu 4% aus; wie lange wird das zweite Kapital neben dem ersten ausstehen müssen, bis es die gleiche Summe an Zinsen eingebracht hat wie das erste?

1621 †26. A hat sein Geld zu 4%, B zu $3{\cdot}6\%$ und C zu $4\frac{1}{2}\%$ ausgeliehen. Wie groß ist das Kapital eines jeden, wenn A und B zusammen 310 S, B und C zusammen 396 S, A und C zusammen 382 S Zinsen jährlich einnehmen?

1622 †27. Wie heißt das Kapital, das mit seinen neunmonatigen Zinsen auf 25843 S 75 g, mit seinen fünfzehnmonatigen Zinsen auf 26406 S 25 g anwächst und zu wieviel Prozent ist es ausgeliehen?

1623 †28. Ein Kapital macht mit seinen dreijährigen Zinsen zusammen 6860 S aus, ein zweites dreimal so großes macht bei gleichem Zinsfuß mit den fünfjährigen Zinsen 22050 S aus. Wie groß sind die Kapitalien und zu wieviel Prozent standen sie aus?

1624 †29. Ein Kapitalist hat drei Summen ausgeliehen, die sich verhalten wie 3 : 5 : 8; die erste Summe steht durch 9 Monate zu $4\frac{1}{3}\%$, die zweite durch 1 Jahr und 8 Monate zu $4\frac{1}{2}\%$, die dritte durch 2 Jahre und 3 Monate zu 4%. Wie groß sind alle drei Kapitalien, wenn die eingebrachten Zinsen im ganzen 715 S 50 g ausmachen?

†**30.** Jemand hat ein Kapital zu 4%, ein zweites zu $4\frac{1}{2}$% aus- **1625**
geliehen und nimmt davon jährlich 1466 S 50 g Zinsen ein. Er steigert für jedes den Zinsfuß um $\frac{1}{2}$% und erzielt dadurch jährlich 171 S 50 g Mehreinnahme. Wie groß sind die Kapitalien?

31. Man hat 3120 S durch eine gewisse Zeit ausgeliehen. Die Hälfte **1626**
der Zeit standen sie zu 4%, ein Drittel der Zeit zu $4\frac{1}{2}$% und den Rest der Zeit zu 5% aus. Wie lange war das Kapital ausgeliehen, wenn es im ganzen 1622·40 S Zinsen einbrachte?

†**32.** Man hatte drei Kapitalien ausgeliehen und davon im ganzen **1627**
452 S 25 g Zinsen erhalten. Das erste Kapital stand durch 2 Jahre 6 Monate zu 4%, das zweite, das um 150 S größer war, 3 Jahre lang zu $4\frac{1}{2}$% und das dritte, das 210 S mehr betrug als das zweite, durch 3 Jahre 6 Monate zu 5%; wie groß war jedes Kapital?

†**33.** Es stehen 2314 S, 2496 S und 2912 S verschieden lang auf **1628**
Zinsen, und zwar das erste Kapital zu 3%, das zweite zu 4% und das dritte zu 5%. Das erste und zweite Kapital bringen zusammen 577 S 20 g, das zweite und dritte 590 S 72 g und das erste und dritte 568 S 88 g Zinsen. Wie lange steht jedes Kapital aus?

34. Jemand zahlt statt 233·24 S, die nach 11 Monaten fällig sind, **1629**
heute nur 224 S; mit wieviel Prozent erscheint die Summe diskontiert?

35. Jemand kauft ein Haus um 62100 S und hat $\frac{1}{3}$ sogleich, **1630**
$\frac{1}{3}$ nach $1\frac{1}{2}$ Jahren und den Rest nach $2\frac{1}{2}$ Jahren abzutragen. Da er aber die ganze Schuld sogleich abzuzahlen wünscht, werden ihm $5\frac{1}{2}$% Diskont bewilligt. Wieviel hat er zu zahlen?

36. Für ein Landhaus bietet A 22550 S, zahlbar nach 2 Jahren, **1631**
B 23500 S, zahlbar nach 3 Jahren 6 Monaten, und C 20400 S, zahlbar sogleich. Welches Anbot ist bei 5% Diskont für den Verkäufer das günstigste?

37. A hat an B durch 4 Jahre lang am Ende jedes Jahres 400 S **1632**
zu zahlen; welche Summe müßte er auf einmal zur Zeit der ersten Zahlung leisten, wenn ihm 5% Diskont bewilligt wird?

38. Jemand hat 3000 S so abzuzahlen, daß er 1000 S sofort, 500 S **1633**
nach 4 Monaten, 600 S nach 8 Monaten, 700 S nach 1 Jahr und den Rest nach $1\frac{1}{4}$ Jahren zahlen soll. Wann kann er die ganze Summe auf einmal abzahlen?

39. Jemand soll 2872 S nach 6 Monaten, 7627·50 S nach 10 Monaten **1634**
und 7500 S nach $11\frac{1}{2}$ Monaten bezahlen; er bezahlt aber 6000 S nach

$5^1/_2$ Monaten, 4500 S nach 8 Monaten und 2700 S nach $10^4/_5$ Monaten. Wann hat er den Rest zu bezahlen?

1635 †40. Jemand hat nach $9^1/_2$ Monaten eine gewisse Zahlung zu leisten. Er kommt jedoch mit seinen Gläubigern dahin überein, daß er die schuldige Summe in vier gleichen Raten, die um je drei Monate auseinanderliegen, abzahlen darf. Wann ist die erste Rate zu zahlen?

1636 41. Jemand hat bar 350 S, nach 1 Jahr und 6 Monaten 490 S und nach 3 Jahren 630 S zu bezahlen. Er bezahlt jedoch bar nur 245 S, nach 1 Jahre 525 S und nach 2 Jahren 280 S. Wann ist der Rest fällig?

1637 †42. Jemand hat 1500 S nach 4 Monaten und 2100 S nach 8 Monaten zu bezahlen. Er will seine Schuld aber in zwei Raten, von denen die erste nach 5 Monaten, die zweite nach 8 Monaten fällig ist, abzahlen. Wieviel muß er an jedem dieser beiden Termine bezahlen?

1638 43. A soll an B zahlen: 180 S nach 2 Monaten, 220 S nach $^1/_3$ Jahr, 260 S nach 6 Monaten und 300 S nach $^2/_3$ Jahren; vor der Zahlung der ersten Rate treffen beide ein neues Übereinkommen, wonach A nach 5 Monaten 560 S zahlen soll. Wann ist der Rest fällig?

1639 44. Jemand kauft ein Haus unter folgenden Bedingungen: Er soll $^1/_3$ der Kaufsumme bar, $^1/_6$ nach 6 Monaten, $^1/_8$ nach 10 Monaten, $^1/_4$ nach 12 Monaten und den Rest nach 14 Monaten bezahlen; wann könnte er die Zahlung auf einmal leisten? Wenn der Käufer die Hälfte der Kaufsumme bar und $^1/_3$ nach 6 Monaten zahlt, wann hat er den Rest zu begleichen?

1640 45. Jemand hinterläßt 340 Stück Aktien eines Industrieunternehmens (Nominalwert 200 S), die nach seiner Bestimmung nach seinem Tode sofort zu verkaufen sind und in deren Erlös sich vier Personen so zu teilen haben, daß der Anteil des A sich zum Anteil des B verhalten soll wie 2 : 3; der Anteil des B soll die Hälfte vom Anteil des C sein und endlich soll der Anteil des C sich zum Anteil des D so verhalten wie 3 : 4. Wieviel erhielt jeder, wenn die Aktien zum Kurse von 122 55 (für 100 S Nomin.) abgesetzt wurden?

1641 46. A, B, C, D und E sollen 3185 S derart teilen, daß A dreimal so viel erhält als D, B die Hälfte vom Anteil des A, C dreimal so viel als E und E $^3/_5$ vom Anteil des B; wie geschieht die Verteilung?

1642 47. Eine Erbschaft von 6350 S 40 g ist so unter vier Erben zu verteilen, daß B $^3/_4$ vom Anteil des A, C $1^1/_6$ vom Anteil des B und D $^1/_3$ von dem erhält, was A, B und C zusammen erhalten; wieviel erhält jeder?

48. Von einer Erbschaft erhält A $^5/_{12}$, B $^1/_4$ des verbliebenen Restes, C $^3/_4$ des neuen Restes und D den letzten Rest mit 252 S; wieviel erhielt jeder und wieviel alle zusammen? **1643**

49. Drei Freunde haben zu einer mehrtägigen Fußreise ins Gebirge ihren Weinvorrat mitgenommen, und zwar hat A 8 Flaschen, B 6 Flaschen und C 5 Flaschen mit; da sich noch ein vierter D anschließt, so teilen alle den Wein und D bezahlt am Schlusse der Reise 9 S 50 g als Entschädigung. Wie ist diese zu verteilen und wie hoch wurde eine Flasche Wein gerechnet? **1644**

50. Drei Baumeister haben sich mit ihrem Personal an einem Bau beteiligt, und zwar hat A mit 18 Mann durch 12 Tage, B mit 12 Mann durch 20 Tage und C mit 15 Mann durch 24 Tage mitgewirkt. Wie ist die Lohnsumme von 2448 S an die drei Arbeitergruppen zu verteilen und wieviel entfällt auf einen Arbeiter für einen Tag? **1645**

51. Zu einer Straßenausbesserung stellen drei Gemeinden eine Anzahl Arbeiter, und zwar stellt A 22 Mann durch 10 Tage à 9 Stunden. B 18 Mann durch 9 Tage à 10 Stunden, C 15 Mann durch 5 Tage à 12 Stunden; wie ist eine Gesamtentschädigung von 950 S an die drei Gemeinden zu verteilen? **1646**

52. A übernimmt ein Geschäft mit 10000 S. Nach 4 Monaten tritt B mit 6000 S ein, nach weiteren 5 Monaten C mit 8000 S; sie betreiben ihr Geschäft gemeinsam noch 3 Monate und haben sodann einen Gewinn von 16800 S zu verteilen. Wieviel erhält jeder? **1647**

53. A begründet ein Fabriksunternehmen mit 30000 S Gründungskapital; 2 Monate später tritt B mit 25000 S dem Unternehmen bei, nach weiteren 3 Monaten C mit 20000 S und nach weiteren 2 Monaten D mit 40000 S. Wenn nun der Abschluß des ersten Rechnungsjahres einen Gewinn von 9500 S zeigt, von dem vertragsmäßig 20% in Reserve zu stellen sind, wie ist der verbleibende Rest unter die vier Teilnehmer zu verteilen und zu wieviel Prozent hat sich das Kapital jedes einzelnen verzinst? **1648**

†54. A eröffnet am 1. Jänner ein Geschäft mit 25000 S Kapital. Am 1. März nimmt er einen Kompagnon B auf, der 14000 S Kapital in das Geschäft bringt. Am 1. Juni entnimmt A der Kasse 6000 S. Am 1. August tritt ein dritter Teilnehmer C dem Geschäft mit 8000 S bei und am 1. September gibt B noch 4000 S zur Vergrößerung des Geschäfts. Am Jahresschlusse ist ein Gewinn von 9670 S 20 g zu verteilen. Wie muß dies geschehen? **1649**

1650 †55. Drei Gemeinden sollen die Kosten einer neuen Brücke tragen; es wird ausgemacht, daß jede um so mehr zahlen soll, je größer die die Anzahl ihrer Bewohner und Häuser ist, jedoch um so weniger, je weiter die Gemeinde von der Brücke entfernt ist. Wenn nun die Gesamtkosten sich auf 1690 S belaufen und das Land 25% davon tragen will, wieviel entfällt auf jede Gemeinde, wenn

A 360 Einwohner und 48 Häuser hat und von der Brücke 15 km
B 540 „ „ 52 „ „ „ „ „ „ 20 „
C 270 „ „ 45 „ „ „ „ „ „ 25 „

weit entfernt ist.

1651 †56. Die Gehalte von drei Beamten sind 800 S, 1200 S und 1400 S; sie sollen in ihrer dienstfreien Zeit eine besondere Arbeit zu Ende führen, und zwar beteiligt sich daran A durch 18 Stunden, B durch 12 Stunden und C durch 7 Stunden. Es wird dafür eine besondere Entschädigung von 126 S bewilligt, die so unter die drei Beamten zu verteilen ist, daß jeder um so mehr erhält, je fleißiger er gearbeitet hat, jedoch um so weniger, je höher sein fester Gehalt ist. Wie muß die Verteilung erfolgen?

1652 57. Ein Regiment marschierte zuerst an 4 Tagen je 32 km, hielt dann einen Rasttag, manövrierte dann 3 Tage in gebirgigem Terrain, wo täglich nur 27 km zurückgelegt werden konnten, hielt wieder einen Rasttag und führte dann noch einen zweitägigen Eilmarsch mit je 48 km aus. Wie groß war im Durchschnitt die tägliche Marschleistung?

1653 58. Ein Kaufmann mischt drei Sorten Spiritus, die per Liter 1 S 50 g, 1 S 20 g und 90 g kosten, in gleichen Mengen zusammen. Wie teuer muß er 1 l der Mischung verkaufen, um 20% zu gewinnen?

1654 59. Man schmelzt zusammen: 4 kg feines Silber, 8 kg Silber von 0·850, 6 kg Silber von 0·900 und 2 kg Kupfer. Wie groß ist der Feingehalt der neuen Legierung?

1655 60. Ein Kaufmann verkauft 48 kg Kaffee, den er aus zwei Sorten im Verhältnis von 5 : 3 vermengt hat, mit 15% Nutzen um 252 S 54 g; 1 kg der ersten Sorte kostet ihn selbst 4 S 80 g. Wieviel Kilogramm der zweiten Sorte mußten zugesetzt werden und wie teuer war diese Sorte beim Einkauf?

1656 61. Man hat zu 176 kg einer Ware, die per Kilogramm 1 S 40 g kostet, eine gewisse Anzahl Kilogramm einer zweiten Sorte zum Preise von 1 S 96 g per Kilogramm gemischt und das Kilogramm der Mischung mit $11^1/_9$% Nutzen um 1 S 75 g verkauft; wieviel wurde von der zweiten Sorte genommen?

62. Ein Kaufmann will drei Sorten einer Ware im Preise von 2 S 30 g, 1 S 74 g und 1 S 44 g per Kilogramm so mischen, daß ein Kilogramm der Mischung auf 1 S 80 g kommt. Wieviel braucht er zu 170 kg Mischung, wenn er von der zweiten Sorte immer je 3 kg mit je 2 kg der dritten Sorte mischt? **1657**

†63. Man hat 20 kg Silber von 0·900, 10 kg Silber von 0·850 und 5 kg Kupfer legiert. Wieviel feines Silber muß man zusetzen, damit der Feingehalt 0·830 erzielt werde? **1658**

64. Man hat 98 kg Kaffee à 3 S 80 g per Kilogramm mit einer entsprechenden Anzahl von Kilogramm einer geringeren Sorte gemischt, von der das Kilogramm nur 2 S 80 g kostet. Wieviel hat man davon zugesetzt, wenn man 1 kg der Mischung mit 25% Nutzen um 4 S 20 g verkaufen konnte? **1659**

65. Im Meerwasser sind in 200 kg Wasser 7 kg Salz gelöst; 6 l Meerwasser kommen an Gewicht gleich 7 l Süßwasser. Wieviel Liter Meerwasser muß man verdunsten lassen, um 1 kg Salz zu erhalten? (1 l Süßwasser = 1 kg.) **1660**

66. Wieviel Mark sind 582 Franken, wenn 100 Franken = 27 S und 100 Mark = 169 S sind? **1661**

†67. Ein Landwirt rechnet für jeden seiner 6 Dienstboten täglich 1125 g Brot. Wenn er nun von 100 kg Roggen nach Abzug des Müllerlohnes 75 kg Mehl erhält, wenn ferner bei der Teigbereitung zu $1^1/_2$ kg Mehl 1 kg Wasser genommen wird und der Brotteig beim Backen 20% seines Gewichtes verliert, wieviel Roggen muß er dann für seinen Brotbedarf im Monat Juni auf die Mühle geben? **1662**

Sechster Abschnitt.

Potenzen und Wurzeln. — Quadratische Gleichungen.

XXVIII. Potenzen.

1. Man spreche folgende Sätze in Worten aus und begründe sie: **1663**

$$a^m = a \,.\, a \,.\, a \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\, a \text{ (m mal)};$$

$$a^1 = a; \qquad\qquad 1^m = 1;$$

$$a^m \,.\, a^n = a^{m+n};$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \text{ für } m \gtreqless n, \text{ wenn}$$

$$\left\{\begin{array}{l} a^0 = 1, \\ a^{-p} = \dfrac{1}{a^p} = \left(\dfrac{1}{a}\right)^p. \end{array}\right.$$

1664 2. $a^5 . a^7 = ?$

1665 3. $a^3 . a^5 . a^2 = ?$

1666 4. $x^6 . x^8 . x = ?$

1667 5. $m^{3-x} . m^{x-1} = ?$

1668 6. $(-3a^{3-x} . b^{2x-5} . c^{4-3x}) . (-5a^{x-2} . b^{6-2x} . c^{3(x-1)}) = ?$

1669 7. $12(x-y)^6 : 3(x-y)^2 = ?$

1670 8. $\left[7\left(\frac{a}{b}\right)^3 . \frac{4}{15}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right] : \left[\frac{7}{15}\left(\frac{a}{b}\right)^3 . 4\left(\frac{a}{b}\right)\right] = ?$

1671 9. $\frac{9a^2b^5}{2x^4y^3} . \frac{4x^3y^2}{6ab^4} = ?$

1672 10. $\frac{5}{9}a^2bc^3 . \frac{6}{25}ab^5c^2 . \frac{3}{4}a^2b^2c = ?$

1673 11. $m^{2x+3y-8} . m^{3x-4y+5} . m^{2y-4x+3} = ?$

1674 12. $\frac{8a^2b}{3c^3} . \frac{6a^2c^3}{4b^4} . \frac{5b^4c}{a^3} = ?$

1675 13. $(x^{3m-n} + x^{2m} + x^{4m-2n}) . (x^m - x^n) = ?$

1676 14. $\left(\frac{x^m}{y^{n+2}} + \frac{x^{m+2}}{y^{n+1}} - \frac{x^{m+4}}{y^n}\right) . \frac{y^n}{x^m} = ?$

1677 †15. $\frac{a^{2m-n} . b^{3m-p} . c^{7n-r}}{24x^{2m-n} . y^{3n-4p} . z^q} : \frac{x^{n-m} . y^{4p-2n} . z^{1-q}}{16a^{n-m} . b^{p-2m} . 3c^{r-6n}} = ?$

1678 16. Welche Sätze sind durch die folgenden Gleichungen ausgedrückt:

a) $a^m . b^m = (ab)^m$;

b) $a^m : b^m = (a : b)^m$;

c) $(ab)^m = a^m b^m$;

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$.

Man begründe sie!

1679 17. $4^4 . 25^4 = ?$

1680 18. $8^3 . 5^3 = ?$

1681 19. $8^2 . 125^2 = ?$

1682 20. $5^3 . 25^3 . 8^3 = ?$

1683 21. Auf die kürzeste Art zu berechnen:

a) $25^3 . 4^5 . 25$; b) $125^3 . 25^4 . 4^9$.

1684 22. $(a+b)^x . (a-b)^x = ?$

23. $(2a + 3b)^2 . (2a - 3b)^2 = ?$ **1685**

24. $\left(\frac{12a^7}{5b^9}\right)^x . \left(\frac{10b^8}{6a^6}\right)^x = ?$ **1686**

25. $\left(4\frac{2}{3}\right)^4 : \left(2\frac{4}{5}\right)^4 = ?$ **1687**

26. $(x + y)^2 . (x - y)^2 . (x^2 + y^2)^2 = ?$ **1688**

27. $\left(\frac{20x^3}{27y^2}\right)^3 . \left(\frac{9y}{10x^2}\right)^3 = ?$ **1689**

28. $\left(\frac{x + y}{a + b}\right)^4 . \left(\frac{x - y}{a - b}\right)^4 . \left(\frac{a^2 - b^2}{x^2 - y^2}\right)^3 = ?$ **1690**

28a. $\frac{28^3 . 45^4}{36^4 . 35^3} = ?$ **1690a**

28b. $\frac{18^4 . 30^5}{27^4 . 15^3} = ?$ **1690b**

29. Welchen Lehrsatz drückt die Formel $(a^m)^n = a^{mn} = (a^n)^m$ aus? **1691**
Begründe den Lehrsatz!

30. $(a^3)^8 . a^3 . a^8 = ?$ **1692**

31. $(3x^2y)^4 = ?$ **1693**

32. $\frac{(a^2x^4)^4}{(ax)^8} = ?$ **1694**

33. $\frac{(a^3b^5)^3}{(ab)^9} = ?$ **1695**

34. $\left(\frac{5st}{6xy}\right)^3 . \left(\frac{8xy^2}{5str}\right)^2 . \left(\frac{27str^2}{8xy}\right) = ?$ **1696**

35. $\frac{(8xy)^3 . (6xz)^4 . (18yz)^5}{(108xyz)^3 \, (24xyz)^4} = ?$ **1697**

36. $\left(\frac{5a^3b^2}{3xy^2}\right)^4 . \left(\frac{2x^2y^3}{5a^4b^2}\right)^3 . \left(\frac{9ax}{2by^2}\right)^2 = ?$ **1698**

37. Wie lassen sich folgende in Gleichungen ausgedrückte Lehrsätze **1699**
in Worte kleiden und begründen:

a) $(+a)^{2m} = +a^{2m}$;
b) $(-a)^{2m} = +a^{2m}$;
c) $(+a)^{2m+1} = +a^{2m+1}$;
d) $(-a)^{2m+1} = -a^{2m+1}$.

38. a) $(-2^2)^2 = ?$ b) $(-2^2)^3 = ?$ **1700**
c) $(-2^3)^2 = ?$ d) $(-2^3)^3 = ?$

1701 39. $\dfrac{(-ax)^4 . (-by)^3}{(-xy)^3 . (ax)} = ?$

1702 40. $\left[\left(-\dfrac{x^2}{y^2}\right)^8 : \left(\dfrac{xy^2}{a^3 b}\right)^6\right] : \left(-\dfrac{a^2 x}{b y^2}\right)^4 = ?$

1703 †41. $\left[\dfrac{(-a)^8 . (-b)^{25} . (-c)^{42}}{(-x)^9 . (-y)^{26} . (-z)^{43}}\right]^{15} . \left[\dfrac{(-x)^8 . (-y)^{23} . (-z)^{38}}{(-a)^7 . (-b)^{22} . (-c)^{37}}\right]^{17} = ?$

1704 †42. $(5a^{-2}bx^{-3}y^4)^{-2} . (5a^{-1}bx^{-2}y^3)^3 = ?$

1705 †43. $\left[\dfrac{5a^{-3}}{b^4}\right]^{-3} . \left[\dfrac{a^2 b^3}{5}\right]^{-4} = ?$

1706 †44. $\left(\dfrac{6xy}{7st}\right)^{-3} . \left(\dfrac{35str}{8xyz}\right)^{-2} . \left(\dfrac{14xyz^2}{225str^2}\right)^{-1} = ?$

1707 †45. $\left(\dfrac{1}{6}\right)^{-6} . \left\{\left[(0{\cdot}75)^{-2}\right]^3 : \left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^3\right]^{-2}\right\} : [2^3 : 2^{-5}] = ?$

1708 †46. $\{[(2^{-1})^{-1}]^{-1}\}^{-1} = ?$

1709 †47. $\left\{\left[\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-2}\right\}^{-3} = ?$

1710 48. $10^{\left(10^{10}\right)}$ soll eine sehr große Zahl vorstellen; man überlege, wie viele Nullen hinter die Einheit treten müssen, damit obige Zahl dargestellt wird. Ferner soll berechnet werden, wie lang ein Papierstreifen sein müßte, auf den man obige Zahl aufschreiben wollte, wenn auf 1 cm 4 Ziffern kommen.

1711 †49. Die vorige Aufgabe hat ein Bild davon gegeben, wie eine Zahl durch fortgesetztes Potenzieren ins Unendliche wachsen kann; ein anderer interessanter Beleg dafür ist die folgende Aufgabe: „Der Erfinder des Schachspiels erbat sich als Ehrengeschenk die Summe der Weizenkörner, die herauskommen würde, wenn 1 für das erste Feld des Schachbrettes, 2 für das zweite, 4 für das dritte und immer für jedes der 64 Felder doppelt so viel Körner als für das vorhergehende gerechnet werden. Man belachte ihn ob seiner Bescheidenheit. Als aber zusammengezählt wurde, fand man zum allgemeinen Erstaunen eine ungeheure Summe.“ Zunächst kann durch ein Verfahren, welches ähnlich ist dem für die Verwandlung rein periodischer Dezimalbrüche in gemeine Brüche angewendeten, gezeigt werden, daß die gesuchte Zahl $= (2^{64} - 1)$ ist. Die Ausrechnung dieser Zahl ergibt als Anzahl der Weizenkörner 18,,,446.744,,073.709,551.615 Körner. Es ist mit Hilfe der Angaben in Nr. 228 auf S. 18 zu berechnen, wieviel Waggonladungen diese Weizenmenge ausmachen würde und wie lang der betreffende Zug sein würde, wenn man für einen Waggon 8 m Länge rechnet.*)

50. $[(a^{-6}):(-a^{6})]:[(-a^{-6}):(-a)^{6}] = ?$ **1712**

51. $[(a^{-6}):(-a)^{6}]:[(-a)^{-6}:(-a)^{6}] = ?$ **1713**

(Nr. **1714** bis Nr. **1731** Wiederholungsaufgaben.)

52. Der Lehrsatz, den die Gleichung **1714**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

enthält, ist in Worte zu kleiden und zu beweisen.

53. $(3a - 4b)^2 = ?$ **1715**

54. $(6x - 5y)^2 = ?$ **1716**

55. $\left(\frac{3x - a}{x + 3a}\right)^2 = ?$ **1717**

56. $\left(8x - \frac{1}{4}y\right)^2 = ?$ **1718**

57. $\left(\frac{2a}{3} - \frac{3}{4a}\right)^2 = ?$ **1719**

58. $(3x^2 - 2x + 4)^2 = ?$ **1720**

59. $(2a^2 - 3a + 2)^2 - (a^2 + 2a - 3)^2 = ?$ **1721**

60. $(2a^{-2} - 3a^{-1} + 1)^2 = ?$ **1722**

61. $(3x^{-2} + 4y^{-1})^2 = ?$ **1723**

62. $(3a^{-1} - 2a^{-2})^2 = ?$ **1724**

63. Wie wird eine dekadische Zahl quadriert? (2 Methoden.) **1725**

64. Quadriere: 27, 39, 76, 83, 95. (Ohne Anschreiben der einzelnen Teile.) **1726**

65. Ebenso (schriftlich): $651^2 = ?$ $832^2 = ?$ $923^2 = ?$ **1727**

66. $4351^2 = ?$ $12017^2 = ?$ $39428^2 = ?$ **1728**

67. $79{\cdot}48^2 - 38{\cdot}52^2 = ?$ $61{\cdot}49^2 - 37{\cdot}49^2 = ?$ **1729**

68. $69994^2 = (70000 - 6)^2 = ?$ **1730**

69. $89{\cdot}9997^2 = ?$ **1731**

70. Der Lehrsatz, den die Gleichung **1732**

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

ausdrückt, ist in Worte zu kleiden und zu beweisen.

71. $(2a - 3b)^3 = ?$ **1733**

72. $(3a^2 - 5b^2)^3 = ?$ **1734**

---

*) Eine andere interessante Versinnlichung dieser zwanzigstelligen Zahl führte Heis in seiner bekannten Aufgabensammlung durch; hienach könnte man alles feste Land der Erde mit obiger Weizenmenge 9·14 mm hoch bedecken.

1735 73. $(6x^2 - 3x + 2)^3 = ?$

1736 †74. $\left(\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} - \frac{1}{2}\right)^3 = ?$

1737 †75. $(1 - 2a + 3a^2 - 4a^3)^3 = ?$

1738 †76. $(x + y + z)^3 + (x - y - z)^3 + (y - x - z)^3 + (z - x - y)^3 = ?$

1739 77. Die Methode des Kubierens dekadischer Zahlen ist an selbstgewählten Beispielen (etwa $56^3 = ?$ $563^3 = ?$ $5637^3 = ?$ usw.) zu erläutern.

1740 78. $17^3 = ?$ $41^3 = ?$ $69^3 = ?$ $87^3 = ?$

1741 79. $23^3 = ?$ $48^3 = ?$ $72^3 = ?$ $93^3 = ?$

1742 80. $23{\cdot}8^3 = ?$ $3{\cdot}15^3 = ?$ $0{\cdot}417^3 = ?$ $0{\cdot}0465^3 = ?$

1743 81. $20{\cdot}03^3 = ?$ $3{\cdot}052^3 = ?$ $700{\cdot}1^3 = ?$ $9{\cdot}009^3 = ?$

1744 82. $569^3 = ?$

1745 83. $684^3 = ?$

1746 84. $0{\cdot}693^3 = ?$

1747 85. $739^3 - 736^3 = ?$

1748 86. $8{\cdot}46^3 - 8{\cdot}45^3 = ?$

1749 87. $0{\cdot}934^3 - 0{\cdot}893^3 = ?$

1750 88. $0{\cdot}00516^3 = ?$

1751 89. $59996^3 = ?$

1752 90. $69{\cdot}995^3 = ?$

1753 91. $89993^3 - 79994^3 = ?$

1754 92. $892^3 + 798^3 - 991^3 = ?$

1755 93. $79^5 = ?$

1756 94. $99^5 = ?$

1757 95. $4{\cdot}6^5 - 4{\cdot}3^5 = ?$

1758 96. $57^5 - 56^5 = ?$

1759 97. $0{\cdot}69^5 - 0{\cdot}66^5 = ?$

1760 98. $56^6 = ?$

1761 99. $7{\cdot}6^6 = ?$

1762 100. $0{\cdot}87^6 = ?$

1763 101. $67^6 - 65^6 = ?$

Bestimme x aus folgenden Exponentialgleichungen:

1764 102. a) $3^x = 3^3$; b) $4^{x-2} = 4^5$; c) $a^{3x-8} = a^{13}$.

1765 103. $5^{\frac{12}{x}+5} = 5^8$.

104. $a^{x-2} = \frac{(3ab)^4}{81 b^{x-2}}$. 1766

105. $\left(\frac{4}{3}\right)^{x-2} - \left(\frac{3}{4}\right)^{x-2} = \frac{\left(\frac{16}{9}\right)^6 - 1}{\left(\frac{4}{3}\right)^{x-2}}$. 1767

106. $\frac{a^{3x-5}}{a^{10}} = \frac{a^{10}}{a^{3x-5}}$. 1768

107. $a^{3x-2} \cdot a^{4x+3} \cdot a^{2x-1} = \frac{a^{11}}{a^{3x-1}}$. 1769

108. $(a^{x-3})^{x+2} = \frac{a^3}{a^{10-xx}}$. 1770

109. $(a^{4x-1})^2 \cdot a^{2x-3} = (a^{5x+2})^2 \cdot a^{2-x}$. 1771

110. $\frac{a^{8x-2}}{a^x} + 2a^3 = a^{7x-2} + a^3 \cdot a^{4x+2} + a^{4x+5}$. 1772

†111. $3^{5x-2} \cdot 9^{2x-1\frac{1}{2}} = 81$. 1773

†112. $(a^{x-2})^{x+5} = (a^{x-1})^{x+2}$. 1774

†113. $\left(\frac{6}{11}\right)^x = \left(\frac{11}{6}\right)^3$. 1775

†114. $3^{x+4} + 3^x = 246$. 1776

†115. $5^{x+4} + 5^{x+3} + 5^x = 18775$. 1777

†116. $4^{x+4} - 4^{x+3} + 4^{x+2} - 4^{x+1} + 4^x = 13120$. 1778

†117. $\frac{2^{3x-10} \cdot 3^{x+2}}{8^{x-4} \cdot 6^{7-x}} = \frac{1}{3} \cdot 9^{x-2}$. 1779

118. $3^{2(x-y)} = 81$; $\quad 2^{3x+y-12} = 64$. 1780

119. $4^{4x-3} \cdot 2^{2y-10} = 64$; $\quad 9^{2x-4} : 3^{y-2} = 1/3$. 1781

XXIX. Wurzeln.

1. Die folgenden in Form von Gleichungen angeführten Lehrsätze sind in Worte zu kleiden und zu begründen: 1782

a) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$;

b) $\sqrt[1]{64} = 64$; $\quad \sqrt[2]{64} = \sqrt{64} = 8$; $\quad \sqrt[3]{64} = 4$;

c) $\sqrt[m]{1} = 1$; $\quad \sqrt[m]{0} = 0$;

d) $\sqrt[n]{a\,b} = \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b}$; $\quad \sqrt[n]{a} \,.\, \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\,.\,b}$;

e) $\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$; $\quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$;

f) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$; $\quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

1783 2. $\sqrt{16\,.\,25} = ?$ $\quad \sqrt[3]{64\,.\,125} = ?$ $\quad \sqrt{25\,a^2x^2} = ?$

1784 3. $\sqrt[3]{27\,b^3y^3} = ?$ $\quad \sqrt[4]{16\,a^4} = ?$ $\quad \sqrt[5]{32\,x^5} = ?$

1785 4. $\sqrt{36a} = ?$ $\quad \sqrt[3]{8\,b} = ?$ $\quad \sqrt[4]{16\,x} = ?$ $\quad \sqrt[5]{32\,y} = ?$

1786 5. $\sqrt{25\,x^3y^3z^3} = ?$ $\quad \sqrt[3]{216\,x^4y^5} = ?$

1787 6. $\sqrt{2} + \sqrt{72} - \sqrt{50} = ?$

1788 7. $\sqrt{27} + \sqrt{12} - \sqrt{48} = ?$

1789 8. $\sqrt{18} + \sqrt{128} - \sqrt{50} + \sqrt{8} - \sqrt{72} = ?$

1790 9. $\sqrt{75} - \sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{243} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = ?$

1791 10. $7\,.\sqrt{45} + 3\,.\sqrt{125} - 4\,.\sqrt{20} - 6\,.\sqrt{80} - 3\,.\sqrt{5} = ?$

1792 11. $6\,.\sqrt{98} + 2\,.\sqrt{8} - 5\,.\sqrt{50} - 7\,.\sqrt{72} + 4\,.\sqrt{32} + 3\,.\sqrt{8} = ?$

1793 12. $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{250} = ?$

1794 13. $3\sqrt[3]{24} + 2\sqrt[3]{81} - \sqrt[3]{3} - 2\sqrt[3]{375} = ?$

1795 14. $\sqrt{32}\,.\sqrt{2} = ?$ $\quad \sqrt{10}\,.\sqrt{6}\,.\sqrt{15} = ?$

1796 15. $\sqrt{12}\,.\sqrt{28}\,.\sqrt{35}\,.\sqrt{15} = ?$

1797 16. $\sqrt[3]{16}\,.\sqrt[3]{4} = ?$ $\quad \sqrt[3]{12}\,.\sqrt[3]{9}\,.\sqrt[3]{16} = ?$

1798 17. $\sqrt{a}\,.\sqrt{a\,b}\,.\sqrt{b} = ?$ $\quad \sqrt[3]{a^2}\,.\sqrt[3]{a\,b}\,.\sqrt[3]{b^2} = ?$

1799 18. $4\sqrt[7]{16}\,.\sqrt[7]{4}\,.\sqrt[7]{2} - {}^7\!/_2\sqrt[5]{8}\,.\sqrt[5]{4} = ?$

1800 19. $\sqrt[6]{x\,y^2}\,.\sqrt[6]{x^2\,y}\,.\sqrt[6]{x^2\,y^2}\,.\sqrt[6]{x\,y} = ?$

1801 20. $\sqrt{21\,{}^9\!/_{15}}\,.\sqrt{173\,{}^4\!/_7} : \sqrt{5\,{}^1\!/_7} = ?$

1802 21. $(7 + \sqrt{5})\;(7 - \sqrt{5}) = ?$

1803 22. $(8 + 2\sqrt{3})\;(8 - 2\sqrt{3}) = ?$

1804 23. $(12 + 3\sqrt{8})\;(12 - 3\sqrt{8}) = ?$

1805 24. $(4\sqrt{5} + 3\sqrt{7})\;(4\sqrt{5} - 3\sqrt{7}) = ?$

25. $(\sqrt{320} - \sqrt{45} + \sqrt{125} - \sqrt{80} + \sqrt{20} - \sqrt{245}) \cdot \sqrt{5} = ?$ **1806**

26. $(2\sqrt{27} + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{12} + 3\sqrt{48} - 2\sqrt{192}) \cdot \sqrt{3} = ?$ **1807**

27. $(2 + \sqrt{6} + \sqrt{10})\,(3 + \sqrt{6} - \sqrt{15}) = ?$ **1808**

28. $(5 + \sqrt{10} + \sqrt{15})\,(3\sqrt{10} - 5\sqrt{6} + 2\sqrt{15}) = ?$ **1809**

29. $(5\sqrt{15} + 8\sqrt{5} - 9\sqrt{3} - 10)\,(5 - 2\sqrt{3} + \sqrt{5}) = ?$ **1810**

30. $(3 + 5\sqrt{5} - 4\sqrt{6} + 3\sqrt{30})\,(3 + \sqrt{5} - \sqrt{6}) = ?$ **1811**

31. $(\sqrt{a+b} + \sqrt{a-b})\,(\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}) = ?$ **1812**

32. $(\sqrt{16x+3} + 4\sqrt{x})\,(\sqrt{16x+3} - 4\sqrt{x}) = ?$ **1813**

33. $\sqrt{10 + 5\sqrt{3}} \cdot \sqrt{10 - 5\sqrt{3}} = ?$ **1814**

34. $\sqrt{15 + 5\sqrt{5}} \cdot \sqrt{15 - 5\sqrt{5}} = ?$ **1815**

35. $\sqrt{18 + 3\sqrt{11}} \cdot \sqrt{18 - 3\sqrt{11}} = ?$ **1816**

36. $\sqrt{9 + \sqrt{81 - x^2}} \cdot \sqrt{9 - \sqrt{81 - x^2}} = ?$ **1817**

37. $(\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1})^2 = ?$ **1818**

38. $\left(\sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{\frac{4}{3}}\right)^2 = ?$ **1819**

39. $(\sqrt{5 + \sqrt{3}} - \sqrt{5 - \sqrt{3}})^2 = ?$ **1820**

40. $(\sqrt{8 + 2\sqrt{7}} - \sqrt{8 - 2\sqrt{7}})^2 = ?$ **1821**

41. $(\sqrt{4 + \sqrt{16 - a^2}} + \sqrt{4 - \sqrt{16 - a^2}})^2 = ?$ **1822**

42. $(\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 4}} + \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 4}})^2 = ?$ **1823**

43. $\frac{2}{x}\sqrt{\frac{11}{12}x^3} = ?$ **1824**

44. $2ab\sqrt{\frac{17b^2}{24a}} = ?$ **1825**

45. $\frac{3}{x^2}\sqrt{\frac{13x^7}{18a}} = ?$ **1826**

46. $2\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{28}{75}a^3} = ?$ **1827**

47. $\frac{9}{4}\sqrt{1 - \frac{1}{81}} = ?$ **1828**

48. $\sqrt{14\tfrac{1}{16}} = ?$ $\qquad \sqrt[3]{15\tfrac{5}{8}} = ?$ **1829**

49. $\sqrt{\frac{24}{35}} \cdot \sqrt{\frac{10}{21}} = ?$ $\qquad \sqrt{\frac{8a}{15x}} \cdot \sqrt{\frac{10ax}{3y^2}} = ?$ **1830**

1831 50. $\sqrt{a^2 - b^2}\sqrt{\dfrac{a+b}{a-b}} = ?$

1832 51. $\sqrt{^3/_8} : \sqrt{^8/_3} = ?$

1833 52. $\dfrac{1}{2}\sqrt{8} : \dfrac{8}{\sqrt{2}} = ?$

1834 53. $3\sqrt{8} : 2\sqrt{2} = ?$

1835 54. $\dfrac{x^2 y^4}{z^5} . \sqrt{\dfrac{x^2 z^5}{y^7} : \dfrac{x^7 y^4}{z^{11}}} = ?$

1836 †55. $\left\{\sqrt[x]{\dfrac{a^{x-2} b^8}{c^{x-3} d^x}} : \sqrt[x]{\dfrac{b^{7-x} c^6}{a^4}}\right\} : \sqrt[x]{\dfrac{a^2 b}{c^{x+3} d^x}} = ?$

1837 56. Die folgenden Lehrsätze sind in Worte zu kleiden und zu begründen

a) $\sqrt[n]{(a^m)} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m = a^{\frac{m}{n}}$;

b) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{(a^m)}$;

c) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$.

1838 57. $\sqrt[3]{8^4} + \sqrt{9^3} + \sqrt[4]{16^3} = ?$

1839 58. $\sqrt{\left(\dfrac{9}{16}\right)^3} . \sqrt{\left(\dfrac{4}{9}\right)^3} = ?$

1840 59. $\sqrt{\left(\dfrac{16}{25}\right)^5} . \sqrt{\left(\dfrac{25}{64}\right)^5} = ?$

1841 60. $\left(\sqrt[9]{a^4 b^6}\right)^4 . \left(\sqrt[9]{a b}\right)^2 . \sqrt[9]{b} = ?$

1842 61. $\sqrt[5]{32^2} = ?$ $\sqrt[4]{81^2} = ?$ $\sqrt[3]{216^2} = ?$ $\sqrt[4]{10000^3} = ?$

1843 62. $\dfrac{a^2}{b}\left(\sqrt[4]{\dfrac{b^5 x}{a^9 y}}\right)^2 = ?$

1844 †63. $\left\{\left(\dfrac{\sqrt{3}}{a^5 b^5 c^8}\right)^2 (a b c^3)^3 : (a^{-1} b^{-1} c^{-1})^4\right\} : (a b c)^{-3} = ?$

1845 64. $4^{5/2} = ?$ $8^{2/3} = ?$ $64^{5/6} = ?$

1846 65. $(3^3/_8)^{2/3} = ?$ $(5^1/_{16})^{1/4} = ?$ $(0{\cdot}0081)^{1/4} = ?$

1847 66. $(^4/_5)^{1/2} . (3^1/_3)^{1/2} . (1^1/_2)^{1/2} = ?$

1848 67. $36^{-1/2} = ?$ $(^1/_{64})^{2/3} = ?$ $(^9/_{100})^{-3/2} = ?$

1849 68. $x^{1/3} . y^{2/3} . z . x^{-2/3} . y^{-1/3} . z^{-1\,1/3} = ?$

69. Es sind die in den Gleichungen: 1850

$$\text{a)}\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a} \quad \text{und}$$

$$\text{b)}\quad \sqrt[mn]{a} = \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}$$

ausgedrückten Lehrsätze in Worte zu kleiden und zu begründen:

70. $\sqrt[3]{\sqrt{27}} = ?\quad \sqrt{\sqrt[3]{25}} = ?$ 1851

71. $2\sqrt[12]{\sqrt[4]{9}} + 4\sqrt[8]{\sqrt[6]{9}} + 3\sqrt[16]{\sqrt[3]{9}} - 8\sqrt[24]{\sqrt{9}} = ?$ 1852

72. $\left(\sqrt[3]{\sqrt[5]{8\,x^3}}\right)^5 = ?$ 1853

73. $\left(\sqrt[4]{\sqrt[3]{16\,a^4}}\right)^3 = ?$ 1854

74. $\left(\sqrt[x]{\sqrt[y]{\dfrac{3^x \,.\, 2^x}{5^x}}}\right)^y = ?$ 1855

75. $\left(\sqrt[3]{\sqrt{\sqrt[3]{1\dfrac{9}{16}}}}\right)^9 = ?$ 1856

76. Welche Formveränderungen von Wurzelgrößen gestattet der Lehrsatz: 1857

$$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[mx]{a^{nx}} = \sqrt[m:x]{a^{n:x}} = ?$$

77. $\sqrt[3/4]{27^{1/4}} = ?\quad \sqrt[0\cdot5]{3^{1\cdot5}} = ?\quad \sqrt[18]{9^9} = ?\quad \sqrt[60]{(8^4)^5} = ?$ 1858

78. $3^{1/12} \,.\, \sqrt{3} \,.\, \sqrt[3]{3^2} \,.\, \sqrt[4]{3^3} = ?$ 1859

79. $\sqrt{9} \,.\, \sqrt[4]{18} \,.\, \sqrt[3]{3} \,.\, \sqrt[6]{3} \,.\, \sqrt[4]{8} = ?$ 1860

80. $\sqrt{\dfrac{5}{12}}\,\sqrt[3]{\dfrac{3}{10}} = ?$ 1861

81. $\left(\sqrt[6]{\dfrac{a^4 \cdot c^2 \cdot g^3}{d^3}} : \sqrt{\dfrac{g}{b\,c}}\right) : \sqrt[6]{\dfrac{c^5}{a^2 \,.\, b^3 \,.\, d^3}} = ?$ 1862

†82. $\dfrac{2}{a^{0\cdot8}\; b^{1\cdot16}\; c^{1\cdot48}}\left(\sqrt[3]{a^2\, b^3\, c^4} \,.\, \sqrt[5]{a^{2/3} \,.\, b^{4/5} \,.\, c^{11/15}}\right) = ?$ 1863

1864 †83. $\left(\sqrt[4]{\frac{a^2 b^3 c^3}{d^2 g^3}} : \sqrt[5]{\frac{c^3 g^2}{a^2 b d^4}}\right) . \left(\sqrt[10]{\frac{a g^{10}}{c d^3}} : \sqrt[20]{\frac{c}{b g^3}}\right) = ?$

1865 †84. $\left[\left(\sqrt{x^3} . \sqrt[3]{x^7} . \sqrt[4]{x^9} . \sqrt[6]{x}\right) : \left(\sqrt[5]{x^2} . \sqrt[6]{x^0} . \sqrt[3]{x^2}\right)\right] . \sqrt{\sqrt[5]{x^{1\frac{1}{2}}}} = ?$

1866 †85. $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}}} : \sqrt{\sqrt{3^{-0{\cdot}25}}} = ?$

1867 †86. $\sqrt{16\,y z \sqrt[3]{x z \sqrt{\frac{x^{-1} . y^{-2}}{z^5} : \frac{z^3}{x^{-1} . y^{-4}}}}} = ?$

1868 †87. $\sqrt[24]{\{-[(-3ab^{-1})^{-2}]^{-3}\}^{-4}} = ?$

1869 88. Was sind irrationale Wurzeln? Man zeige auf geometrischem Wege, daß jede irrationale Wurzel, z. B. $\sqrt{5}$, einen ganz bestimmten Grenzwert hat!*)

Man stelle mit rationalem Nenner dar:

1870 89. $\frac{3}{\sqrt{2}} = ?$ $\quad \frac{15}{2\sqrt{3}} = ?$ $\quad \frac{8}{\sqrt[3]{2}} = ?$ $\quad \frac{15}{2\sqrt[3]{3}} = ?$

1871 90. $\frac{1}{2-\sqrt{3}} = ?$ $\quad \frac{1}{4-\sqrt{5}} = ?$

1872 91. $\frac{2}{2-\sqrt{2}} = ?$ $\quad \frac{23}{5-\sqrt{2}} = ?$

1873 92. $\frac{16}{5\sqrt{3}} = ?$ $\quad \frac{1}{\sqrt{3}\sqrt{2}} = ?$

1874 93. $\frac{2-\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} = ?$ $\quad \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = ?$

1875 94. $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = ?$ $\quad \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = ?$

1876 95. $\frac{12}{2+\sqrt{6}-\sqrt{10}} = ?$

1877 †96. $\frac{30}{3-2\sqrt{6}+\sqrt{15}} = ?$

1878 97. $\frac{4\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}-\sqrt{7}} = ?$

---

*) $\sqrt{5}$ ist die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreieckes, dessen Katheten beziehungsweise 1 und 2 Längeneinheiten haben.

†98. $\frac{30}{2\sqrt{30}-3\sqrt{5}+5\sqrt{3}}=?$ **1879**

99. $6\sqrt{\frac{2}{3}}+8\sqrt{\frac{3}{2}}=?$ **1880**

†100. $\frac{3\sqrt{5}-5\sqrt{3}+2\sqrt{30}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}-2\sqrt{2}}=?$ **1881**

101. $\sqrt{4x^2-12xy+9y^2}=?$ **1882**

102. $\sqrt{a^2+4ab+6ac+12bc+4b^2+9c^2}=?$ **1883**

103. $\sqrt{0\cdot09a^2-0\cdot12ab+0\cdot04b^2}=?$ **1884**

104. $\sqrt{\frac{4a^2}{9b^2}+\frac{8}{7}+\frac{36b^2}{49a^2}+\frac{7ac}{6d}+\frac{3b^2c}{2ad}+\frac{49b^2c^2}{64d^2}}=?$ **1885**

105. $\sqrt{294849}=?$ $\sqrt{692224}=?$ $\sqrt{893025}=?$ **1886**

106. $\sqrt{91\cdot0116}=?$ $\sqrt{0\cdot558009}=?$ $\sqrt{0\cdot093025}=?$ **1887**

107. $\sqrt{27}=?$ $\sqrt{40}=?$ $\sqrt{63}=?$ (Auf 4 Dez.) **1888**

108. $\sqrt[1]{\frac{2}{3}}=?$ $\sqrt[2]{\frac{3}{2}}=?$ $\sqrt{\frac{8}{5}}=?$ $\sqrt{\frac{5}{8}}=?$ (4 Dez.) **1889**

109. Erkläre die Schreibweise $\sqrt{81}=\pm 9$. **1890**

110. Kann $\sqrt{-81}$ gleich -9 oder gleich $+9$ sein? Warum nicht? **1891**

111. Quadratwurzeln aus negativen Radikanden heißen **imaginäre** **1892** **Zahlen**; sie gehören weder den positiven noch den negativen Zahlen an. Die Quadratwurzel aus (-1) oder $\sqrt{-1}$ bildet die Einheit dieser Zahlen; sie wird abkürzungsweise mit i bezeichnet und heißt **imaginäre Einheit**. Nach diesem kann man $\sqrt{-81}$ auch schreiben als $\sqrt{81}\,.\,\overline{-1}=\pm 9\,.\sqrt{-1}=\pm 9i$. Stelle in ähnlicher Weise dar: $\sqrt{-25}$, $\sqrt{-225}$, $\sqrt{-10000}$.

112. Warum muß die Annahme getroffen werden, daß $i^2=-1$ **1893** sein muß?

Antwort: Nach der Definition der Quadratwurzel muß $\sqrt{-1}=i$ jene Zahl sein, die, auf die zweite Potenz erhoben, den Radikanden, also -1, gibt.

113. Welche Werte nimmt i^2, i^3, i^4 an? **1894**

114. Die Zahlen ..... $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3,$ **1895** $+4$ .... bilden mit den zwischenliegenden Brüchen und irrationalen Zahlen das Zahlgebiet der **reellen Zahlen**; wie wurde die von ihnen gebildete Zahlenreihe durch eine „**Zahlenlinie**“ dargestellt? Versuche,

eine ähnliche Zahlenreihe und Zahlenlinie der **imaginären** Zahlen aufzustellen.

Anmerkung: Nach **Gauß** wird die Zahlenlinie der imaginären Zahlen durch eine beiderseits unbegrenzte Gerade dargestellt, die im Punkte 0 auf der gleichfalls unbegrenzten Zahlenlinie der reellen Zahlen normal steht. Beide Zahlenlinien haben den Punkt 0 gemeinsam; die Zahl „Null“ ist die einzige, die gleichzeitig beiden Zahlengebieten angehört.*)

1896 **115.** Eine (algebraische) Summe aus einer reellen und aus einer imaginären Zahl wird als **komplexe** Zahl bezeichnet. Was bedeutet also z. B. $4 + 3i$, $5 - 2i$, $-3 + 7i$, $-3 - 5i$?**)

1897 **116.** Vergleiche die beiden komplexen Zahlen $(a + bi)$ und $(a - bi)$. Wodurch unterscheiden sich beide? Man nennt zwei derartige Zahlen **zugeordnet komplex** oder **konjugiert komplex**.

1898 **117.** Unter Festhaltung der im Gebiete der reellen Zahlen gewonnenen Rechengesetze ist das Produkt zweier konjugiert komplexer Zahlen zu bilden. Es ergibt sich $(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$. Warum?

1899 **118.** $\sqrt[3]{8a^3 - 60a^2 + 150a - 125} = ?$

1900 **119.** $\sqrt[3]{27x^6 - 108x^4y + 144x^2y^2 - 64y^3} = ?$

1901 **120.** $\sqrt[3]{a^6 - 3a^5b + 6a^4b^2 - 7a^3b^3 + 6a^2b^4 - 3ab^5 + b^6} = ?$

1902 **121.** $\sqrt[3]{8x^6 - 36x^5y + 102x^4y^2 - 171x^3y^3 + 204x^2y^4 - 144xy^5 + 64y^6} = ?$

1903 **122.** $\sqrt[3]{27x^6 - 135x^5 + 171x^4 + 55x^3 - 114x^2 - 60x - 8} = ?$

1904 **†123.** $\sqrt[3]{x^9 - 3x^8 + 6x^7 - 10x^6 + 12x^5 - 12x^4 + 10x^3 - 6x^2 + 3x - 1} = ?$

1905 **†124.** $\sqrt[3]{8a^9 - 36a^8b + 6a^7b^2 + 57a^6b^3 + 168a^5b^4 - 39a^4b^5 - 274a^3b^6 \; 465a^2b^7 - 300ab^8 - 125b^9} = ?$

1906 **125.** $\sqrt[3]{\frac{8}{27}x^3 - x^2y + 1\frac{1}{8}xy^2 - \frac{27}{64}y^3} = ?$

---

*) Denn es ist $\sqrt{0} = 0$, $\sqrt{-0} = i\sqrt{0} = i \cdot 0 = 0$.

) Das Zahlgebiet der komplexen Zahlen wird in Erweiterung der Zahlenlinien der reellen und imaginären Zahlen die unbegrenzte „Zahlenebene**“ erfüllen. Die Zahl $(a + bi)$ ergibt sich beispielsweise als der Schnittpunkt einer im Abstande $+a$ errichteten Lotrechten mit einer im Abstande $+bi$ gezogenen Wagrechten.

126. $\sqrt[3]{\frac{a^3 b^6}{8 c^9} x^6 - \frac{b}{2 c^5} x^5 + \frac{2}{3 a^3 b^4 c} x^4 - \frac{8 c^3}{27 a^6 b^9} x^3} = ?$ 1907

127. Das Verfahren des Ausziehens der Kubikwurzel aus dekadischen 1908
Zahlen ist an selbstgewählten Beispielen als Umkehrung des Kubierens zu erläutern.

128. $\sqrt[3]{9261} = ?$ $\sqrt[3]{35937} = ?$ $\sqrt[3]{97336} = ?$ 1909

129. $\sqrt[3]{250{\cdot}047} = ?$ $\sqrt[3]{0{\cdot}704969} = ?$ $\sqrt[3]{1{\cdot}030301} = ?$ 1910

130. $\sqrt[3]{1771561} = ?$ 1911

131. $\sqrt[3]{2{\cdot}299968} = ?$ 1912

132. $\sqrt[3]{124251{\cdot}499} = ?$ 1913

133. $\sqrt[3]{12{\cdot}812904} = ?$ 1914

134. $\sqrt[3]{77854{\cdot}483} = ?$ 1915

135. $\sqrt[3]{109902239} = ?$ 1916

136. $\sqrt[3]{350402625} = ?$ 1917

137. $\sqrt[3]{454756609} = ?$ 1918

138. $\sqrt[3]{523606616} = ?$ 1919

139. $\sqrt[3]{976{\cdot}191488} = ?$ 1920

140. $\sqrt[3]{997002999} = ?$ 1921

141. $\sqrt[3]{1371330631} = ?$ 1922

142. $\sqrt[3]{41278242816} = ?$ 1923

143. $\sqrt[3]{44290472211341} = ?$ 1924

144. $\sqrt[3]{238431803066729} = ?$ 1925

145. $\sqrt[6]{594823321} = ?$ 1926

146. $\sqrt[6]{243087455521} = ?$ 1927

147. $\sqrt[6]{6053445140625} = ?$ 1928

1929 148. $\sqrt[9]{2357947691} = ?$

1930 149. $\sqrt[9]{14507145975869} = ?$

1931 150. $\sqrt[12]{2213314919066161} = ?$

1932 151. Das Verfahren des abgekürzten Ausziehens der Kubikwurzel ist an einem besonderen Beispiele (etwa $\sqrt[3]{7}$ auf 4 Dezimalen, zuerst vollständig, dann abgekürzt) darzustellen.

1933 152. Man versuche die Begründung des in Nr. **1932** angeführten Verfahrens.

1934 153. $\sqrt[3]{2}$ (6 Dez.).

1935 154. $\sqrt[3]{3}$ (6 Dez.).

1936 155. $\sqrt[3]{5}$ (6 Dez.).

1937 156. $\sqrt[3]{10}$ (4 Dez.).

1938 157. $\sqrt[3]{9}$ (5 Dez.).

1939 158. $\sqrt[3]{220}$ (4 Dez.).

1940 159. $\sqrt[3]{724}$ (3 Dez.).

1941 160. $\sqrt[3]{13/9}$ (4 Dez.).

1942 161. $\sqrt[3]{1/18}$ (6 Dez.).

1943 162. $\sqrt[3]{7\,9/10}$ (5 Dez.).

1944 163. $\sqrt[3]{1\,13/16}$ (3 Dez.).

Bestimme x aus folgenden Gleichungen:

1945 164. $\sqrt{x} = 4.$

1946 165. $\sqrt[3]{x} = 3.$

1947 166. $\sqrt{x+2} = 5.$

1948 167. $6 - \sqrt{x} = 3.$

1949 168. $\sqrt{3x - 4} = 8.$

1950 169. $5 - \sqrt{2/3\,x} = 3.$

1951 170. $4 - 3/5\sqrt{x} = 1.$

171. $\sqrt{2x-7}=3.$ 1952

172. $8-2\sqrt{\frac{x}{3}+1}=4.$ 1953

173. $\sqrt{3x-1}=\sqrt{5x-7}.$ 1954

174. $3\sqrt{x}-1=5\sqrt{x}-7.$ 1955

175. $2+\sqrt{x^2-3x-3}=x.$ 1956

176. $1+\sqrt{(x+3)\ (x-3)}=x.$ 1957

177. $\sqrt{(x+2)\ (x-3)}+1=x.$ 1958

178. ${}^2/_3\sqrt{x}-{}^1/_2\sqrt{x}+{}^3/_4\sqrt{x}=4\,{}^7/_{12}.$ 1959

179. $\frac{8-\sqrt{x}}{2}-\frac{\sqrt{x}-1}{3}=\sqrt{x}-3.$ 1960

180. $\frac{7-\sqrt{x}}{2}-\frac{\sqrt{x}+3}{6}+1=\frac{2\sqrt{x}-3}{3}+\frac{\sqrt{x}-1}{2}.$ 1961

181. $\frac{7}{\sqrt{x}}+\frac{2}{3}=\frac{6}{\sqrt{x}}+1\frac{1}{6}.$ 1962

182. $\frac{5}{\sqrt{x}}+\frac{1}{3}-\frac{3}{2\sqrt{x}}=\frac{7}{\sqrt{x}}-\frac{11}{30}.$ 1963

183. $\frac{7}{2+\sqrt{x}}=\frac{8}{13-\sqrt{x}}.$ 1964

184. $\frac{15}{3+\sqrt{x}}=\frac{3}{\sqrt{x}-1}.$ 1965

185. $\frac{3\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}-2}=5.$ 1966

186. $\frac{3\sqrt{x}+7}{2\sqrt{x}-7}=4.$ 1967

187. $15-7\cdot\sqrt{\frac{2\,(x+2)}{x-4}}=1.$ 1968

188. $\frac{2\sqrt{x^3}+19}{\sqrt{x}+3}=x-3\sqrt{x}+9.$ 1969

189. $\sqrt{8x}+\sqrt{32x}=12.$ 1970

190. $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{2x+1}}=\frac{\sqrt{15}}{5}.$ 1971

1972 191. $\frac{3\sqrt{x}+7}{2\sqrt{x}+1}=2.$

1973 192. $\frac{4\sqrt{x}-7}{5\sqrt{x}-6}=\frac{\sqrt{x}-7}{\sqrt{x}-6}.$

1974 193. $\frac{\sqrt{x}+3}{3}-\frac{\sqrt{x}-1}{4}-3\frac{1}{6}=\frac{2+\sqrt{x}}{12}-\frac{2\sqrt{x}+3}{4}+\frac{1}{6}.$

1975 194. $\frac{\sqrt{3-x}+\sqrt{x-4}}{\sqrt{3-x}-\sqrt{x-4}}=1.$

1976 195. $\frac{\sqrt{14+x}+\sqrt{2+x}}{\sqrt{14+x}-\sqrt{2+x}}=3.$

1977 †196. $\sqrt{3}\,(x-4)=\sqrt{x-3}\,.\sqrt{3x-8}-2.$

1978 197. $\sqrt{28-3\sqrt{3x+7}}=4.$

1979 198. $x-\sqrt{(x+1)\ (x-3)+\sqrt{x^2-20}}=1.$

1980 199. $\sqrt{8x+13+\sqrt{x^4+6x^2+2x+3}}=x+4.$

1981 200. $\sqrt{6x+6+\sqrt{x^4+6x^2+2x-1}}=x+5.$

1982 201. $2x-\sqrt{4x^2-17\,{}^3\!/_4+\sqrt{4x^2-324}}={}^1\!/_2.$

1983 202. $(7-\sqrt{x}):(10-\sqrt{x})=1:2.$

1984 203. $(4\sqrt{x}+3)\ (4\sqrt{x}-3)=135.$

1985 204. $(\sqrt{x}+2)\ (\sqrt{x}-2)=\sqrt{x}\,(\sqrt{x}-1).$

1986 205. $(18-2\sqrt{x})\ (8-\sqrt{x})=(11-\sqrt{x})\ (14-2\sqrt{x}).$

1987 206. $(2\sqrt{x}-4):(\sqrt{x}+7)=(\sqrt{x}-4):(7-\sqrt{x}).$

1988 207. $(22-\sqrt{16x}):(17-4\sqrt{x})=(\sqrt{x}+5):(\sqrt{x}+1).$

1989 208. $\frac{12x}{\sqrt{8x+9}}-\sqrt{8x+9}=\frac{11}{\sqrt{8x+9}}.$

1990 209. $\frac{8x}{\sqrt{7x-3}}-\sqrt{7x-3}=\frac{7}{\sqrt{7x-3}}.$

1991 210. $\sqrt{x}+\sqrt{x+16}=\frac{40}{\sqrt{x+16}}.$

1992 211. $\sqrt{16x-28}+\sqrt{4x+9}=\frac{12x+7}{\sqrt{4x+9}}.$

212. $3\sqrt{4x+5}-\sqrt{16x+9}=\dfrac{4(x+2)}{\sqrt{4x+5}}.$ 1993

213. $\sqrt{8x-119}-\sqrt{2x-1}=\dfrac{2(x-18)}{\sqrt{2x-1}}.$ 1994

214. $\dfrac{1+2\sqrt{2x-7}}{2+\sqrt{2x-7}}=\dfrac{6\sqrt{2x-7}-4}{3\sqrt{2x-7}+1}.$ 1995

215. $\sqrt{x+5}-\sqrt{x}=1.$ 1996

216. $\sqrt{4x+13}+2\sqrt{x}=13.$ 1997

217. $\sqrt{x+4}+\sqrt{x-1}=5.$ 1998

218. $\sqrt{x+2}+\sqrt{x+9}=7.$ 1999

219. $\sqrt{2x+8}-\sqrt{2x+1}=1.$ 2000

220. $\sqrt{3x+4}-\sqrt{3x-8}=2.$ 2001

221. $\sqrt{5x-4}-\sqrt{5x-19}=3.$ 2002

222. $\sqrt{2(x+1)}-\sqrt{2x-5}=1.$ 2003

223. $\sqrt{5x+11}+\sqrt{5x-9}=10.$ 2004

224. $\sqrt{16x-15}-4\sqrt{x-2}=1.$ 2005

225. $\sqrt{x^2+x-3}-\sqrt{x^2+5x-23}=2.$ 2006

226. $\sqrt{x^2+6x+60}-\sqrt{x^2-12x+33}=9.$ 2007

227. $\sqrt{x+10}-\sqrt{x-2}=\sqrt{4x-20}.$ 2008

228. $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+10}=\sqrt{4x+25}.$ 2009

229. $\sqrt{x+5}+\sqrt{x+12}=\sqrt{4x+33}.$ 2010

230. $\sqrt{2x+4}+\sqrt{2x-3}=\sqrt{8x+1}.$ 2011

231. $3\sqrt{x+1}-\sqrt{4x-7}=\sqrt{x+8}.$ 2012

232. $2\sqrt{x+2}+5\sqrt{x-1}=\sqrt{49x-17}.$ 2013

233. $3\sqrt{x+13}+4\sqrt{x-2}=\sqrt{49x+109}.$ 2014

234. $5\sqrt{x-1}+3\sqrt{x+11}=2\sqrt{16x+41}.$ 2015

†235. $\sqrt{x+4}-\sqrt{x+11}=\sqrt{x-4}-\sqrt{x-1}.$ 2016

†236. $\sqrt{x+14}-\sqrt{x+2}=\sqrt{x+7}-\sqrt{x-1}.$ 2017

†237. $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+7}=\sqrt{x+34}-\sqrt{x+2}.$ 2018

†238. $\sqrt{x+5}+\sqrt{x+12}=\sqrt{x-3}+\sqrt{x+32}.$ 2019

†239. $\sqrt{x+9}-\sqrt{x-3}=\sqrt{x+18}-\sqrt{x+2}.$ 2020

†240. $\sqrt{x+20}+\sqrt{x-4}=\sqrt{x-1}+\sqrt{x+11}.$ 2021

†241. $\sqrt{9x+28}+5\sqrt{2x+13-2\sqrt{9x+28}}=25.$ 2022

2023 †242. $\sqrt{2x-3-\sqrt{5x-4}}+{}^1/_4\sqrt{5x-4}=2.$

2024 †243. $\sqrt{x+2+\sqrt{x+6}}+\sqrt{x+2-\sqrt{x+6}}=\sqrt{18}.$

2025 †244. $\sqrt{x+1+\sqrt{2x+1}}+\sqrt{x+1-\sqrt{2x+1}}=\sqrt{14}.$

2026 †245. $\sqrt{2x-5+\sqrt{3x+1}}+\sqrt{2x-5-\sqrt{3x+1}}=4.$

2027 †246. $\sqrt{2x-11+\sqrt{x+8}}-\sqrt{2x-11-\sqrt{x+8}}=2.$

2028 †247. $\sqrt{3x-1+2\sqrt{9x+10}}+\sqrt{3x-1-2\sqrt{9x+10}}=10.$

2029 †248. $\sqrt{x+15+2\sqrt{7x+2}}+\sqrt{x+15-2\sqrt{7x+2}}=10.$

* * *

2030 249. $3^{2(x-y)}=81,$
$2^{3x+y-12}=64.$

2031 250. $4^{4x-3}\,.\,2^{2y-10}=64,$
$9^{2x-4}:3^{y-2}={}^1/_3.$

2032 251. $x=2+\sqrt{y},$
$y=x^2-3x-1.$

2033 252. $5\sqrt{x}-3\sqrt{y}=3,$
$3\sqrt{x}+4\sqrt{y}=25.$

2034 253. $4\sqrt{x+2}+3\sqrt{y+4}=21,$
$3\sqrt{x+2}+4\sqrt{y+4}=21.$

2035 254. $5\sqrt{x+8}-4\sqrt{y+2}=8,$
$3\sqrt{x+8}+2\sqrt{y+2}=18.$

2036 255. $\frac{8}{\sqrt{x}}+\frac{9}{\sqrt{y}}=7,$
$\frac{10}{\sqrt{x}}-\frac{6}{\sqrt{y}}=3.$

2037 256. $\frac{16}{\sqrt{x}}-\frac{9}{\sqrt{y}}=5,$
$\frac{10}{\sqrt{x}}+\frac{6}{\sqrt{y}}=7.$

2038 257. $\frac{2}{\sqrt{x}}+\frac{3}{\sqrt{y}}=2,$
$\frac{6}{\sqrt{x}}-\frac{6}{\sqrt{y}}=1.$

258. $\frac{4}{\sqrt{x-1}}+\frac{3}{\sqrt{y+5}}=3,$ **2039**

$\frac{8}{\sqrt{x-1}}-\frac{9}{\sqrt{y+5}}=1.$

259. $1+\sqrt{4x^2-6y+9}=2x,$ **2040**

$1+\sqrt{9y^2-8x+21}=3y.$

260. $\sqrt{x+4}+\sqrt{y+5}=6,$ **2041**

$x-y=1.$

261. $\sqrt{\frac{x+y}{20}}:\sqrt{x-y}=1:4,$ **2042**

$\sqrt{5(x+y)}=10\sqrt{\frac{4}{x-y}}.$

†262. $\sqrt{60-x}-\sqrt{y-x}=\sqrt{y},$ **2043**

$\sqrt{40-x}+\sqrt{y-x}=\sqrt{y}.$

263. $4\sqrt{10-x}-2\sqrt{y+4}=\sqrt{y-1},$ **2044**

$3\sqrt{10-x}+4\sqrt{y+4}=9\sqrt{y-1}.$

XXX. Wiederholungsaufgaben.

1. $(a-b)^{m-3}\cdot(a-b)^{4-n}\cdot(a-b)^{n-m}=?$ **2045**

2. $\frac{x^3y^2}{x^{-2}y^{-3}}:\frac{x^{-4}y^{-5}}{x^{-6}y^{-7}}=?$ **2046**

3. $\frac{3\cdot2xy}{z^2}\cdot\frac{3x^3z}{8y^4}\cdot\frac{5yz^3}{6x^6}=?$ **2047**

4. $\frac{x^2y^4}{15a^7b^3z}\cdot\frac{21a^4cz^2}{b^2y^2x^6}\cdot\frac{5a^3b^5x^5}{7cy}=?$ **2048**

†5. $\frac{10x^2b^{4n-4}}{7ay^{2r-8}}\cdot\frac{9a^{10}x^3}{11b^{n-6}y^5}\cdot\frac{y^{r-7}}{15a^3x^7b^{2n+3}}\cdot\frac{77x^3y^{r+4}}{6a^5b^{n-1}}=?$ **2049**

6. $\left(\frac{28a^4b^4}{25x^2y^5}:\frac{4a^2x}{5by^3}\right):\frac{7a^2b^5}{5x^4y^2}=?$ **2050**

†7. $\left(\frac{14a^{3x+1}b^8}{5a^{2x-1}b^5c^5}:\frac{7b^2c^5}{3a^{5-7x}c^9}\right):\frac{6a^{3-x}b^4c^3}{5a^{5x-3}b^3c^4}=?$ **2051**

†8. $\left(m^{b-a}+\frac{m^{2a}-m^{2b}}{m^{a+b}}\right)\cdot\left(m^{b+a}+\frac{m^{2a}-m^{2b}}{m^{b-a}}\right)=?$ **2052**

9. $\frac{2^8-4^2}{4^4}-\frac{25^4-5^5}{5^8}=?$ **2053**

2054 10. $(1^1/_3)^3 \cdot (6^2/_3)^4 \cdot (1^1/_2)^3 \cdot (1^1/_2)^4 = ?$

2054a 10a. $(1^2/_3)^{-3} \cdot (-2^2/_5)^{-2} \cdot (-1^1/_2)^{-5} \cdot (-3^4) = ?$

2055 11. $\left(\frac{30a^2b^2}{7st}\right)^4 \cdot \frac{(14st)^2}{(6ab)^4} : \frac{(5ab)^4}{(7st)^2} = ?$

2056 12. $(-2^2/_5)^{-2} \cdot (1^2/_3)^{-3} = ?$

2057 †13. $\{[(0{\cdot}2)^{-1}]^{-3}\}^{-1} \cdot \{[(-5)^{-2}]^{-1}\}^{-1} = ?$

2057a †13a. $[(-3)^{-1}]^3 \cdot \{[(-2)^{-1}]^{-2}\}^2 \cdot \{[(5)^{-1}]^{-3}\}^{-1} \cdot (-15)^3 = ?$

2058 †14. $\frac{(-18abx)^4 \cdot (-8aby)^3}{(-4ab)^3 \cdot (6ax)^4 \cdot (-9b^2y)^2} = ?$

2059 †15. $\frac{[3(6a^2b^3)^2]^{-1}}{[2(6ab^2)^{-2}]^2} = ?$

2060 16. $(9x^4 - 5x^2 - 4)^2 = ?$

2061 17. $(3x^3 + 2x^2y^2 - xy^4 - 5y^6)^2 = ?$

2062 18. $(2x^{-1} + 3y^{-2})^2 = ?$

2063 19. $(5x^2 - 3 + 2x^{-2})^2 = ?$

2064 20. $83{\cdot}726^2 = ?$

2065 21. $6746^2 - 6398^2 = ?$

2066 22. $699996^2 = ?$

2067 23. $899996^2 - 899994^2 = ?$

2068 24. $(x + y + z)^3 - 3(xy + xz + yz)(x + y + z) + 3xyz = ?$

2069 25. $(11x - 8y)^3 = ?$

2070 26. $(a^4 + a^2 - 1)^3 = ?$

2071 27. $593^3 = ?$

2072 28. $769^3 - 763^3 = ?$

2073 29. $876^3 - 867^3 = ?$

2074 30. $79996^3 = ?$

2075 31. $69996^3 - 59993^3 = ?$

2076 32. $48^5 = ?$

2077 33. $75^5 - 73^5 = ?$

2078 34. $58^6 = ?$

2079 35. $49^6 - 48^6 = ?$

2080 36. $\frac{a^{3x-2} - 1}{b^7} - \frac{1}{b^{3x-2}} = \frac{a^7 - 1}{b^{3x-2}} - \frac{1}{b^7}.$

2081 37. $a^{x-3} \cdot b^{x-3} = \frac{(3ab)^4}{81(ab)^{x-3}}.$

2082 38. $\frac{5^x + 5^{6-5x}}{5^2} = \frac{1}{5} + 5^{x-2}.$

2083 †39. $20 \cdot 2^{3x-5} + 32 \cdot 2^{3x-6} = 36 \cdot 2^{2x+1}.$

†40. $a^{4x+1} \cdot (a^{2x+1})^{3x-5} = a^8 \cdot (a^{2x-3})^{3x+2}$. **2084**

†41. $3^{2x+3} + 3^{x+1} = 84 \cdot 3^x$. **2085**

†42. $5^{x+3} + 5^x = 3150$. **2086**

43. $7\sqrt{12} - 5\sqrt{27} + 8\sqrt{48} - 6\sqrt{75} + 2\sqrt{108} = ?$ **2087**

44. $5\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{-54} - 6\sqrt[3]{-128} + 7\sqrt[3]{-250} + 2\sqrt[3]{432} = ?$ **2088**

45. $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{10} \cdot \sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[3]{4} = ?$ **2089**

46. $\sqrt[4]{a} \cdot \sqrt[4]{a^2} \cdot \sqrt[4]{a^3} \cdot \sqrt[4]{a^2} = ?$ **2090**

47. $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = ?$ **2091**

48. $(9\sqrt{2} + 7\sqrt{3})(9\sqrt{2} - 7\sqrt{3}) = ?$ **2092**

49. $(7\sqrt{8} - 5\sqrt{18} + 3\sqrt{32} + 4\sqrt{50} - 5\sqrt{72}) \cdot 4\sqrt{2} = ?$ **2093**

50. $(14\sqrt{2} - 9\sqrt{6} + 16\sqrt{3} - 4)(4 + 2\sqrt{2} - \sqrt{6}) = ?$ **2094**

51. $\left[\sqrt{(a+x)(b+x)} + \sqrt{(a-x)(b-x)}\right] \cdot \left[\sqrt{(a+x)(b+x)} -\right.$ **2095**
$\left. - \sqrt{(a-x)(b-x)}\right] = ?$

52. $\left(\sqrt{15 + 2\sqrt{26}} - \sqrt{15 - 2\sqrt{26}}\right)^2 = ?$ **2096**

53. $\sqrt[3]{5\sqrt{5} + \sqrt{125 - x^3}} \cdot \sqrt[3]{5\sqrt{5} - \sqrt{125 - x^3}} = ?$ **2097**

54. $\left(\sqrt{x + \sqrt{x^2 - 9}} + \sqrt{x - \sqrt{x^2 - 9}}\right)^2 = ?$ **2098**

55. $\frac{12}{5}\sqrt{1 + \frac{1}{24}} = ?$ **2099**

56. $\sqrt{a^2 - 1} \cdot \sqrt{\dfrac{a-1}{a+1}} = ?$ **2100**

57. $\left(\dfrac{\sqrt{a + \sqrt{b}}}{\sqrt{a^2 - b}} : \dfrac{\sqrt{a^2 - b}}{\sqrt{a - \sqrt{b}}}\right) : \dfrac{1}{\sqrt{a^2 - b}} = ?$ **2101**

58. $\sqrt[m]{\left(\dfrac{a^{2m}}{a^4}\right)^3} \cdot \sqrt[m]{\left(\dfrac{a^{4m}}{a^8}\right)^3} \cdot \sqrt[m]{\left(\dfrac{a^{12}}{a^{5m}}\right)^3} = ?$ **2102**

59. $\dfrac{x+y}{x-y}\left(\sqrt{\dfrac{x-y}{x+y}}\right)^3 = ?$ **2103**

60. $(2^2/_5)^{3/4} \cdot (6^2/_3)^{3/4} \cdot (^1/_4)^{1^1/_2} = ?$ **2104**

61. $x^{5/8} \cdot y^{1/4} \cdot z^{1/2} \cdot x^{-1/8} \cdot y^{-1/2} \cdot z^{-1/2} = ?$ **2105**

62. $\sqrt{\sqrt[3]{36^3 \cdot 49^3}} + \sqrt[3]{\sqrt[4]{27^4 \cdot 8^4}} = ?$ **2106**

63. $\sqrt[3]{81} : \sqrt[4]{729} = ?$ **2107**

2108 64. $\left(\sqrt{\frac{np}{q}} : \sqrt[6]{\frac{s^3}{m^4 p^2 q^3}}\right) \cdot \left(\sqrt[4]{n^2 s^2} \cdot \sqrt[6]{\frac{m^2}{p^5}}\right) = ?$

2109 †65. $\sqrt[8]{2ab}\sqrt{2ab\,.\sqrt{2ab\,.\sqrt{2ab}}} : \sqrt{2^{1/4}\,.\sqrt{2\,.\sqrt{2\,.\sqrt{2}}}} = ?$

2110 †66. $\left\{5^{-0.5}\,.\left(\sqrt{3\sqrt{5}} + \sqrt{5\sqrt{1.8}}\right).\sqrt{20 : \sqrt{2000} : [a^{6^3/_8 - 6.375} + 2]^{1/2}}\right\}$ $\frac{1}{\sqrt{0.2}} = ?$

2111 67. $\frac{5\sqrt{7} + 7\sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = ?$

2112 68. $\frac{24}{3 + 2\sqrt{6} - \sqrt{33}} = ?$

2113 †69. $\frac{5 + 2\sqrt{15} + \sqrt{35}}{2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{7}} = ?$

2114 70. $\sqrt{9a^2 + 24ab + 30ac + 16b^2 + 40bc + 25c^2} = ?$

2115 71. $\sqrt{6^1/_4 r^2 - 16^2/_3 rs - 6^1/_4 rt + 11^1/_9 s^2 + 8^1/_3 st + 1^9/_{16} t^2} = ?$

2116 †72. $\sqrt{\frac{9m^6n^4}{25p^6q^8} - \frac{12m^5n^5}{35p^7q^9} - \frac{332m^4n^6}{735p^8q^{10}} + \frac{16m^3n^7}{63p^9q^{11}} + \frac{16m^2n^8}{81p^{10}q^{12}}} = ?$

2117 73. $\sqrt{\sqrt{8882874001}} = ?$

2118 74. $\sqrt{\sqrt{261351000625}} = ?$

2119 75. $\sqrt{9^3/_5}$ (5 Dez.).

2120 76. $\sqrt{13^5/_8}$ (4 Dez.).

2121 77. $\sqrt{39} - \sqrt{38}$ (6 Dez.).

2122 78. $\sqrt[3]{1728x^3 - 6480x^2y + 8100xy^2 - 3375y^3} = ?$

2123 79. $\sqrt[3]{x^6 + 6x^5y + 15x^4y^2 + 20x^3y^3 + 15x^2y^4 + 6xy^5 + y^6} = ?$

2124 †80. $\sqrt[3]{\frac{27a^6b^6}{125m^3} - \frac{24}{25}a^3b^2m + 1\frac{19}{45}.\frac{m^5}{b^2} - \frac{512m^9}{729a^3b^6}} = ?$

2125 81. a) $\sqrt[3]{0.009129329} = ?$

b) $\sqrt[3]{156.677991471} = ?$

82. a) $\sqrt[3]{12{\cdot}49}$ (4 Dez.). **2126**

b) $\sqrt[3]{6^2/_3}$ (4 Dez.).

83. $\dfrac{5\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}-2}=\dfrac{10\sqrt{x}-3}{6\sqrt{x}-5}$. **2127**

84. $\dfrac{\sqrt{x+1}}{2\sqrt{2x+1}}=\dfrac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{24x+1}}$. **2128**

85. $\dfrac{(15-x)\sqrt{10-x}-(10-x)\sqrt{15-x}}{\sqrt{15-x}-\sqrt{10-x}}=x$. **2129**

86. $(\sqrt{x}-6):(\sqrt{x}-4)=(\sqrt{x}-2):(\sqrt{x}-1)$. **2130**

87. $2\sqrt{5x+1}+\dfrac{4\sqrt{7x-5}}{\sqrt{5x+1}}=\dfrac{18+10x}{\sqrt{5x+1}}$. **2131**

88. $\sqrt{27x-143}-\sqrt{3x+1}=\dfrac{6x-26}{\sqrt{3x+1}}$. **2132**

89. $\sqrt{24x-23}-\sqrt{6x-17}=\dfrac{6(x-2)}{\sqrt{6x-17}}$. **2133**

90. $\dfrac{15+3\sqrt{5x-6}}{2+2\sqrt{5x-6}}=\dfrac{12+6\sqrt{5x-6}}{4\sqrt{5x-6}-2}$. **2134**

91. $\sqrt{4x+9}-\sqrt{4x-7}=2$. **2135**

92. $\sqrt{3x+7}-\sqrt{3x-2}=\sqrt{12x-71}$. **2136**

93. $\sqrt{4x-3}+\sqrt{9x-2}=\sqrt{25x-11}$. **2137**

94. $5\sqrt{x-3}+4\sqrt{x+12}=3\sqrt{9x+13}$. **2138**

†95. $\sqrt{x+24}-\sqrt{x-9}=\sqrt{x+11}-\sqrt{x-16}$. **2139**

†96. $\sqrt{x+7}+\sqrt{x+2}=\sqrt{x+14}+\sqrt{x-1}$. **2140**

†97. $\sqrt{x-1}+\sqrt{x+6}=\sqrt{x+15}+\sqrt{x-6}$. **2141**

†98. $\sqrt{x-2+\sqrt{2x+2}}+\sqrt{x-2-\sqrt{2x+2}}=4$. **2142**

†99. $\sqrt{3x-19+2\sqrt{x-4}}+\sqrt{3x-19-2\sqrt{x-4}}=4$. **2143**

†100. $\sqrt{2x+5+2\sqrt{10x-20}}+\sqrt{2x+5-2\sqrt{10x-20}}=10$. **2144**

101. $\dfrac{10}{\sqrt{x}}+\dfrac{6}{\sqrt{y}}=7$, **2145**

$\dfrac{2}{\sqrt{x}}+\dfrac{3}{\sqrt{y}}=2$.

2146 102. $\frac{14}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = 4$

$\frac{10}{\sqrt{x}} - \frac{6}{\sqrt{y}} = 3.$

2147 103. $5 = 3y - \sqrt{x},$

$x = (3y - 1)(3y - 7).$

2148 104. $2x - \sqrt{y} = 2,$

$\frac{\sqrt{y}}{x+2} = 1.$

2149 105. $7\sqrt{x} - 6\sqrt{y} = 12,$

$5\sqrt{x} - 4\sqrt{y} = 10.$

2150 106. $5\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 4\sqrt{y},$

$6\sqrt{y} - 5\sqrt{x} = 11\sqrt{x} - 2.$

2151 107. $x\sqrt{7} + y\sqrt{5} = 6\sqrt{7},$

$x\sqrt{5} - y\sqrt{7} = 6\sqrt{5}.$

2152 108. $x\sqrt{5} + y\sqrt{3} = 8\sqrt{5} + 6\sqrt{3},$

$x\sqrt{3} + 6\sqrt{5} = y\sqrt{5} + 8\sqrt{3}.$

2153 109. $\sqrt{x+2} + \sqrt{y-3} = 4,$

$x - y = 3.$

2154 110. $\frac{1}{\sqrt{x-2}} + \sqrt{y+1} = \frac{13}{15},$

$2\sqrt{y+1} - \frac{3}{\sqrt{x-2}} = \frac{11}{15}.$

XXXI. Quadratische Gleichungen.

a) Rein quadratische Gleichungen (Wiederholung).

2155 1. $(8 + x)^2 + (8 - x)^2 = 146.$

2156 2. $(5x - 3)^2 + (5x + 3)^2 = 818.$

2157 3. $(x + 4)^2 - (x + 3)^2 = (x + 1)^2 - 43.$

2158 4. $(2x + a)(2x - a) - (x + b)(x - b) = 2(a^2 + 3ab + 2b^2).$

2159 5. $a^2x^2 - a^2b(5a + b) = a^3(4a - b).$

2160 6. $\frac{5x^2}{9} - \frac{3x^2 - 73}{2} = 2\frac{1}{2}.$

2161 7. $\frac{24}{x^2} - \frac{5x - 7}{x} = 2 + \frac{7 - x}{x}.$

8. $\frac{x-1\cdot1}{x+1}+\frac{x+1\cdot3}{x-1\cdot2}=\frac{2\cdot8}{(x+1)(x-1\cdot2)}$. 2162

9. $\sqrt{x^2+20}-\sqrt{x^2-20}=2\sqrt{5}$. 2163

10. $\frac{\sqrt{a^2+x^2}-\sqrt{a^2-x^2}}{\sqrt{a^2+x^2}+\sqrt{a^2-x^2}}=1$. 2164

†11. $\frac{\sqrt{56+13x}+\sqrt{13x-16}}{\sqrt{56+13x}-\sqrt{13x-16}}=\frac{x+4}{2}$. 2165

†12. $\frac{3\sqrt{6x+74}-\sqrt{6x+26}}{3\sqrt{6x+26}-\sqrt{6x+74}}=\frac{x+8}{x+2}$. 2166

b) Gemischt quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten.

1. Die Gleichung $4x^2-6(2x-1)=x(3x-7)+x-2$ ist durch Ausführung der angezeigten Rechnungsoperationen und Zusammenziehung gleichnamiger Ausdrücke möglichst zu vereinfachen, wobei eine Seite der Gleichung gleich Null werden soll. Welche drei Arten von Gliedern enthält schließlich diese Gleichung? 2167

2. Die erhaltene Gleichung $x^2-6x+8=0$ kann dadurch aufgelöst werden, daß man zu x^2-6x ein drittes Glied derartig ergänzt, daß das erhaltene Trinom das Quadrat eines Binoms wird. Versuche, dieses Glied zu ermitteln. 2168

Anleitung: Das Quadrat eines Binoms besteht bekanntlich aus drei Gliedern. (Welche sind es?) Soll x^2 das Quadrat des ersten Teiles vorstellen, so ist der erste Teil selbst gleich x. Das Glied $-6x$ soll das doppelte Produkt des ersten Teiles mit dem zweiten sein. Dann ist das einfache Produkt beider Teile gleich $-3x$. Da der erste Teil x ist, muß der zweite Teil -3 sein. In der obigen Gleichung fehlt das Quadrat dieses zweiten Teiles, das $(-3)^2=9$ sein muß. Geben wir nun auf der linken Seite der Gleichung 9 dazu und subtrahieren es gleichzeitig, so bleibt die Gleichung richtig. Sie lautet dann $x^2-6x+9-9+8=0$ oder $(x-3)^2-9+8=0$ oder $(x-3)^2=1$. Zieht man beiderseits die Quadratwurzel, so ist $x-3=\pm1$*) oder $x=3\pm1$. Je nachdem man das obere oder das untere Vorzeichen benützt, erhält man für x entweder 4 oder 2. Unsere quadratische Gleichung $x^2-6x+8=0$ hat also zwei Lösungen oder — wie man sagt — zwei Wurzeln, u. zw. $x_1=4$, $x_2=2$. Überzeuge dich durch die Probe, daß beide Wurzeln der Gleichung entsprechen oder — wie man sagt — sie erfüllen.

3. **Bilde die „quadratische Ergänzung" zu folgenden Ausdrücken:** 2169
a) x^2+x; b) x^2-2x; c) x^2-3x; d) x^2-7x.

---

*) Vgl. Aufgabe **1890**.

2170 4. Bestimme nach der „Methode der quadratischen Ergänzung“ die Wurzeln der nachstehenden Gleichungen:

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$; b) $x^2 - 11x + 28 = 0$;
c) $x^2 + 3x - 28 = 0$; d) $x^2 - 3x - 28 = 0$;
e) $x^2 + 11x + 28 = 0$.

2171 5. Nach Ausführung angezeigter Rechenoperationen (Auflösung von Klammern), Beseitigung von Brüchen und Reduktion gleichnamiger Glieder muß jede gemischt quadratische Gleichung sich auf die Form $Ax^2 + Bx + C = 0$ bringen lassen, worin A, B und C Zahlen oder Ausdrücke bedeuten, die die Unbekannte x nicht enthalten. Dividiert man diese Gleichung durch A, so geht sie über in $x^2 + \frac{B}{A} \cdot x + \frac{C}{A} = 0$. Setzt man den Koeffizienten der Unbekannten in der ersten Potenz, d. i. $\frac{B}{A} = p$ und den von der Unbekannten freien Ausdruck $\frac{C}{A} = q$, so erhält man die allgemeine Normalform der auf Null reduzierten gemischt quadratischen Gleichung; sie lautet

$$\mathbf{x^2 + px + q = 0.}$$

Der linksstehende Ausdruck $p^2 + px + q$ heißt das Gleichungstrinom. Versuche nun, diese Gleichung ebenso wie jene der vorigen Aufgabe durch eine „quadratische Ergänzung“ zu lösen.

Anleitung: Wie früher ist der gesuchte erste Teil des zu ermittelnden Binoms gleich x. Das doppelte Produkt beider Teile ist $p \cdot x$, das einfache Produkt somit $\frac{p}{2} \cdot x$; da der erste Teil x ist, muß der zweite Teil $\frac{p}{2}$ sein. Dessen Quadrat, also $\left(\frac{p}{2}\right)^2$, ist somit zu ergänzen. Wir addieren daher beiderseits $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ und erhalten, indem wir gleichzeitig das Glied q auf die rechte Seite schaffen:

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \text{ oder}$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q;$$

nach beiderseitigem Ausziehen der Quadratwurzel erhalten wir

$$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \text{ und endlich}$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Sprich diese Formel in Worten aus!

Unter Benützung der in Nr. 5 erhaltenen Formel sind die folgenden Gleichungen aufzulösen:

6. $x^2 - 5x - 24 = 0$. 2172

7. $x^2 - 16x + 55 = 0$. 2173

8. $x^2 - 5x - 104 = 0$. 2174

9. $x^2 + 6x - 135 = 0$ 2175

10. $12x^2 - 7x + 1 = 0$. 2176

11. $15x^2 - x - 2 = 0$. 2177

12. $49x^2 + 35x + 6 = 0$. 2178

13. Die beiden Wurzeln der gemischt quadratischen Gleichung wurden in Nr. 5 gefunden mit 2179

$$x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \text{ und } x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}.$$

Bilde nun die Summe der beiden Wurzeln $(x_1 + x_2)$ und deren Produkt $(x_1 x_2)$ und vergleiche die Ergebnisse mit den beiden in der Normalform vorkommenden Größen p und q. Was zeigt sich? Sprich die erkannte Tatsache in einer Regel aus.

14. Unter Bedachtnahme auf die in Nr. 13 erkannte Gesetzmäßigkeit kann man bisweilen die Wurzeln einer quadratischen Gleichung aus den betreffenden Koeffizienten der auf die Normalform gebrachten Gleichung sofort angeben. Wie muß man dabei zu Werke gehen? Gib nach diesem die Wurzeln der Gleichungen Nr. 2, 4a—e, 6 und 7 an. 2180

Belehrung: Merke dir zu der Gleichung $x^2 + px + q = 0$ die gleichbedeutende Gleichung: $x^2 - (x_1 + x_2) . x + x_1 x_2 = 0$.

15. Sind x_1 und x_2 die Lösungen (Wurzeln) der Gleichung $x^2 + px + q = 0$, so bezeichnet man die Differenzen $(x - x_1)$ und $(x - x_2)$ als die beiden Wurzelfaktoren der quadratischen Gleichung. Setze in diese beiden Binome für x_1 und x_2 die in Nr. 13 gefundenen Werte ein und bilde das Produkt der beiden Wurzelfaktoren. Was erhältst du? Sprich den erhaltenen Satz 2181

$$(x - x_1)(x - x_2) = x^2 + px + q = 0$$

in Worten aus.

16. Inwiefern gestattet uns der in Nr. 15 gewonnene Satz die Lösung der Aufgabe, einen gegebenen dreigliedrigen quadratischen Ausdruck in ein Produkt zweier Faktoren von der Gradzahl 1 (in ein Produkt zweier linearer Faktoren) zu zerlegen? Zeige dies an dem Trinom $x^2 - 2x - 15$. 2182

Anleitung: Man setze das Trinom gleich Null und löse die quadratische Gleichung nach x auf. Es ergeben sich die Lösungen $x_1 = 5$, $x_2 = -3$. Die beiden Wurzelfaktoren sind somit $(x-5)$ und $(x+3)$. Nach dem oben gewonnenen Satze ist dann
$$x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3).$$

2183 17. Zerlege in ein Produkt zweier linearer Faktoren die Trinome:

a) $x^2 + 2x - 24$;

b) $x^2 - 2x - 35$;

c) $x^2 - 5x - 24$.

2184 18. Löse die drei Gleichungen

a) $x^2 - 11x + 28 = 0$;

b) $x^2 - 8x + 16 = 0$;

c) $x^2 - 6x + 34 = 0$

nach der Formel in Nr. 5 auf und äußere dich über die erhaltenen Lösungen.

2185 19. Wann wird eine gemischt quadratische Gleichung zwei verschiedene reelle Wurzeln, wann zwei gleiche (zusammenfallende) reelle Wurzeln, wann zwei komplexe Wurzeln liefern? In welcher Form müssen dabei komplexe Wurzeln immer erscheinen? Wie läßt sich die Natur der Wurzeln (unter Bedachtnahme auf die in Nr. 5 abgeleitete Formel) sofort aus den „Konstanten" der auf die Normalform gebrachten Gleichung (also aus p und q) erkennen?

Ist $\frac{p^2}{4} \gtreqless q$ oder, was dasselbe ist: ist $p^2 \gtreqless 4q$, so liefert die Gleichung
- zwei verschiedene reelle Wurzeln.
- zwei gleiche reelle Wurzeln.
- zwei konjugiert komplexe Wurzeln.

2186 20. Untersuche die Natur der Wurzeln der folgenden quadratischen Gleichungen aus deren Konstanten (ohne die Gleichungen aufzulösen): Überzeuge dich nachträglich (durch Auflösen der Gleichungen) von der Richtigkeit deiner Untersuchung.

a) $x^2 - 10x + 25 = 0$; b) $x^2 + x - 6 = 0$; c) $x^2 + 4x - 45 = 0$;
d) $x^2 - 6x + 10 = 0$; e) $x^2 - 8x + 20 = 0$; f) $x^2 + 4x - 45 = 0$.

2187 21. $x^2 + 0{\cdot}3x - 0{\cdot}28 = 0$.

2188 22. $x^2 + 0{\cdot}5x - 0{\cdot}24 = 0$.

2189 23. $x^2 - 5x - 1554 = 0$.

2190 24. $x^2 + 71x + 1260 = 0$.

2191 25. $x^2 - 106x + 2809 = 0$.

2192 26. Eine gemischt quadratische Gleichung zu bilden mit den Wurzeln a) 4, 5; b) 7, 2; c) 3, —2; d) 5, —8; e) 0·5, —0·3; f) 1·2, —0·8; g) $7 + 2i$; $7 - 2i$.

27. Das Gleichungstrinom der nachstehenden quadratischen Gleichungen ist in ein Produkt zweier Faktoren zu verwandeln und dadurch die Gleichung zu lösen: 2193

a) $x^2 - 11x + 24 = 0;$
b) $x^2 - 11x + 30 = 0;$
c) $x + 11x + 24 = 0;$
d) $x^2 - 3x - 28 = 0;$
e) $x^2 + 6x - 27 = 0;$
f) $x^2 + 13x + 42 = 0.$

28. $x(x + 18) = 3(18 + 5x).$ 2194
29. $(x + 3)(x - 2) - x^2 = (5 - x)(x + 2) + 32.$ 2195
30. $(x - 8)(3x - 20) = 63 - (3x - 17)(2x - 7).$ 2196
31. $x(5x + 18) - x(3x - 11) = 3x(x + 3) - 35 + 18x.$ 2197
32. $(x - 1)^3 = x(x^2 - 1).$ 2198
33. $(x - 0{\cdot}1)(x + 0{\cdot}2) + (x + 0{\cdot}3)(x - 0{\cdot}5) = x^2 - 0{\cdot}7x - 0{\cdot}01.$ 2199
34. $x(x+1)(x+2) + 34x = (x+1)(x+2)(x+3) + 3(3x^2 + 2).$ 2200
35. $(5 - x)(33 - 5x) = (x - 9)^2.$ 2201
36. $(33 - 2x)^2 + (11 - 6x)^2 = (17 + 2x)^2 + (29 - 4x)^2.$ 2202
37. $(7 - x)^3 + (x - 4)^3 = 27.$ 2203
38. $x + \frac{1}{x} = 2\frac{1}{6}.$ 2204
39. $x + \frac{1}{x} = 7\frac{1}{7}.$ 2205
40. $a - x = \frac{1}{x} - \frac{1}{a}.$ 2206
41. $x - \frac{a}{b} = \frac{b}{a} - \frac{1}{x}.$ 2207
42. $\frac{b}{x - a} + \frac{x - b}{a} = 2.$ 2208
43. $\frac{2 - x}{x + 2} = \frac{x - 5}{x - 1}.$ 2209
44. $\frac{83 - 3x}{49 - x} = \frac{29 + x}{17 + x}.$ 2210
45. $\left(\frac{8 - 3x}{7 - 3x}\right)^2 = \frac{14 - 5x}{11 - 5x}.$ 2211
46. $\frac{3 - x}{x - 2} + \frac{x - 2}{3 - x} = \frac{13}{6}.$ 2212

2213 47. $\dfrac{1}{13x+5}+\dfrac{1}{13x-5}=\dfrac{18x^2+8}{169x^2-25}$.

2214 48. $\dfrac{x-5}{x+3}+\dfrac{x+5}{x-3}=\dfrac{x^2+3(7x-26)}{x^2-9}$.

2215 49. $\dfrac{x-4}{x+2}-\dfrac{x-6}{x-5}=\dfrac{2(3x^2-9x+19)}{x^2-3x-10}$.

2216 †50. $\dfrac{2(b-x)-3a}{x-b}+8=\dfrac{x-a+2b}{x-a}$.

2217 51. $\dfrac{18x(x+1)(x+3)}{(3x+1)(3x+7)(2x+1)}=1$.

2218 52. $\dfrac{x^2+x-6}{x^2+4x-9}=\dfrac{x^2-x-1}{x^2+2x-5}$.

2219 53. $\left(\dfrac{7x-11}{3x+5}\right)^2-3\cdot\dfrac{7x-11}{3x+5}+2=0$.

2220 54. $\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}=\dfrac{1}{x-2}+\dfrac{1}{x+7}$.

2221 55. $\dfrac{1}{x+2}-\dfrac{1}{x-4}=\dfrac{1}{x-6}-\dfrac{1}{x-7}$.

2222 56. $\dfrac{1}{x-11}-\dfrac{1}{x-10}=\dfrac{1}{x-8}-\dfrac{1}{x-2}$.

2223 57. $\dfrac{1}{x-3}+\dfrac{1}{x-7}=\dfrac{1}{x-9}+\dfrac{1}{x+9}$.

2224 58. $\dfrac{7}{x-5}-\dfrac{7}{x-7}=\dfrac{2}{x+20}-\dfrac{2}{x-8}$.

2225 59. $\dfrac{8}{x-1}-\dfrac{8}{x-3}=\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{3}{x-4}$.

2226 60. $\dfrac{6}{x-1}+\dfrac{3}{x+1}=\dfrac{30}{3x-1}-\dfrac{1}{x-3}$.

2227 61. $\dfrac{(5-x)^3+(x-3)^3}{4(4-x)^2}=2$.

2228 62. $\dfrac{(7-x)^3+(x-5)^3}{(7-x)^2+(x-5)^2}=2$.

2229 †63. $\dfrac{22m+n-3x}{14m-n-x}=\dfrac{6m+3n+x}{4m+n+x}$.

2230 64. $\dfrac{31-13x}{3+x}+\dfrac{3(x-7)}{x-1}=\dfrac{34-10x}{x-3}$.

†65. $\frac{3(2x-23)}{2x+7} - \frac{26x+1}{2x+27} = \frac{2(25-10x)}{2x-3}$. 2231

†66. $\frac{3(2x-21)}{2x+9} - \frac{26x+27}{2x+29} = \frac{10(3-2x)}{2x-1}$. 2232

67. $\sqrt{9-x} + \sqrt{7-x} = \sqrt{16-2x}$. 2233

68. $\sqrt{a+x} - \sqrt{b-x} = \sqrt{a+b}$. 2234

69. $\sqrt{\frac{15}{x}+11} = 6 - \sqrt{9-\frac{15}{x}}$. 2235

70. $\sqrt{\frac{x}{x-6}} + \sqrt{\frac{x-6}{x}} = 2\frac{1}{2}$. 2236

71. $\sqrt{4x-5+\sqrt{2x-9}} = 4$. 2237

72. $\sqrt{x+4+\sqrt{3(x-12)}} = 4$. 2238

73. $\sqrt{19-x+\sqrt{3(68-5x)}} = 3$. 2239

74. $\sqrt{3-2x} - \sqrt{19-10x} = 4\sqrt{2-x}$. 2240

75. $\sqrt{5-2x} - \sqrt{29-10x} = 4\sqrt{3-x}$. 2241

76. $\sqrt{11-10x} + \sqrt{51-50x} = 2\sqrt{6-5x}$. 2242

77. $\sqrt{12-10x} - \sqrt{52-50x} = 10\sqrt{1-x}$. 2243

78. $\sqrt{12-10x} + \sqrt{28-26x} = 2\sqrt{19-17x}$. 2244

†79. $\sqrt{m+n-2x} - \sqrt{9m+n-10x} = 4\sqrt{m-x}$. 2245

80. $\sqrt{48-10x} + \sqrt{32-10x} = 4\sqrt{8-2x}$. 2246

81. $\sqrt{28-5x} + \sqrt{22-5x} = 3\sqrt{10-2x}$. 2247

†82. $\sqrt{7\frac{1}{2}-10x} + \sqrt{14\frac{1}{6}-10x} = 4\sqrt{2\frac{1}{6}-2x}$. 2248

†83. $\sqrt{\frac{3x-4}{x-2}} + \sqrt{\frac{x-2}{3x-4}} = \sqrt{\frac{16x+11}{3x}}$. 2249

†84. $\sqrt[3]{72-x} - \sqrt[3]{16-x} = 2$. 2250

†85. $(9^{4-5x})^x = 3^{x+1}$. 2251

†86. $(5^{3x+1})^{x-1} = (25^{x+2})^{5x-13}$. 2252

c) Höhere Gleichungen, die sich auf quadratische zurückführen lassen.

Vorbemerkung: So wie die Gleichungen ersten Grades (die linearen Gleichungen) nur eine Wurzel, die quadratischen Gleichungen zwei Wurzeln besitzen, so wird eine Gleichung vom Grade n durch n Wurzeln erfüllt. Man beachte in den folgenden Beispielen jedesmal die Gradzahl und die Anzahl der erhaltenen Wurzeln der Gleichung.

1. $3(x-5)(x+2) = (x^2-3x)(x^2-3x+1) - 38$. 2253

Anleitung: Die Aufgaben Nr. 1—20 lassen sich am einfachsten durch Substitution einer neuen Unbekannten lösen. Im vorstehenden Beispiel setze man nach Auflösen der Klammer im linken Teile $x^2 - 3x = y$.

2254 2. $3(x^2 + 5x - 8) = (x^2 + 5x)(x^2 + 5x \pm 13)$.

2255 3. $(x^2 + 7x)(x^2 + 7x - 3) = 2(x + 3)(x + 4)$.

2256 4. $\dfrac{x^2 + x - 5}{x^2 + x - 4} + \dfrac{x^2 + x + 5}{x^2 + x - 2} = 10$.

2257 5. $\dfrac{x^2 + x + 1}{x^2 + x - 1} - \dfrac{2(x^2 + x) - 46}{2(x^2 + x) - 97} = 1$.

2258 6. $\dfrac{2(x^2 + x) + 41}{2(x^2 + x) + 2} + \dfrac{2(x^2 + x) - 13}{2(x^2 + x) - 2} = 3$.

2259 7. $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^2 - \dfrac{35}{6}x - \dfrac{35}{6x} + \dfrac{25}{3} = 0$.

2260 8. $(x^2 - x)^2 - 3x(x - 1) + 2 = 0$.

2261 9. $x(x^2 - 10x + 16) = 7x^3 - 70x^2 + 112x$.

2262 10. $8(x - 3)x = x^3 - 3x^2 + 9(3 - x)$.

Anleitung: Die ganze Gleichung enthält den Faktor $(x - 3)$; wie kann man dies zur Lösung ausnützen? Auch die nächste Aufgabe gestattet das Herausheben eines ähnlichen Faktors, der als „Wurzelfaktor" erscheint.

2263 11. $x^3 - 5x^2 + (x - 5)^2 + 3x(x - 5) = 0$.

2264 12. $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$.

2265 13. $x^4 - 41x^2 + 400 = 0$.

2266 14. $x^4 - 74x^2 + 1225 = 0$.

2267 15. $(16x^2)^2 - 34(4x)^2 + 225 = 0$.

2268 16. $x^6 + 9x^3 + 8 = 0$.*)

2269 17. $x^6 - 19x^3 - 216 = 0$.

2270 18. $x^6 + 19x^3 - 216 = 0$.

2271 19. $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$.

2272 20. $x^8 - 97x^4 + 1296 = 0$.

2273 21. $3x^3 - 5x^2 - (5x + 14)(3x - 5) = 0$.**)

2274 22. $2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$.

Bemerkung: Die vorstehende Gleichung sowie die folgenden Aufgaben bis Nr. 37 gehören zu den sogenannten „symmetrischen oder reziproken Gleichungen". Ihr Kennzeichen ist, daß die Koeffizienten der von den Enden gleich weit abstehenden Glieder (mindestens) dem absoluten Werte nach übereinstimmen; als Folge des symmetrischen Ausbaues dieser Gleichungen ergibt sich dann, daß bei Gleichungen von ungerader Gradzahl eine Wurzel immer + 1 oder − 1 sein

---

*) Beachte die Bemerkung zu Nr. **2291**!

**) Man hebe $(3x - 5)$ als Faktor heraus.

muß; ferner daß immer, wenn eine Wurzel der Gleichung a ist, eine zweite $\frac{1}{a}$ (reziproker Wert von a) sein muß. Begründe dies an den folgenden Gleichungen.

Für die Auflösung der reziproken Gleichungen des 3. (und ähnlich für jene des 5. Grades) läßt sich durch Betrachtung der Gleichung sofort entscheiden, ob die eine Wurzel $+1$ oder -1 sein muß. Im obigen Beispiel wird $x_1 = +1$ sein. Warum? Dividiert man das Gleichungspolynom durch den zugehörigen Wurzelfaktor $(x-1)$, so erhält man einen quadratischen Ausdruck. Es ergibt sich somit für das vorstehende Beispiel die linke Seite der Gleichung in der Form $(x-1)\,(2x^2-5x+2)=0$. Ein Produkt zweier Faktoren kann aber nur dann den Wert Null haben, wenn ein Faktor oder beide Faktoren gleich Null sind. Die obige Gleichung des dritten Grades zerfällt somit in die beiden Gleichungen

$$x-1=0 \text{ und}$$
$$2x^2-5x+2=0,$$

die uns die drei Wurzeln der reziproken Gleichung liefern.

23. $3x^3+7x^2-7x-3=0.$ **2275**

24. $4x^3+13x^2-13x-4=0.$ **2276**

25. $4x^3-21x^2+21x-4=0.$ **2277**

26. $5x^3+31x^2+31x+5=0.$ **2278**

27. $5x^3-31x^2+31x-5=0.$ **2279**

28. $x^4+\frac{4}{3}x^3-\frac{14}{3}x^2+\frac{4}{3}x+1=0.$ **2280**

Bemerkung: Die Lösung dieser reziproken Gleichung 4. Grades erfolgt, indem man zunächst die ganze Gleichung durch x^2 dividiert und die von den Enden gleich weit abstehenden Glieder paarweise zusammenfaßt. Es ergibt sich

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+\frac{4}{3}\left(x+\frac{1}{x}\right)-\frac{14}{3}=0.$$

Setzt man nun $\left(x+\frac{1}{x}\right)=y$, so ist $x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$. Die Gleichung $y^2+ +\frac{4}{3}y-\frac{20}{3}=0$ liefert zwei Werte von y, deren jeder in die Gleichung $x+ +\frac{1}{x}=y$ substituiert wird, nach deren Auflösung nach x sich die vier Wurzeln der vorgelegten Gleichung ergeben.

29. $2x^4-9x^3+14x^2-9x+2=0.$ **2281**

30. $6x^4+35x^3+62x^2+35x+6=0.$ **2282**

31. $x^4-\frac{35}{6}x^3+\frac{31}{3}x^2-\frac{35}{6}x+1=0.$ **2283**

32. $8x^4-54x^3+101x^2-54x+8=0.$ **2284**

33. $12x^4-91x^3+194x^2-91x+12=0.$ **2285**

2286 34. $x^5 - \frac{41}{6}x^4 + \frac{97}{6}x^3 - \frac{97}{6}x^2 + \frac{41}{6}x - 1 = 0.$

Bemerkung: Ähnlich wie bei den reziproken Gleichungen dritten Grades wird hier der Wurzelfaktor $(x \pm 1)$ ausgeschieden, wodurch sich eine reziproke Gleichung des vierten Grades ergibt.

2287 35. $x^5 - \frac{21}{4}x^4 + \frac{775}{72}x^3 - \frac{775}{72}x^2 + \frac{21}{4}x - 1 = 0.$

2288 36. $x^5 - x^4 - x + 1 = 0.$

2289 37. $x^5 + x^4 - x - 1 = 0.$

2290 38. $x^2(14 - x) = 33x.$

2291 39. $x^3 - 1 = 0.$

Bemerkung: Die „binomische Gleichung" $x^3 - 1 = 0$ wird durch Faktorenzerlegung nach Nr. **131 a, b** zerlegt in

$$(x-1)(x^2+x+1) = 0.$$

Die beiden Gleichungen $x - 1 = 0$ und $x^2 + x + 1 = 0$ liefern die drei Werte der $\sqrt[3]{1}$.*)

2292 40. $x^3 + 1 = 0.$

2293 41. $x^3 - 8 = 0.$

2294 42. $(3 - x)^3 - 27 = 0.$

2295 43. $x^4 - 1 = 0.$

2296 44. $\sqrt{x^2+5} + \sqrt{x^2-5} = x\sqrt{2}.$

2297 45. $x^5 - 1 = 0.$

2298 46. $x^6 - 1 = 0.$

d) Eingekleidete Aufgaben, die auf quadratische Gleichungen führen.

2299 1. Man zerlege die Zahl 2 in zwei Faktoren, die sich um die Einheit unterscheiden.**)

2300 2. Man zerlege die Zahl 3 in zwei (irrationale) Faktoren, die sich um die Einheit unterscheiden.

2301 3. Welche Zahl ist um $^3/_4$ kleiner als ihr Quadrat?

2302 4. Welche positive (irrationale) Zahl ist um 5 kleiner als ihr Quadrat?

2303 5. Welche Zahl ist um $3\,^3/_4$ größer als ihr reziproker Wert?

2304 6. Die Summe der reziproken Werte zweier aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ist $^{31}/_{240}$. Wie heißen die Zahlen?

*) $\sqrt{1}$ liefert zwei Werte ± 1. — Analog besitzt $\sqrt[n]{1}$ n Werte.

**) Bei jeder Aufgabe ist zu untersuchen, ob jede der beiden Lösungen der Aufgabe entspricht. In den „Ergebnissen" sind die „unbrauchbaren Lösungen" weggelassen worden.

7. Man soll 30 so in zwei Summanden zerlegen, daß die Summe ihrer Quadrate 468 beträgt. 2305

8. Man soll die Zahl 20 in zwei Faktoren zerlegen, für die die Summe der Quadrate 41 beträgt. 2306

9. Die Summe der Quadrate dreier aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen ist um 38 größer als die Summe dieser Zahlen selbst. Wie heißen die drei Zahlen? 2307

10. Um welche Zahl muß man den ersten Faktor des Produktes 28×15 verkleinern und den zweiten Faktor vergrößern, damit das Produkt um 30 größer wird? 2308

11. Teilt man eine vierziffrige Zahl in der Mitte, so ist das Produkt der Teile 875. Die Summe der Teile verhält sich zur ursprünglichen Zahl wie 4 : 235. Wie heißt die Zahl?*) 2309

12. Ein Knabe stellt seine Bleisoldaten in einem Quadrate auf, so daß in jeder Quadratseite der zwölfte Teil der Gesamtzahl steht. Da bleiben ihm 11 Soldaten übrig. Wie viele hat er? 2310

13. Zwei Brüder erhalten je 4 S Taschengeld. Da der eine täglich um 30 g mehr ausgibt als der andere, wird er mit seinem Gelde um 3 Tage früher fertig als der andere. Wieviel gibt jeder täglich aus? 2311

14. Ein Kaufmann verkauft ein Stück Stoff und nimmt dafür 1500 S ein. Hätte er davon 10 m zurückbehalten, dafür aber 1 m um 5 S teurer verkauft, so würde er gleich viel eingenommen haben. Wieviel Meter hatte das Stück Stoff? 2312

15. Jemand hat 20000 S angelegt. Am Schlusse des ersten Jahres nimmt er von den Zinsen 600 S weg, legt dagegen am Ende des zweiten Jahres 1320 S dazu, wodurch sein Vermögen gegen seinen Anfangswert um 20% gestiegen ist. Zu wieviel Prozent war das Kapital angelegt? 2313

†16. Zwei Kaufleute legen zu einem Geschäfte 3000 S zusammen. Der erste läßt sein Geld durch 3 Monate, der zweite durch 2 Monate stehen. Jeder bezieht an Einlage und Gewinn gleich viel, nämlich 2970 S. Wieviel hat jeder eingelegt? 2314

17. Zwei Arbeiter können zusammen eine Arbeit in 6 Tagen fertig bringen. Wie lange hätte jeder allein daran zu tun, wenn der zweite in diesem Falle um 5 Tage länger arbeiten müßte als der erste? 2315

18. Ein Wasserbehälter wird durch zwei Zulaufröhren in 12 Stunden gefüllt, wenn beide gleichzeitig offen sind. Wie lange müßte jede Röhre 2316

---

*) Führt auf eine rein quadratische Gleichung.

geöffnet sein, um den Behälter zu füllen, wenn die zweite dazu um 10 Stunden länger braucht als die erste?

2317 19. Wie weit muß sich ein Punkt einer Kreislinie vom Halbmesser r in der Richtung des Halbmessers entfernen, damit die von ihm an den Kreis gezogenen Tangenten die Länge t erhalten? (Allgemein zu lösen mit Hilfe des Tangenten-Sekanten-Satzes; dann auszuwerten für $r = 21$ cm, $t = 28$ cm.)

2318 20. Wie groß ist der Halbmesser eines Kreises, wenn er um 33 cm kürzer ist als eine Sehne, deren Mittelpunktsabstand 15 cm beträgt?

2319 21. Die Seiten eines Quadrates werden in einer und derselben Richtung so geteilt, daß der Unterschied der beiden Abschnitte 7 cm beträgt. Durch geradlinige Verbindung der vier Teilungspunkte erhält man ein dem ursprünglichen eingeschriebenes Quadrat, dessen Inhalt um 120 cm² kleiner ist als der Inhalt des ursprünglichen. Um wieviel unterscheiden sich die Umfänge beider Quadrate?

2320 22. Von zwei gegenüberliegenden Ecken eines Quadrates von 144 cm² Inhalt beschreibt man mit einer gewissen Strecke Kreisbogen und gewinnt dadurch die Eckpunkte eines dem Quadrate eingeschriebenen Rechteckes, dessen Inhalt 70 cm² beträgt. Wie groß ist die verwendete Strecke?

2321 23. Verkürzt man eine gewisse Strecke einmal um 1 cm, ein anderes Mal um 4 cm und ein drittes Mal um 25 cm, so bilden die drei neuen Strecken ein rechtwinkliges Dreieck. Wie groß war die ursprüngliche Strecke?

2322 24. In einem rechtwinkligen Dreieck ist die längere Kathete um 2 dm kürzer als die Hypotenuse, dagegen um 34 dm länger als die kürzere Kathete. Wie groß ist der Umfang und der Inhalt des Dreiecks?

2323 25. In einem rechtwinkligen Dreieck ist die eine Kathete um 79 cm kürzer als der ihr nicht anliegende Hypotenusenabschnitt. Wie groß sind die Katheten, wenn die Hypotenuse 169 cm beträgt?

2324 26. Von einem quadratischen Stück Pappe wird an jeder Ecke ein Quadrat von 2 cm Seitenlänge herausgeschnitten; dann werden die außen entstandenen Rechtecke rechtwinklig aufwärtsgebogen, so daß ein flaches Kästchen von 1152 cm³ Rauminhalt entsteht. Wie groß war die ursprüngliche Quadratseite?

2325 27. Vergrößert man die Kante eines Würfels um 2 cm, so wächst sein Inhalt um 1352 cm³. Wie groß war die Kante des ursprünglichen Würfels?

2326 28. Ein rechteckiger Teich hat 80 m Umfang. Er ist von einem überall gleich breiten Rasenstreifen umgeben, um den eine Einzäunung verläuft. Diese umschließt insgesamt eine Fläche, die um 6 a 24 m² größer ist als die Fläche des Teiches. Wie breit ist der Rasenstreifen?

29. Von zwei Vielecken hat das eine um 3 Ecken mehr und doppelt so viel Diagonalen als das andere. Wieviel Ecken hat jedes Vieleck? **2327**

30. Um einen runden Gartenplatz steht eine gewisse Anzahl von Bäumen, von denen nie mehr als zwei in einer und derselben Geraden liegen. Wieviel Bäume sind es, wenn man im ganzen 136 verschiedene Wege einschlagen kann, um von einem Baume zu einem anderen zu gelangen? **2328**

31. Die Telephonzentrale einer kleinen Stadt kann durch ihre Leitungen im ganzen 132870 Gesprächsverbindungen herstellen. Wie viele Bewohner hatten Telephonanschluß? **2329**

32. Zwei Körper A und B sind voneinander 1320 m weit entfernt und bewegen sich gegeneinander. Wieviel Meter legt jeder in der Sekunde zurück, wenn A in der Sekunde um 2 m weniger macht als B und daher zum Durchlaufen der ganzen Entfernung um 22 Sekunden länger brauchen würde als B? Nach wieviel Sekunden treffen die beiden Körper zusammen? **2330**

33. Auf einem Kreise bewegen sich, von einer gemeinsamen Anfangslage ausgehend, zwei Körper gleichförmig nach entgegengesetzten Richtungen mit verschiedenen Geschwindigkeiten und treffen nach 30 Sekunden zusammen. Der eine Körper braucht zu einem ganzen Umlauf um 25 Sekunden länger als der andere. In welcher Zeit führt jeder einen Umlauf aus? **2331**

34. Aus einem Luftballon, der 840 m hoch über der Erde schwebt, wird ein Stein mit 10 $\frac{\text{m}}{\text{sek.}}$ Geschwindigkeit vertikal nach unten geworfen. Nach wieviel Sekunden kommt er auf der Erdoberfläche an? ($g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{sek.}^2}$.) **2332**

35. Nach wieviel Sekunden befindet sich ein mit 60 $\frac{\text{m}}{\text{sek.}}$ Geschwindigkeit lotrecht in die Höhe geschleuderter Stein in 135 m Höhe? ($g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{sek.}^2}$.) **2333**

e) Quadratische Gleichungen mit zwei Unbekannten.

1. $xy + x = 40,$ **2334**
   $x + y = 12.$*)

2. $x^2 + 5xy = 24,$ **2335**
   $x + y = 4.$

*) Ist die eine der Gleichungen linear, so rechne man aus ihr eine Unbekannte und setze den erhaltenen Wert in die zweite Gleichung ein. (Nr. 1 bis 10.)

2336 3. $xy - 5x = -15,$

$4x - y = 18.$

2337 4. $\frac{7x - 2y}{17} = \frac{5}{x + y},$

$2x - 3y = 0.$

2338 †5. $2x + 5y = 30,$

$x^2 + 2y^2 = xy + 4x - 3y + 29.$

2339 †6. $(x - y)^2 = 12 - x,$

$\frac{x}{4} + \frac{y}{5} = 4.$

2340 7. $x + y = 15,$

$xy = 56.$*)

2341 8. $x - y = 4,$

$xy = 45.$

2342 9. $x^2 + y^2 = 58,$

$x + y = 10.$

2343 10. $x^2 + y^2 = 80,$

$x - y = 4.$

2344 11. $x^2 + y^2 = 100,$

$x^2 - y^2 = 28.$

2345 12. $16x^2 + 9y^2 = 3600,$

$9x^2 + 16y^2 = 3600.$

2346 13. $9x^2 + 9y^2 = 544,$

$9x^2 - 16y^2 = 144.$

2347 14. $x^2 + y^2 = 25,$

$xy = 12.$

2348 15. $4x^2 + 3y^2 = 39,$

$xy = 3.$

2349 16. $4x^2 + 5y^2 = 56,$

$3y^2 = 4x.$

---

*) Diese und die folgenden Aufgaben (bis einschließlich Nr. 10) können außer nach der Substitutionsmethode in sinnreicher Weise dadurch gelöst werden, daß man aus der gegebenen Summe (Differenz) der beiden Unbekannten auch deren Differenz (Summe) zu ermitteln sucht. Zur Lösung der vorstehenden Aufgabe erhebe man die erste Gleichung beiderseits aufs Quadrat, multipliziere hierauf die zweite Gleichung mit 4 und subtrahiere sie von der ersten. Man erhält dadurch $(x - y)^2$.

17. $x^2 + y^2 = 52,$ 2350
$y^2 = 9x.$
18. $x + y = 74,$ 2351
$\sqrt{x} + \sqrt{y} = 12.$*)

* * *

19. Zwei Zahlen haben als Produkt 72 als Quotient 18. Wie 2352
heißen sie?

20. Die Summe der Quadrate zweier Zahlen ist um 62 größer als 2353
die Summe und um 72 größer als die Differenz der beiden Zahlen.
Welche Zahlen sind es?

21. Die Summe der Quadrate zweier Zahlen ist 113, die Summe 2354
der Quadrate der beiden ihnen in der Zahlenreihe folgenden 145.
Welche Zahlen sind es?

22. Wie lang sind die Zeiger einer Turmuhr, wenn der Abstand 2355
ihrer Spitzen um 9 Uhr 25 dm und um 12 Uhr 5 dm beträgt?

23. Eine zweiziffrige Zahl ist 2·8 mal so groß wie ihre Ziffersumme 2356
und $1^3/_4$ mal so groß wie das Produkt ihrer Ziffern. Welche Zahl ist es?

24. Teilt man eine zweiziffrige Zahl durch das Produkt ihrer Ziffern, 2357
so erhält man 3. Vertauscht man die beiden Ziffern, so ist die neue
Zahl $5^1/_4$ mal so groß wie das Produkt der beiden Ziffern. Welche
Zahl ist es?

25. Vertauscht man in einer zweiziffrigen Zahl die beiden Ziffern, 2358
so wird die Zahl um 18 größer. Die Summe der Quadrate beider
Ziffern ist 34. Wie heißt die Zahl?

26. Wie lang sind die Katheten eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen 2359
Hypotenuse 65 cm und dessen Inhalt 750 cm² ist?

27. Wie groß sind die Seiten eines rechtwinkligen Dreieckes, wenn 2360
sein Umfang 84 cm und sein Inhalt 294 cm² beträgt?

28. Von einem gleichschenkligen Dreieck ist die Grundlinie um 3 cm 2361
kürzer als der Schenkel und das Quadrat über der Grundlinie $1^2/_3$ mal
so groß wie der Inhalt des Dreiecks. Wie groß sind die Dreiecksseiten?

29. Ein Dreieck hat als Grundlinie 48 cm, als Höhe 15 cm. Auf 2362
seiner Grundlinie steht ein Rechteck von 160 cm² Inhalt, dessen obere
Eckpunkte in den zwei anderen Dreiecksseiten liegen. Wie groß sind die
Seiten des Rechtecks?

30. Zwei Vielecke haben zusammen 18 Ecken und 58 Diagonalen. 2363
Was für Vielecke sind es?

---

*) Suche zuerst $(\sqrt{x} - \sqrt{y})$ zu bestimmen.

Siebenter Abschnitt.

Logarithmen. Reihen und Anwendungen.

XXXII. Logarithmen und deren Anwendung.

2364 1. Was bedeutete die Gleichung $b^n = a$? Wie nennt man die Zahl a? (a ist die n-te Potenz von b; b heißt die Basis der Potenz und n der Potenzexponent.)

2365 2. Inwieferne bedeutet die Gleichung $b = \sqrt[n]{a}$ eine Umkehrung des Potenzierens? Wie nennt man die Zahl b? (b ist die n-te Wurzel aus a; a heißt der Radikand und n der Wurzelexponent.)

2366 3. Welche zweite Umkehrung gestattet das Potenzieren?

Anleitung: Wenn man in $b^n = a$ den Exponenten n als gesucht betrachtet, so ergibt sich eine zweite Umkehrung des Potenzierens, die man als das Logarithmieren bezeichnet. Wenn $b^n = a$ ist, so heißt n der Logarithmus von a bezogen auf die Grundzahl (Basis) b. Man schreibt dafür $n = {}^b\log a$. Es bedeutet also ${}^b\log a$ immer jenen Potenzexponenten, mit dem b zu potenzieren ist, damit man a erhält.

2367 4. Nach der in Nr. 3 gegebenen Erklärung sollen für die Grundzahl 10 ermittelt werden die Logarithmen von

10, 100, 1000, 10000, ... ferner von $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1000}, \frac{1}{10000} \dots$

2368 5. Ermittle für die Basis 2 die Logarithmen von

$$1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32} \dots$$

2369 6. Warum ist als Basis eines „Logarithmensystems" nur eine positive Zahl, die größer als 1 ist, brauchbar? Warum eignet sich 1 selbst nicht als Basis eines Logarithmensystems?

2370 7. Welchen Wert hat log 1 für jede beliebige Basis?

Aus $b^0 = 1$ folgt ${}^b\log 1 = 0$.

2371 8. Wie groß ist der Logarithmus der Basis eines jeden Logarithmensystems?

Aus $b^1 = b$ folgt ${}^b\log b = 1$.

2372 9. Man beweise den Satz:

$$\mathbf{{}^b\log (m \, . \, n) = {}^b\log m + {}^b\log n.}$$

Bezeichnen wir die Logarithmen von m und n für die Basis b mit x und y, so sind nach Nr. 3 x und y jene Potenzexponenten, auf die man die Basis b erheben muß, um m und n zu erhalten. Es ist also

$$b^x = m$$
$$b^y = n.$$

Bilden wir aus diesen beiden Gleichungen durch Multiplikation eine neue Gleichung, so ergibt sich $b^{x+y} = mn.$

Nach der Definition des Logarithmus sagt uns diese Gleichung: Der Logarithmus des Produktes (mn), bezogen auf die Basis b, ist gleich x + y, ist also nach obigem gleich der Summe der Logarithmen der beiden Faktoren m und n, bezogen auf die Basis b, was die obige Gleichung in der Sprache der Buchstabenrechnung aussagt.

10. Man beweise den Satz: 2373

$$\mathbf{{}^b\log \frac{m}{n} = {}^b\log m - {}^b\log n.}$$

Beweis wie in Nr. 9.

11. Wie lauten die Umkehrungen der in Nr. 9 und 10 abgeleiteten Gleichungen: 2374

$${}^b\log m + {}^b\log n = {}^b\log (mn) \text{ und}$$
$${}^b\log m - {}^b\log n = {}^b\log \left(\frac{m}{n}\right); \text{ in Worten?}$$

12. Man beweise den Satz: 2375

$$\mathbf{{}^b\log (a^m) = m \,.\, {}^b\log a.}$$

Es sei ${}^b\log a = x$, so heißt dies, daß $b^x = a$ ist. Erheben wir diese Gleichung beiderseits zur Potenz m, so ergibt sich $b^{mx} = a^m$. In Worten heißt dies: Der Logarithmus der Potenz a^m ist (mx), ist also gleich $m \,.\, {}^b\log a$, was in der obigen Gleichung zum Ausdrucke kommt.

13. Man beweise den Satz: 2376

$$\mathbf{{}^b\log \sqrt[m]{a} = \frac{1}{m} \,.\, {}^b\log a.}$$

Beweis wie in Nr. 11.

14. Wie lauten die Umkehrungen der in Nr. 12 und 13 abgeleiteten Gleichungen: 2377

$$m \,.\, {}^b\log a = {}^b\log (a^m) \text{ und}$$
$$\frac{1}{m} \,.\, {}^b\log a = {}^b\log \sqrt[m]{a} \text{ in Worten?}$$

Unter Benützung der Sätze in Nr. 9, 10, 12 und 13 löse man folgende Aufgaben:

15. $\log \left(\frac{mnp}{q}\right) = ?$ 2378

2379 16. $\log \left(\frac{a\,b}{c\,d}\right) = ?$

2380 17. $\log\,(a^3\,b^2\,c) = ?$

2381 18. $\log \left(\frac{x^5\,y^7}{z^3}\right) = ?$

2382 19. $\log \sqrt{a^3\,b^5} = ?$

2383 20. $\log \sqrt[3]{\frac{a^2\,b^7}{c^5}} = ?$

2384 21. $\log \frac{a^5 \cdot \sqrt[3]{b^5\,c^4}}{\sqrt[4]{a^7}} = ?$

2385 22. $\log a^3 \sqrt[3]{b^4 \sqrt{c}} = ?$

2386 23. $\log \sqrt[m]{\frac{a\,b^2\,c^5}{\sqrt[n]{d}}} = ?$

2387 24. $\log\,(\sqrt[5]{a\,b} \cdot \sqrt[3]{c^4} \cdot \sqrt{d - e}) = ?$

Man soll jene algebraischen Ausdrücke angeben, die durch Logarithmierung die in den nachfolgenden Aufgaben mit x bezeichneten Werte ergeben:

2388 25. $x = \log a + \log b - \log c.$

2389 26. $x = 3 \log a + 4 \log b.$

2390 27. $x = 5 \log a - 3 \log b + 2 \log c.$

2391 28. $x = 3 \log a + 7 \log b - 5 \log c.$

2392 29. $x = \frac{5}{7} \log a.$

2393 30. $x = \frac{1}{3} \log a + \frac{1}{5} \log b - \frac{1}{2} \log c.$

2394 31. Welche Logarithmensysteme sind in der Praxis in Gebrauch? Wie ist insbesondere das Briggssche Logarithmensystem eingerichtet?

2395 32. Wie kann man aus unserer Logarithmentafel den (Briggsschen oder gemeinen) Logarithmus irgendeiner Zahl bestimmen? Nach welcher Regel bestimmt sich insbesondere die Kennziffer (Charakteristik) des Logarithmus einer ganzen oder einer Dezimalzahl? Wie findet man die zugehörige Mantisse?

33. Welche Vorteile bringt uns die Verwendung der in Nr. 9, 10, 12 und 13 abgeleiteten Sätze für die logarithmische Berechnung von Zahlenausdrücken? 2396

Mit Hilfe der Logarithmen ist zu berechnen:

34. $568{\cdot}2 \times 7{\cdot}384 = ?$ 2397

35. $\dfrac{51{\cdot}84 \times 0{\cdot}1278}{62580} = ?$ 2398

36. $\dfrac{5{\cdot}328 \times 11{\cdot}75}{-0{\cdot}9253} = ?$ 2399

37. $9^5 = ?\quad 68^4 = ?$ 2400

38. $6400 \times 1{\cdot}04^8 = ?$ 2401

39. $(-7{\cdot}05873)^{-2{\cdot}2} = ?$ 2402

40. $\dfrac{2854\,.\,\sqrt[3]{0{\cdot}5}}{938} = ?$ 2403

41. $\left(\dfrac{38}{27}\right)^{0{\cdot}07} \times \left(\dfrac{51}{43}\right)^{0{\cdot}03} = ?$ 2404

42. $\sqrt[5]{\dfrac{19}{89057}} = ?$ 2405

43. $\dfrac{3{\cdot}8497\,.\,\sqrt[3]{100}}{0{\cdot}7308} = ?$ 2406

44. $(0{\cdot}7385\,.\,\sqrt[7]{215{\cdot}8})^5 = ?$ 2407

45. $\dfrac{80{\cdot}904\,.\,\sqrt[5]{0{\cdot}031}}{54{\cdot}081\,.\,\sqrt[6]{0{\cdot}017}} = ?$ 2408

46. $\dfrac{9{\cdot}387\,.\,\sqrt[3]{0{\cdot}09307}}{0{\cdot}568\,.\,\sqrt{0{\cdot}07038}} = ?$ 2409

47. $\sqrt[3]{5^4 \cdot \sqrt{125}} = ?$ 2410

48. $\sqrt[3]{0{\cdot}09\,.\,\sqrt[3]{\dfrac{29}{71}}} = ?$ 2411

2412 49. $\frac{\sqrt[6]{10}}{\sqrt[3]{100}} = ?$

2413 50. $7^7 : \sqrt[7]{\frac{2\sqrt[7]{2}}{\sqrt{10}}} = ?$

2414 51. $\sqrt[11]{0.07 \cdot \sqrt[9]{8 \cdot \sqrt[7]{0.9}}} = ?$

2415 52. Der Inhalt eines Dreieckes ist zu berechnen aus $a = 9.417$ dm, $b = 8.216$ dm, $c = 6.853$ dm.

2416 53. $\sqrt{1 + \frac{4.838 \times 9.368}{5.704^2}} = ?$

2417 54. $\sqrt[3]{1.9768^3 + 3.7805^3} = ?$

2418 55. $\frac{\sqrt{0.092}}{0.8} - \sqrt[3]{0.9967} = ?$

2419 56. $\sqrt[3]{97 - \sqrt[3]{813}} = ?$

2420 57. $\sqrt[4]{83 - 7 \cdot \sqrt[3]{0.947}} = ?$

2421 58. $\sqrt{62489^2 - 53476^2} = ?$

2422 59. $\sqrt[7]{\sqrt[5]{37545} - \sqrt[4]{25450}} = ?$

* *
*

Bestimme die Werte der Unbekannten aus folgenden Gleichungen:*)

2423 60. $\frac{5^x}{2.5} = \frac{2^x}{6^{x-1}}$.

2424 61. $\sqrt{5^{8-\frac{1}{x}}} = \sqrt[3]{8^{5+\frac{1}{x}}}$.

2425 62. $5^x \cdot 2^y = 2000$,
$y = x + 1$.

2426 63. $3^x \cdot 2^y = 2592$,
$2^x \cdot 3^y = 3888$.

---

*) Diese Aufgaben werden durch Benützung der Lehrsätze Nr. 9, 10, 12 und 13 gelöst.

64. $\log(x-11)+\log(x-12)=\log 2.$ 2427
65. $\log(11x-16)=\log 42-\log(3x+1).$ 2428
66. $\log(x+4)+\log(x+5)=\log(x+2)+\log(x+4)+\log 2.$ 2429
67. $\log(7x-9)^2+\log(3x-4)^2=2.$*) 2430
68. $\dfrac{\log 2x}{\log(4x-15)}=2.$ 2431
69. $\log^2 x-4\log x+5=0.$ 2432
70. $\dfrac{1}{5-\log x}+\dfrac{2}{1+\log x}=1$ 2433
71. $x^{\log x}=10000.$ 2434
72. $x^{\log x}=10^9.$ 2435
73. $x^{\log x}=\sqrt[9]{10}.$ 2436
74. $x^{3-\log x}=100.$ 2437
75. $x^{5-\log x}=10000.$ 2438
76. $x^{7+\log x}=1.$ 2439
†77. $\left(\dfrac{x}{3}\right)^{3+\log x}=30000.$ 2440

XXXIII. Arithmetische Reihen.

1. Als arithmetische Reihe oder als Progression mit konstanter Differenz bezeichnet man eine geordnete Folge von Zahlen, deren jede vermindert um die vorhergehende eine und dieselbe Differenz ergibt. Das Anfangsglied einer solchen Zahlenfolge sei a_1, die Differenz der Reihe d. Wie lauten dann die ersten Glieder dieser Reihe? Man bilde vier solche Reihen, die sämtlich mit dem Anfangsgliede 8 beginnen und deren Differenz der Reihe nach $2, -2, \frac{1}{2}, -\frac{2}{3}$ sein soll. Wann wird man eine solche Reihe als steigend, wann als fallend bezeichnen? 2441

2. Wie kann man ein bestimmtes Glied einer arithmetischen Reihe (z. B. das siebente Glied a_7) durch das Anfangsglied a_1, durch die Differenz d und durch den Stellenzeiger n des Gliedes (für unseren Fall $n=7$) ausdrücken? Welche allgemein giltige Formel ergibt sich für a_n? 2442

Anleitung: Es ist $a_2=a_1+d$, $a_3=a_2+d=a_1+d+d=a_1+2d$, $a_4=a_3+d=a_1+2d+d=a_1+3d$ usw. Also ist $a_7=a_1+6d$ und allgemein

$$a_n=a_1+(n-1)\cdot d.$$

*) Es sind nur die reellen Wurzeln der Gleichung zu bestimmen.

2443 3. Wie läßt sich die Summe der ersten n Glieder einer arithmetischen Reihe (s_n) aus dem Anfangsgliede a_1, dem Endgliede a_n und der Gliederzahl n bestimmen?

Anleitung: Man schreibe die Summe aller Glieder zweimal Glied für Glied untereinander, wobei man aber das zweite Mal die Glieder in umgekehrter Folge schreibt, also:

$s_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \ldots\ldots (+ a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n,$

$s_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \ldots\ldots (+ a_n + 2d) + (a_n + d) + a_1;$

addiert man nun beiderseits, so fallen die Glieder d, 2d . . . . weg und erübrigt rechts so oftmal die Summe $(a_1 + a_n)$, als Glieder vorhanden sind. Es ist also

$$2s_n = n(a_1 + a_n) \text{ oder}$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n).$$

2444 4. In welcher Beziehung steht irgendein Glied einer arithmetischen Reihe (a_x) zu seinen beiden Nachbargliedern (a_{x-1} und a_{x+1})?

Anleitung: Es ist $a_{x-1} = a_x - d$ und $a_{x+1} = a_x + d$; somit ist $a_{x-1} + a_{x+1} = 2a_x$ und daher

$$a_x = \frac{a_{x-1} + a_{x+1}}{2}.$$

In Worten: Jedes Glied einer arithmetischen Reihe ist das arithmetische Mittel seiner beiden Nachbarglieder.

2445 5. Wie viele von den fünf Größen a_1, d, n, a_n und s_n müssen bekannt sein, damit man die anderen daraus berechnen kann?

2446 6. In der folgenden Tabelle sind für vier bestimmte arithmetische Reihen die Größen a_1, d, n, a_n und s_n angegeben. Man nehme drei dieser Größen als gegeben an und bestimme die übrigen. (Ergibt im ganzen 4 × 10 Aufgaben.)

Reihe	a_1	d	n	a_n	s_n
1	5	9	12	104	654
2	-13	2	24	33	240
3	7	$1\frac{1}{2}$	9	19	117
4	$-4\frac{2}{3}$	$-2\frac{2}{3}$	10	$-28\frac{2}{3}$	$-166\frac{2}{3}$

Bemerkung: Die Fälle a_1, d, s_n und a_n, d, s_n führen auf quadratische Gleichungen.

2447 7. Das mittlere Glied einer aus 11 Gliedern bestehenden arithmetischen Reihe ist 23, die Differenz der Reihe 4. Wie groß ist die Summe aller Glieder?

8. In einer arithmetischen Reihe ist gegeben $a_1 = 3$, $d = 5$ und $s_n = 164$. Berechne n und a_n. 2448

9. Wie viele Glieder hat eine arithmetische Reihe und wie beginnt sie, wenn die Differenz 3, das letzte Glied 56 und die Summe aller Glieder 551 ist? 2449

10. In einer arithmetischen Reihe ist das vierte Glied 8, das siebente 14 und die Summe einer gewissen Anzahl von Gliedern 72. Wie heißt das Anfangsglied, wie das Endglied und wie groß ist die Gliederzahl? 2450

11. Die Summe der ersten 18 Glieder einer arithmetischen Reihe ist 495. Wie groß ist die Differenz der Reihe und das letzte Glied, wenn das fünfte Glied 14 ist. Das wievielte Glied der Reihe ist 80? 2451

12. Zwischen 8 und 12 sollen 15 Zahlen so eingeschaltet (interpoliert) werden, daß sie mit den genannten Zahlen eine arithmetische Reihe bilden. Wie lautet diese Reihe und wie groß ist ihre Summe? 2452

13. Wie viele Glieder muß man zwischen 2 und 8 einschalten, damit eine arithmetische Reihe mit der Gesamtsumme 65 entsteht, und wie groß ist die Differenz dieser Reihe? 2453

14. Wie groß ist die Summe aller durch 6 teilbaren Zahlen im Zahlenraume von 1 bis 300? 2454

15. Wie groß ist die Summe aller durch 7 teilbaren Zahlen im Zahlenraume von 1 bis 1000? 2455

16. Es ist zu beweisen, daß die Summe der ersten n ungeraden Zahlen n^2 gibt. 2456

17. Wieviel ungerade Zahlen — beginnend mit eins — geben zur Summe 484? 2457

18a. Wie heißt die 18. gerade Zahl, wie die 24., wie die n-te und wie groß ist die Summe der ersten n geraden Zahlen? 2458a

18b. Wie heißt die 17. ungerade Zahl, wie die 23., wie die n-te und wie groß ist die Summe der ersten n ungeraden Zahlen? (Vgl. Nr. 16.) 2458b

19. Wie groß ist die Summe aller Produkte im „Kleinen Einmaleins"? 2459

20. Wie groß ist die Summe aller dreiziffrigen Zahlen, die durch 3 dividiert den Rest 2 hinterlassen? 2460

21. Drei ganze Zahlen bilden eine arithmetische Reihe. Die Summe ihrer Quadrate ist 83. Die dreifache erste Zahl ist um 3 kleiner als die Summe der beiden anderen Zahlen. Welche Zahlen sind es? 2461

22. In einer arithmetischen Reihe ist die Summe aus dem 3. und 5. Gliede 38, jene aus dem 2. und 8. Gliede 46. Das wievielte Glied der Reihe beträgt 67? 2462

2463 23. Die ersten fünf Glieder einer arithmetischen Reihe haben zur Summe 5 und das zehnte Glied der Reihe ist 29. Wie lautet die Reihe, das wievielte Glied der Reihe ist 57 und wie groß ist die Summe der ersten 15 Glieder?

2464 24. Vier Zahlen bilden eine arithmetische Reihe. Das Produkt der ersten und letzten beträgt 55, jenes der zweiten und dritten ist um 8 größer. Wie heißen die Zahlen?

2465 25. In einer arithmetischen Reihe beträgt die Summe des 2. und 5. Gliedes 27, das Produkt aus dem 3. und 4. Gliede 180. Wie viele Glieder dieser Reihe muß man nehmen, um als Summe 1302 zu erhalten?

2466 †26. In einer arithmetischen Reihe ist die Summe der ersten vier ungeraden Glieder 44, jene der ersten vier geraden Glieder 56. Wie heißt das Anfangsglied und die Differenz der Reihe? Das wievielte Glied der Reihe beträgt $\frac{25}{196}$ von der Summe aller vorangegangenen Glieder?

2467 †27. Die Summe einer aus vier Gliedern bestehenden arithmetischen Reihe ist 20, die Summe ihrer reziproken Werte ist $1\,^1/_{24}$. Wie heißen die vier Glieder, wenn man weiß, daß die Differenz der Reihe eine ganze Zahl ist?

2468 28. Die drei Ziffern einer dreistelligen Zahl mit der Quersumme 15 bilden eine arithmetische Reihe. Wie heißt diese Zahl, wenn die aus den beiden höchsten Stellen gebildete zweiziffrige Zahl um 22 größer ist als die aus den zwei letzten Ziffern gebildete?

2469 29. Die Ziffern einer dreistelligen Zahl bilden eine arithmetische Reihe. Die Ziffersumme ist 9 und das Produkt aus der letzten und der Summe der beiden ersten Ziffern ist 20. Wie heißt die Zahl?

2470 30. Bei einem Wettlaufe nach einem 7 km weit entfernten Ziele legt der Sieger in den ersten zehn Minuten 1500 m und in jedem folgenden Zeitraume von zehn Minuten immer gleichviel weniger zurück als im vorhergehenden. In den letzten zehn Minuten lief er nur mehr 1300 m. Wie lang lief er?

2471 31. Jemand will sich das Rauchen abgewöhnen, und zwar so, daß er in jeder Woche immer um eine gewisse Anzahl von Zigarren weniger raucht als in der vorangegangenen. In der ersten Woche rauchte er noch 24 Stück und in der neunten Woche war er bereits Nichtraucher. Wieviel Zigarren mußte er sich von Woche zu Woche versagen und wieviel Stück hat er in der Zeit seiner Entwöhnung noch verraucht?

32. Ein Bediensteter wurde mit einem Anfangsgehalte von 3000 S pro Jahr angestellt, der alljährlich um 20 S steigen sollte. Wie lange stand er im Dienst, wenn er während seiner ganzen Dienstzeit 81000 S bezogen hat? 2472

33. Für das Graben eines Brunnens wird für das erste Meter eine Entschädigung von 8·58 S und für jedes folgende Meter um 0·56 S mehr als für das vorhergehende bewilligt. Wenn nun im ganzen 139·92 S bezahlt wurden, wie tief war der Brunnen? 2473

34. Einem Radfahrer, der vor $3^3/_4$ Stunden von hier fortgefahren ist und stündlich 16 km zurücklegt, wird ein zweiter nachgeschickt, der in der ersten Stunde 20 km, in jeder folgenden um 1 km mehr zurücklegt. In welcher Zeit und in welcher Entfernung von hier wird er den ersten einholen? 2474

35. A und B wohnen voneinander 224 km weit entfernt. Sie gehen einander entgegen, wobei B um 2 Tage später abgeht als A. A legt am ersten Tage 36 km, an jedem folgenden um 4 km weniger zurück, B am ersten Tage 25 km, an jedem folgenden um 3 km mehr zurück. Wann und wo treffen sie sich? 2475

36. Zwischen den Schenkeln eines Winkels sind in gleichen Abständen voneinander 15 parallele Strecken gezogen, von denen jede immer um 3 cm länger ist als die vorhergehende. Wie lang ist die erste und wie lang die letzte, wenn alle zusammen 405 cm lang sind? 2476

37. An einem Quader, dessen Oberfläche 366 cm² beträgt, bilden die Längen der drei an einer Ecke zusammentreffenden Kanten eine arithmetische Reihe mit der Differenz 3. Wie lang sind sie? 2477

†38. Im einem Dreiecke bilden die Längen der drei Seiten eine arithmetische Reihe mit der Differenz 2 cm. Der Inhalt des Dreieckes ist 336 cm²? Wie groß ist der Umfang? 2478

XXXIV. Geometrische Reihen.

1. Als **geometrische Reihe** oder als **Progression mit konstanten Quotienten** bezeichnet man eine geordnete Folge von Zahlen, deren jede dividiert durch die vorhergehende einen und denselben **Quotienten** ergibt. Das **Anfangsglied** einer solchen Zahlenfolge sei a_1, der **Quotient** der Reihe q. Wie lauten dann die ersten Glieder dieser Reihe? Man bilde vier solche Reihen, die sämtlich mit dem Anfangsgliede 8 beginnen und deren Quotient der Reihe nach $2, -2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ 2479

sein soll. Wann wird man eine solche Reihe als steigend, wann als fallend bezeichnen? Wann wird sie eine Zeichenfolge, wann einen Zeichenwechsel zeigen?

2480 2. Wie kann man ein bestimmtes Glied einer geometrischen Reihe (z. B. das siebende Glied a_7) durch das Anfangsglied a_1, durch den Quotienten q und durch den Stellenzeiger n des Gliedes (für unseren Fall n = 7) ausdrücken? Welche allgemein giltige Formel ergibt sich für a_n?

Anleitung: Es ist $a_2 = a_1 q$, $a_3 = a_2 q = a_1 q \cdot q = a_1 q^2$, $a_4 = a_3 q = a_1 q^2 \cdot q = a_1 q^3$ usw. Also ist $a_7 = a_1 q^6$ und allgemein

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}.$$

2481 3. Wie läßt sich die Summe der ersten n Glieder einer geometrischen Reihe (s_n) aus dem Anfangsgliede a_1, dem Endgliede a_n und der Gliederzahl n bestimmen?

Anleitung: Man schreibe die Summe aller Glieder auf und setze darunter die mit dem Quotienten q multiplizierte Summe, also:

$$s_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \ldots\ldots\ldots + a_1 q^{n-2} + a_1 q^{n-1}$$
$$q \cdot s_n = a_1 q + a_1 q^2 + \ldots\ldots\ldots + a_1 q^{n-2} + a_1 q^{n-1} + a_1 q^n.$$

Subtrahiert man die obere Gleichung von der unteren, so erhält man

$$s_n(q-1) = a_1 q^n - a_1 = a_1 (q^n - 1) \text{ oder}$$

$$s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

Da $a_n = a_1 q^{n-1}$ ist, kann diese Formel auch in folgender Weise geschrieben werden:

$$s_n = \frac{a_n q - a_1}{q - 1}.$$

Wann wird die erste, wann die zweite dieser Summenformeln verwendet werden?

2482 4. In welcher Beziehung steht irgendein Glied einer geometrischen Reihe (a_x) zu seinen beiden Nachbargliedern?

Anleitung: Es ist $a_{x-1} = \frac{a_x}{q}$ und $a_{x+1} = a_x \cdot q$; somit $a_{x-1} \cdot a_{x+1} = a_x^2$ und daher

$$a_x = \sqrt{a_{x-1} \cdot a_{x+1}}.$$

In Worten: Jedes Glied einer geometrischen Reihe ist das geometrische Mittel aus seinen beiden Nachbargliedern.

2483 5. Wie viele von den fünf Größen a_1, q, n, a_n und s_n müssen bekannt sein, damit man die anderen daraus berechnen kann?

2484 6. In der folgenden Tabelle sind für vier bestimmte geometrische Reihen die Größen a_1, q, n, a_n und s_n gegeben. Man nehme drei dieser Größen als gegeben an und bestimme die übrigen. (Ergibt im ganzen 4×10 Aufgaben.)

Reihe	a_1	q	n	a_n	s_n
1	1	2	3	4	7
2	2	3	3	18	26
3	2	-3	3	18	14
4	3	$\frac{1}{4}$	3	$\frac{3}{16}$	$3\frac{15}{16}$

7. Wie groß ist das Anfangsglied einer geometrischen Reihe, wenn das siebente Glied 64 und das neunte Glied 256 heißt? Wie heißt das vierte Glied? **2485**

8. In einer geometrischen Reihe von acht Gliedern (reelle Zahlen) ist das dritte Glied 18, das sechste Glied 486. Wie groß ist das erste und das letzte Glied und wie groß die Summe aller Glieder? **2486**

9. Eine geometrische Reihe beginnt mit 8 und ihre ersten drei Glieder geben zur Summe 104. Wie groß ist der Quotient der Reihe? **2487**

10. Drei Zahlen bilden eine geometrische Reihe. Ihre Summe ist 14. Wie heißen die zwei letzten Zahlen, wenn die erste 8 ist? **2488**

11. In einer geometrischen Reihe mit dem Anfangsgliede 6 ist die Summe der ersten drei Glieder $28\frac{1}{2}$. Wie heißt die Reihe? **2489**

12. Wie lautet eine aus reellen Zahlen gebildete Reihe, in der die Summe aus dem ersten und vierten Gliede 36 und jene aus dem vierten und siebenten Gliede 288 beträgt? **2490**

13. Welche drei (reellen) Zahlen, die eine geometrische Reihe bilden, geben als Produkt 1000, während die Summe ihrer Quadrate 525 ist? **2491**

14. Vier Zahlen bilden eine geometrische Reihe mit der Summe 170; die Summe der beiden mittleren Glieder ist 40. Welche Zahlen sind es? **2492**

15. Die Zahl 26 ist in drei (reelle) Summanden zu zerlegen, so daß sie eine geometrische Reihe bilden und ihr Produkt 216 wird. **2493**

16. Drei (reelle) Zahlen stehen in geometrischer Reihe. Ihre Summe ist 26, das Produkt aus dem mittleren Glied und der Summe der beiden anderen Glieder ist 120. Welche Zahlen sind es? **2494**

17. Es gibt fünf Zahlen, die in geometrischer Reihe stehen und so beschaffen sind, daß die Summe der ersten vier 40, die Summe der letzten vier 120 gibt. Welche Zahlen sind es? **2495**

18. Drei Zahlen, die zusammen 14 ausmachen, stehen in geometrischer Reihe. Die Summe der beiden ersten verhält sich zur Summe der beiden letzten wie 1 : 2. Welche Zahlen sind es? **2496**

2497 19. Zwischen zwei Zahlen a und b sind r Zahlen so einzuschalten (zu interpolieren), daß eine geometrische Reihe entsteht. Wie lautet der Quotient dieser Reihe?

2498 20. Zwischen Grundton und Oktave sollen elf Zwischentöne eingeschaltet werden, so daß das Tonintervall zwischen je zwei Nachbartönen ein gleiches werde (gleichschwebende musikalische Temperierung). Wie groß ist dieses Intervall?

2499 21. In einer größeren Stadt erfährt jemand eine beunruhigende Nachricht und teilt sie im Laufe der nächsten Stunde drei anderen Personen mit, von denen jede wieder im Laufe der nächsten Stunde die Neuigkeit an drei andere Personen weitergibt usw. Wieviel Menschen werden nach zehn Stunden davon wissen?*)

2500 22. Ein Vater hinterläßt seinen drei Kindern 15250 S, die so zu verteilen sind, daß die Teile eine geometrische Reihe bilden und das jüngste Kind nur um 2750 S weniger bekommt als die beiden älteren zusammen. Wie geschieht die Verteilung?

2501 23. Eine dreiziffrige Zahl mit der Quersumme 14 wird von drei Ziffern gebildet, die eine geometrische Reihe bilden. Wie lautet die Zahl, wenn die Einerziffer der vierte Teil von der Hunderterziffer ist?

2502 †24. Die drei Ziffern einer dreistelligen Zahl bilden eine geometrische Reihe. Die Quersumme ist 13 und das Dreifache der Hunderterziffer ist um 4 kleiner als die aus den Zehnern und Einern gebildete Zahl. Wie heißt die Zahl?

2503 25. Wie groß ist die Summe einer aus unendlich vielen Gliedern bestehenden geometrischen Reihe, die mit dem Anfangsgliede a_1 beginnt und deren Quotient kleiner als die Einheit (also ein echter Bruch) ist?

Anleitung: Wenn man einen echten Bruch (z. B. $^1/_3$) zum Quadrate erhebt also mit sich selbst multipliziert, so wird das Produkt ($^1/_9$) kleiner als einer der früheren Faktoren ($^1/_3$). Erhebt man den Bruch zur dritten Potenz, so wird das Ergebnis noch kleiner ($^1/_{27}$). Läßt man also fortgesetzt den Potenzexponenten wachsen, so wird der erhaltene Bruch immer kleiner. Wächst somit dieser Potenzexponent ohne Ende, so wird der Wert des Bruches sich ohne Ende verkleinern und daher „der Grenze Null" immer mehr nähern. In der auf Seite 206 mitgeteilten ersten Summenformel wird daher $q^n = 0$ und die Formel geht über in

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q},$$

welche Formel jedoch nur für unendliche geometrische Reihen gilt, deren Quotient kleiner als 1 ist. Solche Reihen besitzen eine ganz bestimmte Summe sie sind, wie man sagt, konvergent.

*) Hieher gehören auch die bekannten (behördlich verbotenen) „Schneeballsammlungen".

26. Summiere: 2504

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \text{ohne Ende;}$$

$$1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{8}+\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ \text{ohne Ende.}$$

27. Zeige, daß die „periodischen Dezimalbrüche" (vergl. Abschn. X) als fallende unendliche geometrische Reihen aufgefaßt und nach der in Nr. 25 abgeleiteten Formel in gemeine Brüche verwandelt werden können. 2505

28. Man verlängert eine Strecke a um die Hälfte ihrer Länge, verlängert dann weiter um die Hälfte der früheren Verlängerung usw. ohne Ende. Welchem Grenzwert nähert sich die Summe aller dieser Strecken?*) 2506

29. Wenn man eine Strecke a um $^2/_3$ ihrer Länge verlängert, die erhaltene Strecke dann weiter um $^2/_3$ der letzten Verlängerung verlängert usw. ohne Ende, so strebt man unaufhörlich einem bestimmten Endpunkt zu. Welcher Endpunkt ist dies? 2507

30. Hieher gehört auch das historisch berühmte Sophisma (Trugschluß des Zenon von Elea, etwa um 500 v. Chr.): Achilles verfolgt eine Schildkröte, die in einer Entfernung von 1 Stadion vor ihm hergeht, mit zwölfmal so großer Geschwindigkeit. Kommt Achilles an der Stelle an, wo sich die Schildkröte zu Anfang befand, so ist sie um $^1/_{12}$ Stadion weiter; durchläuft Achilles diese kleine Strecke von $^1/_{12}$ Stadion, so wird die Schildkröte um $^1/_{144}$ Stadion weiter sein usw. Somit wird also Achilles die Schildkröte nie erreichen, obwohl er sich ihr beständig nähert! Was ergibt die Rechnung? 2508

31. Einem Quadrat mit der Seite s wird ein zweites so eingeschrieben, daß seine Eckpunkte auf den Mittelpunkten der Seiten des ursprünglichen liegen, in dieses ein ebensolches drittes usw. ohne Ende. Wie groß ist die Summe aller Inhalte, wie groß jene aller Umfänge? 2509

32. Auf dem einen Schenkel eines Winkels von 60° wird eine Strecke a angenommen und diese auf den zweiten Schenkel projiziert. Die erhaltene Projektion wird wieder auf den ersten Schenkel projiziert usw. ohne Ende, wodurch zwischen den Schenkeln ein zickzackförmiger Linienzug entsteht. Man berechne dessen Länge. 2510

33. Die Summe einer unendlichen geometrischen Reihe ist 20, das zweite Glied 5. Anfangsglied und Quotient sind zu berechnen. 2511

---

*) Überzeuge dich mit Zirkel und Lineal von der raschen Konvergenz der in Betracht kommenden Reihe.

2512 34. Von einer unendlichen geometrischen Reihe ist die Summe der ersten zwei Glieder 15, die Gesamtsumme der Reihe 64. Man berechne das Anfangsglied und den Quotienten der Reihe.

2513 35. In einer unendlichen geometrischen Reihe ist die Differenz der beiden ersten Glieder 6, die Gesamtsumme der Reihe 13·5. Wie groß ist das Anfangsglied und wie groß der Quotient?

2514 36. In einer unendlichen geometrischen Reihe ist die Summe des ersten, dritten und fünften Gliedes $7\frac{7}{8}$, jene des zweiten, vierten und sechsten Gliedes $3\frac{15}{16}$. Wie groß ist die Summe der unendlichen Reihe?

2515 37. Eine arithmetische und eine geometrische Reihe stimmen in den ersten zwei Gliedern überein. Das dritte Glied der geometrischen Reihe und das vierte der arithmetischen Reihe sind ebenfalls gleich. Wie lauten beide Reihen?

2516 38. Drei Zahlen bilden eine arithmetische Reihe mit dem Anfangsglied 11. Subtrahiert man von ihnen der Reihe nach 2, 6 und 6, so erhält man eine geometrische Reihe. Wie heißen die drei Zahlen?

2517 39. Drei Zahlen bilden eine geometrische Reihe mit der Summe 26. Vermehrt man die mittlere um 4, so erhält man eine arithmetische Reihe. Welche Zahlen sind es?

2518 40. Bei einer arithmetischen und einer geometrischen Reihe, die beide mit 5 beginnen, geben die zweiten Glieder und ebenso die dritten Glieder das Produkt 45. Wie heißen beide Reihen?

2519 41. In einer arithmetischen und in einer geometrischen Reihe von je drei Gliedern ist das Anfangsglied jedesmal gleich 3, auch stimmen die zweiten Glieder beider Reihen überein. Das dritte Glied der geometrischen Reihe ist das $1\frac{1}{3}$fache des dritten Gliedes der arithmetischen Reihe. Wie heißen beide Reihen?

XXXV. Die Zinseszinsrechnung.

2520 1. Wann sagt man, ein Kapital sei auf Zinseszinsen angelegt? Was bezeichnet man mit dem Ausdruck künftiger Wert (Endwert), was mit dem Ausdruck gegenwärtiger Wert (Barwert)?

2521 2. Man löse mit Hilfe der einfachen Zinsrechnung die folgende Aufgabe: Ein Kapital von 100 S ist durch 6 Jahre zu 4% angelegt. Wie groß ist sein Endwert, wenn es a) auf einfache Zinsen, b) auf Zinseszinsen angelegt ist?

3. Ist der gegenwärtige Wert eines Kapitals A und legt man es zu p % durch n Jahre auf Zinseszinsen an, so ist sein Endwert E_n nach dieser Zeit durch die folgende Formel ausgedrückt: 2522

$$E_n = A \cdot e^n, \text{ wobei } e = 1 + \frac{p}{100} \text{ (Zinsfuß).}$$

4. Der Ausdruck e^n (d. i. n-te Potenz des Zinsfußes) stellt den künftigen Wert einer Werteinheit nach n Jahren dar und heißt der Aufzinsungsfaktor. Welche einfache Regel läßt sich also für die Bestimmung des künftigen Wertes oder des Endwertes eines gegebenen Kapitals nach einer gewissen Anzahl von Jahren angeben? Der künftige Wert eines gegebenen Kapitals nach einer gewissen Zahl von Jahren ist gleich dem Produkt aus dem gegebenen Anfangswert mit dem zugehörigen Aufzinsungsfaktor. 2523

5. In der Grundformel der Zinseszinsrechnung $E_n = A \cdot e^n$ bedeutet A den gegenwärtigen Wert (Barwert) des künftigen Wertes E_n; denn A ist jener Wert, der, zu p % auf Zinseszinsen durch n Jahre angelegt, auf den künftigen Wert E_n anwächst. Aus obiger Formel ist 2524

$$A = \frac{E_n}{e^n} = E_n \cdot \frac{1}{e^n}.$$

Der Ausdruck $\frac{1}{e^n}$ (d. i. der reziproke Wert des Aufzinsungsfaktors) stellt den gegenwärtigen Wert einer Werteinheit vor n Jahren dar und heißt der Abzinsungsfaktor. Welche einfache Regel läßt sich demnach für die Bestimmung des gegenwärtigen Wertes oder des Barwertes eines gegebenen Kapitals vor einer gewissen Anzahl von Jahren angeben? Der gegenwärtige Wert eines gegebenen Kapitals vor einer gewissen Anzahl von Jahren ist gleich dem Produkte aus dem gegebenen Endwerte mit dem zugehörigen Abzinsungsfaktor.

6. Bestimme den Endwert von A = 3127 S, p = 4 %, n = 25 Jahre! 2525

7. Ebenso für A = 398 S 70 g, p = 4½ %, n = 18 Jahre! 2526

8. Ebenso für A = 7024 S 68 g, p = 6 %, n = 35 Jahre! 2527

9. Ebenso für A = 276 S, p = 5 %, n = 20 Jahre! 2528

10. Ein Wald von 8500 m^3 Bestand vermehrt sich jährlich um 2¼ %; wie groß wird der Waldbestand nach 15 Jahren sein? 2529

10a. Jemand erbte am 1. Juli 1892 640 S; er legte diesen Betrag in eine Sparkasse, welche die Einlagen mit 3 % jährlich verzinst. Welchen Wert hatte sein Guthaben am 30. Juni 1906? 2529 a

2530 11. Bisher wurde immer angenommen, daß die im Laufe des Jahres zuwachsenden Zinsen jedesmal am Schlusse des Jahres zum Kapital geschlagen werden. (Die Kapitalisierung der Zinsen erfolgt dann ganzjährig.) Wie wird sich die Berechnung gestalten, wenn die Zinsen am Ende jedes Halbjahres, jedes Vierteljahres usw. kapitalisiert werden?

2531 12. Eine Sparkasse verzinst mit 4%, wobei die Zinsen halbjährig kapitalisiert werden; was wird aus 100 S, die man auf Zinseszinsen anlegt, a) nach 10 Jahren, b) nach 15 Jahren, c) nach 20 Jahren, d) nach 25 Jahren? Was erhält man, wenn die Kapitalisierung in jedem der vier Fälle a—d ganzjährig geschieht?

2532 13. Man untersuche, nach wieviel Jahren ein Kapital bei ganzjähriger Verzinsung zu 5% durch die Zinseszinsen a) sich verdoppelt, b) 3mal so groß wird, c) 4-, 5-, 6-, 7-, 8-, 9-, 10-, 11mal so groß wird?

2533 14. Erfolgt nach den Erfahrungen der vorigen Nummer das Wachstum eines auf Zinseszinsen angelegten Kapitals proportional den verflossenen Zeiträumen?*)

2534 15. Ein Vater legt für sein Kind bei der Geburt 2500 S an; was wird aus der Summe geworden sein, wenn das Kind sein 24. Lebensjahr vollendet hat? (Verzinsung halbjährig mit 6% pro anno.)

2535 16. A legt 6800 S auf 12 Jahre mit $4\frac{1}{2}$% ganzjähriger Kapitalisierung an, B 6800 S auf dieselbe Zeit, doch mit halbjähriger Verzinsung; welcher von beiden ist besser daran?

2536 17. Jemand legt für seine drei Kinder 8000 S zu 4% auf Zinseszinsen an; was kann jedes der drei Kinder nach 24 Jahren als Anteil erhalten?

2536a 17a. Jemand legte am 1. Jänner 1891 2800 S auf Zinseszins in eine Sparkasse, welche die Einlagen mit 4% pro anno verzinste. Am 31. Dezember 1895 wurde der Zinsfuß auf 3% reduziert. Wie hoch war der Wert der Einlage am 1. Jänner 1899?

2537 18. Bei einer Versicherungsanstalt kann man für ein Kind bei seiner Geburt durch einmalige Zahlung von 42 S 48 g ein Kapital von 100 S

---

*) Die ungeheuren Summen, zu denen ein Kapital anwächst, wenn es lange Zeit auf Zinseszinsen anliegt, werden am interessantesten gezeigt durch die Berechnung des Endwertes, den ein seit Christi Geburt zu 5% auf Zinseszinsen angelegter Pfennig erreicht haben würde. Mit Ende des Jahres 1875 wäre sein Wert (nach Heis) gewesen:

53 695236 076014 489752 466593 034515 466398 M. 33 Pf.

Zur Versinnlichung dieser ungeheuren Summe denke man sich die ganze Erde aus Gold von 900 Tausendteilen Feinheit bestehend, so würden, um obige Summe in Goldstücken auszuprägen, $971\frac{1}{2}$ Millionen solcher goldenen Kugeln von der Größe der Erde nötig sein, oder eine Kugel vom 990fachen Erddurchmesser oder vom 9fachen Sonnendurchmesser.

versichern, das dem Kinde bei Vollendung des 20. Lebensjahres ausgezahlt wird. Wenn man diesen Betrag von 42 S 48 g zu 4% mit halbjähriger Kapitalisierung auf Zins vom Zinse anlegen würde, welchen Endwert würde die Einzahlung erlangt haben?

19. Die Bevölkerung einer Stadt vermehrt sich jährlich um $2\frac{1}{4}$%; wenn daher die Stadt im Jahre 1895 217 030 Einwohner hat, wie groß wird die Einwohnerzahl im Jahre 1930 sein? **2538**

20. Nach der im Jahre 1890 vorgenommenen Volkszählung hatte Wien ultimo Dezember 1890 1364548 Einwohner (einschließlich des aktiven Militärs). Nachdem die Bevölkerung Wiens sich jährlich um beiläufig 2% vermehrt, wie groß hätte sie mit Schluß des Jahres 1900 beiläufig sein sollen? Wie groß im Jahre 1920? **2539**

21. Jemand hat heute 3000 S, nach 2 Jahren 2000 S, nach 5 Jahren 1000 S, nach 7 Jahren 1500 S zu zahlen; was werden diese Beträge zur Zeit der letzten Zahlung zusammen wert sein, wenn man 4% Zinseszinsen rechnet? **2540**

22. Ein alleinstehender Mann hinterläßt seiner Vaterstadt sein Vermögen von 80000 S mit der testamentarischen Bestimmung, daß es durch 100 Jahre um seine 6%igen Zinsen und Zinseszinsen zu vergrößern sei, um sodann als Fonds für Stipendien an dürftige Studierende verwendet zu werden. Wie hoch wird der Fonds nach 100 Jahren sein und welche Summe wird jährlich aus den 6%igen Zinsen im Sinne des Stifters verausgabt werden können? **2541**

23. Berechne den Barwert für $E_7 = 8600$ S, $n = 7$ Jahre, $p = 6$%! **2542**

24. Ebenso für $E_{15} = 6800$ S, $n = 15$ Jahre, $p = 5$%! **2543**

25. Ebenso für $E_{20} = 7200$ S, $n = 20$ Jahre, $p = 4\frac{1}{2}$%! **2544**

26. Ebenso für $E_{18} = 5480$ S, $n = 18$ Jahre, $p = 4$%! **2545**

27. Jemand soll nach 15 Jahren ein Kapital von 28000 S erhalten; was kann er heute dafür beanspruchen, wenn man a) 4% einfache Zinsen, b) 4% Zinseszinsen rechnet? **2546**

28. Bei der Geburt eines Kindes will der Vater eine Summe in eine Rentenanstalt, welche ganzjährig zu 4% verzinst, einzahlen, damit dem Kinde mit dem vollendeten 20. Lebensjahre 12000 S Vermögen gesichert sind. Wie hoch muß die Einzahlungssumme sein? **2547**

28a. Ein Vater hat drei Kinder, die eben das 5., 8. und 10. Lebensjahr vollendet haben. Er will jedem bei einer Sparkasse (3% pro anno) je ein Einlagebuch sichern, das bei vollendetem 24. Lebensjahre 2000 S wert ist. Wieviel hat er im ganzen einzulegen? **2547a**

2548 29. Berechne nach Angabe von Nr. 19 die Größe der Bevölkerung im Jahre 1865!

2549 30. Wieviel müßte man zu $4^1/_2$% auf Zinseszinsen heute anlegen, damit der Wert des angelegten Kapitals nach 32 Jahren 100000 S beträgt?

2550 31. Ein 25jähriger Mann will heute einen Teil seines Vermögens in einer Sparkasse anlegen, die zu 4% mit halbjähriger Kapitalisierung verzinst, um mit vollendetem 50. Lebensjahre über 80000 S Vermögen zu verfügen. Man berechne seine Einzahlung und vergleiche sie mit dem Werte der einmaligen Prämie von 33·37%, welche für diesen Fall eine Versicherungsanstalt verlangt!

2551 32. Für ein Landgut liegen drei Anbote vor; A bietet 80400 S sofort, B 85000 S nach 3 Jahren, C 86400 S nach 4 Jahren; welches ist das vorteilhafteste, wenn man $4^1/_2$% Zinseszins rechnen kann?

2552 33. Ein Familienvater macht eine größere Erbschaft und will davon seinen drei Töchtern, die der Reihe nach eben das zwölfte, zehnte und siebente Lebensjahr vollendet haben, mit vollendetem 24. Lebensjahre je ein Kapital von 12000 S sichern; wieviel muß er heute dafür in einer Rentenanstalt einlegen, wenn 4% Zinseszinsen gerechnet werden?

2552a 34. Der Holzbestand eines Forstes wurde zu Ende des Jahres 1892 auf 153860 m³ geschätzt und vermehrt sich erfahrungsgemäß jährlich um 3%. Wie groß ist er zu Ende des Jahres 1900?

2553 35. Man berechne die Zeit n, die ein Kapital $A = 6800$ S zu $p = 6$% anliegen müßte, um nach Ablauf dieser Zeit samt Zins und Zinseszins den Wert $E_n = 15374$ S erlangt zu haben?

2554 36. Ebenso für $A = 9817$ S, $E_n = 49785$ S, $p = 7$%.

2555 37. Ebenso für $A = 17800$ S, $E_n = 57720$ S, $p = 8$% pro anno mit halbjähriger Verzinsung.

2556 38. Ebenso für $A = 360$ S, $E_n = 3024$ S, $p = 12$% pro anno mit vierteljähriger Verzinsung.

2557 39. Berechne p aus $A = 1600$ S, $n = 14$ Jahre, $E_n = 5347{\cdot}4$ S.

2558 40. Ebenso für $A = 15000$ S, $n = 9$ Jahre, $E_n = 27575$ S.

2559 41. Ebenso für $A = 460$ S, $n = 12$ Jahre, $E_n = 935{\cdot}24$ S; die Kapitalisierung erfolgte halbjährig.

2560 42. Ebenso für $A = 950$ S, $n = 15$ Jahre, $E_n = 3116{\cdot}9$ S; die Kapitalisierung erfolgte vierteljährig.

2561 43. Die folgende Tabelle enthält in jeder Horizontalreihe zusammengehörige Werte von A, p, n und E_n. Man nehme drei davon als gegeben an und berechne den vierten. (16 verschiedene Aufgaben.)

Nr.	A	p	n	E_n
1	3750	5	20	9949·9
2	4200	5	25	14223
3	4146·4	$4\frac{1}{2}$	20	10000
4	12500	8	9	24986

44. Jemand zahlt durch 8 Jahre zu Anfang jedes Jahres 400 S in eine Sparkasse, die mit 4% verzinst; was sind diese Beträge zu Ende des achten Jahres wert? **2562**

45. Was sind diese Beträge zu Ende des achten Jahres wert, wenn er die Einzahlungen jährlich nicht am Anfang, sondern am Ende jedes Jahres leistet? **2563**

46. Jemand zahlt durch n Jahre, jedesmal zu Anfang des Jahres, r S in eine Rentenanstalt, welche die eingezahlten Beträge zu p% verzinst. Über welche Summe verfügt er auf diese Art nach Ablauf der n Jahre? (Verallgemeinerung von Nr. **44.**) **2564**

Es ergibt sich $E_n^a = r(e + e^2 + e^3 + \ldots + e^{n-1} + e^n) = re\frac{e^n - 1}{e - 1}$.

47. Wie ändert sich das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn die Einzahlungen am Ende jedes Jahres geschehen? (Verallgemeinerung von Nr. **45.**) **2565**

Offenbar ist $E_n^e = r(1 + e + e^2 + e^3 + \ldots + e^{n-2} + e^{n-1}) = r\frac{e^n - 1}{e - 1}$.

48. Berechne E_n^a für **2566**

	r	p	n
a)	380 S	4%	15 Jahre.
b)	1750 S	6%	20 „
c)	200 S	4·5%	12 „
d)	680 S	5%	10 „

49. Berechne E_n^e für **2567**

	r	p	n
a)	680 S	4·5%	17 Jahre.
b)	1312 S	5%	31 „
c)	785 S	4%	25 „
d)	918 S	6%	40 „

50. Jemand legt durch 4 Jahre zu Anfang jedes Jahres 750 S in eine Sparkasse, die zu 4% verzinst; wieviel wird er nach 24 Jahren (vom Augenblick der ersten Zahlung an gerechnet) ausbezahlt bekommen? **2568**

2569 51. Jemand legt jährlich zu Beginn des Jahres 50 S in eine Sparkasse (3% pro anno). Wieviel besitzt er nach 18 Jahren?

2570 †52. Ein Beamter erspart sich jährlich von seinem Gehalte einen gewissen Betrag, den er zu Ende jedes Jahres auf Zinseszinsen in eine Sparkasse legt, die zu 6% verzinst. Dieser jährlich ersparte Betrag war vom 1.—10. Dienstjahre 200 S, vom 11.—20. Dienstjahre 400 S, vom 21.—30. Dienstjahre 600 S, vom 31.—40. Dienstjahre 800 S. Über welches Vermögen verfügt er nun, da er mit vollendetem 40. Dienstjahre in den Ruhestand tritt?

2571 †53. Bei einer Versicherungsgesellschaft zahlt ein 28jähriger Mann für eine Versicherung von 8000 S Kapital auf den Todesfall jährlich im vorhinein 20·86‰ Prämie; wenn er nach 12 Jahren bereits stirbt, wieviel verliert die Versicherungsanstalt? Wie stellt sich Gewinn oder Verlust, wenn er das 72. Lebensjahr vollendet? Wie alt müßte er werden, damit beide Parteien weder Gewinn noch Verlust haben? (5%.)

2572 54. Bei einer Versicherungsanstalt — zahlt man, wenn man 30 Jahre alt ist und sich mit erreichtem 60. Lebensjahr 1000 S sichern will, jährlich im vorhinein 22 S Prämie. (Im Falle des Ablebens vor der Erreichung des 60. Lebensjahres erhalten die Erben des Verstorbenen sogleich den versicherten Betrag.) Wie groß wäre der Endwert dieser Einzahlungen mit 4% Zinseszins im Augenblicke, da der noch lebende Versicherte die Ausbezahlung der Versicherungssumme fordern kann?

2573 55. Welchen Betrag müßte man von der Geburt eines Kindes angefangen alljährlich zu Beginn des Jahres in eine Sparkasse legen, damit das Einlagebuch im Augenblick der erlangten Großjährigkeit des Kindes einen Wert von 2000 S besitze? ($p = 5\%$.)

2574 56. Wie groß ist der gegenwärtige Wert (Barwert) der in Nr. 46 und 47 angegebenen Einzahlungen?

Es ergibt sich

$$A_n^a = r\left(1+\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}+\ldots+\frac{1}{e^{n-1}}\right)=\frac{r}{e^{n-1}}\cdot\frac{e^n-1}{e-1}$$

$$A_n^e = r\left(\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}+\frac{1}{e^3}+\ldots+\frac{1}{e^n}\right)=\frac{r}{e^n}\cdot\frac{e^n-1}{e-1}.$$

2575 57. Berechne A_n^a für

	r	p	n
a)	948 S	4%	16 Jahre.
b)	1070 „	4½%	36 „
c)	618 „	5%	5 „
d)	824 „	6%	20 „

58. Berechne A_n^e für 2576

	r	p	n
a)	628 S	5%	17 Jahre.
b)	974 "	4·5%	20 "
c)	1368 "	6%	25 "
d)	1020 "	4%	30 "

59. Jemand hat jährlich durch 20 Jahre am Ende jedes Jahres 2577
eine Rente von 480 S zu bekommen; welches Kapital könnte er als Abfertigung zu Beginn dieser 20 Jahre beanspruchen? (4% Zinseszins.)

60. Zufolge eines Testamentes sollen für einen Studenten durch 2578
12 Jahre hindurch alljährlich 120 S zu Ende des Jahres in eine Sparkasse (3% pro anno) eingelegt werden. Welchen Wert haben diese Beträge zur Zeit der letzten Einlage? Welchen Barwert haben alle Einlagen zur Zeit der ersten Einzahlung?

†61. Jemand gab am 1. Jänner 1895 50000 S in eine Rentenanstalt, 2579
damit diese ihm oder seinen Erben durch 30 Jahre eine am Anfang jedes Jahres fällige Rente auszahle. Wie groß wird diese Rente sein können? (4% Zinseszins, erster Bezug der Rente am 1. Jänner 1896.)

†62. Jemand hat 80000 S Vermögen und vermehrt es am Ende 2580
jedes Jahres um 5000 S; über welche Summe verfügt er am Schlusse des 20. Jahres? (6% Zinseszins.)

†63. Welches Vermögen besitzt er, wenn er am Ende jedes Jahres 2581
5000 S zur Bestreitung seiner Ausgaben im nächsten Jahre entnimmt?

†64. Für ein Mädchen haben die Eltern bei der Geburt 8000 S in 2582
eine Sparkasse, die mit 4% verzinst, eingelegt und vermehren diese Einlage am Schlusse jedes Jahres um 500 S. Wieviel Vermögen besitzt das Mädchen mit vollendetem 24. Lebensjahre?

65. Jemand, der sein 31. Lebensjahr eben vollendet hat, versichert 2583
seinen Nachkommen ein Kapital von 30000 S, wofür er zu Beginn jedes Jahres eine Prämie von 3·224% zu bezahlen hat; wenn er nun kurz vor Vollendung des 48. Lebensjahres stirbt, welchen Gewinn oder Verlust hat die Versicherungsanstalt bei seinem Tode? (6% Zinseszins.)

†66. Jemand erwirbt ein Cottagehaus im Wert von 16000 S gegen 2584
die Verpflichtung, durch 20 Jahre hindurch am Anfang jedes Jahres eine gewisse Summe zu zahlen. Wie hoch wird diese Summe sein müssen, wenn man 4% Zinseszinsen rechnet?

†67. Jemand hat 40000 S Vermögen; mit den 4%igen Interessen 2585
dieser Summe findet er aber nicht sein Auslangen, da er jährlich am

Anfang des Jahres 3000 S zur Bestreitung seiner Bedürfnisse benötigt. Wieviel Vermögen besitzt er a) nach 10 Jahren, b) nach 16 Jahren?

2586 †68. Jemand hat 60000 S geerbt und vergrößert dieses Kapital alljährlich am Schlusse des Jahres nicht allein um seine Zinsen, sondern auch um 450 S, die er von seinem sonstigen Einkommen erspart. Über welche Summe verfügt er zur Zeit seiner 25. Einzahlung? (6% Zinseszins.)

2587 †69. Wenn ein Kapitalist sein Vermögen von 160000 S zu 6% auf Zinseszinsen anliegen hat und jährlich am Schlusse des Jahres zur Bestreitung seiner Ausgaben im folgenden Jahre 5000 S behebt, wie groß wird sein Vermögen am Schlusse des 30. Jahres sein?

2588 †70. Wie stellt sich das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn er jährlich 10800 S behebt?

2589 †71. Wie groß wird in Nr. 69 das Vermögen am Schlusse des 30. Jahres sein, wenn die jährliche Behebung 9600 S beträgt?*)

2590 †72. Jemand soll nach 6 Jahren in den Bezug einer durch 18 Jahre laufenden vorschüssigen Jahresrente treten. Da er aber ein Geschäft eröffnen will, verkauft er die Rente um 6000 S. Wie groß war diese Rente, wenn der Berechnung 5% zugrunde gelegt wurden?

2591 †73. Jemand hat durch 10 Jahre eine gegenwärtig beginnende vorschüssige Rente von 1300 S zu beziehen. Er verzichtet jedoch darauf und will dafür erst nach 12 Jahren eine durch 15 Jahre laufende vorschüssige Rente erhalten. Wie hoch wird sich diese stellen, wenn $4\frac{1}{2}$% Zinseszinsen gerechnet werden?

2592 †74. Jemand will durch 21 Jahre hindurch am Anfang jedes Jahres eine bestimmte Summe zahlen, damit nach Ablauf dieser Zeit er selbst oder seine Erben durch 8 Jahre hindurch eine nachschüssige Jahresrente von 6000 S beziehen können. Wie groß muß seine Zahlung sein, wenn $4\frac{1}{2}$% Zinseszins gerechnet werden? (Der erste Rentenbezug findet am Ende des 22. Jahres statt.)

2593 †75. Jemand will eine Schuld von S Schilling durch eine Reihe von n gleich großen, am Ende jedes Jahres zahlbaren Raten (Annuitäten) tilgen (amortisieren); wie groß muß die Annuität sein, wenn man p% Zinseszins rechnet? (Vgl. Aufgabe Nr. 66.)

Den Ausgangspunkt bildet offenbar die Gleichung

$$S = \left(\frac{1}{e} + \frac{1}{e^2} + \frac{1}{e^3} + \ldots\ldots \frac{1}{e^n}\right) \cdot x;$$

aus ihr findet man den Wert von x.

---

*) Welche Erklärung läßt sich aus den drei Aufgaben 2587—2589 gewinnen?

†76. Eine Stadt will ein Anlehen von 4000000 S aufnehmen, das durch eine gleichbleibende, am Schlusse jedes Jahres zahlbare Annuität in 40 Jahren amortisiert sein soll. Wie hoch muß die Annuität genommen werden, wenn man 6% Zinseszins rechnet? 2594

†77. Wie Nr. 76 mit S = 10000000 S, n = 50 Jahre, p = 4%. 2595

†78. Ein Hausherr, der eine große Hausreparatur durchführen muß, zu deren Kosten seine Mieter im Verhältnisse ihrer Mietzinse beizutragen haben, kommt mit ihnen dahin überein, daß sie ihre Schuld im Laufe von 3 Jahren in nachschüssigen Monatsraten abzahlen sollen. Wenn nun auf eine dieser Parteien ein Schuldbetrag von 850 S entfällt, wie groß wird die Monatsrate sein, wenn eine monatliche Verzinsung von 1% gerechnet wird? 2596

†79. Zu Nr. 78 ist eine Probe zu machen, indem der sogenannte Tilgungsplan ausgeführt werden soll. 2597

Hiezu ist folgendermaßen vorzugehen: Der Anfangswert der Schuld ist 850 S. Hiezu kommen ein Monat Zinsen zu 1%, also 8·50; zusammen also 858·50 S. Davon wird die erste Tilgunsrate von 28·24 S abgezogen. Verbleibt als Rest 830·26. Dazu kommen wieder 1% Zinsen, also 8·30 S. Dies gibt 838·56 S. Davon wird die zweite Rate von 28·24 S abgezogen usw. Nach Abzug der 36. Rate muß die Schuld getilgt sein. Eine etwaige geringe Differenz von Bruchteilen eines Schillings erklärt sich dadurch, daß die Rechnung immer auf Hundertstel eines Schillings abgerundet werden muß.

Achter Abschnitt.

XXXVI. Algebraische Aufgaben zur Lösung durch Verstandesschlüsse*).

1. Von welcher Zahl ist das Fünffache um 32 größer als das Dreifache? 2598

2. Zieht man von dem Zehnfachen einer Zahl ihr Dreifaches ab, so bleiben noch 175; wie groß ist die Zahl? 2599

3. Die Donau und der Rhein haben zusammen eine Länge von 4085 km; doch ist die Donau um 410 km länger als die doppelt genommene Länge des Rheins. Wie lang sind beide Flüsse? 2600

4. Von einem Bahnhof geht um 8 Uhr 20 Minuten morgens je ein Eilzug und ein Güterzug nach entgegengesetzten Richtungen ab; der erste legt stündlich 56 km, der zweite 12 km zurück. Wie groß ist die Ent- 2601

---

*) Die Aufgaben dieses Kapitels lassen sich mit Hilfe von Gleichungen lösen; sie sollen jedoch womöglich nur durch Schlüsse, und zwar größtenteils im Kopfe gelöst werden. Bei allen Aufgaben ist die Probe zu machen.

fernung der Züge nach 15 Minuten? Um wieviel Uhr ist die gegenseitige Entfernung 27·2 km?

2602 5. Es soll die Zahl 56 in drei Summanden zerlegt werden, so daß der erste um 12 größer ist als der zweite und der dritte um 4 kleiner ist als der zweite.

2603 6. Ein Bedienter erhielt von seinem Herrn jährlich 240 S und einen Anzug. Als er 10 Monate im Dienste gestanden hatte, erhielt er außer dem Anzug, den er ja schon besaß, noch 192 S; wie hoch wurde der Anzug gerechnet?

2604 7. Man dividiert eine Zahl durch 4 und multipliziert den Quotienten mit 15; dadurch wird die Zahl um 99 größer. Welche Zahl ist es?

2605 8. A und B wohnen 324 km auseinander; sie treffen sich bei gleichzeitiger Abreise aus ihren Wohnorten nach 6 Tagen. A legt täglich um 6 km mehr zurück als B. Wieviel Kilometer legt jeder täglich und wieviel im ganzen zurück?

2606 9. Der Vater zählt heute 50 Jahre, seine beiden Söhne 14 und 18 Jahre; nach wieviel Jahren werden beide Söhne zusammen ebenso viele Lebensjahre zählen, als der Vater allein zählt?

2607 10. Wäre der Stephansturm in Wien um 26 m höher als doppelt so hoch, so würde er die Höhe des Eiffelturmes in Paris (300 m) erreichen; wie hoch ist der Stephansturm?

2608 11. Vier Personen sollen 450 S derartig teilen, daß jede folgende immer noch einmal so viel bekomme als die vorhergehende. Wieviel bekommt jede Person?

2609 12. Einem Boten, der bereits seit 3 Tagen unterwegs ist und täglich 32 km zurücklegt, wird nun ein zweiter nachgeschickt, der täglich 40 km zurücklegt; wann holt der zweite Bote den ersten ein?

2610 13. Wenn man das Fünffache und das Dreifache von einer gewissen Zahl durch 3 teilt, so erhält man 32; wie heißt die Zahl?

2611 †14. Der Vater ist nun 36 Jahre alt und sein Sohn zählt 8 Jahre; nach wieviel Jahren wird der Vater doppelt so alt sein als der Sohn?

2612 15. Ein Bote legt täglich 30 km zurück; 3 Tage nach seinem Abgang wird ihm ein zweiter Bote nachgeschickt, welcher den ersten in 6 Tagen einholen soll; wieviel Kilometer muß der zweite Bote täglich machen?

2613 16. Auf einem Tische sind zwei Häufchen Münzen; im ersten sind 40 und im zweiten 64; man soll so oft zum ersten je drei und zum zweiten je zwei Münzen dazulegen, bis in beiden Häufchen gleich viel Münzen sind. Wie oft muß dies geschehen?

17. Man soll 1500 in 4 Teile so zerlegen, daß der zweite doppelt so groß ist als der erste, der dritte so groß ist wie der erste und der zweite zusammengenommen und der vierte dreimal so groß wird wie der dritte? 2614

18. Die Mutter zählt heute 54 Jahre, ihre drei Töchter 12, 16 und 18 Jahre; nach wieviel Jahren werden die drei Töchter zusammen ebenso viele Lebensjahre zählen als die Mutter allein? 2615

19. Zwei Freunde wohnen in zwei Orten, deren Entfernung 54 km beträgt; beide gehen zu gleicher Zeit einander entgegen. Wieviel Kilometer macht jeder, wenn ihre Geschwindigkeiten sich wie 7 : 11 verhalten? 2616

20. Ein Kunsthändler kauft um eine bestimmte Summe Farbendruckbilder; würde er 21 Exemplare kaufen, so würden ihm 17 S 50 g von der Summe, die er eben bei sich hat, übrig bleiben; kauft er aber 24 Exemplare, so würden ihm 20 S fehlen. Welche Summe hatte er bei sich und wie teuer kam ein Exemplar? 2617

21. Man soll drei Zahlen finden, so daß die Summe der ersten und zweiten 76, die Summe der zweiten und dritten 62 und die Summe der ersten und dritten 86 ausmacht. 2618

22. Eine Papiermaschine liefert in 12 Stunden 9000 Bogen Papier, eine andere in 10 Stunden 8000 Bogen. Nach dem die erste bereits durch zwei Stunden gearbeitet hat, beginnt die zweite; nach wieviel Stunden haben sie gleich viel Bogen geliefert? 2619

23. Eine Hausfrau kauft Kaffee und Zucker, und zwar im ganzen 12 kg von beiden Waren, wofür sie 23 S 36 g bezahlt; wieviel Kilogramm hat sie von jeder Ware gekauft, wenn 1 kg Zucker 76 g und 1 kg Kaffee 4 S 32 g kostet? 2620

24. Sechs Glocken beginnen gleichzeitig zu schlagen; die erste schlägt jede Sekunde an, die zweite jede zweite Sekunde, die dritte alle drei Sekunden usw. Nach welcher Zeit werden alle wieder gleichzeitig anschlagen? 2621

25. Ein Diener erhält jährlich 192 S Lohn und eine Livree. Da er aber nach 9 Monaten den Dienst verläßt und die Livree bereits besitzt, so zahlt ihm sein Herr jetzt nur 132 S aus; wie hoch wurde die Livree gerechnet? 2622

26. Jemand kauft ein Stück Stoff und bezahlt für je 5 m 28 S; beim Verkaufe nimmt er für je 7 m 45 S ein. Wieviel Meter waren es, wenn er im ganzen 87 S gewann? 2623

27. Jeder von zwei Brüdern erhielt eine Schachtel mit 144 Federn; der jüngere braucht in der Woche 5 Stück, der ältere nur 3 Stück. Nach wieviel Wochen wird der ältere noch um 50 Stück mehr haben als der jüngere? 2624

2625 28. Vater und Mutter zählen zusammen 92 Jahre, Mutter und Tochter 62 Jahre, endlich Vater und Tochter 68 Jahre; wie alt ist jede der drei Personen?

2626 †29. In einer Gesellschaft sind 30 Herren und 18 Damen; es gehen eine Anzahl Herren mit ihren Damen fort und nun sind fünfmal so viel Herren als Damen da. Wieviel Paare gingen fort?

2627 30. Jemand kauft 25 kg Reis und 40 kg Zucker zusammen um 44 S 80 g; wieviel kostet 1 kg jeder Ware, wenn 9 kg Reis ebensoviel kosten als 8 kg Zucker?

2628 31. Jemand kommt mit seinem Monatsgehalte gerade aus, wenn er täglich 9 S ausgibt; nach 18 Tagen leiht er einem Freunde eine kleine Summe und muß nun, um noch auszukommen, seine Tagesausgabe auf 7 S 50 g reduzieren; wieviel hat er dem Freunde geliehen und wieviel betrug sein Monatsgehalt? (1 Monat = 30 Tage.)

2629 32. Zwei Brüder zählen heute zusammen 94 Jahre; vor 20 Jahren war der ältere von beiden gerade doppelt so alt als der jüngere. Wie alt ist jeder?

2630 †33. Wieviel Minuten nach 3 Uhr bilden die beiden Zeiger der Uhr wieder einen rechten Winkel? Wieviel Minuten nach 2 Uhr 20 Minuten bilden die Zeiger zwischen 2 Uhr und 3 Uhr einen Winkel von 120°?

2631 34. Ein Knabe hat seine Zinnsoldaten in mehreren Reihen zu 10 Soldaten aufgestellt, dabei fehlten aber in der letzten Reihe 2 Soldaten. Nun stellt er die Soldaten in gleich viel Reihen auf wie früher, wobei er aber in jede Reihe nur 9 Soldaten stellte; da blieben ihm 8 übrig; wieviel Soldaten hatte er?

2632 35. Von vier Geschwistern A, B, C und D ist das älteste A dreimal so alt als C, B ist dreimal so alt als D und C doppelt so alt als D; wie alt sind die vier Geschwister, wenn ihnen zusammen nur 4 Jahre an 100 Jahren fehlen?

2633 †36. Auf einer 6 km langen zweigeleisigen Straßenbahnlinie soll alle vier Minuten in jeder Richtung ein Wagen fahren. Wieviel Wagen benötigt man für diese Strecke, wenn die durchschnittliche Fahrgeschwindigkeit (einschließlich der Aufenthalte) 10 km per Stunde beträgt?

2634 37. Man kauft um 179 S Kaffee ein, und zwar 20 kg einer besseren und 25 kg einer geringeren Sorte; der Preisunterschied beider Sorten beträgt per Kilogramm 40 g. Was kostet 1 kg von jeder Sorte?

2635 38. Um 12 Uhr mittags richten wir heute zwei Uhren, von denen die eine täglich um 4 Minuten vorausläuft; nach wieviel Tagen werden beide wieder zugleich 12 Uhr zeigen?

39. Ein Baumeister hat gleichzeitig zwei Neubauten zu leiten; die beim ersten Bau beschäftigten Arbeiter bekommen 3 S 60 g, die beim zweiten Bau beschäftigten nur 3 S 20 g per Mann und Tag; im ganzen zahlt der Baumeister per Woche (mit 6 Arbeitstagen) 1024 S 80 g an Lohn aus. Wieviel Arbeiter waren bei jedem Bau beschäftigt, wenn beim zweiten Bau um 4 Arbeiter weniger angestellt waren als beim ersten? **2636**

40. Jemand will unter mehrere Arme eine bestimmte Anzahl Groschen verteilen. Gibt er jedem 20 g, so bleiben ihm 18 g übrig; gibt er aber jedem 24 g, so hat er 18 g zu wenig. Wieviel Geld war es und wieviel Arme sollten beteilt werden? **2637**

41. Bei einer militärischen Übung hat A zweimal Einquartierung gehabt, und zwar das erstemal 7 Mann durch 5 Tage, das zweitemal 12 Mann durch 3 Tage. Er bekam dafür als Entschädigung 21 S 30 g. Ein zweiter Besitzer B erhielt für 9 Mann 10 S 80 g Entschädigung; wie lange waren diese 9 Mann bei ihm einquartiert? **2638**

42. 4 kg Zucker und 3 kg Kaffee kosten zusammen 15 S 48 g; 3 kg Zucker und 2 kg Kaffee kosten zusammen 10 S 56 g. Was kostet 1 kg von jeder Ware? **2639**

43. Die Telegraphenstangen an einer Eisenbahnstrecke sind durchschnittlich 30 m voneinander entfernt. Um die Geschwindigkeit eines Eisenbahnzuges zu bestimmen, in dem wir fahren, zählen wir ab, daß wir in 3 Minuten an 150 Telegraphenstangen vorbeifahren; wieviel Meter legt der Zug in 1 Sekunde zurück? **2640**

44. A und B haben zusammen 830 S, B und C 1000 S, A und C 870 S; wieviel hat jeder? **2641**

45. Sitzen in der Klasse 6 Schüler in einer Bank, so bleiben in der letzten Bank 3 Plätze leer; wollte man aber in jede Bank nur 5 Schüler setzen, so würde gerade um eine Bank zu wenig sein. Wieviel Bänke waren im Schulzimmer und wie groß war die Schülerzahl? **2642**

46. In einer Privatschule, die von 135 Kindern besucht wurde, betrug das monatliche Schulgeld für ein Kind 2 S 50 g. Es wurde erhöht und nun traten 17 Schüler aus; trotzdem betrug aber die monatliche Einnahme um 40 S 10 g mehr als früher. Wieviel ist nun für jedes Kind zu bezahlen? **2643**

47. Jemand kauft drei Sorten Kaffee, und zwar im ganzen 27 kg für 113 S 80 g; von der ersten Sorte kostet 1 kg 4 S, von der zweiten 4 S 20 g und von der dritten 4 S 40 g; nachträglich erinnert er sich jedoch nur, daß von der billigsten Sorte 8 kg waren. Wie kann man die Anzahl Kilogramm von jeder einzelnen Sorte bestimmen? **2644**

2645 †48. Jemand hat zwei Fässer, in denen zusammen 96 l Wasser sind. Er gießt aus dem ersten Fasse so viel in das zweite, als schon darin ist; dann verdoppelt er den jetzigen Inhalt des ersten Fasses aus dem zweiten Fasse; denselben Vorgang wiederholt er noch zweimal und nun ist in jedem Fasse gleich viel. Wieviel war anfänglich in jedem Fasse enthalten?

2646 49. Ein Knabe hat seine Zinnsoldaten anfänglich so in Reihen aufzustellen versucht, daß die Zahl der Reihen so groß war wie die Anzahl der Soldaten in einer Reihe; es blieben ihm dabei 5 Soldaten übrig. Hätte er in jede Reihe der quadratischen Aufstellung einen Mann mehr stellen wollen, so würden ihm 6 Soldaten gefehlt haben. Wieviel Soldaten hatte er?

2647 †50. Ein Reiter und ein Fußgänger reisen gleichzeitig von A nach B, wobei der Reiter 8 km, der Fußgänger 4 km in der Stunde macht; der Reiter hält in B 2 Stunden Rast, kehrt sodann wieder nach A um und begegnet nach einstündigem Ritte dem Fußgänger. Wie weit ist A von B entfernt?

2648 51. Zwei Freunde A und B beschließen, eine Beförderung beim Weine festlich zu begehen. A bringt dazu 6 Flaschen und B 4 Flaschen Wein der gleichen Güte mit. Da gesellt sich ein dritter C zu ihnen und nimmt an dem fröhlichen Gelage teil. Nach Beendigung des Gelages legt er eine Zehnschillingnote auf den Tisch und schlägt vor, daß A und B sich in dieselbe im Verhältnisse von 6 : 4 teilen mögen. Ist dieser Vorschlag gerecht?

2649 52. Ein Diener, welcher jährlich außer der Wohnung 130 S Lohn erhält, wurde nach 4 Monaten entlassen. Da er die Wohnung bis Ende des Jahres behielt, so bekam er für seine Dienstzeit keinen Lohn und mußte für die Wohnung noch 10 S daraufzahlen. Wie hoch wurde sie gerechnet?

2650 †53. Jemand hat von einer Ware eine Anzahl Kilogramm gekauft, die er per Kilogramm mit 48 g verkaufen will; nachdem er aber für sich selbst 25 kg verbraucht hat, gibt er jedes Kilogramm mit 70 g ab und gewinnt dadurch im ganzen im Vergleich zu seinem ersten Vorhaben 8 S 90 g. Wieviel Kilogramm waren es?

2651 54. Ein Herr händigte seinem Diener 7 S 96 g ein, um dafür Zigarren zu holen, welche teils 18 g per Stück, teils 14 g per Stück kosten; der Diener vergaß unterwegs, wieviel er von jeder Sorte besorgen soll, und erinnerte sich nur, daß er im ganzen 50 Stück einkaufen soll; da er aber ein guter Kopfrechner war, hatte er die vergessenen Zahlen bald gefunden. Wie hatte er gerechnet?

2652 55. Eine Magd soll auf dem Markte für ihre Dienstherrschaft Äpfel verkaufen, und zwar je 6 Stück um 10 g. Sie kann aber die Äpfel besser verkaufen, und zwar je 8 Stück zu 15 g. Da sie nun ihren Vorrat bis auf 16 Stück verkauft hat, findet sie, daß sie bereits um 20 g mehr gelöst hat, als ihre Herrschaft erwartet hat. Wieviel Äpfel hatte sie auf den Markt gebracht?

56. Von welcher Zahl sind $^4/_7$ um 10 größer als $^1/_3$ der Zahl? **2653**

57. Wenn man den dritten Teil einer Zahl um 33 vermehrt, so erhält man das Vierfache der Zahl; wie heißt die Zahl? **2654**

58. Auf einem Balle, der von 340 Personen besucht war, kostete eine Herrenkarte 5 S, eine Damenkarte 2 S; wieviel Herren und wieviel Damen haben an dem Balle teilgenommen, wenn im ganzen 1160 S einkamen? **2655**

59. Wenn man von einer unbekannten Zahl ihren fünften Teil achtmal wegnehmen wollte, so würden 12 fehlen; welches ist die Zahl? **2656**

60. Man suche eine Zahl, von welcher die Hälfte, das Drittel und das Viertel zusammengenommen fünfmal so groß ist als der um 2 verminderte vierte Teil der Zahl! **2657**

61. Nachdem man von einer Zahl 9 weggenommen hatte, betrug das $3^1/_2$fache des Restes noch 70. Von welcher Zahl hatte man die Neun subtrahiert? **2658**

62. Das Dreifache einer Zahl ist um 87 größer als die Hälfte, das Fünftel und das Achtel der Zahl zusammengenommen; wie groß ist die Zahl? **2659**

63. A geht in Begleitung seines Freundes B, um sich eine Uhr zu kaufen; doch hat er nur $^1/_5$ des nötigen Betrages bei sich. B könnte ihm dazu noch $^1/_7$ des Preises der Uhr leihen; doch auch damit hätten beide nur 19 S 20 g, was viel zu wenig ist. Wieviel sollte die Uhr kosten und wieviel hatte jeder bei sich? **2660**

64. Wir richten zwei Uhren um 12 Uhr mittags; die erste von beiden bleibt täglich um 9 Sekunden zurück und die zweite geht täglich um 6 Sekunden voraus. Nach welcher Zeit wird die zweite Uhr gegen die erste um $^1/_4$ Stunde voraus sein? **2661**

65. Von welcher Zahl gibt die Hälfte, vermehrt um $^2/_3$ der Zahl, vermehrt um $^3/_4$ der Zahl als Summe 253? **2662**

66. Von einer Geldsumme soll A so oft 4 S als B 3 S und C so oft 8 S als A 5 S erhalten. Wieviel erhielt jeder, wenn C um 255 S mehr erhält als B? **2663**

67. Als ich von meinem Geld zuerst die Hälfte und dann vom Rest $^3/_4$ ausgab, blieben mir noch 6 S übrig; wieviel Geld besaß ich vorher? **2664**

2665 68. Nimmt man von einer Zahl $^3/_7$ und $^2/_5$ ihres Wertes weg, so bleiben gerade 6 übrig; wie groß ist die Zahl?

2666 †69. Von A nach B sind 29·7 km, wovon 8·4 km bergauf, 6·3 km bergab gehen und der restliche Teil eben verläuft; um wieviel braucht man von A nach B länger als von B nach A, wenn man in der Ebene stündlich 5 km, bergauf nur $3^1/_2$ km, dagegen bergab 6 km zurücklegen kann?

2667 70. Gibt man zur Hälfte einer Zahl ein Drittel und ein Fünftel ihres Wertes, so erhält man gerade um 1 mehr als die Zahl selbst; wie heißt die Zahl?

2668 71. Wenn man zu einer Zahl das Dreifache und das Fünffache addiert und davon das Doppelte wegnimmt, so ist der fünfte Teil der erhaltenen Summe $9^4/_5$; wie heißt die Zahl?

2669 72. Zwei Freunde, welche 68 km weit voneinander entfernt wohnen, wollen sich auf dem Weg treffen. In der Stunde legt A $4^1/_2$ km und B $5^1/_2$ km zurück; A bricht um 4 Stunden früher auf. Wann treffen sie sich und welche Strecke hat jeder zurückgelegt?

2670 73. In einem Eisenbahnzug fahren $^2/_3$ der Passagiere dritter Klasse, $^1/_4$ zweiter Klasse und 15 Personen erster Klasse; wie viele Passagiere befinden sich in dem Zug und wie viele fahren in jeder Wagenklasse?

2671 74. Man hat von einer Zahl den fünften Teil, vom Rest wieder den fünften Teil und von dem abermaligen Rest wieder den fünften Teil weggenommen; wie heißt die Zahl, wenn man zuletzt $12^4/_5$ übrig behielt?

2672 75. Das $3^1/_2$fache einer Zahl, vermehrt um $13^1/_3$, ist ebenso groß wie das $5^3/_4$fache derselben Zahl weniger $13^2/_3$. Wie heißt die Zahl?

2673 76. Jemand verwendet von seinem Geld jährlich $^1/_3$ auf die Kost, $^1/_6$ für die Wohnung, $^1/_8$ für die Kleidung und $^1/_{10}$ für sonstige Nebenauslagen; wie groß ist sein Jahreseinkommen, wenn er jährlich 660 S erspart?

2674 77. Jemand hat eine Anzahl Briefe zu schreiben; am ersten Tag schreibt er davon die Hälfte, am zweiten Tag nur halb so viel von dem, was er am ersten Tag schrieb, am dritten Tag wieder nur halb so viel wie am zweiten und endlich am vierten Tag den Rest, nämlich drei Briefe. Wieviel Briefe schrieb er im ganzen?

2675 78. In einer fünfklassigen Volksschule sind in der ersten Klasse $^4/_{15}$ aller Schüler, in der zweiten Klasse $^1/_4$, in der dritten $^1/_5$, in der vierten Klasse $^1/_6$ der gesamten Schülerzahl und in der fünften Klasse der Rest von 28 Schülern. Wieviel Schüler sind im ganzen und wieviel in jeder Klasse?

79. Die Besatzung eines Forts besteht zu $^3/_8$ in Infanterie, zu $^1/_3$ in Artillerie, zu $^1/_{12}$ in Kavallerie, zu $^1/_5$ in technischen Truppen; den Rest bilden 7 Offiziere. Wie groß war die Stärke der Besatzung und wieviel entfiel auf jede Waffengattung? **2676**

80. Vom Ort A geht ein Bote, der stündlich $4^1/_2$ km macht, nach einem Ort B; von einem dritten Ort C, der 3 km hinter A liegt, geht 2 Stunden später ein berittener Bote ab, der stündlich $12^1/_2$ km macht; wann holt er den ersten Boten ein? **2677**

†81. Eine Frau übergibt an eine Strumpfwirkerei 5 kg Garn à 9 S mit dem Auftrag, ihr wollene Strümpfe anzufertigen, von denen jedes Paar $^1/_4$ kg schwer ist. Um den Arbeitslohn, der für jedes Paar $^3/_4$ S beträgt, zu decken, soll der Strumpfwirker die entsprechende Garnmenge zurückbehalten. Wieviel Paar Strümpfe wird sie erhalten? **2678**

82. Ein Knabe erhielt von seinen Eltern einen kleinen Geldbetrag als Geschenk; am ersten Tag gibt er davon die Hälfte aus, am zweiten Tag wieder die Hälfte des Restbetrages und ebenso am dritten und vierten Tag; da blieben ihm nur mehr 5 g übrig. Wieviel hatte er anfangs? **2679**

83. In einem Korb sind Äpfel; ein Knabe nimmt daraus den sechsten Teil des Inhaltes und noch 4 Äpfel; ein zweiter nimmt $^1/_8$ der ursprünglichen Zahl und noch 6 Äpfel; es zeigt sich, daß beide Knaben gleich viel Äpfel haben. Wieviel Äpfel enthielt der Korb? **2680**

†84. A vollbringt eine Arbeit in 12 Tagen, A und B in $6^2/_3$ Tagen und B und C in $8^2/_{11}$ Tagen. In wieviel Tagen werden A und C die Arbeit zustande bringen? **2681**

85. A und B wohnen $59^1/_2$ km auseinander; sie beabsichtigen zu derselben Zeit von ihren Wohnsitzen aufzubrechen und einander entgegenzugehen, wobei ausgemacht wird, daß sie sich nach 6 Stunden in einem Ort treffen sollen, der zwischen ihren Wohnsitzen, und zwar 28 km von A entfernt, liegt. B verspätet sich jedoch und kann erst $^3/_4$ Stunden nach der festgesetzten Abmarschstunde vom Hause fortgehen; er sieht sich infolgedessen genötigt, seine anfänglich bestimmte Geschwindigkeit zu erhöhen. Wieviel Kilometer muß jeder stündlich zurücklegen? **2682**

86. Von einem Pfosten ist $^1/_4$ der Länge weiß, $^1/_3$ davon schwarz, $^1/_6$ blau, $^1/_8$ rot und der Rest von 3·6 dm grün angestrichen; wie lang ist der Pfosten? **2683**

87. Eine Hausfrau kauft 10 m Leinwand und 12 m Shirting und bezahlt für jedes gleich viel. Wie teuer ist 1 m jedes Stoffes, wenn 1 m Leinwand um 15 g mehr kostet als 1 m Shirting? **2684**

15*

2685 88. Eine Bäuerin hat eine Anzahl Eier auf den Markt gebracht, die sie zum Preis von 20 g für 5 Stück absetzen will. Nachdem sie bereits 45 Eier zu diesem Preis verkauft hat, zerbrechen ihr durch eigenes Verschulden 15 Stück; damit sie diesen Schaden hereinbringe, verkauft sie von nun ab die Eier per Stück um 1 g teurer. Wieviel Eier waren anfänglich?

2686 89. Ziehen wir die Hälfte, $^2/_3$ und $^3/_4$ einer Zahl und noch 1 von 100 ab und multiplizieren sodann den Rest mit $3 \cdot \dot{3}$, so erhalten wir wieder 100; wie hieß die Zahl?

2687 90. Von einer Armee wurde $^1/_3$ verwundet, $^1/_6$ gefangen, $^1/_8$ blieb tot auf dem Schlachtfelde, $^1/_{12}$ wurde vermißt und der Rest von 7560 Mann entkam durch Flucht; wie groß war die Armee und welche Zahlen wies die Verlustliste aus?

2688 91. Ein Spieler verlor im ersten Spiel $^1/_3$ seiner mitgebrachten Barschaft, gewann im zweiten die Hälfte des Restes und verlor im dritten $^3/_4$ von dem, was er zuletzt besaß. Wieviel hatte er im ganzen verspielt, wenn ihm schließlich 6 S übrig blieben?

2689 92. Ein Bote kann sein Ziel in 7 Stunden erreichen; einige Stunden nach seinem Abgang wird ihm ein Reiter nachgeschickt, dessen Geschwindigkeit $2^1/_2$ mal so groß ist und der den Fußgänger daher auf $^3/_4$ seines Weges einholt. Wieviel Stunden und Minuten nach Aufbruch des ersten Boten war ihm der Reiter nachgeschickt worden?

2690 93. Auf die Frage des Lehrers, wieviel Schüler vom Unterricht abwesend seien, antwortet ein Schüler sehr schlagfertig: „Es fehlt heute der siebente Teil von uns; doch nein, nur der achte Teil, denn eben tritt noch ein Mitschüler zur Tür herein.“ Wie groß war die Schülerzahl?

2691 94. Zwei Stück Tuch sind zusammen 139 m lang; jemand kauft $^1/_5$ des ersten und $^1/_8$ des zweiten und erhält im ganzen 23 m. Wie lang war jedes Stück?

2692 95. Am 1. Juni bezahlt ein Student von dem Geld, das ihm seine Eltern monatlich schickten, $^1/_6$ als Zimmermiete, $^3/_5$ an seinen Kostgeber und $^1/_9$ an den Buchhändler; da er aber einige Tage später als Monatshonorar für erteilten Privatunterricht 34 S einnimmt, besitzt er gerade wieder die Hälfte seines Monatsgeldes. Wieviel beträgt dieses?

2693 96. Ein Kaufmann kauft eine Partie Stoff à Meter $3^4/_5$ S; hierauf verkauft er es zu $4^3/_4$ S per Meter; wenn er dabei im ganzen 76 S Gewinn erzielt, wieviel Meter Stoff waren es?

2694 97. Ein alter Lehrer mußte sich einer schweren Operation unterziehen. Um dafür die Kurkosten aufzubringen, veranstalteten vier seiner ehemaligen Schüler eine Sammlung. A gibt die Hälfte, B $^{1}/_{3}$, C $^{1}/_{4}$ und D $^{1}/_{6}$ der Kurkosten. Damit ist aber nicht allein die zur Deckung der Kosten erforderliche Summe aufgebracht, sondern die vier wackeren Männer haben noch die Freude, dem alten Mann 90 S bares Geld einzuhändigen. Wieviel Geld haben sie miteinander aufgebracht?

98. Da die Verpflegsvorräte einer Festung nur für 6 Monate aus- **2695**
reichen, aber für 7 Monate ausreichen sollen, werden 1000 Mann von der Besatzung entlassen; wie stark war die Besatzung?

99. Ein Bauer hat Hühner und Enten, zusammen 60 Stück; da er **2696**
die Enten nicht behalten will, tauscht er sie gegen Hühner um und erhält für je 5 Enten 8 Hühner. Wieviel Enten und Hühner besaß er früher, wenn er nun 72 Hühner besitzt?

100. A und B, welche 532 km voneinander entfernt wohnen, reisen, **2697**
zugleich aufbrechend, einander entgegen. Bei ihrem Zusammentreffen hatte A 68 km mehr gemacht als B; wieviel Kilometer legte jeder täglich zurück und wie lange waren sie unterwegs, wenn A täglich $8^{1}/_{2}$ km mehr machte als B?

†101. Ein Kaufmann hat ein Stück Stoff um 5 S 60 g per Meter **2698**
gekauft. Bei genauer Besichtigung findet er, daß 3 m unbrauchbar sind. Um nun diesen Verlust zu decken und zugleich einen Gewinn von 48 S beim Verkaufe des Stückes zu erzielen, setzt er den Preis für 1 m auf 6 S 50 g fest. Wieviel Meter enthielt das Stück?

102. Eine Festung ist auf 3 Monate für 6000 Mann Besatzung **2699**
mit 400000 kg Vorräten verproviantiert. Es kommen noch 3000 Mann dazu; wie lange wird der Vorrat nun reichen? Um wieviel muß er vermehrt werden, wenn er die gleiche Zeit (3 Monate) reichen soll? Wieviel bekommt jeder täglich, wenn 6000 Mann mit dem Vorrate 4 Monate auskommen sollen?

†103. Jemand kauft eine Kiste Tee und zahlt für $3^{1}/_{4}$ kg 33 S 80 g; **2700**
die Gesamtspesen betragen 8 S 40 g. Von der Ware verdarb $^{1}/_{7}$ durch Nässe und der Rest wurde mit 13 S per Kilogramm verkauft. Wie groß war das Nettogewicht der Ware, wenn man im ganzen 12 S 40 g gewann?

104. Von A geht um 6 Uhr morgens ein Fußgänger nach einem **2701**
Orte B, der von A 20 km entfernt ist; er erreicht diesen Ort um 10 Uhr vormittags. Dagegen war um 9 Uhr vormittags von B aus in der Richtung nach A ein Wagen gefahren, der in A um 10 Uhr 20 Minuten vormittags anlangte. Wann begegnete der Fußgänger dem Wagen und in welcher Entfernung von A geschah dies?

2702 105. Das Manuskript eines Buches besteht aus 200 einseitig beschriebenen losen Blättern von der Größe eines halben Bogens Papier. Drei Schreiber sollen das Manuskript in möglichst kurzer Zeit abschreiben; in welcher Zeit kann dies geschehen, wenn A täglich 15, B 13 und C 12 Bogenseiten abschreiben kann?

2703 106. In welcher Zeit wird ein Graben von 450 m Länge durch drei Arbeiter ausgehoben werden, wenn A in 3 Tagen 20 m, B in 4 Tagen 25 m und C in 6 Tagen 35 m zustande bringt?

2704 107. Ein Bassin hat 342 hl Inhalt; es kann durch drei Wasserzuflüsse gefüllt werden, von denen der erste in 2 Stunden 9 hl, der zweite in 4 Stunden 21 hl, der dritte in 5 Stunden 27 hl Wasser zuführt; in welcher Zeit wird es gefüllt, wenn zuerst die beiden ersten Wasserzuflüsse durch 4 Stunden offen sind und dann erst der dritte geöffnet wird?

2705 108. Eine Gesellschaft will in einem Gasthausgarten ihre gemeinsame Zeche bezahlen. Zahlt jedes Mitglied der Gesellschaft 3 S, so fehlen 4 S 80 g; zahlt dagegen jedes $3^1/_2$ S, so ergibt sich ein Überschuß von 7 S 20 g. Wieviel Mitglieder zählte die Gesellschaft und wieviel hatte jedes zu bezahlen, damit die Schuld berichtigt war?

2706 109. Von einem Orte A geht ein Fußgänger nach einem Orte B und erreicht ihn in 20 Tagen, wenn er täglich 8 Stunden geht; ein zweiter Fußgänger, der in 3 Stunden ebenso weit kommt als A in 4 Stunden, marschiert täglich nur $7^1/_2$ Stunden. Welcher von beiden erreicht den Ort B zuerst und wieviel Tage kommt er früher an als der andere?

2707 110. Eine Mauer hat $23^1/_4$ m³; zwei Maurer A und B sollen sie gemeinsam fertigstellen, und zwar kann A in 5 Tagen 4 m³ aufführen, während B in 4 Tagen 3 m³ fertigbringt. Wann ist die Mauer vollendet? Wieviel verdient jeder von beiden, wenn für 1 m³ 4 S gezahlt werden?

2708 111. Ein Meister nimmt einen Gesellen zur Aushilfe unter folgenden Bedingungen an: Für jeden Tag, an dem der Geselle arbeitet, erhält er außer der Kost 1 S 20 g Lohn. Dagegen hat er an jedem Tage, an dem er nicht arbeitet, für die Kost 1 S zu bezahlen. Als nach 30 Tagen Rechnung gemacht wurde, erhielt der Geselle bar 22 S 80 g ausgezahlt. Wieviel Tage hatte er nicht gearbeitet?

2709 112. Man soll $8^2/_5$ in 3 Teile zerlegen, von denen jeder immer doppelt so groß ist als der vorhergehende; wie muß dies geschehen?

2710 113. Drei Röhren A, B und C füllen einen Wasserbehälter; A allein vermag ihn in 6 Stunden zu füllen, B in 8 Stunden und C in

12 Stunden. Wann wird der Behälter voll, wenn alle drei Röhren gleichzeitig geöffnet werden?

114. A kann eine gewisse Arbeit in 30 Stunden verrichten, zu der B nur 20 Stunden braucht; in wieviel Stunden werden beide mit der Arbeit fertig, wenn sie gemeinsam daran arbeiten? **2711**

115. Eine Frau kauft zwei ganze Stücke Band und noch $4\frac{1}{2}$ m, wofür sie 94 S 5 g bezahlt; wieviel Meter enthielt jedes ganze Stück, wenn der Verkäufer es um 36 S einkaufte und beim Verkaufe 25% Gewinn erzielte? **2712**

116. Von einem Orte A geht ein Fußgänger, der in je 2 Stunden 11 km macht, nach einem $88\frac{1}{2}$ km weit entfernten Orte B; 5 Stunden später geht ihm von B aus eine zweite Person entgegen, die in 3 Stunden 14 km macht. Wieviel Stunden nach Abgang des ersten treffen sich die beiden und in welcher Entfernung von A geschieht dies? **2713**

117. A, B und C führen gemeinsam eine Arbeit in 5 Tagen aus; einzeln würde daran A 12 Tage, B 15 Tage gearbeitet haben; in wieviel Tagen könnte C die Arbeit allein zu Ende führen? **2714**

†118. Eine Eierhändlerin verkauft von einem Vorrate auf dem Markte je drei Stück um 20 g; die letzten 8 Stück gibt sie per Stück um 3 g ab und gewinnt trotzdem 1 S 68 g. Wieviel Eier hatte sie zu verkaufen, wenn sie im Einkaufe das Stück mit 4 g bezahlt hat? **2715**

119. Zwei Stücke Tuch, die zusammen 66 m enthielten, waren gleich lang, als von dem ersten der fünfte Teil, von dem zweiten der dritte Teil verkauft war; wieviel Meter enthielt jedes Stück anfänglich? **2716**

120. Ein leerer Wasserbehälter kann durch die Röhre A in 8 Stunden, durch eine zweite Röhre B in 12 Stunden gefüllt werden, während der volle Behälter durch eine dritte Röhre C in 24 Stunden entleert werden kann; in wieviel Stunden wird der Behälter voll, wenn alle drei Röhren gleichzeitig offen sind? **2717**

121. Wenn ein Mann und ein Knabe gemeinsam durch 5 Tage arbeiten, bleiben noch $\frac{3}{8}$ eines Werkes zu tun übrig; der Mann macht täglich um $\frac{1}{24}$ des ganzen Werkes mehr als der Knabe. In wieviel Tagen können beide das ganze Werk vollenden? In welcher Zeit könnte jeder die Arbeit allein zu Ende führen? **2718**

122. Jemand kauft von zwei Tuchgattungen zusammen 13 m und bezahlt dafür, nachdem der Kaufmann 2% Kassenskonto gerechnet hat, 69 S 58 g; wieviel Meter waren von jeder Gattung, wenn von der ersten 1 m 5 S 60 g, von der zweiten 1 m 5 S 30 g kostet? **2719**

2720 123. Zwei Punkte A und B bewegen sich auf einem Kreise von zwei Punkten M und N aus hintereinander in der Richtung von M gegen N. A legt in 4 Sekunden 15 m, B in 3 Sekunden 10 m zurück: sie treffen sich das erstemal nach 12 Sekunden, das zweitemal nach 72 Sekunden (gerechnet vom Anfang der Bewegung). Wie groß war ihre ursprüngliche Entfernung und wie groß ist der Umfang des Kreises?

2721 124. Von zwei Stücken Stoff enthält das erste um $2^1/_2$ m mehr als das zweite. Vom ersten kostet 1 m 1 S 20 g, vom zweiten 1 m 95 g. Wieviel Meter enthält jedes Stück, wenn das erste um 12 S 75 g mehr wert ist als das zweite?

2722 125. A und B vollenden eine Arbeit in 12 Tagen, B und C in 15 Tagen, A und C in 20 Tagen; in welcher Zeit würden alle drei Arbeiter gemeinsam die Arbeit zu Ende führen? In welcher Zeit jeder allein?

2723 126. Von Wien nach Graz sind 224 km; ein Herr fährt mit Frau, Kind und Dienerin diese Strecke, und zwar fährt die Dienerin zweiter Klasse, die anderen erster Klasse. Im ganzen zahlt der Herr 71 S 50 g, wobei das Kind halbe Fahrt hat. Die Fahrkarte zweiter Klasse kostet $^3/_4$ vom Preise der ersten Klasse. Wie hoch kommt jede Karte und wieviel ist der Kilometerpreis für eine Karte erster Klasse?

2724 127. Bisher verkaufte man eine Ware mit 20% Gewinn; von nun ab wird sie per kg um 40 g teurer, nämlich mit 25% Gewinn, abgegeben. Man suche den Einkaufspreis, sowie den jetzigen und den früheren Verkaufspreis!

2725 128. Ein Gefäß kann durch drei Röhren gefüllt werden, und zwar brauchen alle drei zusammen $1^1/_5$ Stunden; die erste würde allein $2^1/_4$ Stunden, die zweite $4^1/_2$ Stunden brauchen; in wieviel Stunden könnte die dritte allein das Gefäß füllen?

2726 129. A und B beenden eine Arbeit in $2^1/_4$ Tagen, A und C in 3 Tagen, B und C in $4^1/_2$ Tagen. In welcher Zeit können alle drei, wenn sie zugleich arbeiten, die Arbeit vollenden? Wenn für die ganze Arbeit 18 S gezahlt werden, wieviel gebührt jedem?

2727 †130. Ein Kaufmann kaufte ein Stück Tuch zum Preise von 6 S per Meter. Das Tuch erwies sich jedoch von geringer Güte, so daß er es zum Preise von $4^1/_2$ S per Meter losschlagen mußte. Trotzdem das Stück 5 m über das ausgerechnete Maß enthielt, hatte er einen Schaden von $16^2/_3$%; wieviel Meter enthielt das Stück?

2728 131. Ein Wasserbehälter kann durch vier Röhren gefüllt werden, und zwar durch die erste in 30, durch die zweite in 20, durch die dritte in 15 und durch die vierte in 10 Minuten; in wieviel Minuten wird er voll, wenn alle Röhren zugleich geöffnet sind?

132. Welches Kapital bringt zu $4^1/_2\%$ in 1 Jahre und 3 Monaten um 387 S mehr an Zinsen, als es zu $3·6\%$ in 8 Monaten gibt? 2729

†133. A und B können eine Arbeit in 40 Tagen, B und C in 24 Tagen, A und C in 30 Tagen vollenden. Anfänglich arbeiten alle drei durch $5^1/_2$ Tage gemeinschaftlich; dann hört A zu arbeiten auf und B und C arbeiten 12 Tage gemeinsam; nun wird auch B abberufen und C soll die Arbeit allein vollenden. Wie lange hat er noch zu tun? 2730

†134. Zwei Ballen Ware, von denen der eine 616 S, der andere 525 S wert ist, werden zusammen mit 1115·1 S komptant bezahlt. Beim ersten Ballen betrug der Skonto um $^1/_2\%$ mehr als beim zweiten. Wie groß war für jeden Ballen der Diskont und wie groß die entsprechende komptante Zahlung? 2731

135. Ein Wasserbehälter hat zwei Zuflüsse und einen Abfluß. Der erste Zufluß füllt ihn allein in $4^1/_2$ Stunden, der zweite in 6 Stunden, der Abfluß entleert ihn in $1^1/_2$ Stunden; man öffnet den ersten Zufluß um 12 Uhr mittags, den zweiten um 1 Uhr nachmittags, den Abfluß um 2 Uhr nachmittags. Um wieviel Uhr wird der anfänglich leere Behälter geleert sein? 2732

136. In einer Gesellschaft wettete jemand mit drei Freunden, und zwar mit A um $^1/_3$, mit B um $^1/_5$ und mit C um $^1/_4$ des Geldes, das er bei sich hat. Die beiden ersten Wetten verliert er, die letzte gewinnt er; im ganzen hat er aber doch 34 S verloren; wieviel Geld hatte er anfangs bei sich? 2733

137. Eine Warenrechnung beläuft sich auf 864 S; danach stellt sich der Preis für 1 kg netto auf 1 S 50 g, der Preis für 1 kg brutto anf 1 S 44 g. Man bestimme Brutto- und Nettogewicht und drücke die Tara in Prozenten aus! 2734

138. A kann eine bestimmte Arbeit allein in 18 Stunden verrichten; B benötigt dazu 6 Stunden und C $4^1/_2$ Stunden. Alle drei arbeiten daran $^3/_4$ Stunden, worauf A fortgeht; in welcher Zeit werden nun B und C miteinander die Arbeit vollenden? 2735

139. Ein Gefäß kann durch eine Zuflußröhre in $3^3/_4$ Stunden gefüllt und durch eine Abflußröhre in 3 Stunden entleert werden. Man öffnet um 10 Uhr die Zuflußröhre; wann muß die Abflußröhre geöffnet werden, damit das Gefäß um 3 Uhr nachmittags leer sei? 2736

140. Ein Eilzug von 48 m Länge, der in 5 Minuten $7^1/_2$ km zurücklegt, fährt an einem stillstehenden Güterzug von 102 m Länge 2737

vorbei; wieviel Zeit vergeht von dem Moment, da die Lokomotive des Eilzuges das Ende des Güterzuges eben erreicht, bis zu dem Augenblick, als der Eilzug den Güterzug vollständig passiert hat?

2738 **141.** An der Fertigstellung einer Wildbachregulierung waren zuerst 15 Mann durch 10 Tage und später 20 Mann durch 6 Tage beschäftigt; in welcher Zeit wäre die Arbeit fertig geworden, wenn man von vornherein 18 Mann angestellt hätte?

2739 **142.** Eine Röhre füllt einen Wasserbehälter in 4 Stunden, eine zweite leert ihn in 5 Stunden; wenn nun der Wasserbehälter halb voll ist und beide Röhren geöffnet werden, der wievielte Teil des Behälters ist nach 6 Stunden noch voll?

2740 **143.** Die Tara beträgt $7\,{}^{9}/_{13}\%$ des Bruttogewichtes; wieviel Prozent gewinnt man, wenn man 1 kg brutto so teuer verkauft, als man 1 kg netto eingekauft hat?

2741 **144.** Von welchem Kapital erhält man zu $3\cdot6\%$ in $9\,{}^{1}/_{2}$ Monaten um 231 S 25 g mehr an Zinsen, als man von demselben Kapital zu 5% in 72 Tagen erhält?

2742 **145.** 25 Arbeiter waren in 16 Tagen mit dem dritten Teile einer Arbeit fertig; um die Fertigstellung zu beschleunigen, wurden noch 15 Arbeiter aufgenommen. Wann werden alle Arbeiter gemeinsam ihr Werk zu Ende führen können?

2743 **146.** Die Röhre 1 leert einen Behälter in ${}^{2}/_{5}$ Stunden; die Röhre 2 füllt ihn in ${}^{2}/_{3}$ Stunden, die Röhre 3 in $3\,{}^{1}/_{3}$ Stunden. Der Behälter sei voll; man öffnet 1 und 2 und ${}^{1}/_{2}$ Stunde später auch 3. Nach wieviel Stunden ist das Gefäß leer?

2744 **147.** Von zwei Warensendungen beträgt das Bruttogewicht beziehungsweise 1380 kg und 1440 kg; die Tara unterscheidet sich in beiden Fällen um 4% und das Nettogewicht ergibt sich gleich groß. Man soll Nettogewicht und Tara bestimmen und die Tara in Prozenten ausdrücken.

2745 **148.** Jemand hat von einer gewissen Summe ${}^{3}/_{4}$ zu $4\,{}^{1}/_{2}\%$ und den Rest zu 5% auf ein Jahr angelegt. Am Jahresschluß erhält er 25110 S an Kapital und Zinsen zurück. Welche Summe hat er ausgeliehen?

2746 †**149.** Ein Eilzug von 42 m Länge und 25 $\frac{\text{m}}{\text{sec.}}$ Geschwindigkeit fährt an einem in derselben Richtung fahrenden Personenzug von 66 m Länge und 16 $\frac{\text{m}}{\text{sec.}}$ Geschwindigkeit vorbei; wie lange dauert die Begegnung? (Vgl. Nr. 2737!)

2747 **150.** Jemand versprach, eine bestimmte Arbeit in 50 Tagen herstellen zu lassen. Zuerst stellte er 30 Arbeiter an, die nach 40 Tagen die Hälfte der Arbeit vollendeten; wieviel Mann muß er nun noch aufnehmen, um sein Versprechen einzuhalten?

151. Ein voller Wasserbehälter kann durch die Röhre 1 in $2^1/_2$ Stunden ausgeleert werden. Die Röhre 2 kann ihn in $2^1/_4$ Stunden anfüllen, die Röhre 3 in $3^3/_4$ Stunden. Man öffnet nun die Röhren 1 und 2 um 3 Uhr nachmittags; um 4 Uhr 30 Minuten nachmittags öffnet man auch die Röhre 3. Um wieviel Uhr wird der Behälter gefüllt sein? **2748**

152. Ein Wirt hat ein Faß, das auf 300 l geeicht ist und in dem sich 240 l Wein befinden. Er füllt es mit Wasser aus und verkauft nun 1 l des Weines mit 70 g, wodurch er 25% gegen den Einkaufspreis gewinnt; wie teuer kam ihm 1 l des ungemischten Weines beim Einkauf zu stehen? **2749**

153. Ein Kapitalist beteiligte sich mit einer Summe von 75000 S bei zwei Unternehmungen; nach Ablauf eines Jahres ergibt sich, daß die erste 8%, die zweite 11% Reingewinn abgeworfen hat. Mit welcher Summe hat sich der Kapitalist bei jeder der beiden Unternehmungen beteiligt, wenn sein ganzer Jahresgewinn 7170 S beträgt? **2750**

154. Eine Arbeit könnte von 32 Arbeitern in 40 Tagen vollendet werden; nach 6 Tagen verlassen jedoch 8 Arbeiter und 10 Tage später wieder 8 Arbeiter die Arbeit. In wieviel Tagen (vom Beginn an gerechnet) wird die Arbeit fertig werden? **2751**

155. Jemand, der nach seinen Zinsen befragt wurde, antwortete: „Mein Kapital steht zu 4% aus und seine jährlichen Zinsen betragen ebensoviel unter 3120 S, als das Kapital über 3120 S beträgt." Wie groß war sein Kapital und wieviel Zinsen brachte es jährlich? **2752**

156. Ein Vater gibt von seinem Vermögen der älteren Tochter den dritten Teil; der jüngeren, die kränklich ist, gibt er noch um 3000 S mehr und behält sich selbst 5000 S. Wie groß war sein Vermögen? **2753**

157. Um einen Wald abzuholzen, wären 200 Arbeiter durch 20 Wochen mit 6 Arbeitstagen zu 8 Stunden zu beschäftigen. Nachdem daran 400 Arbeiter durch 8 Wochen mit 5 Arbeitstagen zu je 10 Stunden tätig gewesen, entläßt man 150 Arbeiter; wie lange werden die übrigen noch tätig sein, wenn sie in der Woche 6 Tage zu 8 Stunden arbeiten? **2754**

†158. Ein Kaufmann verdient mit seinem Kapital jährlich 10%, er nimmt aber am Ende jedes Jahres 3000 S aus der Kasse, um damit die Auslagen seiner Haushaltung zu bestreiten. Am Anfang des fünften Jahres zeigt es sich, daß sein Kapital nun um 23205 S größer ist als bei der Eröffnung des Geschäftes. Wie groß war sein anfängliches Betriebskapital? **2755**

2756 159. Von einer Erbschaft erhält A $^7/_{18}$ und B $^5/_{24}$; der Rest fällt an eine Waisenanstalt; bei der Verteilung erhält A um 6500 S mehr als B. Wie geschah die Verteilung?

2757 160. 5 Knaben und 3 Männer könnten eine Arbeit in 12 Tagen zustande bringen; 3 Knaben und 5 Männer bringen dieselbe Arbeit in der halben Zeit fertig. Wie lange braucht ein Knabe und ein Mann dazu?

2758 †161. Ein Eilzug von 28 m Länge und 25 $\frac{m}{sec.}$ Geschwindigkeit fährt an einem in entgegengesetzter Richtung fahrenden Personenzug von 54 m Länge und 16 $\frac{m}{sec.}$ Geschwindigkeit vorüber; wie lange dauert die Begegnung? (Vgl. Nr. 2737!)

2759 162. Ein Kaufmann kaufte ein Stück Stoff von 86 m Länge zum Preis von 4 S per Meter. Er wollte es mit $18^3/_4$% Gewinn verkaufen; er erzielte jedoch nur 15% Gewinn, da ihm ein Stück von dem Stoff in der Auslage schadhaft geworden war, so daß er es nur um 2 S 60 g per Meter verkaufen konnte. Wie lang war das schadhaft gewordene Stück?

2760 163. Eine Erbschaft soll unter zwei Brüdern und deren Mutter derartig verteilt werden, daß A davon $^1/_4$ weniger 2000 S, B $^1/_5$ der Erbschaft vermehrt um 400 S erhält, wodurch beide gleich viel erhalten; der Rest der Erbschaft fällt der Mutter zu. Wie geschah die Verteilung?

2761 164. Zum Bearbeiten eines Feldes sind 4 Pferde durch 12 Tage oder 16 Ochsen durch 6 Tage nötig. Wieviel Tage wird man 8 Pferde und 8 Ochsen dazu verwenden müssen?

2762 165. Von zwei Kapitalien, von welchen das erste zu 3·6%, das zweite, welches um 1000 S größer ist als das erste, zu 4% angelegt ist, erhält man jährlich 420 S Zinsen; wie groß ist jedes Kapital?

2763 166. Jemand vermachte von seinem Vermögen $^3/_5$ seinem Sohn, $^1/_4$ seiner Tochter, $^2/_3$ des so verbleibenden Restes einem Neffen und den neu entstandenen Rest einem Waisenasyl. Wie groß war sein Vermögen und wie wurde es verteilt, wenn das zuletzt erwähnte Legat 1315 S betrug?

2764 167. Ein Tuchhändler hat eine Partie Tuch zu verkaufen; verkauft er 1 m zu 9 S, so hat er bei 6 m 14 S Gewinn; verkauft er aber 1 m zu 6 S, so hat er im ganzen 18 S Schaden. Wieviel Meter hatte er zu verkaufen?

2765 168. Mit 6 Pferden kann man einen Acker in 5 Tagen umpflügen; mit 10 Ochsen würde man dieselbe Arbeit in 9 Tagen zustande bringen. Nachdem man mit 6 Pferden die Arbeit begonnen und 3 Tage lang fortgesetzt hat, muß man sie mit den 10 Ochsen vollenden; wie lange wird dies dauern?

†169. Auf einem Landgut hat der Besitzer einen Verwalter und einen Diener angestellt. Der Jahreslohn des Verwalters ist fünfmal so groß als der des Dieners, jedoch erhält der Diener außer dem Lohne noch eine mit 60 S bewertete Livree. Nach 8 Monaten werden beide aus dem Dienste entlassen und der Diener erhält außer der Livree, die er schon besitzt, noch 220 S bar. Der Verwalter erhält 450 S bar und übernimmt das von ihm benützte Reitpferd statt weiterer Bezahlung. Wie hoch wurde das Reitpferd bewertet? **2766**

170. Zwei Kapitalien, von welchen das kleinere zu 5%, das größere zu $4{\cdot}5\%$ aussteht, betragen zusammen 14000 S und bringen jährlich 660 S Zinsen ein; wie groß ist jedes Kapital? **2767**

171. Drei Personen sollen eine Summe teilen; A erhält $^1/_5$ der Summe und 48 S, B vom Rest $^1/_4$ und 60 S, C die noch übrigen 120 S. Wieviel haben sie geteilt und wieviel erhielt jeder? **2768**

172. Eine Wiese könnte von 8 Knechten in 9 Tagen oder von 9 Mägden in 10 Tagen abgemäht werden; wann wird die Arbeit fertig, wenn man 12 Knechte und 15 Mägde gleichzeitig arbeiten läßt? **2769**

173. Bei einem gewissen Zinsfuß wächst ein Kapital durch seine einfachen Zinsen in 4 Jahren 8 Monaten zu 6980 S an; wäre der Zinsfuß um $^1/_2\%$ höher, so würde das Kapital in derselben Zeit zu 7120 S anwachsen. Wie groß ist das Kapital und zu wieviel Prozent ist es angelegt? **2770**

174. Man soll eine bestimmte Summe unter vier Personen teilen, so daß A $^1/_4$ der Summe, B $^1/_4$ des Restes und 15 S, C von dem noch bleibenden Rest $^1/_4$ und 30 S und D die übrigen 60 S erhält. Welche Summe ist verteilt worden und wie geschah die Verteilung? **2771**

175. Man schmilzt 12 kg feines Silber, 8 kg Silber von 850 Tausendteilen, 16 kg von 900 Tausendteilen und 4 kg Kupfer zusammen; wie groß ist der Feingehalt der Legierung? **2772**

†176. Auf der Gasse wird ein sehr langer Baumstamm auf einem Wagen transportiert. Da uns seine Länge interessiert, gehen wir zuerst in gleichmäßigen Schritten vom rückwärtigen Ende zum vorderen und zählen 112 Schritte; hierauf kehren wir um und gehen der Bewegung des Wagens entgegen, wobei wir mit 16 Schritten bereits den Baumstamm passiert haben. Wie läßt sich aus diesen zwei Zahlen die in Schritten gemessene Länge des Baumstammes bestimmen? **2773**

2774 177. Wenn 12 Männer oder 32 Knaben eine gewisse Arbeit in 12 Tagen vollenden, wie lange brauchen 8 Männer und 16 Knaben zu einer siebenmal so großen Arbeit?

2775 178. Jemand hat zwei Kapitalien, von denen das eine zu 5%, das andere zu 4% anliegt und von denen er jährlich im ganzen 400 S Zinsen einnimmt; würde er jedes Kapital um 1% höher ausleihen können, so würde er jährlich um 90 S mehr an Zinsen einnehmen. Wie groß ist jedes Kapital?

2776 179. Unter 11 Männer, 9 Frauen und 14 Kinder sind 2485 S so zu verteilen, daß der Anteil einer Frau $^{2}/_{3}$ vom Anteil eines Mannes und der Anteil eines Kindes $^{5}/_{7}$ vom Anteil einer Frau beträgt. Wie geschieht die Verteilung?

2777 180. Es kauft jemand ein Fäßchen Essig, von welchem 1 l 48 g kostet. Er verdünnt den Essig mit 10 l Wasser und verkauft nun 1 l um 40 g; wieviel Liter Essig enthielt das Fäßchen, wenn er weder Nutzen noch Schaden hatte?

2778 181. Ein Heuvorrat reicht entweder für 6 Pferde 300 Tage oder für 12 Kühe 150 Tage oder für 30 Schafe 600 Tage. Wie lange würde er für 5 Pferde, 14 Kühe und 50 Schafe reichen?

2779 182. Jemand leiht 3000 S zu 3% aus; 15 Jahre später leiht er 5000 S zu $4^{1}/_{2}$% aus. Nach wieviel Jahren werden beide Kapitalien gleich viel an Zinsen eingebracht haben?

2780 †183. Eine Familie hat 132 kg Zucker und 80 kg Kaffee im Vorrat. Wöchentlich werden $2^{4}/_{5}$ kg Zucker und $1^{3}/_{4}$ kg Kaffee gebraucht. In wieviel Wochen wird der Vorrat an Zucker gerade doppelt so groß sein als an Kaffee?

2781 †184. Wieviel Minuten nach 9 Uhr bilden zwischen 9 und 10 Uhr die Zeiger einen gestreckten Winkel?

2782 185. Ein Kapitalist leiht 14000 S zu $4^{1}/_{2}$% und 4 Jahre später 25200 S zu 5% aus. Wann wird das zweite Kapital gerade halb so viel an Zinsen eingebracht haben als das erste?

2783 186. Drei Freunde haben gemeinsam 3000 S zu gleichem Zinsfuß angelegt; nach 15 Jahren erhielt der erste samt den Zinsen 1920 S, der zweite 1600 S und der dritte 1280 S. Zu wieviel Prozent war das Geld angelegt und wieviel Schilling hat jeder zu den 3000 S beigetragen?

2784 187. A und B vollenden eine Arbeit in $2^{1}/_{2}$ Tagen; A und C würden dazu $3^{3}/_{4}$ Tage, B und C 3 Tage brauchen. Nachdem alle drei durch $1^1/_2$ Tage gearbeitet haben, geht A fort; wie lange haben die beiden anderen noch zu arbeiten?

†188. Wieviel Minuten nach 6 Uhr decken sich die Zeiger einer Uhr das erstemal? **2785**

189. Wenn man 12 kg Silber von 0·880 mit 9 kg Silber von 0·900 Feingehalt zusammenschmilzt, dazu 6 kg feines Silber und 3 kg Kupfer zusetzt, welchen Feingehalt hat die Legierung? **2786**

190. Das Umackern eines größeren Feldes ist einmal mit 5 Pferden in 9 Tagen, ein anderesmal mit 6 Ochsen in 12 Tagen durchgeführt worden. Nachdem nun ein drittesmal bereits 6 Pferde und 4 Ochsen durch $3^3/_4$ Tage verwendet worden sind, soll der Rest in $1^1/_2$ Tagen mit 6 Ochsen und einer gewissen Anzahl Pferde fertiggestellt werden. Wieviel Pferde sind nötig? **2787**

191. Zwei Personen A und B gehen gleichzeitig von den zwei Orten M und N einander entgegen; A kann den ganzen Weg von M nach N in $3^3/_4$ Stunden zurücklegen, B den ganzen Weg von N bis M in 3 Stunden. Nach wieviel Stunden werden sie sich treffen? **2788**

192. A und B haben zusammen 15900 S Vermögen, B und C 13400 S, A und C 14100 S; zu wieviel Prozent muß B sein Geld anlegen, um davon in 16 Monaten 456 S Zinsen zu erhalten? **2789**

193. Vier Personen teilen eine Summe derartig, daß A um 60 S weniger als $^2/_5$ der Summe, B um 40 S weniger als $^1/_3$ der Summe, C um 24 S weniger als $^1/_4$ davon und D endlich um 20 S weniger als $^1/_6$ der ganzen Summe erhält; wieviel entfällt auf jeden? **2790**

194. A hilft seinem Nachbar B bei der Kornernte durch 11 Tage, indem er ihm für diese Zeit seine 5 Knechte und 5 Mägde überläßt. Dafür überläßt B bei einer späteren Gelegenheit dem A 3 Knechte, 3 Mägde und 2 Pferde; wie lange darf A diese beschäftigen, wenn 5 Mägde ebensoviel leisten wie 3 Knechte und wenn die Leistung eines Pferdes doppelt so hoch geschätzt wird wie die Arbeit eines Knechtes? **2791**

195. Eine Schuld ist in 2 Jahren fällig und eine zweite gleich große in 3 Jahren. Wir berichtigen die erste mit 5% Diskont, die zweite mit 6%; dabei ist die Barzahlung im ersten Fall um 400 S höher. Wieviel beträgt jede der Schuldsummen und wie groß ist die entsprechende Barzahlung? **2792**

196. Jemand hat sich an zwei Geschäften im ganzen mit der Summe von 1161 S beteiligt und bei dem ersten Geschäft 15% gewonnen, beim zweiten $10^2/_3$% verloren; im ganzen gewann er 70 S 20 g. Wieviel Geld hat er an jedes Geschäft gewagt? **2793**

2794 197. Was kosteten seinerzeit 35 g Gold Nr. 2 von 840 Tausendteilen Feingehalt, wenn 1 kg feines Gold 3280 K Wert hatte?

2795 198. Ein Fußgänger, der sich auf dem Wege von A nach B befindet, hat bereits eine Strecke zurückgelegt, die sich zu der noch vor ihm befindlichen wie 5 : 3 verhält. Geht er noch $3\frac{1}{2}$ km weiter, so nimmt dieses Verhältnis den Wert von 3 : 1 an. Wie weit ist A von B entfernt?

2796 199. Drei Personen haben eine Summe so zu teilen, daß A und B zusammen 8600 S, B und C 9800 S erhalten und der Anteil des A sich zu dem des C verhält wie 8 : 11; wieviel erhält jeder?

2797 †200. Eine Mutter will eine Partie Flachs zu Garn spinnen lassen. Von ihren beiden Töchtern erklärt die erste, damit allein in 12 Tagen fertig werden zu können, während die zweite dazu 15 Tage benötigen würde. Damit die Arbeit recht bald fertig werde, arbeiten alle drei zusammen, und zwar spinnt die Mutter täglich um 7·5 dkg Flachs weniger als die beiden Mädchen. In vier Tagen ist die Arbeit vollendet. Wieviel Kilogramm Flachs waren vorhanden und wieviel hatte jede der drei Arbeiterinnen gesponnen?

Ergebnisse der Rechnungsaufgaben.

Erster Abschnitt.

Die vier Grundrechnungsarten mit besonderen und allgemeinen ganzen Zahlen.

II. Addition und Subtraktion.

29. $10a + 15b + 20c + 25d = 150$. **30.** $10x + 10y + 16z + 13u = 961$. **31.** $99a + 170b + 191c + 153x + 226y + 41z = 3000$. **32.** $6x - 5y + 4z$. **33.** $8a - 4b - 6c + 5d$. **34.** $x - z$. **35.** $a + b + c$. **36.** $x - 1$. **37.** $7x + 1$. **38.** $5x$. **39.** -2. **40.** $22b - 13a = 100$. **41.** $3x + 4y + 5z = 454$. **42.** $12m - 6n - p = 5$. **43.** $12a - 4b + 8c = 392$. **44.** $27x - 13y + 15z = 46$. **45.** $4m + 5n + 6p = 29$. **46.** $5a + 6b + 7c = 52$. **47.** $20a - 12b + 16c = 92$. **48.** $9m + 13n - 8p = 21$. **49.** $x + y + z$. **50.** $8x + 9y + 10z = 52$. **51.** $25x + 25y + 25z = 1000$. **58.** Die zweite Reihe muß lauten: 24, 12, 5, 18, 6; die dritte: 7, 25, 13, 1, 19. **59.** $117^0\ 32'\ 12''$. **60.** 120 g. **61.** 49 Jahre. **62.** 2500; 2550; 5050. **63.** 167772 S 15 g.

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten (1. Teil).

70. a) 3; b) 3; c) 4. **71.** 7. **72.** 4. **73.** 2. **74.** 4. **75.** 1. **76.** 3. **77.** 3. **78.** 2. **79.** 7. **80.** 18. **81.** 2. **82.** 5. **83.** 8. **84.** 3. **85.** 2. **86.** 1. **87.** 5. **88.** — 3. **89.** 6. **90.** 5. **91.** 3. **92.** 4. **93.** 4. **94.** 7. **95.** 63. **96.** 16. **97.** 6. **98.** 5. **99.** 48 g; 4 S. **100.** 8 g; 46 g. **101.** 4. **102.** Nach 9 Stunden. **103.** 8 Stunden; 38 km.

III. Multiplikation.

117. $-15a^5b^4x^3$. **118.** $12m^6n^5y^6$. **119.** $24a^8b^{11}$. **120.** $-36a^6b^9x^6y^7$. **121.** $a^5b^5x^5$. **122.** $-6x^7 + 14x^6 - 6x^5 + 16x^4 + 2x^3 - 6x^2$. **123.** $-6a^5b^2 + 9a^4b^3 - 21a^3b^4 + 12a^2b^5$.

124. $36a^{12} - 30a^{11} + 24a^{10} - 18a^9 + 12a^8$. **125.** $-18a^5b^5 + 24a^4b^6 + 30a^3b^7$. **126.** $9x^7y^2 - 6x^6y^3 + 15x^5y^4 + 21x^4y^5 - 6x^3y^6$. **127.** ab. **128.** $x^2 + 3x - 40$. **128a.** $6x^2 + 23x + 20$. **128b.** $6x^2 + 7x - 20$. **128c.** $6x^2 - 7x - 20$. **128d.** $6x^2 - 23x + 20$. **129.** $2a^3 - 9a^2b + 5ab^2 + 6b^3$. **130.** $4a^5 - 19a^4b - a^3b^2 + 25a^2b^3 + 14ab^4 + 2b^5$. **131.** $a^3 + b^3$; $a^3 - b^3$. **131a.** $a^4 - b^4$; $a^4 - b^4$. **131b.** $a^5 + b^5$; $a^5 - b^5$. **132.** $x^6 - 1$. **133.** $2a^8 - 3a^7 - 18a^6 - 7a^5 + 26a^4 + 15a^3 - 18a^2 - 7a + 6$. **134.** $6x^7y^2 - 39x^6y^3 + 76x^5y^4 - 63x^4y^5 + 45x^3y^6 - 14x^2y^7$. **135.** $-24x^{10} + 38x^9 - 43x^8 + 40x^7 - 36x^6 + 25x^5 - 18x^4 + 10x^3 - 5x^2 + 2x - 1$. **136.** $x^4 + 8x^3 - 19x^2 - 122x + 240$. **137.** $x^8 - 10x^7y + 27x^6y^2 - 32x^5y^3 + 24x^4y^4 - 18x^3y^5 + 7x^2y^6 + 4xy^7 - 3y^8$. **138.** $a^6 - 14a^4 + 49a^2 - 36$. **139.** $4x^8 - 11x^7y + 20x^6y^2 - 30x^5y^3 + 40x^4y^4 - 50x^3y^5 + 32x^2y^6 - 17xy^7 + 6y^8$. **140.** $5a^4 - 5a^3 - 3a^2 + 3a$. **141.** $2a^2b^2 - 2b^4$. **142.** $4x$. **143.** $6x^2y + 2y^3$. **144.** $4a^2 + 4b^2 + 4c^2$. **144a.** $x^6 - y^6$. **144b.** $a^4 + a^2 + 1$. **144c.** $9x^4 - 28x^2y^2 + 16y^4$. **144d.** $m^{12} - 9m^6 + 6m^3 - 1$. **144e.** $9y^6 - 4y^4 - 18y^3 - 9y^2 + 25$. **144f.** $a^8 - 4a^6 + 4a^5 - 9a^4 + 16a^2$. **145.** $7a^6b^3 + 5a^5b^4 + a^4b^5 - 3a^3b^6$. **146.** $19x^5 - 24x^4 + 51x^3 - 42x^2 + 110x$. **147.** $12 - 4x + 24x^2 - 52x^3 - 15x^4 + 33x^5 - 54x^6 + 81x^7 - 27x^8$. **148.** $6 - 39x + 28x^2 - 12x^3 - 4x^4 + 168x^5$. **151.** 1500 m; die Säule würde also fast so hoch sein wie der Sonnwendstein (1523 m). **152.** 25 km (entspricht ungefähr der Luftlinie Wien (Stephansplatz) bis Baden). **153.** 10 Billionen. **155.** a) um 1673 größer; b) um 1671 kleiner; c) um 177 kleiner (bei 925×748) oder um 175 größer (bei 923×749). **156.** Die beiden ersten Felder der dritten Horizontalreihe. **157.** 45 Ries; 760320 Lettern. **158.** 160 S 80 g. **159.** 12170032 S. **160.** 9224 km, also fast ein Viertel des Erdumfanges. **161.** 657 S, 1007 S 40 g.

IV. Division.

170. $4a^2b^2x^2$. **171.** $-6x^3 + 4x^2 - 5x + 8$. **173.** $-6xy$. **174.** $4ab^3c^2$. **175.** $-3a^2bx^3y$. **176.** $3abx$. **177.** $4x$. **178.** 3. **179.** $9axy$. **180.** 15. **181.** $-4x^2 + 13xy^2 - 6y$. **182.** $3ax - 5a^4x^2y + 6b^2y - 7abx^3$. **183.** $-3ax^3 + 2a^2bx^2 + 4a^3b^2x + 6a^2b^3$. **184.** $x^2y^2 + xy^3 + x^3y + x^2y^3 = xy(xy + y^2 + x^2 + xy^2)$. **185** $a^2 + 3a + 2$. **186.** $4x^4y^2 - 6x^2y^4 + 5y^6$. **187.** $1 - 3a + 3a^2 - a^3$. **188.** $4x^2 + 2y^3 - 3z^4$. **189.** $6a^2 - ab - 5b^2$. **190.** $a^2 - 2a + 1$. **191.** $x^2 - 2xy + y^2$. **192.** $4a^3 - 5a^2 + 3a +$

$+1$. **193.** $a^3 - 2a^2b - ab^2 + b^3$. **194.** $2x^2 - 3xy + 4y_z$. **195.** $-6x^3 + 3x^2y - 5y^2$. **196.** $a^3 + 5a^2 + 1$. **197.** $5a^5 - 3a^4y - 2a^2y^3 + y^5$. **197a.** $x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$ (Rest $= 2y^6$); $x^5 + x^4y + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 + y^5$ (Rest $= 2y^6$). **197b.** $x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$; $x^5 + x^4y + x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4 + y^5$. **197c.** $x^6 - x^5y + x^4y^2 - x^3y^3 + x^2y^4 - xy^5 + y^6$; $x^6 + x^5y + x^4y^2 + x^3y^3 + x^2y^4 + xy^5 + y^6$. **198.** $x^4 - x^2y^2 + y^4$. **199.** $a^4 + a^2b^2 + b^4$. **200.** $a^9 + a^6 + a^3 + 1$. **201.** $x^8 + x^6y^2 + x^4y^4 + x^2y^6 + y^8$. **202.** $x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3$. **203.** $16x^4 - 48x^3y + 108x^2y^2 - 108xy^3 + 81y^4$. **204.** $5a^3 - 4a^2b + 3ab^2 - 2b^3$. **205.** $1 - a + 5a^2 - 2a^3$. **206.** $-206 + 103a - 2a^2 + a^3$. **207.** $a^3 - 4a^2b + 2b^3$. **208.** $1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + 5x^4 - 6x^5$. **209.** $x^4 - 3x^3y + 2x^2y^2 - 5xy^3 - y^4$. **210.** $2a^2 + 3ab - 2b^2$. **211.** $a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$. **212.** $2 - 3x + 4x^2$. **213.** $-2a^3 + a^2b + 2ab^2 - b^3$. **214.** $2x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 7x + 3$. **215.** $a^4 + a^3 - 5a^2 + 13a - 6$. **215a.** $1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - \ldots\ldots$; $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \ldots\ldots$ **217.** zirka $463\,\frac{\text{m}}{\text{sec.}}$. **218.** 29 km (genauer $29\frac{1}{2}$ km). **219.** a) 11 Tage 13 Stunden 46 Minuten 40 Sekunden; b) 31709 Jahre 289 Tage 1 Stunde 46 Minuten 40 Sekunden. **220.** 20 Millionen Tropfen; 115 Tage 17 Stunden 46 Minuten 40 Sekunden. **221.** Von 17. **222.** 11. **223.** Die dritte Horizontalreihe muß lauten: 4374, 2, 486. **224.** 299136. **225.** 215. **226.** 23. **227.** 37320. **228.** Rund 4525 Waggonladungen. **230.** 12 Jahre 32 Tage 20 Stunden 21 Minuten 46 Sekunden.

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten (2. Teil).

231a. 7. **231b.** 4. **231c.** 10. **231d.** 8. **231e.** 7. **231f.** 4. **232.** a) 7; b) 5; c) 1; d) 5. **233.** 4. **234.** 5. **235.** 5. **236.** 5. **237.** 3. **238.** 2. **239.** 4. **240.** 12. **241.** 1. **242.** 3. **243.** 3. **244.** 1. **245.** 7. **246.** 3. **247.** 7. **248.** 12. **249.** Um 10. **250.** Um 5. **251.** Um 6. **252.** Um 3. **253.** 15. **254.** 5 und 7. **255.** 48 und 36. **256.** Nach 8 Stunden in der Entfernung von 28 km vom Wohnsitz des A. **257.** In 3 Stunden. **258.** 5. **259.** 1. **260.** 6. **261.** 9. **262.** 5. **263.** 7. **264.** 12. **265.** 50 und 14. **266.** 15. **267.** 53.

V. Wiederholungsaufgaben.

271. $11x - 7y + z = 6$. **272.** $30m - 18n - 6p = 48$. **273.** $19a - 10b - 3c = 40$. **274.** 2. **275.** 2. **276.** 11. **277.** 7 Bänke,

16*

51 Schüler. **278.** 308 m und 245 m; 7·084 km von der Anfangslage des Körpers A. **279.** Um 8 Uhr 34 Minuten in einer Entfernung von 2·55 km von M. **280.** 0. **281.** $a^9 + 4a^8 + 2a^7 + 2a$. **282.** 4. **283.** 5. **284.** 19. **285.** 3. **286.** 2. **287.** 3. **288.** 75. **289.** 36. **290.** 2. **291.** $a^4 - 16$. **292.** $25 - 40a + 46a^2 - 44a^3 + 25a^4 - 12a^5 + 4a^6$. **293.** $3a^4 - 5a^3b + 4a^2b^2 - 3ab^3 - 2b^4$. **294.** ab. **295.** $5x^2 - 17xy + 6y^2$. **295a.** 2. **296a.** 1. **296b.** 3. **297.** 13. **298.** Die beiden Teile sind 72 und 28. **299.** 85. **300.** 63.

Zweiter Abschnitt.

Die vier Grundrechnungsarten mit gebrochenen Zahlen.

VI. Teilbarkeit der Zahlen.

305. Primzahlen sind: 1097, 1109, 1259, 2017, 2309, 3797. **307.** 0, ... 12. **308.** 24, ... ∞. **330.** 1110; 46620. **331.** a) 576; 19008; b) 35145; 40592475; c) 73; 29527770; d) 360; 75600; e) 3330; 1538460; f) 1463; 307230. **333.** a) 1800; b) 420; c) 27720; d) 1800; e) 3600; f) 1800. **337.** a) 479; b) 263; c) 241; d) 789. **339.** a) 434; 13020; b) 1530; 33660. **341.** a) 367; b) 359; c) 77. **342.** a) 126648; b) 124776; c) 126216. **343.** a) 435; 66990; b) 2287; 1056594. **344.** 59; 1085841900. **345.** 887; 53220. **346.** 809; 2038680. **347.** 3701; 444120. **348.** 2339; 3345770. **349.** $727 + 58530 = 2887 + 56370 = 59257$. **350.** $7350 \times 8640 = 3920 \times 16200 = 63504000$.

VII. Gemeine Brüche.

361. a) $x + 5 + \frac{2}{x-7}$; b) $x - 1 + \frac{1}{x+1}$; c) $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2-1}$; d) $a + b + \frac{2}{a-b}$. **363.** a) $\frac{x^2}{x-1}$; b) $\frac{x(x+2)}{x+1}$; c) $\frac{x^2}{x-y}$; d) $\frac{x^2}{x+y}$; e) $-\frac{y^2}{x-y}$; f) $-\frac{y^2}{x+y}$; g) $\frac{4x^2-4x-1}{4x^2+4x+1}$; h) $\frac{2x^2y^2}{x^2+y^2}$. **369.**

d) $\frac{a-b}{a^2-b^2}, \frac{a+b}{a^2-b^2}, \frac{1}{a^2-b^2}$; e) $\frac{x^3-x^2-x+1}{x^4-2x^2+1}, \frac{x^3+x^2-x-1}{x^4-2x^2+1}, \frac{x^2-1}{x^4-2x^2+1}, \frac{x^2-2x+1}{x^4-2x^2+1}, \frac{x^2+2x+1}{x^4-2x^2+1}$.

VIII. Addition und Subtraktion der Brüche.

375. $3\frac{1}{2}$. **376.** $22\frac{1}{2}$. **377.** $3\frac{1}{2}$. **378.** $3\frac{1}{2}$. **379.** $3a$. **380.** $2(x+1)$. **381.** $2\frac{3}{4}$. **382.** $2\frac{3}{4}$. **383.** $2\frac{3}{4}$. **384.** $2\frac{3}{4}$. **385.** $30\frac{3}{5}$. **386.** $\frac{x+6y}{10}$. **387.** $\frac{2a}{1-a^2}$. **388.** 8. $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}$. **389.** $\frac{1}{10}(a+6b)$. **390.** $2b$. **391.** 0. **392.** 0. **393.** 2. **394.** $a+b+c$. **395.** $x+y+z$. **396.** $a+b+c$. **397.** $m+n+p$. **398.** 1. **399.** 3. **400.** 3. **401.** 3. **402.** 3. **403.** Der erste neugebildete Bruch ist um $\frac{4}{45}$ größer, der zweite Bruch um $\frac{2}{15}$ kleiner als der ursprüngliche; der Unterschied der neuen Brüche ist $\frac{2}{9}$. **404.** 95.

IX. Multiplikation und Division der Brüche.

406. a) 894; b) $1\frac{2}{5}$; c) $13\frac{1}{2}$; d) $\frac{3}{10}$; e) 105; f) $2\frac{1}{2}$. **407.** a) $28\frac{1}{2}$; b) $3\frac{1}{4}$. **408.** a) 50400; b) $35\frac{7}{10}$. **409.** $2\frac{29}{30}$. **410.** $\frac{29}{119}$. **411.** 36. **412.** 24. **413.** $316\frac{4}{5}$. **414.** $20\frac{1}{4}$. **415.** $108\frac{8}{9}$. **416.** 7. **417.** 16. **418.** Am 14. Mai 1869. **419.** $a^3-6a^2b+4\frac{1}{2}ab^2-21b^3$. **420.** $\frac{ab}{3}-\frac{a^2}{6}+\frac{13a^3}{30b}-\frac{17a^4}{30b^2}-\frac{a^5}{15b^3}-\frac{2a^6}{3b^4}$. **421.** $x^6y^4+x^2+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{x^4y^6}$. **422.** $\frac{4x^6y^2}{3}+\frac{23x^4}{2}-\frac{77x^2}{18y^2}+\frac{23}{12y^4}-4yx^5+\frac{3x^3}{2y}-\frac{2x}{3y^3}+\frac{1}{4xy^5}-\frac{3}{4x^2y^6}$. **423.** 2. **424.** 1. **425.** $\frac{8a^3b^3}{27}-\frac{27b^3}{125}$. **426.** $\left(\frac{a+b}{2ab}\right)^2-\left(\frac{2ab}{a+b}\right)^2$. **427.** $\frac{5}{4}a$. **428.** $a^2-\frac{28}{33}a+\frac{5}{66}$. **429.** $\frac{1}{2}a-\frac{3}{5}b+\frac{2}{3}c$. **430.** $\frac{x^6}{27}+\frac{2x^3}{9}+\frac{4}{3}+\frac{8}{x^3}$. **431.** $\frac{4x^6}{y^4}-\frac{2x^4}{3y^7}+\frac{x^2}{9y^{10}}$. **432.** 3. **433.** 3. **434.** 3. **435.** 3. **436.** $2a$. **437.** 1. **438.** $2a$. **439.** $2a$. **440.** 97·86 S; A 32·62 S, B 18·64 S, C 27·96 S, D 18·64 S. **441.** 420. **442.** A 200 S, B 288 S. **443.** 91. **444.** 120, 600.

Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten (3. Teil).

445. 15. **446**. 21. **447**. 2. **448**. $^{3}/_{4}$. **449**. 15. **450**. 35. **451**. 1. **452**. 7. **453** 12. **454**. 15. **455**. 6. **456**. 1. **457**. 5. **458**. 60. **459**. 30. **460**. 12. **461**. 36. **462**. 120. **463**. 80. **464**. 120. **465**. 1. **466**. 72. **467**. 24. **468**. 60. **469**. 5. **470**. 7. **471**. 4. **472**. 4. **473**. 4. **474**. 4. **475**. 6. **476**. 10. **477**. — 3. **478**. 4. **479**. $3^{1}/_{2}$. **480**. 22. **481**. 3. **482**. 6. **483**. 7. **484**. 1. **485**. 3. **486**. 4. **487**. 4. **488**. 4. **489**. 3. **490**. 3. **491**. 4. **492**. 1. **493**. 3. **494**. 5. **495**. 6. **496**. 5. **497**. 7. **498**. 9. **499**. 5. **500**. 1. **501**. 3. **502**. 1. **503**. 120. **504**. 12. **505**. 5. **506**. 6. **507**. $1^{1}/_{3}$. **508**. 4. **509**. 3. **510**. 1. **511**. 2. **512**. 4. **513**. 10. **514**. 10. **515**. 10. **516**. — 11. **517**. 1. **518**. 5. **519**. 6. **520**. 3. **521**. 2. **522**. 8. **523**. 8. **524**. 8. **525**. 8. **526**. 2. **527**. 19. **528**. 9. **529**. 24. **530**. 64; 16. **531**. 120 m. **532**. 84 km. **533**. 320 l; 280 l. **534**. 24, 35, 84 S. **535**. 20 Stunden. **536**. 96. **537**. 3600 S. **538**. 4^{h} nachmittags; $37^{1}/_{3}$ km. **539**. A 315 S, B 210 S, C 150 S und D 120 S. **540**. 72 g und 4 S 20 g. **541**. 60, 80, 120, 144. **542**. A 360 S, B 540 S, C 1080 S, D 1350 S. **543**. 45 Stück. **544**. A 300 S, B 280 S, C 420 S, D 400 S, E 450 S.

X. Dezimalzahlen (Dezimalbrüche).

557. 1. **558**. 1. **559**. 1. **560**. 1. **561**. 1. **562**. 224. **569**. 19·742. **570**. 261·8375. **571**. 152266·438. **572**. 24·9959. **573**. 0·0001201. **574**. 0·0000056164. **575**.

Ist der Radius des Kreises gleich:	so beträgt der Umfang auf			so beträgt der Inhalt auf		
	2 Dez.	4 Dez.	6 Dez.	2 Dez.	4 Dez.	6 Dez.
9·16	57·55	57·5540	57·553977	263·60	263·5972	263·597216
24·03	150·98	150·9849	150·984943	1814·08	1814·0841	1814·084089
318·5	2001·19	2001·1945	2001·194520	318690·23	318690·2274	318690·227363

576. 1·187686. **577**. 36·4073. **578**. 26·432. **579**. 47·1384. **580**. 27·431. **581**. 36·49. **582**. 0·323157. **583**. 0·14981. **584**. 13·7815. **585**. 0·0099045. **586**. 0·8209. **587**. 0·414. **588**. 0·7372. **591**. a) 8·993 (I), 8·993 (II); b) 254·617 (I), 254·616 (II). **592**. a) 166; b) 27·71; c) 0·8609; d) 0·302849. **593**. 331·19 m per Sekunde. **594**. 993·8 mm. **594 a**. 1·96 ha. **594 b**. 56·59 l. **594 c**. 577·24 km. **595**. 40070 km. **595 a**. 2220·24 hl. **595 b**. 5·5881 ha. **596**. 22811. **597**. 13·596. **598**. 29·5 km. **599**. 1 : 2·3624. **600**. 102 Stunden = 4 Tage 6 Stunden. **600 a**. 2·56 (g) **600 b**. 2003 m. **600 c**. 1·7671 Eimer. **600 d**. 11. **600 e**. 2. **600 f**. 325·

600g. 20. 600h. 2. 600i. 8. 600k. 6. 600l. 5. 600m. 1. 600n. 7. 600o. 1. 600p. 3.

XI. Wiederholungsaufgaben.

607. $31\frac{2}{9}$. 608. $\frac{1}{6}$. 609. $90\frac{19}{72}$. 610. 6. 611. 3. 612. $270\frac{32}{65}$. 613. $\frac{5}{36}$. 614. $6\frac{3}{10}$. 615. $2\frac{2}{5}$. 616. $\frac{3}{11}$. 617. $1\frac{1}{3}$. 618. 400 S; 250 S, 120 S, 30 S. 619. $50\frac{2}{3}$, $42\frac{1}{7}$. 620. A 328·14 S, B 234·24 S, C 209·93 S, D 380·11 S, E 417·87 S, im ganzen 1570·29 S. 621. 140 S. 622. 1260 S; A 400 S, B 320 S, C 340 S, D 200 S. 623. $435\frac{87}{280}$. 624. $51\frac{36}{43}$. 626. 0·9542. 627. 40070·367 km. 627a. 198·53 μm^2. 627b. 18·2 km. 627c. 4·97 ha. 628. 0 7 km. 629. 76900. 630. 109. 630a. 6766·7 μm^2. 630b. 1875 Silbergulden.

XII. Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten.

631. 11. 632. 1. 633. 5. 634. 3. 635. 1. 636. 3. 637. 2. 638. 1 639. 9. 640. 12. 641. 60. 642. 9. 643. 5. 644. 7. 645. 4. 646. 100. 647. 210. 648. 18. 649. 12. 650. 7. 651. 2. 652. 2. 653. 7. 654. 36. 655. 3. 656. 152. 657. $\frac{2}{5}$. 658. 3. 659. 36. 660. 2. 661. 4. 662. 4. 663. 4. 664. 36. 665. 5. 666. 7. 667. 2. 668. 2. 669. 2. 670. 11. 670a. 7. 670b. 8. 670c. 3. 670d. 17. 670e. 0·3. 670f. 1. 670g. 2. 670h. 2. 670i. 3. 670k. 1. 670l. 2

* * *

671. 43. 672. Der Vater ist 39 Jahre, der Sohn 13 Jahre alt. 673. 101. und 31. 674. A hat 30 S, B 20 S und C 15 S. 675. 12. 676. 1. 677. 5. 678. $\frac{2}{5}$. 679. 3. 680. 12. 681. 24. 682. $\frac{7}{12}$. 683. $\frac{3}{8}$. 684. 7; [b — a]. 685. 48 und 18 Jahre. 686. 20 cm und 15 cm. 687. 10 cm und 7 cm. 688. 35 cm, 28 cm, 21 cm. 689. 8 Schweine und 24 Enten. 690. 7 Hasen und 9 Rebhühner. 691. 45 S. 692. 32 Bogen. 693. 5 Generale, 10 Stabsoffiziere, 20 Hauptleute und 30 Subalternoffiziere. 694. 3600 S. 695. 11 Tage. 696. 1 Stunde 20 Minuten. 697. 43 Minuten nach Öffnung der ersten Röhre. 698. 42, 27. 699. Die Mutter 13125 S, jede Tochter $6113\frac{1}{3}$ S, der ältere Sohn 4060 S, der jüngere $5588\frac{1}{3}$ S. 700. 24. 701. 61. 702. 1) 12 Fuß; 2) $4\frac{11}{20}$ Fuß. 703. 70 l, 50 l, 40 l. 704. 72 Dezimalen, 6 Monate. 705. 40 l. 706. 56. 707. 300 m; 58 m, 116 m, 276 m. 708. 80. 709. 31. 710. 84 Jahre. 711. 28 Gulden. 712. 25. 713. 24 Hühner, 10 g. 714. 22 Männer, 18 Frauen, 50 Kinder. 715. 300 Bäume; 640 m. 716. $6\frac{1}{4}$ Tage. 717. 175 und 125 Stück. 718. 39. 719. 82. 720. 48. 721. 987. 722. 846. 723. 623. 724. 132.

725. 259. **726.** 124. **727.** 147. **728.** 836. **729.** 9090. **730.** 142857. **731.** 9 km. **732.** Um 22 Uhr 18·2 Minuten; 8 km 910 m von Baden entfernt; der Personenzug kommt in Wiener-Neustadt um 22 Uhr 42·2 Minuten an, der Eilzug in Baden um 22 Uhr 29·135 Minuten. **733.** Um 3 Uhr nachmittags findet die Begegnung, und zwar in 54 km Entfernung von A aus statt; der Wagen langt in B um 6 Uhr $22\frac{1}{2}$ Minuten nachmittags an, die Post in A um 12 Uhr nachts. **734.** Um 9 Uhr 5 Minuten, 20 km von Wien entfernt (Station Preßbaum). **735.** 1431 m; $9\frac{m}{sec.}$, $12\frac{m}{sec.}$. **736.** $AB = 22$ m, $AC = 33$ m, $BC = 44$ m. **737.** Die erste Begegnung findet nach 36 Sekunden, und zwar 32 m von B entfernt, auf BC statt; die zweite nach 72 Sekunden (vom Anfange ab gerechnet), 9 m von A entfernt, auf AB; die elfte findet in A nach 6 Minuten 36 Sekunden statt; es hat dann M 594 m und N 495 m zurückgelegt, somit M den Dreieckumfang sechsmal, N denselben fünfmal durchlaufen. **738.** 63 m; 7 m. **739.** 24 m; 100 m. **740.** Das erstemal um 1 Uhr $5\frac{5}{11}$ Minuten, das zweitemal um 2 Uhr $10\frac{10}{11}$ Minuten usw., das zweiundzwanzigstemal um 12 Uhr mittags. **741.** a) Um 12 Uhr $32\frac{8}{11}$ Minuten; b) um 12 Uhr $16\frac{4}{11}$ Minuten. **742.** Um 3 Uhr $32\frac{8}{11}$ Minuten. **743.** Um 9 Uhr $5\frac{5}{11}$ Minuten und um 9 Uhr $27\frac{3}{11}$ Minuten. **744.** Um 7 Uhr 30 Minuten und um 7 Uhr $46\frac{4}{11}$ Minuten.

XIII Gleichungen des ersten Grades mit mehreren Unbekannten.

750. a) 3, 2*); b) 4, 2; c) 3, 4. **751.** 6, 3. **752.** 6, 3. **753.** 9, 2. **754.** 12, 11. **755.** 14, 10. **756.** 7, 4. **757.** 9, 8. **758.** 10, 2. **759.** $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$. **760.** 4, 2. **761.** $-1\frac{6}{7}$, $-1\frac{2}{7}$. **762.** 6, 5. **763.** 9, 8. **764.** 12, 9. **765.** 16, 15. **766.** 9, 8. **767.** 4, 3. **768.** 6, 4. **769.** 6, 4. **770.** 6, 4. **771.** 6, 4. **772.** 9, 8. **773.** 5, 3. **774.** 7, 4. **775.** 3, 5. **776.** 6, 5. **777.** 5, 3. **778.** 3, 4. **779.** 5, 4. **780.** 5, 4. **781.** 6, 1. **782.** 5, 4. **783.** 7, 6. **784.** 2, 3. **785.** 2, 3. **786.** 2, 3. **787.** 2, 3. **788.** 6, 4. **789.** 9, 5. **790.** 7, 3. **791.** 6, 6. **792.** 8, 5. **793.** 3, 7. **794.** 1, 2. **795.** 6, 5. **796.** 3, 5. **797.** 3, $\frac{2}{3}$. **798.** 7, 5. **799.** 9, 7. **800.** 9, 7. **801.** 8, 6. **802.** 5, 4.

* * *

803. a) 2, 3, 4**); b) 3, 4, 5. **804.** 5, 3, 1. **805.** 7, 2, 1. **806.** 4, 7, 10. **807.** 4, 5, 6. **808.** 7, 3, 5. **809.** 9, 7, 5. **810.** 3, 5, 4.

---

*) Die erste Zahl bedeutet immer x, die zweite y.

**) Die erste Zahl bedeutet x, die zweite y, die dritte z, die vierte u, die fünfte v.

811. 6, 8, 10. **812.** 8, 10, 12. **813.** 7, 6, 5. **814.** 12, 11, 10. **815.** 7, 8, 9. **816.** 1, 1, 1. **817.** 6, 7, 8. **818.** 30, 36, 60. **819.** 6, 12, 18. **820.** 21, 6, 10. **821.** 10, 20, 30. **822.** 3, 2, 3. **823.** 3, 3, 3. **824.** 2, 3, 1. **825.** 3, 4, 5. **826.** 3, 4, 5. **827.** 1, 2, 3. **828.** 2, 3, 4. **829.** 2, 3, 1. **830.** 3, 3, 3. **831.** 3, 5, 7, 9. **832.** 4, 3, 2, 1. **833.** 40, 60, 80, 100. **834.** 2, 3, 4, 5. **835.** 1, 2, 3, 4. **836.** 1, 2, 3, 4. **837.** 4, 3, 2, 1. **838.** 6, 8, 10, 12. **839.** 3, 4, 5, 6, 7. **840.** 4, 2, 5, 3, 7.

* * *

841. 52, 48. **842.** 32, 28. **843.** $^5/_6$, $^3/_4$. **844.** $^{18}/_{24}$. **845.** $11\,^1/_{13}$, $^{12}/_{13}$. **846.** $13\,^1/_{11}$, $1\,^1/_{11}$. **847.** 6, 3. **848.** 22, 18. **849.** 34, 32. **850.** 16, 12. **851.** 29, 13. **852.** 5, 3. **853.** 12, 9. **854.** 1053·2 m; 486·6 m. **855.** Links 5 S 40 g, rechts 4 S 20 g. **856.** Ein Maurer erhielt 4 S 80 g, ein Taglöhner 1 S 80 g. **857.** 21 l, 11 l. **858.** 31 m, 19 m. **859.** 25·5 cm, 13·6 cm. **860.** 175 Stück, 6 g. **861.** A in 15 Tagen, B in 12 Tagen. **862.** 16 Stunden, 20 Stunden; 8 Stunden 53 Minuten 20 Sekunden. **863.** Richard 5 Federn, Paula 4 Federn, 180 Stück. **864.** 24. **865.** 1775. **866.** 648, 560. **867.** 70% Kupfer, 30% Zinn. **868.** 0·750. **869.** 8 $\frac{m}{sec.}$ und 24 $\frac{m}{sec.}$. **870.** 8 $\frac{m}{sec.}$ und 12 $\frac{m}{sec.}$. **871.** 14 $\frac{m}{sec.}$ und 4 $\frac{m}{sec.}$. **872.** 16 km und 12 km. **873.** 75 m, 200 m per Minute; um 10 Uhr.

* * *

874. 180 S, 540 S, 660 S. **875.** 8, 12, 28. **876.** 20 S, 30 S, 40 S. **877.** 2, 3, 4. **878.** 53 Tunnels; 41 km; 15 km. **879.** 4, 6, 8 Stunden; 1 Stunde 50 Minuten 46 Sekunden. **880.** 222. **881.** 654. **882.** 653. **883.** 651. **884.** 340. **885.** 864. **886.** 4 km, 5 km; 72 km; 32 km, 42 km, 25 km vom Ausgangspunkte des A entfernt. **887.** 26, 14, 8. **888.** 66, 34, 18, 10. **889.** 6, 9, 12, 15 Stunden; 2 Stunden 20 Minuten 15·6 Sekunden. **890.** 1892. **891.** Hero.

XIV. Wiederholungsaufgaben.

892. 6, 3. **893.** 6, 3. **894.** $^2/_3$, — 7. **895.** 15, 8. **896.** 6, 4. **897.** 6, 4. **898.** 9, 7. **899.** 5, 4. **900.** 5, 4. **901.** 2, 3. **902.** 2, 3. **903.** 8, 7. **904.** 10, 5. **905.** 5, 6. **906.** 7, 5. **907.** 3, 4, 2. **908.** 24, 36, 48. **909.** 5, 1, 3. **910.** 7, 8, 9. **911.** 3, 1, 2. **912.** 6, 5, 4. **913.** 3, 5, 7. **914.** $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$. **915.** 4, 6, 8. **916.** 9, 12, 15. **917.** 8, 6, 4, 2. **918.** 16 S, 13·5 S. **919.** 1·20 S, 1·60 S. **920.** $^{13}/_{85}$. 921.

21, 24 Stunden. **922.** 270 m, 50 m. **923.** $10^{5}/_{13}$ km; 9^{h} $15^{min.}$; 19^{h} Ankunft des Lastzuges in B, 10^{h} Ankunft des Schnellzuges in A. **924.** 5 Kinder, 60000 S. **925.** 11, 13, 15. **926.** 4, 9, 7. **927.** 8, 12, 20 Stunden; 3 Stunden 52 Minuten $15^{1}/_{2}$ Sekunden. **928.** 359. **929.** 628. **930.** 26 cm, 30 cm, 28 cm. **931.** a) 16 cm, 12 cm, 14 cm; b) 42 cm, 14 cm, 12 cm; c) 14 cm, 42 cm, 16 cm; d) 12 cm, 16 cm, 42 cm.

Dritter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen.

XV. Verhältnisse.

937. a) 4; b) 9; c) $^{9}/_{10}$; d) $^{5}/_{16}$. **938.** a) 20 : 21; b) 25 : 33; c) 9 : 14; d) 15 : 8; e) 3 : 11; f) 13 : 20. **939.** a) 10 : 3; b) 7 : 15; c) 6 : 11; d) 9 : 5; e) 21 : 16; f) 2 : 7. **940.** a) 6 : 5; b) 15 : 56; c) 7 : 11; d) 6 : 1. **941.** 300 : 725, 348 : 725, 6525 : 725. **942.** 1 : 5. **943.** 1 : 45. **944.** 4 : 3. **945.** 5 : 3. **947.** 4 : 5. **948.** 96 : 77. **949.** 6 : 5. **950.** 1 : 1. **950.** 19 : 32.

XVI. Proportionen.

967. a) $2^{2}/_{3}$; b) 1; c) $2^{1}/_{12}$; d) $^{3}/_{4}$. **968.** a) 4; b) $1^{1}/_{2}$; c) 65; d) 35; e) $14a^{2}$. **969.** a) $^{1}/_{3}$; b) 1; c) 1; d) $(a-b)^{2}$. **970.** 48, 80. **971.** 0. **974.** 10. **976.** 3. **977.** 10. **979.** $a:b:c:d:e = 105:210:280:336:384$. **980.** $a:b:c:d:e = 72:120:84:8:3$. **981.** $a:b:c:d:e = 1:2:6:24:120$

XVII. Anwendung der Proportionen (Dreisatz und Vielsatz). Kettenrechnung.

989. 33 S 60 g. **990.** 7 S. **991.** 6 Tage. **992.** 9 Tage. **993.** Täglich 15 g; in 4 Wochen 4 S 20 g. **994.** 17 S 28 g. **995.** 4 km $137^{1}/_{2}$ m. **996.** 1·87 μm^{2};*) 55000 m.**) **997.** 10800 Züge. **998.** 75 Hochöfen. **999.** 4·5. **1000.** 80 g. **1001.** In 300 Tagen. **1002.** 41965 geogr. Meil. in der Sekunde. **1003.** 432 S. **1004.** 111 Seiten. **1005.** $112^{1}/_{2}$ kg.

---

*) Zum Vergleiche diene die Fläche von Wien, die gegenwärtig etwa 2·8 μm^{2} beträgt.

**) Mehr als sechsmal so hoch als der Gaurisankar (8840 m).

1006. Um 1000 Mann. **1007.** a) 1·96 t; b) 1·786 t. **1008.** 8 kg. **1009.** 16 Rollen. **1010.** 65520 Analphabeten. **1011.** $7\frac{1}{2}$ hl. **1012.** 22000 Mann. **1013.** 650 Artilleristen, 390 Kavalleristen, 2080 Infanteristen. **1014.** 43·2 Minuten. **1015.** Auf 4 m. **1016.** 18·76 m. **1017.** 420 kg; 840 g. **1018.** 256mal. **1019.** 396·5 m. **1020.** 3·312 km. **1021.** 50 Tage. **1022.** $2\frac{1}{4}$ Wochen. **1023.** 14mal; $333\frac{1}{3}$ Tage. **1024.** 274·311 m. **1025.** 70 Tage. **1026.** a) 12·8 kg; 2264 kg; b) 217·6 kg. **1027.** 26262 m. **1028.** a) 8 mm; b) 13·8 mm; c) 20 mm. **1029.** 182 Menschen. **1030.** 20mal. **1031.** 183 Tage 20 Stunden 42 Minuten. **1032.** 21600 S. **1033.** 10 Uhr $8\frac{1}{4}$ Minuten; 10 Uhr $21\frac{1}{4}$ Minuten. **1034.** 240000 Pferdekräfte. **1035.** 14 Tage. **1036.** Noch 4 Tage. **1037.** 12 S; 1800 S.

* * *

1040. $1\frac{1}{4}$ m. **1041.** a) 14·4 hl; b) 6 Stunden; c) 4. **1042.** $8\frac{3}{4}$ Bogen. **1043.** 400 Stück. **1044.** 532 S. **1045.** 6 m. **1046.** 42 Bogen. **1047.** 9 Tage. **1048.** $3\frac{1}{3}$ Stunden. **1049.** 2880 S. **1050.** Mittwoch den 8. März, abends. **1051.** 115 S. **1052.** 1·76mal. **1053.** 210 S. **1054.** 2 Tage. **1055.** 20 Tage. **1056.** 0·9 m. **1057.** $8\frac{8}{15}$ Tage.

* * *

1058. 1·21 S. **1059.** 58 g. **1060.** 8 S 51 g. **1061.** 272,179395·48 K. **1062.** 133·14 M. **1063.** 114·94 M. **1064.** 10 t 273 kg. **1065.** 2 K (abgerundet). **1066.** 7·11 S. **1067.** 23814 S. **1068.** 167399·04 K. **1069.** 7 cm³ 827 mm³. **1070.** 4848192 kg Gold; 4242 m lang. **1071.** 11 K 66 h. **1072.** 27389 m³; 153 Tage 20 Stunden; 1661336 S. **1073.** 969·68 m; 17982 hl.

XVIII. Wiederholungsaufgaben.

1074. a) 275 : 156; b) 2 : 9; c) 7 : 15. **1075.** a) 1 : 5; b) 11 : 140; c) 5 : 38. **1076.** a) 304 : 231; b) 5 : 11; c) 5 : 7. **1077.** 5 : 3. **1078.** a) 3 : 2 : 1; b) 20 : 24 : 15; c) 3 : 8 : 9 : 12. **1080.** a) 12; b) $99\frac{1}{5}$; c) $4\frac{1}{5}$. **1081.** a : b : c : d : e = 1 : 2 : 5 : 6 : 8; a : b : c : d : e = 6 : 12 : : 15 : 8 : 9. **1082.** 21750 S. **1083.** 74 a 38 m²; 134 Einwohner. **1084.** 50 Zeichen; 5000 Tage = 13 Jahre 10 Monate 20 Tage. **1085.** 1524mal. **1086.** $3\frac{1}{3}$ km. **1087.** 23 Minuten 18 Sekunden. **1088.** 75600 S. **1089.** 0·00072 mm; in 23 Minuten 2·4 Sekunden. **1090.** 5602 Bäume. **1091.** 300 Tage; 56000 S. **1092.** 41·11 S. **1093.** 262500mal; die Strecke ist 70mal so groß als die Entfernung der Sonne von der Erde. **1094.** 20 S. **1095.** Der Radfahrer braucht 2 Stunden, der Fußgänger 3 Stunden. **1096.** $39\frac{1}{3}$ kg. **1097.** 14·56 t. **1098.** 3·395 Saturnjahre.*) **1099.** 12 m 756 mm; 8·84 mm; 8·513 mm. **1100.** 20 Weber. **1101.** 100 Arbeiter. **1102.** In 10 Tagen; 15 Arbeiter. **1103.** 4 Tage. **1104.** 6—7 Stück; 5·16 Millionen Schilling; 14 g; 14137 S. **1105.** a) 129 Stück; b) 20000 S. **1106.** 18 Arbeiter. **1107.** 14 Monate. **1108.** 302·4 S. **1109.** 102·4 S. **1110.** 625 S. **1111.** $2\frac{1}{3}$ kg. **1112.** In 65 Tagen. **1113.** 19200 Steine; 4 Arbeiter.

Vierter Abschnitt.

XIX. Quadrieren und Quadratwurzelziehen.

1115. $4x^2 - 20xy + 25y^2$. **1116.** $49a^2 - 126ab + 81b^2$. **1117.** $\frac{4a^2 - 12ax + 9x^2}{9a^2 + 6ax + x^2}$. **1118.** $81a^2 - 3ab + \frac{1}{36}b^2$. **1119.** $\frac{9a^2}{4} - 15 + \frac{25}{a^2}$. **1120.** $25x^4 + 30x^3 - 31x^2 - 24x + 16$. **1121.** $36a^2 + 25b^2 + 4 - 60ab - 24a + 20b$. **1122.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2xz - 2yz$. **1123.** $4(x^2 + y^2 + z^2)$. **1124.** $4(x^2 + y^2 + z^2 + u^2)$. **1125.** $\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{z^2} + \frac{z^2}{x^2} + 2\,\frac{x}{z} + 2\cdot\frac{z}{y} + 2\cdot\frac{y}{x}$. **1126.** $5x^4 - 28x^2y^2 + 15y^4$. **1127.** $4a^3b + 4ab^3$. **1128.** $5a^4 - 38a^3 + 73a^2 - 44a + 20$. **1130.** 576, 1369, 2809, 6084, 6561, 8464. **1131.** 105625, 559504, 956484. **1132.** 1844164, 55995289, 85581001. **1133.** 94864, 648025, 813604. **1134.** 4120900, 9302500, 82628100. **1135.** 8139609. **1136.** 15421329. **1137.** 24·671089. **1138.** 340939·21. **1139.** 3903·158259. **1140.** 0·000061387225. **1141.** 6297·692164. **1142.** 697709·3841. **1143.** 117167·7468. **1144.** 75515·7856. **1145.** 359996400009. **1146.** 489995800009. **1147.** 639988800049. **1148.** 639992·000025. **1149.** 80·9987400049. **1150.** $7x - 5$. **1151.** $3x^2 - 2x - 1$. **1152.** $5x^2 - 3xy + 4y^2$. **1153.** $4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$. **1154.** $6a^3 - 4a^2b + 2ab^2 - b^3$. **1155.** $6a^4 - 3a^3 + 5a^2 - 4a + 2$. **1156.** $a^5 - a^4 + a^3 - a^2 + a - 1$. **1157.** $\frac{a^2}{4} - \frac{2a}{3} + \frac{3}{2}$. **1158.** $\frac{2x}{3y} - \frac{3y}{4z} - \frac{4x}{5z}$. **1160.** 191; 208; 228. **1161.** 29·2;

---

*) Die Schaltjahre wurden berücksichtigt.

3·17; 0·372. **1162.** 464, 637. **1163.** 4058. **1164.** 730·9. **1165.** 5·703. **1166.** 37·08. **1167.** 7·031. **1168.** 0·3504. **1169.** 43. **1170.** 74. **1171.** 12·5. **1172.** 3·45. **1175.** 1·414214. **1176.** 1·732051. **1177.** 2·236068. **1178.** 3·1623. **1179.** 3·87298335. **1180.** 4·15. **1181.** 7·07107. **1182.** 11·916. **1183.** 12·6491106. **1184.** 0·076698. **1185.** 2·1602. **1186.** 2·345208. **1187.** 2·48328. **1188.** 2·715695. **1188a.** 2; 0·63245; 0·2; 0·06325. **1188b.** 4; 1·2649; 0·4; 0·1265.

XX. Rein quadratische Gleichungen.

(Das doppelte Vorzeichen wurde der Vereinfachung wegen bei den Nummern **1191** bis **1222** weggelassen; es wäre vor jedem Rechnungsergebnis zu setzen.)

1191. 19. **1192.** 86. **1193.** 56 a. **1194.** 97 m n. **1195.** 8. **1196.** $^5/_6$. **1197.** $^5/_3$. **1198.** 9. **1199.** 0·3. **1200.** $^1/_{16}$. **1201.** 12. **1202.** 6. **1203.** $^1/_4$. **1204.** 9. **1205.** a + b. **1206.** $\sqrt{2}$. **1207.** 5. **1208.** 12. **1209.** 13. **1210.** 5. **1211.** 13. **1212.** 5. **1213.** 4. **1214.** 5. **1215.** 5. **1216.** 1. **1217.** 8. **1218.** 1. **1219.** 1. **1220.** 12. **1221.** 5. **1222.** 3.

* * *

1223. 27. **1224.** 3. **1225.** 7. **1226.** 39. **1227.** 35. **1228.** Um 12·8 dm. **1229.** 23·8 dm. **1230.** 33·6 dm. **1231.** 36 cm; 20 cm. **1232.** 8 $\frac{m}{sek.}$.

Fünfter Abschnitt.

Die wichtigsten bürgerlichen und kaufmännischen Rechnungen.

XXI. Die Prozentrechnung.

1236. 1 kg 5 dkg. **1237.** 72·45 kg. **1238.** 30·164 kg. **1239.** 3230 S. **1240.** 1736 S. **1241.** 25 Schüsse. **1242.** 10868000 Deutsche. **1243.** 113 kg. **1244.** 1139775 Katholiken, 49140 Protestanten, 166530 Israeliten, 9555 Andersgläubige. **1245.** 183 kg. **1246.** 180000 S. **1247.** 15%. **1248.** 50%. **1250.** 9·14%. **1251.** 58% und 42%. **1252.** $12^1/_2$%. **1253.** 25 28 l. **1254.** 15%. **1255.** 300 kg; 210 kg. **1256.** 12%. **1257.** 75 l. **1258.** 4%. **1259.** 8%. **1260.** $14^7/_{12}$%. **1261.** 80 kg. **1262.** a) 39 2%; b) 76·2%. **1263.** 36800 m³. **1264.** $76^1/_2$%. **1265.**

Durch die Verwertung für Kognak gewinnt er 606 S 60 g. **1266.** 56 Kinder. **1267.** 24 q. **1268.** 104. **1269.** 850000 Einwohner. **1270.** 35 Arbeiter. **1271.** 100% Gewinn. **1273.** 18 kg Tara, 432 kg netto. **1275.** 751 kg. **1276.** 149·6 S. **1277.** 1760 kg. **1278.** 1380 S 54 g. **1279.** 385 kg; 350 kg. **1280.** 74 kg. **1281.** 102·4 S. **1282.** a) 4920 kg; b) 2720 kg. **1283.** 10%, $12^{1}/_{2}$%. **1284.** 500 kg. **1287.** 1309·77 S. **1288.** 348 S. **1289.** 512·16 Mk. **1290.** 513·96 Mk. **1291.** 873·18 S; 894·18 S. **1292.** 600 kg; 5 S. **1297.** 81 S 63 g. **1298.** 108·42 S. **1299.** 3820 S. **1300.** 26 S 40 g. **1301.** 684 S. **1302.** 1204 S 75 g. **1303.** 1677·9 S. **1304.** 11025·05 S. **1305.** 1316 S 3 g. **1306.** 657·1 S. **1307.** 3554 S 49 g. **1309.** 39 S. **1310.** 15400 S; 231 S. **1311.** 2813·58 Franken. **1312.** 9 S. **1313.** 90 S. **1314.** Im ersten Jahre 8 S 86 g, in jedem folgenden 7 S 34 g. **1315.** 227 S 90 g. **1316.** 0·96‰. **1317.** 123·28 S. **1318.** 20 S 60 g; 140 S. **1319.** 39426 S. **1320.** 34873500 S; 35%. **1321.** 320 S; 512 S. **1322.** Jährlich 177·5 S; 3550 S. **1323.** 254 S; über 73 Jahre. **1324.** 137 S. **1325.** 31 S 68 g. **1326.** 108 S. **1327.** 4 S, 3 S. **1328.** 33120 S; 46 Arbeiter. **1329.** 7 S 62 g. **1331.** 7%. **1332.** 800 S Gewinn, d. i. 40%. **1333.** 300 S Gewinn, d. i. 25%. **1334.** 20%. **1335.** 2080 S. **1336.** 2640 S. **1337.** 1568 S. **1338.** 1380 S; 1104 S. **1339.** a) 1916 S 48 g; b) 3 S 84 g. **1340.** 157 S 59 g; $12^{3}/_{4}$%. **1341.** 12%. **1342.** 39·5 m. **1343.** 176 S. **1344.** a) 10 S; 11 S und 11 S 40 g; b) 70 S. **1345.** 65 m. **1346.** 470·02 S; 78 g. **1347.** 3·43 S. **1348.** 460·02 S; 79 g. **1349.** 3·5 S; 56 g; 64 g. **1350.** 16250 S, 2160 S. **1351.** 66 g. **1352.** 900 S. **1353.** 4·1 S. **1354.** 2·5 m. **1355.** 6 S 90 g. **1356.** 360 m; 20%. **1357.** 129·6 S.

XXII. Die Zinsrechnung.

1362. 106·4 S. **1368.** a) 20 Jahre; b) 22 Jahre 2 Monate 20 Tage; c) 25 Jahre; d) 27 Jahre 9 Monate 10 Tage. **1369.** 1368 S. **1370.** 800 S. **1371.** 27500 S. **1372.** 2580 S. **1373.** $4^{1}/_{2}$%. **1374.** 30 Jahre. **1375.** 3·6%. **1376.** 4·2%. **1377.** 7000 S, 12600 S. **1378.** 160000 S. **1379.** A 48000 S, B 42000 S, C 30000 S. **1380.** $4^{1}/_{2}$%, 4%, $3^{1}/_{2}$%. **1381.** 2673 S. **1382.** 6%. **1383.** 3·6%. **1384.** Nach 12 Jahren. **1385.** 5%. **1386.** 4%, $4^{1}/_{2}$%. **1387.** 16800 S. **1388.** 28000 S; 3% **1389.** 18000 S; 5%. **1390.** 9000 S; 5%. **1391.** 4%. **1392.** 8600 S, 7800 S. **1393.** 6615 S und 4725 S. **1394.** $4^{1}/_{2}$ Jahre. **1395.** 8000 S, 6000 S; $3^{1}/_{2}$%. **1396.** 7000 S, 6000 S; $4^{1}/_{2}$%. **1397.** 6000 S, 5000 S. **1398.** 10000 S, 12000 S; 5%, 4%. **1399.** 9600 S, 4860 S.

1400. 6000 S, 5000 S. **1401.** 7 Jahre 4 Monate. **1402.** 6240 S. **1403.** 4800 S. **1404.** 4500 S. **1405.** $4^3/_4\%$. **1406.** $3^3/_4\%$. **1407.** 109 S 48 g. **1408.** 6 Jahre 6 Monate 12 Tage. **1409.** 72500 S, 4%. **1410.** 15600 S, $4^1/_2\%$. **1411.** 362·88 S; 4·8%. **1412.** 8000 S. **1413.** 3450 S. **1414.** 3 Jahre. **1415.** $4^1/_2\%$, 24000 S. **1416.** 36600 S; 9150 S, 14640 S, 12200 S, 610 S. **1417.** $5^1/_2\%$. **1418.** 48000 S, 36000 S. **1419.** 30000 S; 16000 S. **1420.** 5600 S, 8400 S, 12600 S. **1421.** Nach 10 Jahren. **1422.** 80000 S, 60000 S. **1423.** 5%, 4% **1424.** $5^1/_4\%$. **1425.** 1700 S, 2550 S, 3400 S. **1426.** $4^1/_2\%$, 5%, $5^1/_2\%$. **1427.** 30000 S. **1428.** 3600 S, 10800 S, $4^1/_2\%$. **1429.** 5400 S, 3600 S. **1430.** 4700 S, $4^3/_4\%$. **1431.** 16 Jahre. **1932.** 4%. **1933.** 1000 S, 2000 S, 3000 S. **1434.** 10000 S, 12000 S, 15000 S. **1435.** 2000 S, 3000 S, 1000 S. **1436.** 30000 S, 40000 S, 50000 S. **1437.** 2000 S, 3000 S, 4000 S.

XXIII. Die Diskontrechnung. — Die Diskontierung von Wechseln.

1442. 350 S. **1443.** 392 S. **1444.** 31·5 S. **1445.** 6%. **1446.** 5·5%. **1447.** 14 S. **1448.** 1607 S 14 g; 13392 S 86 g. **1449.** Die Barwerte der drei Anbote: A 36000 S, B 35500 S, C 36200 S; es ist daher das Anbot des C für den Verkäufer das vorteilhafteste. **1450.** 24000 S, $6^1/_4\%$. **1451.** 3142·4 S. **1452.** 231 S 25 g. **1453.** 2335·47 S. **1454.** 1982·3 S. **1455.** $^5/_6$. **1456.** 5 Jahre 200 Tage. **1457.** 3120 S.

* * *

1465. 826 S 56 g. **1466.** 505 S 41 g. **1467.** 476 S 7 g. **1468.** 734 S 25 g. **1469.** 626 S 51 g. **1470.** 292 S 68 g. **1471.** 713 S 24 g. **1472.** 1191 S 92 g. **1473.** 918 S 41 g. **1474.** 1183 S 5 g. **1475.** 5718 S 11 g. **1476.** 150768 S 32 g.

XXIV. Die Terminrechnung.

1478. 6 Monate 25 Tage. **1479.** 5 Monate 6 Tage. **1480.** 6 Monate. **1481.** In 9 Monaten. **1482.** In 8 Monaten. **1483.** Am 1. Juli 1890. **1484.** Nach 4 Monaten und 12 Tagen. **1485.** 5 Monate. **1486.** $18^1/_2$ Monate. **1487.** Nach einem Jahre. **1488.** 4 Monate 10 Tage. **1489.** Nach 8 Monaten. **1490.** 2 Jahre 4 Monate. **1491.** Nach 2 Jahren. **1492.** Nach $9^1/_2$ Monaten. **1493.** Das zweite Anbot ist günstiger, da dessen mittlerer Zahlungstermin um 1 Monat früher fällt. **1494.** 1830 S.

1495. Nach 6 Monaten und nach 9 Monaten. **1496.** 600 S nach 3 Monaten, 400 S nach 8 Monaten. **1497.** 574 S und 426 S. **1498.** 12000 S. **1499.** 1500 S. **1500.** 2000 S und 1000 S. **1501.** Nach 10 Monaten. **1502.** Nach 5 Monaten. **1503.** 300 S, 350 S, 400 S.

XXV. Die Teilregel.

1504. A 93 S, B 155 S, C 186 S. **1505.** A 33·6 S, B 44·8 S, C 56 S, D 39·2 S; 8%. **1506.** A 147 S, B 262·5 S, C 133 S; $3\frac{1}{2}$%. **1507.** A 2106 S, B 1482 S, C 3510 S. **1508.** 14·45 kg Nickel, 23·80 kg Zink, 35·70 kg Kupfer. **1509.** 15·873 g Wasserstoff, 222·222 g Stickstoff, 761·905 g Sauerstoff. **1510.** $158333\frac{1}{3}$ kg Kupfer, $6666\frac{2}{3}$ kg Zinn, $1666\frac{2}{3}$ kg Zink. **1511.** 2088, 2175, 2320, 2436. **1512.** 24000 S. **1513.** A 26000 S, B 33200 S, C 19200 S, D 21600 S. **1514.** A 1494 S, B 522 S, C 612 S, D 972 S. **1515.** A 2016 S, B 2304 S, C 2592 S; 72%. **1516.** 72000 S; A 18000 S, B 7200 S, C 40000 S, D 6800 S; A 2700 S, B 1080 S, C 6000 S, D 1020 S. **1517.** A 3 S 60 g, B 12 S, C 15 S. **1518.** A 750 S, B 1800 S, C 1500 S, D 1350 S. **1519.** 20·88 S, 48·72 S; 3·6 S, 8·4 S. **1520.** A 1719·72 S, B 859·86 S, C 573·24 S. **1521.** A 495 S, B 562·5 S, C 687·5 S, D 825 S. **1522.** A 4200 S, B 6300 S, C 7200 S, D 9000 S. **1523.** A 4000 S, B 6000 S, C 7500 S, D 10000 S. **1524.** A 490 S, B 588 S, C 784 S, D 1024 S. **1525.** A 120 S, B 200 S, C 150 S, D 240 S, E 290 S. **1526.** A 700 S, B 750 S, C 780 S, D 800 S. **1527.** A 240 S, B 360 S, C 540 S, D 810 S, E 1215 S. **1528.** A $2786\frac{2}{3}$ S, B 1860 S, C 2300 S, D $1053\frac{1}{3}$ S; 8000 S. **1529.** A 1000 S, B 1250 S, C 1660 S, D 890 S; 4800 S. **1530.** A 175·5 S, B 390 S, C 1950 S. **1531.** A 1080 S, B 1215 S, C 945 S, D 1260 S, E 1050 S; 5550 S. **1532.** Das Waisenhaus erhält 3915 S, A 2250 S, B 2520 S, C 2205 S, D 2610 S. **1533.** A 80000 S, B 60000 S, C 40000 S, D 24000 S, E 36000 S; A 6400 S, B 4800 S, C 3200 S, D 1920 S, E 2880 S; 8%. **1534.** A 60000 S, B 20000 S, C 75000 S, D 25000 S; A 4800 S, B 1600 S, C 6000 S, D 2000 S; 8%. **1535.** A 640 S, B 1600 S, C 1440 S, D 3200 S. **1536.** A 126 S, B 140 S, C 168 S. **1537.** A 1500 S, B 1440 S, C 1350 S; der Taglohn beträgt 2 S 50 g. **1538.** A 60 S, B 67·5 S, C 80 S. **1539.** A 963·9 S, B 714 S, C 1632 S. **1540.** A 252 S, B 105 S, C 159·25 S; 25 g. **1541.** A 5250 S, B 5880 S, C 3150 S, D 5250 S. **1542.** A 255 S, B 225 S, C 180 S. **1543.** A 837·5 S, B 900 S, C 765 S; 15%. **1544.**

A 5256 S, B 3024 S, C 3520 S. **1545.** A 11700 S, B 14040 S, C 8320 S. **1546.** A 444 S, B 666 S, C 1295 S. **1547.** A 400000 S, B 840000 S, C 1500000 S.

XXVI. Die Mischungsrechnung.

(Im Anschlusse einiges aus der Münzrechnung.)

1549. 2 S 26 g. **1550.** 168·54 m. **1551.** — 2° C. **1552.** 4·064 S. **1553.** 64 g. **1554.** 6·77° C. **1555.** a) $16\,{}^{1}/_{4}\,\%$; b) $11\,{}^{1}/_{4}\,\%$; c) 20 %. **1556.** 20 % **1557.** 87·36 S. **1558.** 0·90 S. **1559.** 96 g. **1560.** $52\,{}^{1}/_{2}$ l. **1561.** 0·886. **1562.** 0·800. **1563.** 800 g. **1564.** 0·851. **1565.** 0·752. **1566.** 0·950. **1567.** 3 : 2. **1568.** 1 : 2. **1569.** 169 l und 26 l. **1570.** 176 kg. **1571.** 10 kg und 5 kg. **1572.** 165 hl à 18·80 S und 55 hl à 18 S. **1573.** 50 l. **1574.** 30 l. **1575.** 2 S 20 g. **1576.** 90 kg; 300 kg. **1577.** 104 g; 340 l Wasser.

* * *

1582. $6{\cdot}\dot{0}975\dot{6}$ g. **1583.** $6{\cdot}7750\dot{6}$ g. **1584.** 4·175 g; 5 g. **1585.** Ungefähr 41 h. **1586.** 1107 Zwanzigkronenstücke; dafür war an Prägegebühr zu bezahlen 40 K 50 h. **1587.** 23·5245 g, $21{\cdot}\dot{1}7208\dot{6}$ g; 5·8811 g, 5·2930 g. **1588.** 42·5088 Stück; 170·0352 Stück; 47·232 Stück; 188·928 Stück. **1589.** 3·84 g, 1·92 g. **1590.** 57·6 g; 28·8 g. **1591.** $986\,{}^{1}/_{9}$ Tausendteile. **1592.** 11845·92 K. **1593.** 16 S 26 g. **1594.** 4832·91 S. **1595.** 5 kg 771·639 g feines Gold; 272 Hundertschillingstücke und 2 Fünfundzwanzigschillingstücke (Rest 2·25 g).

XXVII. Wiederholungsaufgaben.

1596. 0·4675 %. **1597.** 240000 S; 60000 S, 48000 S, 72000 S, 36000 S, 9600 S, 14400 S. **1598.** 487500 S. **1599.** 496 S 44 g. **1600.** 11·1 %. **1601.** 16 %, 18 %. **1602.** 4 S 45 g; 420 m. **1603.** 22855 Franken 24 Centimes. **1604.** 1908 S. **1605.** 2400 S. **1606.** 440 S. **1607.** 180 S. **1608.** 500 S. **1609.** 500 S. **1610.** 1 kg Kaffee 3 S 20 g, 1 kg Zucker 64 g. **1611.** 119 S 70 g. **1612.** 3 Jahre 9 Monate. **1613.** 12000 S. **1614.** 436 S. **1615.** 2475 S. **1616.** 1200 S, 2100 S. **1617.** 1500 S, 1000 S, 1050 S, 1750 S. **1618.** 9000 S. **1619.** 7000 S. **1620.** $3\,{}^{1}/_{3}$ Jahre. **1621.** 3700 S, 4500 S, 5200 S. **1622.** 25000 S; $4\,{}^{1}/_{2}\,\%$. **1623.** 6125 S, 18375 S; 4 %. **1624.** 1800 S, 3000 S, 4800 S. **1625.** 15400 S, 18900 S. **1626.** 12 Jahre. **1627.** 900 S, 1050 S, 1260 S. **1628.** 4 Jahre, 3 Jahre, 2 Jahre. **1629.** $4\,{}^{1}/_{2}\,\%$. **1630.**

58020 S 20 g. **1631.** Die diskontierten Werte sind: A 20500 S, B 20000 S, C 20400 S; somit ist das Anbot des A für den Verkäufer am günstigsten. **1632.** 1492·42 S. **1633.** 6 Monate 2 Tage. **1634.** 17 Monate. **1635.** Nach 5 Monaten. **1636.** 3 Jahre 8 Monate. **1637.** 2000 S, 1600 S. **1638.** Nach 6 Monaten. **1639.** 7 Monate; 2 Jahre 6 Monate. **1640.** A 8772 S, B 13158 S, C 26316 S, D 35088 S. **1641.** A 1050 S, B 525 S, C 945 S, D 350 S, E 315 S. **1642.** A 1814·4 S, B 1360·8 S, C und D je 1587·6 S. **1643.** A 960 S, B 336 S, C 756 S, D 252 S; 2304 S. **1644.** A 6·5 S, B 2·5 S, C 0·5 S; 2 S. **1645.** A 648 S, B 720 S, C 1080 S; 3 S. **1646.** A 418 S, B 342 S, C 190 S. **1647.** A 10500 S, B 4200 S, C 2100 S. **1648.** A 2880 S, B 2000 S, C 1120 S, D 1600 S; 9·6%. **1649.** A 5495 S 40 g, B 3322 S 80 g, C 852 S. **1650.** A 480 S, B 585 S, C 202·5 S. **1651.** A 75 S 60 g, B 33 S 60 g, C 16 S 80 g. **1652.** $27\,^{8}/_{11}$ km. **1653.** 1 S 44 g. **1654.** 0·810. **1655.** 18 kg à 4 S 20 g. **1656.** 80 kg. **1657.** 45 kg, 75 kg, 50 kg. **1658.** 15 kg. **1659.** 77 kg. **1660.** $24\,^{24}/_{49}$ l Meerwasser. **1661.** 92·98 Mk. **1662.** 202·5 kg.

Sechster Abschnitt.

Potenzen und Wurzeln. — Quadratische Gleichungen.

XXVIII. Potenzen.

1664. a^{12}. **1665.** a^{10}. **1666.** x^{15}. **1667.** m^2. **1668.** $15\,a\,b\,c$. **1669.** $4\,(x-y)^4$. **1670.** $\frac{a}{b}$. **1671.** $\frac{3\,a\,b}{x\,y}$. **1672.** $^{1}/_{10}\;a^5\,b^8\,c^6$. **1673.** m^{x+y}. **1674.** $20\,a\,b\,c$. **1675.** $x^{5m-2n} - x^{2m+n}$. **1676.** $\frac{1}{y^2} + \frac{x^2}{y} - x^4$. **1677.** $\frac{2\,a^m\,b^m\,c^n}{x^m\,y^n\,z}$. **1679.** 100,000.000. **1680.** 64000.

1681. 1,000.000 **1682.** 1.000,000.000. **1683.** a) 400,000.000; b) 200.000,,000.000,000.000. **1684.** $(a^2-b^2)^x$. **1685.** $16\,a^4 - 72\,a^2\,b^2 + 81\,b^4$. **1686.** $\left(\frac{4\,a}{b}\right)^x$. **1687.** $^{625}/_{81}$. **1688.** $x^8 - 2\,x^4\,y^4 + y^8$.

1689. $\frac{8\,x^3}{27\,y^3}$. **1690.** $\frac{x^2-y^2}{a^2-b^2}$. **1690a.** $^{5}/_{4}$. **1690b.** $1422\,^{2}/_{9}$. **1692.**

a^{35}. **1693.** $81x^8y^4$. **1694.** x^8. **1695.** b^6. **1696.** $\frac{5s^2t^2}{x^2}$. **1697.** $3yz^2$. **1698.** $\frac{10a^2x^4}{y^3}$. **1700.** a) $+16$; b) -64; c) $+64$; d) -512. **1701.** a^3b^3. **1702.** $\frac{a^{10}b^{10}x^6}{y^{20}}$. **1703.** $abcxyz$. **1704.** $5aby$. **1705.** $5a$. **1706.** $\frac{4s^2t^2}{3x^2y^2}$. **1707.** 16. **1708.** 2. **1709.** 64. **1710.** 1 mit 10.000,000.000 Nullen; 25000 km. **1711.** Etwa 83472 Millionen Waggons, die einen 667776000 km langen Zug ergeben, der also 16694mal die Erde umkreisen könnte. **1712.** 1. **1713.** 1. **1715.** $9a^2-24ab+16b^2$. **1716.** $36x^2-60xy+25y^2$. **1717.** $\frac{9x^2-6ax+a^2}{x^2+6ax+9a^2}$. **1718.** $64x^2-4xy+\frac{y^2}{16}$. **1719.** $\frac{4a^2}{9}-1+\frac{9}{16a^2}$. **1720.** $9x^4-12x^3+28x^2-16x+16$. **1721.** $3a^4-16a^3+19a^2-5$. **1722.** $\frac{4}{a^4}-\frac{12}{a^3}+\frac{13}{a^2}-\frac{6}{a}+1$. **1723.** $\frac{9}{x^4}+\frac{24}{x^2y}+\frac{16}{y^2}$. **1724.** $\frac{9}{a^2}-\frac{12}{a^3}+\frac{4}{a^4}$. **1726.** 729, 1521, 5776, 6889, 9025. **1727.** 423801, 692224, 851929. **1728.** 18931201, 144408289, 1554567184. **1729.** 4833·28, 2375·52. **1730.** 4899160036. **1731.** 8099·94600009. **1733.** $8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3$. **1734.** $27a^6-135a^4b^2+225a^2b^4-125b^6$. **1735.** $216x^6-324x^5+378x^4-243x^3+126x^2-36x+8$. **1736.** $\frac{x^6}{216}+\frac{x^5}{36}+\frac{x^4}{72}-\frac{7x^3}{54}-\frac{x^2}{24}+\frac{x}{4}-\frac{1}{8}$. **1737.** $1-6a+21a^2-56a^3+111a^4-174a^5+219a^6-204a^7+144a^8-64a^9$. **1738.** $24xyz$. **1740.** 4913, 68921, 328509, 658503. **1741.** 12167, 110592, 373248, 804357. **1742.** 13481·272, 31·255875, 0·072511713, 0·000100544625. **1743.** 8036·054027, 28·428476608, 343147021·001, 731·189187729. **1744.** 184220009. **1745.** 320013504. **1746.** 0·332812557. **1747.** 4895163. **1748.** 2·144611. **1749.** 0·102658547. **1750.** 0·000000137388096. **1751.** 215956802879936. **1752.** 342926·505249875. **1753.** 216945104589873. **1754.** 244659609. **1755.** 3077056399. **1756.** 9509900499. **1757.** 589·54533. **1758.** 50960281. **1759.** 0·0311698773. **1760.** 30840979456. **1761.** 192699·928576. **1762.** 0·433626201009. **1763.** 15039491544. **1764.** a) 3; b) 7; c) 7. **1765.** 4. **1766.** 6. **1767.** 8. **1768.** 5. **1769.** 1.

17*

1770. 1. 1771. 11. 1772. $-{}^1/_2$. 1773. 1. 1774. 4. 1775. -3.
1776. 1. 1777. 2. 1778. 3. 1779. 5. 1780. 5, 3. 1781. 2, 3.

XXX. Wurzeln.

1783. 20; 20; $5ax$. 1784. $3by$; $2a$; $2x$. 1785. $6\sqrt{a}$; $2\sqrt[3]{b}$; $2\sqrt[4]{x}$; $2\sqrt[5]{y}$. 1786. $5xyz\sqrt{xyz}$; $6xy\sqrt[3]{xy^2}$. 1787. $2\sqrt{2}$. 1788. $\sqrt{3}$. 1789. $2\sqrt{2}$. 1790. 0. 1791. $\sqrt{5}$. 1792. $\sqrt{2}$. 1793. $\sqrt[3]{2}$. 1794. $\sqrt[3]{3}$.
1795. 8, 30. 1796. 420. 1797. 4, 12. 1798. ab. 1799. 1. 1800. xy.
1801. 27. 1802. 44. 1803. 52. 1804. 72. 1805. 17. 1806. 5. 1807. 3.
1808. 12. 1809. 60. 1810. 44. 1811. 58. 1812. $2b$. 1813. 3. 1814. 5.
1815. 10. 1816. 15. 1817. x. 1818. $2(a+\sqrt{a^2-1})$. 1819. $4\,{}^1/_{12}$.
1820. $10-2\sqrt{22}$. 1821. 4. 1822. $2(a+4)$. 1823. $2x+4$.
1824. $\sqrt{{}^{11}/_3\,x}$. 1825. b^2. $\sqrt{{}^{17}/_6\,a}$. 1826. $x\sqrt{\frac{13x}{2a}}$. 1827. $a\sqrt{\frac{7a}{3}}$.
1828. $\sqrt{5}$. 1829. $3\,{}^3/_4$; $2\,{}^1/_2$. 1830. ${}^4/_7$, $\frac{4a}{3y}$. 1831. $a+b$. 1832. ${}^3/_8$.
1833. ${}^1/_4$. 1834. 3. 1835. $\sqrt{\frac{z^6}{xy^3}}$. 1836. ab. 1838. 51. 1839. ${}^1/_8$.
1840. ${}^1/_{32}$. 1841. a^2b^3. 1842. 4; 9; 36; 1000. 1843. $\sqrt{\frac{b^3x}{a^5y}}$.
1844. 3. 1845. 32; 4; 32. 1846. ${}^9/_4$; ${}^3/_2$; 0·3. 1847. 2. 1848. ${}^1/_6$; ${}^1/_{16}$; ${}^{1000}/_{27}$. 1849. $\sqrt[3]{\frac{y}{xz}}$. 1851. $\sqrt{3}$; $\sqrt[3]{5}$. 1852. $\sqrt[24]{3}$. 1853. $2x$.
1854. $2a$. 1855. ${}^6/_5$. 1856. ${}^5/_4$. 1858. 3; 27; 3; 2. 1859. 9.
1860. 18. 1861. ${}^1/_2\sqrt[6]{{}^5/_{12}}$. 1862. ab. 1863. 2. 1864. ab. 1865. x^4.
1866. 3. 1867. 4. 1868. $\frac{b}{3a}$. 1870. ${}^3/_2\sqrt{2}$; ${}^5/_2\sqrt{3}$; $4\sqrt[3]{4}$; ${}^5/_2\sqrt[3]{9}$.
1871. $2+\sqrt{3}$; $\frac{4+\sqrt{5}}{11}$. 1872. $2+\sqrt{2}$; $5+\sqrt{2}$. 1873. ${}^8/_{11}(5+\sqrt{3})$; $\sqrt{3}+\sqrt{2}$. 1874. ${}^1/_{11}(3-2\sqrt{5})$; $5-2\sqrt{6}$. 1875. ${}^1/_3(7+2\sqrt{10})$; $\sqrt{6}$. 1876. $3+\sqrt{6}+\sqrt{15}$. 1877. $5+2\sqrt{10}+\sqrt{15}$. 1878. $2+\sqrt{3}+\sqrt{7}$. 1879. $\sqrt{8}+\sqrt{3}-\sqrt{5}$. 1880. $6\sqrt{6}$. 1881. $3+2\sqrt{6}$. 1882. $2x-3y$. 1883. $a+2b+3c$. 1884. $0{\cdot}3a-0{\cdot}2b$. 1885. $\frac{2a}{3b}+\frac{6b}{7a}+\frac{7bc}{8d}$. 1886. 543; 832; 945. 1887. 9·54; 0·747; 0·305.

1888. 5·1962; 6·3246; 7·9373. 1889. 0·8165; 1·2247; 1·2649; 0·7906. 1899. $2a - 5$. 1900. $3x^2 - 4y$. 1901. $a^2 - ab + b^2$. 1902. $2x^2 - 3xy + 4y^2$. 1903. $3x^2 - 5x - 2$. 1904. $x^3 - x^2 + x - 1$. 1905. $2a^3 - 3a^2b - 4ab^2 - 5b^3$. 1906. $^2/_3 x - {}^3/_4 y$. 1907. $\frac{ab^2x^2}{2c^3} - \frac{2cx}{3a^2b^3}$. 1909. 21, 33, 46. 1910. 6·3, 0·89, 1·01. 1911. 121. 1912. 1·32. 1913. 49·9. 1914. 2·34. 1915. 42·7. 1916. 479. 1917. 705. 1918. 769. 1919. 806. 1920. 992. 1921. 999. 1922. 1111. 1923. 3456. 1924. 35381. 1925. 62009. 1926. 29. 1927. 79. 1928. 135. 1929. 11. 1930. 29. 1931. 19. 1934. 1·259921. 1935. 1 442249. 1936. 1·709975. 1937. 2·1544. 1938. 2·08008. 1939. 6 0368 1940. 8·979. 1941. 1·1304. 1942. 0·381571. 1943. 1·99163. 1944. 1·219. 1945. 16. 1946. 27. 1947. 9. 1948. 9. 1949. 48. 1950. 6. 1951. 25. 1952. 8. 1953. 9. 1954. 3. 1955. 9. 1956. 7. 1957. 5. 1958. 7. 1959. 25. 1960. 16. 1961. 9. 1962. 4. 1963. 25. 1964. 25. 1965. 4. 1966. 1. 1967. 49. 1968. 10. 1969. 4. 1970. 2. 1971. 2. 1972. 25. 1973. 100.*) 1974. 9. 1975. 4. 1976. 2. 1977. 4. 1978. 3. 1979. 6.**) 1980. 3. 1981. 5. 1982. 9. 1983. 16. 1984. 9. 1985. 16. 1986. 25. 1987. 25.*) 1988. 9. 1989. 5. 1990. 4. 1991. 9. 1992. 4. 1993. 1. 1994. 25. 1995. 8. 1996. 4. 1997. 9. 1998. 5. 1999. 7. 2000. 4. 2001. 4. 2002. 4. 2003. 7. 2004. 5. 2005. 6. 2006. 3. 2007. 4 2008. 6. 2009. 6. 2010. 4. 2011. 6. 2012. 8. 2013. 2. 2014. 3. 2015. 5. 2016. 5. 2017. 2. 2018. 2. 2019. 4. 2020. 7. 2021. 5. 2022. 8. 2023. 4. 2024. 3. 2025. 3. 2026. 5. 2027. 8. 2028. 10. 2029. 14.

* * *

2030. 5, 3. 2031. 2, 3. 2032. 5, 9. 2033. 9, 16. 2034. 7, 5. 2035. 8, 7. 2036. 4, 9. 2037. 4, 9. 2038. 4, 9. 2039. 5, 4. 2040. 7, 6. 2041. 5, 4. 2042. 9, 1. 2043. 24, 25. 2044. 6, 5.

XXXI. Wiederholungsaufgaben.

2045. $a - b$. 2046. x^3y^3. 2047. $\frac{z^2}{x^2y^2}$. 2048. xyz. 2049. ax. 2050. x. 2051. a. 2052. m^{4a-2b}. 2053. $-0·0545$. 2054. 80000.

---

*) Eine zweite Lösung der Gleichung (die eigentlich vom zweiten Grade ist) wäre $x = 0$. Wieso?

**) Warum auch $x = -6$?

2054a. $^2/_5$. **2055.** 4. **2056.** $^3/_{80}$. **2057.** 5. **2057a.** 16. **2058.** $8y$. **2059.** $3b^2$. **2060.** $81x^8 - 90x^6 - 47x^4 + 40x^2 + 16$. **2061.** $9x^6 + 12x^5y^2 - 2x^4y^4 - 34x^3y^6 - 19x^2y^8 + 10xy^{10} + 25y^{12}$. **2062.** $\frac{4}{x^2} + \frac{12}{xy^2} + \frac{9}{y^4}$. **2063.** $25x^4 - 30x^2 + 29 - \frac{12}{x^2} + \frac{4}{x^4}$. **2064.** 7010·043076. **2065.** 4574112. **2066.** 489994400016. **2067.** 3599980. **2068.** $x^3 + y^3 + z^3$. **2069.** $1331x^3 - 2904x^2y + 2112xy^2 - 512y^3$. **2070.** $a^{12} + 3a^{10} - 5a^6 + 3a^2 - 1$. **2071.** 208527857. **2072.** 10561662. **2073.** 20507013. **2074.** 511923203839936. **2075.** 127016794540279. **2076.** 254803968. **2077.** 299975282. **2078.** 38068692544. **2079.** 1610696737. **2080.** 3. **2081.** 5. **2082.** 1. **2083.** 6. **2084.** 3. **2085.** 1. **2086.** 2. **2087.** $13\sqrt{3}$. **2088.** $2\sqrt[3]{2}$. **2089.** 40. **2090.** a^2. **2091.** 2. **2092.** 15. **2093.** 8. **2094.** 94. **2095.** $2x(a+b)$. **2096.** 8. **2097.** x. **2098.** $2x + 6$. **2099.** $\sqrt{6}$. **2100.** $a - 1$. **2101.** 1. **2102.** a^3. **2103.** $\sqrt{\frac{x-y}{x+y}}$. **2104.** 1. **2105.** $\sqrt[4]{\frac{x^2}{y}}$. **2106.** 48. **2107.** $\sqrt[6]{^1/_3}$. **2108.** mn. **2109.** ab. **2110.** 2. **2111.** $35 + 6\sqrt{35}$. **2112.** $4 + \sqrt{6} + \sqrt{22}$. **2113.** $2\sqrt{3} + \sqrt{7}$. **2114.** $3a + 4b + 5c$. **2115.** $^5/_2 r - {}^{10}/_3 s - {}^5/_4 t$. **2116.** $\frac{3m^3n^2}{5p^3q^4} - \frac{2m^2n^3}{7p^4q^5} - \frac{4mn^4}{9p^5q^6}$. **2117.** 307. **2118.** 715. **2119.** 3·09839. **2120.** 3·6912. **2121.** 0·080584. **2122.** $12x - 15y$. **2123.** $x^2 + 2xy + y^2$. **2124.** $\frac{3a^2b^2}{5m} - \frac{8m^3}{9ab^2}$. **2125.** a) 0·209; b) 5·391. **2126.** a) 2·3202; b) 1·8821. **2127.** 1. **2128.** $^3/_5$. **2129.** 6. **2130.** 4. **2131.** 3. **2132.** 16. **2133.** 3. **2134.** 3. **2135.** 4. **2136.** 6. **2137.** 3. **2138.** 4. **2139.** 25. **2140.** 2. **2141.** 10. **2142.** 7. **2143.** 8. **2144.** 12. **2145.** 4, 9. **2146.** 4, 9. **2147.** 16, 3. **2148.** 4, 36. **2149.** 36, 25. **2150.** 4, 25. **2151.** 6, 0. **2152.** 8, 6. **2153.** 7, 4. **2154.** 27, $-{}^5/_9$.

XXXII. Quadratische Gleichungen.

a) Rein quadratische Gleichungen (Wiederholung).

(Vergl. die Bemerkung auf Seite 253.)

2155. 3. **2156.** 4. **2157.** 7. **2158.** $a + b$. **2159.** $2a + b$. **2160.** 6 **2161.** 2. **2162.** 0·3. **2163.** 5. **2164.** a. **2165.** 5. **2166.** 4.

b) Gemischt quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten.

2170. a) 5, 3; b) 7, 4; c) 4, — 7; d) 7, — 4; e) — 4, — 7. 2172. 8, — 3. 2173. 11, 5. 2174. 13, — 8. 2175. 9, — 15. 2176. $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$. 2177. $\frac{2}{5}, -\frac{1}{3}$. 2178. $-\frac{3}{7}, -\frac{2}{7}$. 2187. 0·4, — 0·7. 2188. 0·3, — 0·8. 2189. 42, — 37. 2190. — 35, — 36. 2191. $x_1 = x_2 = 53$. 2194. 6, — 9. 2195. 8, — 6. 2196. 8, 3. 2197. 7, — 5. 2198. 1, $^1/_3$. 2199. 0·2, — 0·8. 2200. $^4/_3$, $^3/_4$. 2201. 7, 3. 2202. 4, 1. 2203. 7, 4. 2204. $^3/_2$, $^2/_3$. 2205. 7, $^1/_7$. 2206. a, $\frac{1}{a}$. 2207. $\frac{a}{b}, \frac{b}{a}$. 2208. 2 a, (a + b). 2209. 4, — 1. 2210. 5, 1. 2211. 3, 2. 2212. $^{13}/_5$, $^{12}/_5$. 2213. 1, $^4/_9$. 2214. 12, 9. 2215. $^3/_2$, $^2/_3$. 2216. (a + b), $^1/_5$ (3 a + 2 b). 2217. $^1/_3$, — $^7/_5$. 2218. 3, $^7/_5$. 2219. 21, 4. 2220. 5, $^1/_5$. 2221. 10, 5 $^1/_5$. 2222. 14, 9 $^1/_5$. 2223. 15, 5 $^2/_5$. 2224. $x_1 = x_2 = 10$. 2225. 5, $^{11}/_5$. 2226. 2, — 5. 2227. 5, 3. 2228. 7, 5. 2229. (2 m — n), (2 n — m). 2230. 4, 2. 2231. 4, — 1. 2232. 3, — 2. 2233. 9, 7. 2234. — a, b. 2235. 3, — 2 $^1/_7$. 2236. 8, — 2. 2237. 5, 5 $^5/_8$. 2238. 15, 12. 2239. 13, — 8. 2240. 2, 1. 2241. 3, 2. 2242. 2, 1. 2243. 3, 1. 2244. 3, 1. 2245. m, n. 2246. 5, 3. 2247. 6, 4. 2248. $^3/_2$, $^2/_3$. 2249. 4, 1 $^5/_{17}$. 2250. 80, 8. 2251. $^1/_2$, $^1/_5$. 2252. 3, — 2 $^3/_7$.

c) Höhere Gleichungen, die sich auf quadratische zurückführen lassen.

2253. 1, 2, — 1, 4. 2254. — 1, — 4, — 2, — 3. 2255. 1, — 8, $\frac{1}{2}(-7 \pm \sqrt{37})$. 2256. $\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}, \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{13})$. 2257. 4, — 5, 2, — 3. 2258. 3, — 4, 1, — 2. 2259. 3, $\frac{1}{3}$, 2, $\frac{1}{2}$. 2260. 2, — 1, $\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{5})$. 2261. 0, 8, 2. 2262. 3, 9, — 1. 2263. 5, 1, — 5. 2264. 4, — 4, 3, — 3. 2265. 5, — 5, 4, — 4. 2266. 7, — 7, 5, — 5. 2267. $\frac{5}{4}, -\frac{5}{4}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{4}$. 2268. — 1, — 2, $1 \pm i\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3})$. 2269. 3, — 2, $1 \pm i\sqrt{3}$, $\frac{3}{2}(-1 \pm i\sqrt{3})$. 2270. 2, — 3, $-1 \pm i\sqrt{3}$, $\frac{3}{2}(1 \pm i\sqrt{3})$. 2271. $\pm 2, \pm 2i, \pm 1, \pm i$. 2272. $\pm 3, \pm 3i, \pm 2, \pm 2i$.

2273. $\frac{5}{3}$, 7, -2. 2274. 1, 2, $\frac{1}{2}$. 2275. 1, -3, $-\frac{1}{3}$. 2276. 1, -4, $-\frac{1}{4}$. 2277. 1, 4, $\frac{1}{4}$. 2278. -1, -5, $-\frac{1}{5}$. 2279. 1, 5, $\frac{1}{5}$. 2280. -3, $-\frac{1}{3}$, 1, 1. 2281. 2, $\frac{1}{2}$, 1, 1. 2282. $-\frac{1}{2}$, -2, $-\frac{1}{3}$, -3. 2283. 3, $\frac{1}{3}$, 2, $\frac{1}{2}$. 2284. 4, $\frac{1}{4}$, 2, $\frac{1}{2}$. 2285. 4, $\frac{1}{4}$, 3, $\frac{1}{3}$. 2286. 1, 3, $\frac{1}{3}$, 2, $\frac{1}{2}$. 2287. 1, $\frac{3}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{3}{4}$. 2288. -1, 1, 1, i, $-$i. 2289. 1, -1, -1, i, $-$i. 2290. 0, 11, 3. 2291. 1, $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$. 2292. 1, $\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$. 2293. 2, $-1 \pm i\sqrt{3}$. 2294. 0, $\frac{1}{2}(9 \pm 3i\sqrt{3})$. 2295. ± 1, $\pm$i. 2296. $\pm\sqrt{5}$, $\pm i\sqrt{5}$. 2297. 1, $\frac{1}{4}\left(-1+\sqrt{5} \pm i\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)$, $\frac{1}{4}\left(-1-\sqrt{5} \pm i\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)$. 2298. 1, 1, $\frac{1}{2}(1 \pm i\sqrt{3})$, $\frac{1}{2}(-1 \pm i\sqrt{3})$.

d) Eingekleidete Aufgaben, die auf quadratische Gleichungen führen.

2299. 2 und 1; -1 und -2. 2300. $\frac{1}{2}(1+\sqrt{13})$ und $-\frac{1}{2}(1-\sqrt{13})$; $\frac{1}{2}(1-\sqrt{13})$ und $-\frac{1}{2}(1+\sqrt{13})$. 2301. $\frac{3}{2}$; $-\frac{1}{2}$. 2302. $\frac{1+\sqrt{21}}{2}$. 2303. 4; $-\frac{1}{4}$. 2304. 15 und 16. 2305. 18 und 12. 2306. 5 und 4; -5 und -4. 2307. 3, 4, 5; -4, -3, -2. 2308. 10; 3. 2309. 3525. 2310. 132. 2311. 50 g, 80 g. 2312. 60 m. 2313. 8%. 2314. 1350 S, 1650 S. 2315. 10 Tage, 15 Tage. 2316. 20 Stunden, 30 Stunden. 2317. Um $(\sqrt{r^2+t^2}-r)$; um 14 cm. 2318. 39 cm. 2319. Um 16 cm. 2320. 7 cm oder 5 cm. 2321. 40 cm. 2322. 112 dm, 336 dm². 2323. 65 cm, 156 cm. 2324. 28 cm. 2325. 14 cm. 2326. 6 m. 2327. 12, 9. 2328. 17 Bäume. 2329. 516 Bewohner. 2330. $12\,\frac{\text{m}}{\text{sek.}}$, $10\,\frac{\text{m}}{\text{sek.}}$; nach 1 Minute. 2331. 50 Sekunden, 75 Sekunden. 2332. Nach 12 Sekunden. 2333. Nach 3 Sekunden und nach 9 Sekunden. (Erkläre die physikalische Bedeutung der beiden Lösungen.)

e) Quadratische Gleichungen mit zwei Unbekannten.

(Die erste Angabe bezieht sich auf die Unbekannte x, die zweite auf y.)

2334. 8, 4; 5, 7. **2335.** 3, 1; 2, 2. **2336.** 5, 2; $\frac{3}{4}$, -15. **2337.** 3, 2; -3, -2. **2338.** 5, 4; $7\frac{4}{43}$, $3\frac{7}{43}$. **2339.** 8, 10; $9\frac{47}{81}$, $8\frac{2}{81}$. **2340.** 8, 7; 7, 8. **2341.** 9, 5; -5, -9. **2342.** 7, 3; 3, 7. **2343.** 8, 4; -4, -8. **2344.** ± 8, ± 6 (ergibt vier Wurzelpaare; welche?). **2345.** ± 12, ± 12 (vier Wurzelpaare). **2346.** $\pm\frac{20}{3}$, ± 4 (vier Wurzelpaare). **2347.** 3, 4; -3, -4; 4, 3; -4, -3. **2348.** $\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$; $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$, $-2\sqrt{3}$; 3, 1; -3, -1. **2349.** 3, 2; 3, -2; $-\frac{14}{3}$, $\frac{2}{3}i\sqrt{14}$; $-\frac{14}{3}$, $-\frac{2}{3}i\sqrt{14}$. **2350.** 4, 6; 4, -6; -13, $3i\sqrt{13}$; -13, $-3i\sqrt{13}$. **2351.** 49, 25; 25, 49.

* *
*

2352. 36, 2; -36, -2. **2353.** 7, 5; -6, 5. **2354.** 7 und 8. **2355.** 20 dm und 15 dm. **2356.** 28. **2357.** 24. **2358.** 35. **2359.** 60 cm und 25 cm. **2360.** 21 cm, 28 cm, 35 cm. **2361.** 10 cm, 13 cm, 13 cm. **2362.** Grundlinie 16 cm oder 32 cm, zugehörige Höhen 10 cm und 5 cm. **2363.** Ein Siebeneck und ein Elfeck.

Siebenter Abschnitt.

Logarithmen. Reihen und Anwendungen.

XXXII. Logarithmen und deren Anwendung.*)

2397. 4195·5. **2398.** 0·00010586. **2399.** $-67·658$. **2400.** 59047, 21381500. **2401.** 8758·4. **2402.** 0·013577. **2403.** 2·4149. **2404.** 1·0295. **2405.** 0·18442. **2406.** 24·451. **2407.** 10·208. **2408.** 1·4727. **2409.** 28·231. **2410.** 19·118. **2411.** 0·4057. **2412.** 0·31623. **2413.** 866920. **2414.** 0·8018. **2415.** 27·404 dm². **2416.** 1·5469. **2417.**

*) Die nachstehenden Ergebnisse der Aufgaben dieses Abschnittes sind unter Benützung von fünfstelligen Logarithmentafeln ermittelt worden.

3·9527. **2418.** — 0·6197. **2419.** 4·4423. **2420.** 2·9538. **2421.** 32329. **2422.** — 1·2361.

* * *

2423. 1. **2424.** 0·50399. **2425.** 3, 4. **2426.** 4, 5. **2427.** 13, 10. **2428.** 2, $-\frac{29}{33}$. **2429.** 1, — 4. **2430.** 2, $\frac{13}{21}$. **2431.** $4\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{8}$. **2432.** 100000, 0·1. **2433.** 1000, 100. **2434.** 100, 0·01. **2435.** 1000, 0·001. **2436.** $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[3]{0{\cdot}1}$. **2437.** 100, 10. **2438.** 10000, 10. **2439.** 1, 0·0000001. **2440.** 30, 0·0001.

XXXIII. Arithmetische Reihen.

2447. 253. **2448.** 8; 38. **2449.** 19; 2. **2450.** 2; 16; 8. **2451.** 3; 53; das 27. Glied. **2452.** 8, $8\frac{1}{4}$, $8\frac{1}{2}$, $8\frac{3}{4}$, 9, $9\frac{1}{4}$ .... 11, $11\frac{1}{4}$, $11\frac{1}{2}$, $11\frac{3}{4}$, 12; 170. **2453.** 11 Glieder; $\frac{1}{2}$. **2454.** 7650. **2455.** 71071. **2457.** 22. **2458a.** 36; 48; 2 n; n (n + 1). **2458b.** 33; 45; 2 n — 1; n^2. **2459.** 3025. **2460.** 164850. **2461.** 3, 5, 7; $-\frac{117}{25}$, $-\frac{131}{25}$, $-\frac{145}{25}$. **2462.** Das 16. Glied. **2463.** — 7, — 3, 1, 5....; das 17. Glied; 315. **2464.** 5, 7, 9, 11 oder — 11, — 9, — 7, — 5. **2465.** 28. **2466.** 2; 3; das 17. Glied. **2467.** 2, 4, 6, 8. **2468.** 753. **2469.** 135 oder 234. **2470.** 50 Minuten. **2471.** 3 Stück; 108 Stück. **2472.** 25 Jahre. **2473.** 12 m. **2474.** Nach 8 Stunden; in 188 km Entfernung. **2475.** 5 Tage nach Abgang des A, 140 km vom Orte des A. **2476.** 6 cm; 48 cm. **2477.** 5 cm, 8 cm, 11 cm. **2478.** 84 cm.

XXXIV. Geometrische Reihen.

2485. 1; 8 oder — 8. **2486.** 2; 4374; 6560. **2487.** 3, — 4. **2488.** 8, 4, 2; 8, — 12, + 18. **2489.** 6, 9, $13\frac{1}{2}$, $20\frac{1}{4}$ .... oder 6, — 15, $37\frac{1}{2}$, $-93\frac{3}{4}$... **2490.** 4, 8, 16, 32.... **2491.** 5, 10, 20; — 5, 10, — 20. **2492.** 2, 8, 32, 128. **2493.** 2, 6, 18. **2494.** 2, 6, 18. **2495.** 1, 3, 9, 27, 81. **2496.** 2, 4, 8; 14, — 14, + 14. **2497.** $\sqrt[r+1]{\frac{b}{a}}$. **2498.** $\sqrt[12]{2}$. **2499.** 88573. **2500.** 4000 S, 5000 S, 6250 S. **2501.** 842. **2502.** 931. **2504.** 2; $\frac{2}{3}$. **2506.** 2 a. **2507.** Ein Punkt, der um das Dreifache der Strecke von deren Anfangspunkt absteht. **2508.** Achilles erreicht die Schildkröte in $1\frac{1}{11}$ Stadion Entfernung von seinem Ausgangspunkte. **2509**. $2s^2$; $4s(2+\sqrt{2})$. **2510**. $a\sqrt{3}$. **2511**. 10; $\frac{1}{2}$. **2512**. 8, 120; $^7/_8$, $-^7/_8$. **2513**. 9; $^1/_3$. **2514**. 12. **2515**. a, 2a, 3a, 4a usw.; a, 2a, 4a, 8a usw., wobei a jeden beliebigen Wert annehmen kann. **2516**. 11, 21, 31 oder 11, 9, 7. **2517**. 2, 6, 18. **2518**. 5, 3, 1 und 5, 15, 45 oder 5, 15, 25 und 5, 3, $1^4/_5$. **2519**. 3, 6, 9 und 3, 6, 12 oder 3, 2, 1 und 3, 2, $1^1/_3$.

XXXV. Die Zinseszinsrechnung.

2525. 8336·1 S. **2526**. 880·52 S. **2527**. 53993 S. **2528**. 732·31 S. **2529**. 11868 m^3. **2529a**. 968·05 S. **2531**. a) 148·59 S; b) 181·14 S; c) 220·80 S; d) 269·16 S; a') 148·02 S; b') 180·09 S; c') 219·11 S; d') 266·58 S. **2532**. a) Nach etwa 15 Jahren; b) nach etwa 23 Jahren; c) nach etwa 29, 33, 37, 40, 43, 46, 48, 50 Jahren. **2534**. 10330·6 S. **2535**. A 11532 S; B 11599 S. **2536**. 6835·5 S. **2536a**. 3834·2 S. **2537**. 93·80 S. **2538**. 472860 Einwohner. **2539**. 1663400 Einwohner; 2471700 Einwohner. **2540**. 8962·70 S. **2541**. 27144000 S; 1628640 S. **2542**. 571·95 S. **2543**. 3270 90 S. **2544**. 2985·43 S. **2545**. 2705·06 S. **2546**. a) 17500 S; b) 15547·5 S. **2547**. 5476·6 S. **2547a**. 3709·13 S. **2548**. 111330 Einwohner. **2549**. 24450 S. **2550**. 29722 S; 26696 S. **2551**. Die diskontierten Werte sind: A 80400 S; B 74485·2 S; C 72451 S; daher ist das Anbot des A das günstigste. **2552**. 20585 S 40 g. **2552a**. 194907 m^3. **2553**. 14 Jahre. **2554**. 24 Jahre. **2555**. 15 Jahre. **2556**. 18 Jahre. **2557**. 9%. **2558**. 7%. **2559**. 6%. **2560**. 8%. **2562**. 3833·12 S. **2563**. 3685·67 S. **2566**. a) 7913·33 S; b) 68237·6 S; c) 3231·9 S; d) 8980·7 S. **2567**. a) 16825 S; b) 92838 S; c) 32691 S; d) 142076 S. **2568**. 7257·04 S. **2569**. 1205·84 S. **2570**. 56755 S. **2571**. 5210·95 S Verlust; 18484 S Gewinn; beiläufig 52 Jahre. **2572**. 1283·22 S. **2573**. 42·80 S. **2575**. a) 11488 S; b) 19753 S; c) 2809·40 S; d) 10018 3 S. **2576**. a) 7080·2 S; b) 12669·5 S; c) 17487·8 S; d) 17637·8 S. **2577**. 6523·2 S. **2578**. 1703·06 S; 1230·3 S. **2579**. 2891 S 50 g. **2580**. 440500 S. **2581**. 72642·9 S. **2582**. 40047·5 S. **2583**. Die Versicherungsanstalt hat 2714 S Verlust. **2584**. 1132 S 5 g. **2585**. a) 21750·9 S; b) 6827·1 S. **2586**. 282200 S. **2587**. 523670 S. **2588**. 65130 S. **2589**. 160000 S. **2590**. 655·09 S. **2591**. 1624·4 S. **2592**. 1121 S. **2594**. 265850 S. **2595**. 465500 S. **2596**. 28 S 24 g.

Achter Abschnitt.

XXXVI. Algebraische Aufgaben zur Lösung durch Verstandesschlüsse.

2598. 16. **2599.** 25. **2600.** 2860 km, 1225 km. **2601.** 17 km; um $8^{h}\ 44^{min.}$. **2602.** 28, 16, 12. **2603.** 48 S. **2604.** 36. **2605.** 30 km, 24 km; 180 km, 144 km. **2606.** Nach 18 Jahren. **2607.** 137 m. **2608.** 30 S, 60 S, 120 S, 240 S. **2609.** 12 Tage nach seinem Abgange. **2610.** 12. **2611.** In 20 Jahren. **2612.** 45 km. **2613.** 24mal. **2614.** 100, 200, 300, 900. **2615.** Nach 4 Jahren. **2616.** 21 km, 33 km. **2617.** 280 S; 12 S 50 g. **2618.** 50, 26, 36. **2619.** 30 Stunden nach der Inbetriebsetzung der zweiten Maschine. **2620.** 4 kg Kaffee und 8 kg Zucker. **2621.** Nach einer Minute. **2622.** 48 S. **2623.** 105 m. **2624.** Nach 25 Wochen. **2625.** 49, 43, 19 Jahre. **2626.** 15 Paare. **2627.** 64 g, 72 g. **2628.** 18 S, 270 S. **2629.** 56 und 38 Jahre. **2630.** $32\,^{8}/_{11}$ Minuten nach 3 Uhr, $12\,^{8}/_{11}$ Minuten nach 2 Uhr 20 Minuten, also um 2 Uhr $32\,^{8}/_{11}$ Minuten. **2631.** 98. **2632.** 48, 24, 16 und 8 Jahre. **2633.** 18 Wagen. **2634.** 4 S 20 g und 3 S 80 g. **2635.** Nach 180 Tagen. **2636.** 27 und 23 Arbeiter. **2637.** 198 g; 9 Arme. **2638.** 4 Tage. **2639.** 72 g; 4 S 20 g. **2640.** 25 m. **2641.** A 350 S, B 480 S, C 520 S. **2642.** 8 Bänke, 45 Schüler. **2643.** 3 S 20 g. **2644.** 8 kg, 9 kg, 10 kg. **2645.** 63 l, 33 l. **2646.** 30 Soldaten. **2647.** 40 km. **2648.** A soll 8 S und B 2 S bekommen. **2649.** 80 S. **2650.** 120 kg. **2651.** 26 Stück à 14 g, 24 Stück à 18 g. **2652.** 240 Äpfel. **2653.** 42. **2654.** 9. **2655.** 160 Herren, 180 Damen. **2656.** 20. **2657.** 60. **2658.** 29. **2659.** 40. **2660.** 56 S; A 11 S 20 g, B 8 S. **2661.** In 60 Tagen. **2662.** 132. **2663** 300 S, 225 S, 480 S. **2664.** 48 S. **2665.** 35. **2666.** Um $^{1}/_{4}$ Stunde. **2667.** 30. **2668.** 7. **2669.** 5 Stunden nach dem Abgange des B; A $40\,^{1}/_{2}$ km, B $27\,^{1}/_{2}$ km. **2670.** 180; 120, 45, 15. **2671.** 25. **2672.** 12. **2673.** 2400 S. **2674.** 24. **2675.** 240; 64, 60, 48, 40, 28. **2676.** 840 Mann. 315 Infanteristen, 280 Artilleristen, 70 Kavalleristen, 168 Mann technische Truppen, 7 Offiziere. **2677.** In $1\,^{1}/_{2}$ Stunden. **2678.** 15 Paar. **2679.** 80 g. **2680.** 48. **2681.** In $7\,^{1}/_{5}$ Tagen. **2682.** A $4\,^{2}/_{3}$ km, B 6 km. **2683.** 28·8 dm. **2684.** 1 m Leinwand kostet 90 g; 1 m Shirting 75 g. **2685.** 120 Stück. **2686.** 36. **2687.** 25920 Mann; 8640 verwundet, 4320 gefangen, 3240 tot, 4160 vermißt, 7560 entflohen. **2688.** 24 S. **2689.** 3 Stunden 9 Minuten. **2690.** 56. **2691.** 75 m, 64 m. **2692.** 90 S. **2693** 80 m. **2694.** 450 S. **2695.** 7000 Mann. **2696.** 20 Enten und 40 Hühner. **2697.** A $37\frac{1}{2}$ km, B 29 km; 8 Tage. **2698.** 75 m. **2699.** 2 Monate; um 200000 kg; $\frac{5}{9}$ kg. **2700.** 28 kg. **2701.** Um 9 Uhr 15 Minuten; $16\frac{1}{4}$ km von A. **2702.** In 5 Tagen. **2703.** In 24 Tagen. **2704.** In 20 Stunden nach Öffnen des dritten Zuflusses. **2705.** 24 Personen; 3 S 20 g. **2706.** B kommt um 4 Tage früher an als A. **2707.** In 15 Tagen; A 48 S, B 45 S. **2708.** 6 Tage. **2709.** $1\frac{1}{5}$, $2\frac{2}{5}$, $4\frac{4}{5}$. **2710.** 2 Stunden 40 Minuten. **2711.** In 12 Stunden. **2712.** 50 m. **2713.** Nach 11 Stunden; $60\frac{1}{2}$ km von A. **2714.** In 20 Tagen. **2715.** 74 Stück. **2716.** 30 m, 36 m. **2717.** In 6 Stunden. **2718.** In 8 Tagen; in 12, beziehungsweise in 24 Tagen. **2719.** 7 m und 6 m. **2720.** 5 m, 25 m. **2721.** $41\frac{1}{2}$ m, 39 m. **2722.** In 10 Tagen; A in 30, B in 20, C in 60 Tagen. **2723.** 22 S, 16·5 S; $9\frac{23}{28}$ g. **2724.** 8 S, 10 S, 9·6 S. **2725.** In 6 Stunden. **2726.** In 2 Tagen; A 10 S, B 6 S, C 2 S. **2727.** 50 m. **2728.** In 4 Minuten. **2729.** 12000 S. **2730.** 9 Tage. **2731.** $2\frac{1}{2}\%$, 2%; 600·6 S, 514·5 S. **2732.** Um 4 Uhr 12 Minuten nachmittags. **2733.** 120 S. **2734.** 600 kg brutto, 576 kg netto, 4% Tara. **2735.** In $1\frac{5}{7}$ Stunden. **2736.** Um 11 Uhr vormittags. **2737.** 6 Sekunden. **2738.** In 15 Tagen. **2739.** $\frac{4}{5}$. **2740.** $8\frac{1}{3}\%$. **2741.** 12500 S. **2742.** In 20 Tagen. **2743.** $\frac{5}{7}$ Stunden nach dem Öffnen von 3. **2744.** 1324·8 kg netto; 4% und 8% Tara. **2745.** 24000 S. **2746.** 12 Sekunden. **2747.** Noch 90 Arbeiter. **2748.** Um 7 Uhr 30 Minuten. **2749.** 70 g. **2750.** 36000 S, 39000 S. **2751.** 69 Tage. **2752.** 6000 S, 240 S. **2753.** 24000 S. **2754.** $2\frac{2}{3}$ Wochen. **2755.** 80000 S. **2756.** A 14000 S, B 7500 S, die Waisenanstalt 14500 S. **2757.** 32 Tage. **2758.** 2 Sekunden. **2759.** 6 m. **2760.** A und B je 10000 S, die Mutter 28000 S. **2761.** 4 Tage. **2762.** 5000 S, 6000 S. **2763.** 26300 S; 15780 S, 6575 S, 2630 S, 1315 S. **2764.** 27 m. **2765.** Noch $3\frac{3}{5}$ Tage. **2766.** 750 S. **2767.** 8000 S, 6000 S. **2768.** Jeder 120 S. **2769.** In 3 Tagen. **2770.** 6000 S; $3\frac{1}{2}\%$. **2771.** 240 S; jeder 60 S. **2772.** 0·830. **2773.** 28 Schritte. **2774.** 72 Tage. **2775.** 4000 S zu 5% und 5000 S zu 4%. **2776.** Ein Mann 105 S, eine Frau 70 S, ein Kind 50 S. **2777.** 50 l. **2778.** 75 Tage. **2779.** 10 Jahre nach dem Ausleihen des zweiten Kapitals. **2780.** Nach 40 Wochen. **2781.** $16\frac{4}{11}$ Minuten nach 9 Uhr. **2782.** $1\frac{1}{3}$ Jahre nach dem Ausleihen des zweiten Kapitals. **2783.** 4%; 1200 S, 1000 S, 800 S. **2784.** $\frac{3}{4}$ Tage. **2785.** $32\frac{8}{11}$ Minuten nach

6 Uhr. **2786.** 0·822. **2787.** 5 Pferde. **2788.** Nach $1^2/_3$ Stunden. **2789** $4^1/_2$%. **2790.** A 324 S, B 280 S, C 216 S, D 140 S. **2791.** Durch 10 Tage. **2792.** 6490 S; 5900 S, 5500 S. **2793.** 756 S und 405 S. **2794.** 96 K 43·2 h. **2795.** 28 km. **2796.** 3200 S, 5400 S, 4400 S. **2797.** $1^1/_2$ kg; 50 dkg, 40 dkg, 60 dkg.