Ph I 7

BIBLIOTHEK
der k.k. Sternwarte
WIEN
(Währing, Türkenschanze.)

No 393
A
II, 5

Anfangsgründe

der

Physik.

K.K. UNIVERSITÄTS-STERNWARTE
WIEN
03.01 ETT-I

Von

Andreas von Ettingshausen,

Doctor der Philosophie, Professor der Physik, emeritirtem Professor der höheren Mathematik an der k. k. Universität zu Wien, Ritter des königl. Dänischen Dannebrog-Ordens, Mitgliede der philosophischen Facultät, der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft, der k. k. Gesellschaft der Aerzte und des nieder-österreichischen Gewerb-Vereines zu Wien, der Gesellschaft des vaterländischen Museums, des Vereines zur Ermunterung des Gewerbsgeistes in Böhmen, corresp. Mitgliede der k. Akademie der Wissenschaften in München, der großh. bad. Gesellschaft der Naturforscher und Aerzte zu Heidelberg, der naturforschenden Gesellschaft zu Halle, der Rheinischen naturforschenden Gesellschaft zu Mainz, Ehrenmitgliede der Leipziger polytechnischen Gesellschaft und des physikalischen Vereines zu Frankfurt.

K.K. UNIVERSITÄTS-STERNWARTE
WIEN

Mit fünf Kupfertafeln.

Wien.

Gedruckt und im Verlage bei Carl Gerold.

1844.

Vorrede.

Der Verfasser vorliegender Anfangsgründe der Physik wurde zu deren Ausarbeitung durch den Wunsch veranlaßt, in dem ihm zugewiesenen Wirkungskreise nach Kräften nützlich zu werden. Obgleich derselbe, bei der Auswahl der zur Sprache zu bringenden Gegenstände aus dem bereits so reichhaltigen Gebiete der Naturlehre, und bei der Methode des Vortrages bloß das Bedürfniß seiner speciellen Sphäre vor Augen hatte, so dürfte doch der Zweck, den er bei seiner Arbeit verfolgte, nämlich einen möglichst gründlichen Leitfaden zum streng wissenschaftlichen Studium der Physik zu liefern, ein sehr allgemeiner seyn, und sonach der Verfasser, indem er nur seinem individuellen Berufe zu entsprechen suchte, zugleich auch fremden Wünschen entgegen kommen.

Dem genannten Zwecke gemäß mußte sich der Verfasser die Pflicht auferlegen, für alle in seinem Buche vorgetragenen theoretischen Sätze die zur Einsicht in deren Richtigkeit nöthigen Beweise zu geben, und er durfte daher sich nicht mit bloßen Berufungen auf das Ergebniß anderswo geführter Demonstrationen begnügen. Doch aber lag es außer dem Plane des Buches dabei den höheren Calcul zu Hilfe zu nehmen, sondern es sollte nirgends über die Grenzen der Elementar-Mathematik, wie sie aller Orten gelehrt wird, hinausgegangen werden. In dieser Hinsicht sieht sich der Verfasser in der angenehmen Lage versichern zu können, daß die Ansprüche, welche er an die mathematischen Vorkenntnisse seiner Leser macht, sogar durchgehends sehr gering sind, da wirklich überall nur die elementarsten Lehren der Algebra und Geometrie als bekannt vorausgesetzt werden. Wer sich die Mühe nehmen

will darauf zu achten, was mit so wenigen Hilfsmitteln geleistet werden konnte, wird dem Verfasser gewiß darin beistimmen, daß es wahrlich zu bedauern gewesen wäre, der Besorgniß vor dem Anscheine von Schwierigkeit, den die mathematische Behandlung der Gegenstände dieses Buches vielleicht in den Augen Unkundiger haben könnte, den hohen Genuß zu opfern, der dem Lernenden durch den Erwerb gründlichen Wissens verschafft wird, und einzig und allein für die Mühe des Lernens auf eine angemessene Weise zu entschädigen vermag.

Wien im Mai 1844.

Der Verfasser.

Inhalt.

Einleitung.

Seite

1. Definition der Physik. Erscheinung, Natur, Bestimmung und Erklärung einer Erscheinung, Physiologie, Naturlehre 3
2. Wege zur Bestimmung einer Erscheinung. Empirische Methode (Induction), theoretische Methode . . . . . —
3. Arten der Erklärung einer Erscheinung. Apodictische, hypothetische Erklärung, Nutzen der Hypothesen 4
4. Naturkräfte . . . . . —
5. Beobachtung, Versuch 5
6. Physikalische Apparate . . . . . —
7. Theile der Physik. Verhältniß der Chemie zur Physik . . . . . —
8. Hilfswissenschaften der Physik 6

Erstes Hauptstück.

Von den Körpern im Allgemeinen.

9. Begriff eines Körpers. Ausdehnung, Materie . . . . . —
10. Geometrischer, physischer Körper . . . . . —
11. Volum, Figur 7
12. Einheit zum Messen der Volume. Oesterreichische, metrische, alt französische Maße . . . . . —
13. Undurchdringlichkeit 8
14. Trägheit der Materie . . . . . —
15. Theilbarkeit der Materie. Molekel und materielle Punkte 9
16. Porosität 10

Zweites Hauptstück.

Von den Kräften der Materie.

17. Eintheilung und Aufzählung der an der Materie vorfindigen Kräfte. Fernwirkende und Molecularkräfte 11
18. Schwere . . . . . —
19. Gewicht. Messen der Gewichte . . . . . —
20. Wage. Empfindlichkeit derselben, doppelte Wägung 12
21. Gravitation . . . . . —
22. Aggregationsformen der Körper 13
23. Feste Körper . . . . . —
24. Arten fester Körper. Harte, weiche, spröde, elastische, dehnsame Körper, Elasticitätsgrenze . . . . . —
25. Arten flüssiger Körper. Tropfbare, ausdehnbare Körper 14
26. Ursache der Aggregationsformen. Anziehungs- und Abstoßungskraft . . —

Seite
27 Beziehung der Molecularkräfte zum Wesen der Materie 15
28. Wärme. Temperatur, Mittheilung der Wärme, Wärmeleiter 16
29. Einfluß der Wärme auf das Volum 17
30. Einfluß der Wärme auf die Aggregationsform. Gase, Dünste oder Dämpfe 18
31. Hypothese über den Einfluß der Wärme auf die gegenseitige Abstoßung der Körpertheilchen. Imponderabilien überhaupt, Wärmestoff 19
32 Thermometer. Verfertigung, Scalen . . . . . —
33 Bedeutung der Thermometerangaben 22
34 Andere Arten von Thermometern. Metall- und Luftthermometer, Maximum- und Minimumthermometer 23
35. Binden und Freiwerden der Wärme bei Aenderung der Aggregationsform. Schmelzpunkt, Binden, Freiwerden der Wärme, Flüssigkeits- und Verdünstungswärme . . . . . —
36 Messen der Wärmemengen 24
37. Specifische Wärme und Wärmecapacität 25
38. Adhäsion 26
39. Auflösung 27
40 Gesetze der Auflösung. Sättigung und Uebersättigung . . . . . —
41. Mischung, Absorption 28
42. Ursache der Auflösung . . . . . —
43. Krystallisation 29
44 Gesetze der Krystallformen. Mittelpunkt der Gestalt, einfache zusammengesetzte Gestalten (Combination), Zerlegung, Ableitung, Grundgestalt, Krystallsysteme . . . . . —
45 Regelmäßige Theilbarkeit der Krystalle. Theilungsflächen, Theilungsgestalten 31
46. Erklärung der Structur der Krystalle . . . . . —
47. Chemische Verbindung. Bestandtheile, chemische Verwandtschaft . . . 32
48 Chemische Scheidung . . . . . —
49 Chemische Grundstoffe. Einfache Stoffe, Elemente 33
50 Gesetze der chemischen Verbindung. 1) Erhaltung der Quantität der Materie. 2) Gesetz der bestimmten Verhältnisse. 3) Gesetz der Vielfachen. 4) Gesetz der Aequivalente. 5) Gesetz der zusammengesetzten Verbindungen. 6) Gesetz der einfachen Volumverhältnisse 34
51. Atomistische Ansicht der chemischen Erscheinungen. Atome, chemische Anziehungskraft 35
52. Relative Atomgewichte. Mischungsgewichte, Zusammensetzungsformeln, Stöchiometrie 36

Drittes Hauptstück.

Chemische Betrachtung einiger vorzüglich wichtigen Stoffe.

53 Zusammensetzung der atmosphärischen Luft. Sauerstoff, Stickstoff, Oxydation, Eudiometer . . . . . —
54 Isolirung des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft 39
55. Verbrennen. Engere, weitere Bedeutung des Verbrennens, brennbare Stoffe 40
56. Arten der Oxyde und deren Verbindungen. Säuren, Basen, Salze, indifferente Oxyde 41
57 Amphidsalze und Haloidsalze 42
58 Nomenclatur der Sauerstoffsäuren, Basen und Salze. Wissenschaftliche, Trivialnamen 43
59 Chemische Zeichen und Formeln. Empirische, theoretische Formeln . . 44
60. Verhalten der Sauerstoffsäuren gegen Oxyde. Hyperoxyde, Suboxyde . 45
61. Chemische Beschaffenheit des Wassers. Wasserstoff, Analyse und Synthese des Wassers . . . . . —
62. Atomgewichte der Bestandtheile des Wassers 47

Seite
63. Wasserstoff-Eudiometer 49
64. Chemischer Charakter des Wassers. Hydrate, Krystallwasser, Wasser bald Säure bald Basis 50

Nähere Betrachtung einiger der wichtigsten Sauerstoffsäuren und Oxyde metallischer Radicale.

65. Säuren des Stickstoffes. Salpetersäure, salpetrige Säure, Stickoxyd, Stickoxydul 51
66. Säuren des Schwefels. Schwefelsäure, schwefelige Säure 53
67. Verbindungen des Kohlenstoffes mit dem Sauerstoffe. Kohlensäure, Kohlenoxyd 54
68 Verbindungen des Phosphors mit dem Sauerstoffe 55

Verbindungen des Wasserstoffes mit nicht metallischen Grundstoffen.

69. Wasserstoffsäuren. Deren Verhalten gegen Oxyde, Haloide 56
70. Schwefelwasserstoffsäure . . . . . —
71. Das Chlor und dessen Verbindungen mit dem Wasserstoffe und Sauerstoffe. Salzsäure, Chlorsäuren, Königswasser 57
72. Jod und Brom 58
73. Flußsäure. Fluor 59
74. Ammoniak. Salmiak, Ammonium . . . . . —
75. Phosphorwasserstoff 60
76. Verbindungen des Wasserstoffes mit dem Kohlenstoffe. Grubengas, Leuchtgas . . . . . —

Beispiele organischer Radicale und ihrer Verbindungen.

77. Zusammengesetzte Radicale. Organische Stoffe 61
78. Das Cyan und seine Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff. Cyanwasserstoffsäure, Cyansäure, Knallsäure, Cyanursäure . . . . . —
79 Aethylverbindungen. Geistige Gährung, Alkohol, Aether, Zucker . . 62
80 Acetylverbindungen. Essigsäure, Aldehyd 64
81. Glyceryl- und Margarylverbindungen. Margarin- und Stearinsäure, Seifen 65

Beispiele stöchiometrischer Aufgaben.

82. Atomgewichte der Grundstoffe . . . . . —
83. Aufgaben 66

Viertes Hauptstück.

Vom Gleichgewichte der Kräfte im Allgemeinen.

84. Begriff und Eintheilung der Mechanik Statik, Dynamik 67
85. Bestimmungsstücke einer Kraft. Angriffspunct, Richtung, Intensität . —
86. Messen der Kräfte 68
87 Darstellung der Kräfte durch Linien . . . . . —
88. Aequivalenz der Kräfte . . . . . —
89 Resultirende Kraft und Componenten . . . . . —

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, welche auf einen und denselben Punct wirken.

90 Existenz der Resultirenden mehrerer auf einen Punct wirkenden Kräfte 69
91. Resultirende mehrerer längs derselben Geraden auf einen Punct wirkenden Kräfte. Uebereinstimmende, entgegengesetzte Kräfte . . . —
92 Eigenschaften der Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte . . . . . —
93. Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte 70
94. Geometrische Construction der Größe der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte . . . 71

Seite

95. Richtung der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte 72
96. Parallelogramm der Kräfte. Kräftendreieck 75
97. Zusammensetzung mehrerer nach beliebigen Richtungen auf einen Punct wirkenden Kräfte 76
98. Zerlegung einer gegebenen Kraft . . . . . —
99. Lehrsätze zur Bestimmung des Größenverhältnisses zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte und ihrer Resultirenden 77

Zusammensetzung von Kräften mit verschiedenen Angriffspuncten.

100. Unveränderliche Verbindung materieller Puncte. Starres System . 78
101. Versetzung der Kräfte . . . . . —
102. Zusammensetzung zweier auf verschiedene Puncte wirkenden Kräfte. Erster Fall. Die in einerlei Ebene liegenden Richtungen der Kräfte bilden einen Winkel. Zweiter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und übereinstimmenden Richtungen. Dritter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und entgegengesetzten Richtungen 79
103. Zusammensetzung mehrerer parallelen Kräfte 81
104. Mittelpunct paralleler Kräfte 82
105. Bedingungen der Aequivalenz zweier Paare gleicher, parallelen, entgegengesetzten Kräfte . . . . . —

Die wichtigsten Fälle des Gleichgewichtes der Kräfte.

106. Bedingungen des Gleichgewichtes von Kräften, welche auf einen Punct wirken 83
107. Gleichgewicht dreier Kräfte mit völlig freiem Angriffspuncte . . . 84
108. Gleichgewicht drehender Kräfte. Drehungsmoment . . . . . —
109. Zusammensetzung der Drehungsmomente 85

Gleichgewicht der Kräfte an Maschinen.

110. Begriff einer Maschine und Arten derselben. Kraft, Last, statisches Verhältniß, einfache, zusammengesetzte Maschinen 86
111. Die einfachen Maschinen. 1) Hebel, 2) Wellrad, 3) Rolle, fixe und bewegliche, 4) Keil, 5) Schraube, 6) Gelenk 87
112. Beurtheilung zusammengesetzter Maschinen. Schraube ohne Ende, Flaschenzug 90
113. Allgemeines Mittel zur Beurtheilung des statischen Verhältnisses der Kräfte an einer Maschine 91

Fünftes Hauptstück.

Von der Bewegung.

114. Gegenstände der Betrachtung bei der Untersuchung einer Bewegung. Geradlinige, krummlinige Bewegung, Richtung, Zeit, Gesetz der Bewegung, Kraft 92
115. Gleichförmige Bewegung. Begriff der Geschwindigkeit 93
116. Aeußerung der Trägheit der Materie in der Bewegung 94
117. Ungleichförmige Bewegung. Beschleunigte, verzögerte Bewegung, mittlere Geschwindigkeit 95
118. Eintheilung der bewegenden Kräfte. Momentane, continuirliche Kräfte —
119. Vergleichung der Wirkungen momentaner Kräfte . . . . . —
120. Gleichförmig beschleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung. Acceleration, Retardation 97
121. Bestimmung des bei einer gleichförmig geänderten Bewegung zurückgelegten Weges . . . . . —
122. Nähere Betrachtung der gleichförmig beschleunigten Bewegung . . 98
123. Nähere Betrachtung der gleichförmig verzögerten Bewegung . . . 99
124. Eintheilung und Maß der continuirlichen Kräfte. Beständige, veränderliche Kräfte 100

Seite

125. Die einfachste Art schwingender Bewegung, als Beispiel der Wirkung einer veränderlichen continuirlichen Kraft. Schwingung, Schwingungsweite, Schwingungsintensität, Phase, Schwingungsdauer, Phasenzeit, entgegengesetzte Phasen 101
126. Krummlinige Bewegung 104
127. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn in Folge bloßer Trägheit . . —
128. Fliehkraft 106
129. Centralbewegung. Centralpunct, Centripetalkraft, Tangentialkraft, Radiusvector, Gleichheit der von ihm binnen gleicher Zeiten beschriebenen Flächenräume 107
130. Vergleichung der Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen der Bahn bei einer Centralbewegung 109
131 Allgemeine Formel für die Centralkraft . . . . . —
132. Centralkraft bei der elliptischen Bewegung 110
133. Zusammensetzung der Bewegungen. Componirende Bewegungen, resultirende Bewegung 114
134. Bedingung, unter welcher aus geradlinigen componirenden Bewegungen eine geradlinige resultirende entsteht 115
135. Beispiele krummliniger Bewegungen durch Zusammensetzung geradliniger 116

Bewegung eines Systems unveränderlich verbundener materiellen Puncte oder eines festen Körpers.

136. Progressive Bewegung. Masse eines Körpers, Mittelpunct der Masse, Größe der Bewegung 117
137. Bestimmung des Mittelpunctes der Masse eines Körpers 118
138. Begriff der Dichte eines Körpers. Gleichförmige, ungleichförmige, mittlere Dichte 119
139. Drehende Bewegung eines Körpers. Drehungsaxe, gleichförmige ungleichförmige Drehung, Winkelgeschwindigkeit 120
140. Moment der Trägheit 121
141. Beispiele der Berechnung der Trägheitsmomente. 1) Trägheitsmoment einer Stange, 2) eines Rades . . . . . —
142. Freie Axe. Stabilität der Axe, Schwungrad, Centralmaschine 123
143. Drehung eines Körpers um einen fixen Punct 125
144. Allgemeine Eigenschaft der Bewegung des Mittelpunctes der Masse —
145. Bewegung eines völlig freien, starren Körpers unter dem Einflusse beliebiger Kräfte 126
146. Stoß der Körper überhaupt. Gerader, schiefer Stoß 127
147. Gerader Stoß unelastischer Kugeln. 1) Gerader Stoß einer unelastischen Kugel gegen eine ruhende. 2) Gerader Stoß unelastischer, nach einerlei Richtung sich bewegenden Kugeln. 3) Gerader Stoß unelastischer gegen einander sich bewegenden Kugeln 128
148. Gerader Stoß vollkommen elastischer Kugeln. Erhaltung der Bewegungsgrößen, der lebendigen Kraft 129
149. Schiefer Stoß gleichförmig dichter Kugeln 131
150 Stoß einer Kugel gegen eine unbewegliche Wand. Senkrechter, schiefer Stoß, Reflexion 132
151. Hindernisse der Bewegung. Reibung, Widerstand des Mittels, Reibungscoefficient 133

Sechstes Hauptstück.

Von der Schwere.

152 Gesetze der Schwere der auf der Erde vorfindigen Körper. Verticale, horizontale Richtung, Gewicht, Schwerpunct, stabiles, labiles Gleichgewicht, Gleichheit des Verhältnisses der Massen und Gewichte, freier Fall . . . 135

Seite

153 Nähere Betrachtung der Standfähigkeit eines Körpers und Maß derselben Aufhängung, Unterstützung, Grundfläche, Directionslinie, Maß der Standfähigkeit 137

154 Beziehung zwischen Gewicht und Masse. Darstellung der Kräfte durch Gewichte, Arbeit, Nutzeffect einer Maschine 138

155. Absolutes, specifisches Gewicht eines Körpers und deren Beziehung zur Dichte 140

156. Theorie der Wage. Ausschlag, Empfindlichkeit, Abhängigkeit derselben von der Länge der Arme des Wagbalkens, von der Stellung des Mittelpunctes und Schwerpunctes des Balkens, von dem Gewichte der Wage und von der Belastung; Schnellwage 142

157. Bewegung geworfener Körper. Vertical abwärts gerichteter, aufwärts gerichteter, schiefer Wurf, Elevationswinkel, Wurfweite, deren Maximum . 145

158. Bewegung durch Ueberwucht. Ueberwucht einer Rolle, eines Wellrades 148

159 Fallmaschine 149

160 Gleichgewicht eines Körpers auf einer schiefen Ebene. Neigungswinkel, Länge, Basis, Höhe; relative Schwere, Gleichgewicht wenn die Kraft der Länge, wenn sie der Basis parallel wirkt, Bestimmung des Reibungscoefficienten . 150

161. Bewegung eines Körpers auf einer schiefen Ebene. Herabgleiten auf einer stetig krummen Bahn 152

162 Einfaches Pendel. Länge, Elongation, Schwingungsdauer 153

163. Zusammengesetztes Pendel. Schwingungspunct, reducirte Länge . . 155

164. Anwendungen des Pendels Zeitmessung, Compensation; Bestimmung der Intensität der Schwere, Reversionspendel 158

165. Verschiedenheit der Schwere auf der Erdoberfläche und Abhängigkeit derselben von der Gestalt und Arendrehung der Erde 159

1) Unsere Erde ist ein im Weltraume freier, kugelähnlicher Körper . 160

2) Die Erde dreht sich unablässig mit constanter Geschwindigkeit um eine durch ihren Mittelpunct der Masse gehende Are. Himmelssphäre, Weltare, Weltpole, Nordpol, Südpol, Horizont, Zenith, Nadir, Verticalkreise, Meridian, Nordpunct, Südpunct, Mittagslinie, Polhöhe, Parallelkreise, Aequator, nördliche, südliche Hemisphäre, Ostpunct, Westpunct, Aufgang, Untergang, Culmination der Gestirne, Fixsterne, Sternbilder, Circumpolarsterne, obere, untere Culmination, Sterntag, Planeten, Kometen, Sonnentag, Mittag, mittlere Sonnenzeit 161

3) Die Gestalt der Erde weicht von der Kugelform ab; die Erde ist ein abgeplattetes Sphäroid, dessen kleinere Are die Richtung der Weltare hat. Erdmeridian, Erdäquator, Längenunterschied, geographische Breite, geographische Länge, erster Meridian, Größe der Abplattung . . 164

4) Die Schwere auf der Erdoberfläche nimmt vom Aequator gegen die Pole hin zu 168

5) Die Abplattung der Erde, wie auch die Verringerung der Schwere am Aequator im Vergleiche mit ihrer Stärke an den Polen ist eine nothwendige Folge der Arendrehung der Erde. Abweichung fallender Körper von der Verticalrichtung . . . . . —

166 Abhängigkeit der Intensität der Schwere von der Entfernung der Körper von der Erde. Schwere des Mondes gegen die Erde, dessen Distanz von der Erde 170

167. Action einer homogenen Kugel auf einen Punct nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze 1) Action einer gleichförmig mit Materie besetzten Kugelfläche auf einen äußeren Punct 2) Action einer gleichförmig mit Materie besetzten Kugelfläche auf einen inneren Punct. 3) Action einer gleichförmigen, oder aus homogenen concentrischen Schichten bestehenden soliden oder hohlen Kugel auf einen Punct. 4) Action einer homogenen soliden Kugel auf einen Punct im Inneren 172

168. Action zwischen zwei homogenen kugelförmigen Körpern nach dem Newton'schen Gesetze 176

169 Schärfere Bestimmung der Gesetze der Schwere irdischer Körper . 177

Seite
170. Allgemeine Schwere. Kepler'sche Gesetze 178
171. Jährliche Bewegung der Erde. Scheinbare Bewegung der Sonne, Wendekreise, Jahreszeiten, Jahr, Ekliptik, deren Schiefe, Nachtgleichepuncte, elliptische Bahn, Bewegung der Erde und Sonne um den Mittelpunct ihrer Massen, Größe der Sonnenmasse, Sonnenparallaxe, mittlerer Sonnentag, mittlerer Mittag, Sonnenuhren, Zeitgleichung 180
172. Bewegung der Planeten um die Sonne. Hauptplaneten, Nebenplaneten Thierkreis, Himmelszeichen, Breite, Länge eines Gestirnes, Höhe, Azimuth, Declination, Rectascension, directe, retrograde Bewegung, Stillstehen, Conjunction, Opposition, Quadratur, synodische Umlaufszeit, siderische, Knoten, aufsteigender und absteigender, Knotenlinie, untere, obere Planeten. Schärfere Bestimmung des dritten Kepler'schen Gesetzes 187
173. Präcession der Nachtgleichen. Nutation, tropisches, siderisches Jahr, Kalender, Schalttage, Verhältniß des Sterntages zum mittleren Sonnentage 193
174 Störungen der Bewegungen der Planeten. Periodische, seculäre Störungen; Rückwärtsgehen der Knoten, Mondescykel, goldene Zahl . . . 196
175 Ebbe und Fluth des Meeres 197

Siebentes Hauptstück.

Statik tropfbarer Körper (Hydrostatik).

176 Allgemeiner Gesichtspunct der Betrachtung flüssiger Körper überhaupt, tropfbarer insbesondere 199
177. Voraussetzungen über die Wirkungsweise der zwischen den Molekeln eines tropfbaren Körpers bestehenden Kräfte . . . . . —
178. Wirkung eines tropfbaren Körpers auf sich selbst in Folge seiner Molecularkräfte 200
179. Gestalt der freien Oberfläche eines tropfbaren Körpers im Gleichgewichtszustande 202
180. Druck im Innern einer tropfbaren Flüssigkeit und gegen die Gefäßwände. Hydrostatisches Paradoron, Bramah'sche Presse, Wassersäulenmaschine, Ausflußgeschwindigkeit, Segner'sches Rad 204
181 Gleichgewicht tropfbarer Flüssigkeiten in Communicationsgefäßen. Erster Fall. Communicationsgefäß mit bloß einer Flüssigkeit. Zweiter Fall. Gleichgewicht heterogener Flüssigkeiten. Dritter Fall. Haarröhren 209
182 Druck der Flüssigkeiten gegen darin befindliche Körper 212
183 Gleichgewicht eines in einer Flüssigkeit frei beweglichen Körpers. Untersinken, Schwimmen 213
184 Bedingung der Stabilität des Gleichgewichtes eines Körpers in einer Flüssigkeit. Metacentrum 214
185. Hydrostatische Bestimmung der Volume, specifischen Gewichte und Dichten der Körper. Hydrostatische Wage und deren Gebrauch . . . 216
186 Aräometer. Gewichtsaräometer, Scalenaräometer 217

Achtes Hauptstück.

Statik ausdehnsamer Körper (Aërostatik).

187 Allgemeiner Ueberblick der Eigenschaften ausdehnsamer Körper. Spannkraft 219
Statik der atmosphärischen Luft mit Rücksicht auf Gase im Allgemeinen.
188 Messung der Expansivkräfte. Reduction der Quecksilberstände auf die Normaltemperatur 221
189. Druck der atmosphärischen Luft und dessen Ursache. Torricelli'scher Versuch 222
190 Barometer. Bedingungen der Genauigkeit und Tragbarkeit 224
191. Beziehung zwischen Barometer und Thermometer 226

Seite

192. Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von ihrer Dichte. Mariotte'sches Gesetz für verdichtete und für verdünnte Luft . . . 227
193. Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von ihrer Temperatur . . . 228
194. Luftthermometer . . . 229
195. Vergleichung der Expansivkräfte eines und desselben Gases bei verschiedenen Dichten und Temperaturen . . . 230
196. Vergleichung der Expansivkräfte verschiedener Gase. Ausdehnungscoefficient . . . 231
197. Princip der Einrichtung und des Gebrauches der Luftpumpe . . 232
198. Haupttheile und Arten der Luftpumpen. Hahn- und Ventilluftpumpen, Compressionspumpe, Barometerprobe . . . 233
199. Grenze der Verdünnung und Verdichtung der Luft mittelst der Luftpumpe. Schädlicher Raum, Babinet'scher Hahn, Vergleichung der Hahn- und Ventilpumpen . . . 235
200 Nachweisung der Eigenschaften der Luft mittelst der Luftpumpe . . 238
201. Bestimmung des specifischen Gewichtes und der Dichte der Luft und anderer Gase . . . —
202 Berechnung der Dichten zusammengesetzter Gase aus den Dichten ihrer Bestandtheile . . . 239
203. Scheinbarer Gewichtsverlust der Körper in der Luft . . . 240
204. Gesetz der Abnahme der Expansivkraft und Dichte von unten nach oben in einer gleichmäßig warmen Luftsäule . . . 241
205 Barometrische Höhenmessung. Grundformel, barometrischer Coefficient, Berücksichtigung der Temperatur und der geographischen Breite, Gauß'sche Formel, Beispiel der Berechnung eines Höhenunterschiedes . . . 242
206. Einige Fälle des Gleichgewichtes zwischen der Expansivkraft luftförmiger und dem hydrostatischen Drucke tropfbarer Körper. Heronsball, Heronsbrunn, Mariotte'sche Flasche, gekrümmter Heber, Wasserpumpen . 247
207. Gleichgewicht gemengter Gase . . . 250
208 Gleichgewicht absorbirter Gase. Absorptionscoefficient, Berechnung desselben für ein Gasgemenge . . . 252
209 Luftströmungen. Winde, Land- und Seewinde, Passate, Drehungsgesetz, Einfluß auf den Barometerstand . . . 254

Statik der Dünste.

210. Verdünstung und deren Ursache. Dunst und Dampf, Sieden, Papin'scher Digestor, Kryophor, Gefrieren des Wassers unter dem Recipienten der Luftpumpe . . . 256
211. Spannkraft der Dünste . . . 258
212. Dichte und specifische Expansivkraft des Dunstes . . . 262
213 Erscheinungen, welche von dem Dunstgehalte der Atmosphäre abhängen. Niederschläge, Thau, Reif, Nebel, Wolken, Regen, Schnee, Hagel . . . 263
214 Feuchtigkeitsgrad . . . 265
215. Hygrometrie. Thaupunct, Verdünstungstemperatur und deren Bestimmung, Schwefeläther-hygrometer und Psychrometer, Tafel der größten Spannkräfte des Wasserdunstes, Berechnung der Menge des Dunstes in der Luft . . . 266
216. Dampfmaschine. Einfach und doppelt wirkende, Niederdruck- und Hochdruckmaschinen, Dampfsteuerung, Expansionsmaschinen, Bemerkungen über die einzelnen Theile, Berechnung des Nutzeffectes . . . 271

Neuntes Hauptstück.

Von der wellenartigen Bewegung der Körper in Beziehung zu den Erscheinungen des Schalles.

217 Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe . . . 276

Seite
218. Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe 279
219. Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einer gleichförmig dichten Luftmasse 281
220. Fortpflanzung eines transversalen Impulses an einer gespannten Saite 284
221. Interferenz der Wellen. Schwingungsknoten 286
222. Entstehung der schwingenden Bewegung aus der Interferenz gleicher und entgegengesetzter Wellenzüge . . . . . —
223. Gesetze der transversalen Schwingung einer Saite 288
224. Bedingungen des Schalles 290
225. Tonhöhe und deren Maß. Klang, Geräusch, absolute, relative Tonhöhe, Grundton, Monochord, Syrene 291
226. Tonleiter und Tonintervalle. Großer und kleiner ganzer und halber Ton, chromatische Tonleiter, Temperatur 293
227. Fortpflanzung des Schalles in der Luft. Communicationsrohr, Schallstrahl 295
228. Reflexion des Schalles 297
229. Tönende Körper. Fortschreitende und stehende Schwingung, Tönende Körper: 1) Saiten, 2) die Luft, 3) Stäbe, 4) Platten 298
230 Mittönen 304
231. Das Gehörorgan 305

Zehntes Hauptstück.

Magnetismus.

232. Magnetische Erscheinungen. Magnetische Metalle, Pole, künstliche Magnete, Magnetnadel, Magnetische Batterie, Inclination, Declination, magnetischer Meridian und Aequator 306
233. Theoretische Ansicht der magnetischen Erscheinungen. Polarität, magnetische Materien, freier Magnetismus, Coercitivkraft 309
234. Einwirkung der Erde auf einen Magnet 312
235. Magnetische Axe 313
236. Magnetisches Moment . . . . . —
237. Schwingende Bewegung einer Magnetnadel 314
238 Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung 315
239. Fernwirkung zweier einander nahen ungleichnamigen Magnetpole . 317
240. Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetischen Meridiane durch einen Magnetstab 318
241. Reduction des magnetischen Zustandes eines Körpers auf dessen Oberfläche 319
242. Magnetische Curven 320
243. Magnetisirung durch Vertheilung 321
244. Veränderlichkeit des Erdmagnetismus. Magnetometer . . . . . —

Eilftes Hauptstück.

Elektricität.

245. Elektrische Fundamentalphänomene. Anziehung und Abstoßung, gute, schlechte Leiter, Isolirung, entgegengesetzte Elektricitäten, Elektrisirung durch Vertheilung, elektrische Atmosphäre 324
246. Hypothetische Ansicht des Wesens der Elektricität. Elektrische Materien, Quantität, Spannung, Strom, Anordnung der elektrischen Materien auf der Oberfläche eines Leiters, Abhängigkeit der Action von der Distanz . . . 328
247. Das Goldblatt-Elektroskop 331
248. Die Drehwage 333
249. Elektrisirmaschine 334
250. Elektrische Batterie. Leidner Flasche, Ladung und Entladung . . . 336

Seite
251. Geschwindigkeit der elektrischen Strömung 338
252. Elektrophor 339
253. Condensator. Duplicator 341
254. Berührungs-Elektricität. Volta'scher Fundamentalversuch 342
255. Gesetze der Volta-elektrischen Spannung. Spannungsreihe, Leiter erster und zweiter Ordnung 345
256 Volta'sche Ketten. Einfache, zusammengesetzte, offene, geschlossene, veränderliche, beständige 346
257. Elektrische Spannung einer Volta'schen Batterie. Pole, positiver und negativer 348
258. Trockene Säulen und darauf sich gründendes Goldblatt-Elektroskop 349
259. Elektrischer Strom einer Volta'schen Kette und dessen physiologische und thermische Effecte 350
260. Elektrolyse. Elektrolyt, Elektroden, Anode, Kathode, Jonen, Anion, Kation 351
261. Theoretische Vorstellung des Herganges der Elektrolyse 353
262. Meßbarkeit der elektrolytischen Action. Quantität der strömenden Elektricität, Stromstärke, Volta-Elektrometer 354
263. Chemischer Vorgang in der geschlossenen Volta'schen Kette . . . 355
264. Wechselwirkung zwischen einem elektrischen Strome und einem Magnete 356
265. Fundamentalgesetz der elektro-magnetischen Action. Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen, Ampère's Ansicht des Magnetismus . . . 358
266 Magnetisirungsvermögen des elektrischen Stromes. Elektromagnete . 362
267. Das Galvanometer. Tangentenbussole, Sinusbussole, Multiplicator, Differenzialgalvanometer . . . . . —
268. Erregung elektrischer Ströme durch Induction. Sekundäre Ströme, Rotationsmaschine 366
269. Thermoelektricität. Thermoelektrische Spannung und Strom, Thermoelektrische Säulen 368
270. Maß des Leitungswiderstandes Aequivalenz der Leiter, reducirte Länge, absoluter, specifischer Leitungswiderstand 370
271. Das Ohm'sche Gesetz Maß der elektromotorischen Kraft 372
272. Ausdehnung des Ohm'schen Gesetzes auf den Fall, wenn sich im Schließungsleiter der Stromquelle Flüssigkeiten befinden. Polarisation, Ladungssäule, Gasbatterie 373
273. Abhängigkeit des Effectes einer geschlossenen elektrischen Kette von der Größe und Anzahl der Elemente 376
274. Vortheilhafteste Anordnung einer Volta'schen Batterie 377
275. Betrachtung der galvanometrischen Apparate hinsichtlich ihres Leitungswiderstandes 379
276. Stromtheilung 381
277. Uebersicht der bis jetzt bekannten Erregungsweisen der Elektricität. Elektricitätserregung durch Druck, Spaltung, chemische Vorgänge, Lebensproceß 383
278. Atmosphärische Elektricität Blitz, Donner, Blitzableiter, Rückschlag, Nordlicht 384

Zwölftes Hauptstück.

Licht.

279. Verschiedenheiten der Körper bezüglich des Lichtes. Helligkeit, Dunkelheit, selbstleuchtende Körper, beleuchtete, durchsichtige, undurchsichtige . . . 386
280. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Lichtstrahl, Schatten . . . —
281. Intensität der Beleuchtung 389
282. Gesetze der Reflexion des Lichtes. Einfallspunkt, Einfallsloth, Einfallswinkel, Reflexionswinkel, regelmäßige, unregelmäßige Reflexion . . . 390
283. Erscheinungen an einem ebenen Spiegel. Ort, Stellung, Bewegung des Bildes, Winkelspiegel, parallele Spiegel 391

Seite

284. Der Heliostat 394
285. Erscheinungen sphärischer Hohlspiegel. Abweichung der reflectirten Strahlen, Brennlinien, Bildweite, Brennweite, Ort, Größe, Lage des Bildes eines ausgedehnten Gegenstandes 395
286. Sphärische Converspiegel 400
287. Gesetze der gewöhnlichen Brechung des Lichtes. Brechungsebene, Brechungswinkel, Brechungsverhältniß, Brechungsexponent, Brechung zum und vom Einfallslothe, totale Reflexion 401
288. Geometrische Construction des gebrochenen Strahles 404
289. Einfluß der Brechung des Lichtes in Wasser und Luft auf den scheinbaren Ort eines Gegenstandes. Luftspiegelung 405
290. Brechung des Lichtes in sphärischen Linsen Arten der Linsen, Axe, Centrirung, sphärische Abweichung, Sammel- und Zerstreuungslinsen . . 406
291. Erscheinungen an Sammellinsen. Hauptstrahl, optischer Mittelpunct, Ort, Größe, Lage des Bildes 410
292. Erscheinungen an Zerstreuungslinsen 411
293. Zerlegung des Lichtes in farbige Bestandtheile. Einfaches, zusammengesetztes Licht, complementäre Farben 412
294. Dunkle Linien im prismatischen Spectrum. Minimum der Abweichung des durch ein Prisma gebrochenen Strahles 414
295. Genauere Deutung des Gesetzes der gewöhnlichen Brechung des Lichtes Bestimmung des Brechungsexponenten 417
296. Erklärung des Regenbogens 418
297. Achromatische Linsen 422
298. Optische Instrumente. Objective, subjective Bilder, Ocular, Objectiv, dioptrische, katoptrische Instrumente, Vergrößerung, optischer Winkel, Sehweite. Besondere Instrumente: 1) Camera obscura. 2) Sonnen- oder Gasmikroskop. 3) Brillen für kurzsichtige Augen. 4) Brillen für Weitsichtige, Lupen, einfache Mikroskope. 5) Zusammengesetzte Mikroskope. 6) Galilei'sches Fernrohr. 7) Astronomisches Fernrohr. 8) Erdfernrohr. 9) Newton'sches Spiegelteleskop. 10) Gregori'sches Spiegelteleskop 425
299. Das Auge und der Hergang des Sehens 434
300. Gesetze des Sehens. Gefärbte Schatten, optische Täuschungen . . . 435
301. Geschwindigkeit des Lichtes 438
302. Aberration des Lichtes 440
303. Theoretische Ansicht des Lichtes 442
304. Interferenz des Lichtes . . . . . —
305. Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte 445
306. Beugung des Lichtes durch mehrere Spaltöffnungen. Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes 447
307. Beugung des Lichtes durch einen schmalen undurchsichtigen Körper . 450
308. Beugung des Lichtes in Verbindung mit Reflexion und Brechung und Erklärung letzterer Vorgänge 451
309. Brechung des Lichtes im Doppelspathe. Gewöhnlich gebrochener, ungewöhnlich gebrochener Strahl, optische Axe, Hauptschnitt, Doppelwelle, Construction der gebrochenen Strahlen, besondere Sätze, Verdopplung der Bilder 453
310. Doppelte Brechung in anderen Substanzen. Axe der doppelten Brechung, Wellenfläche in rhomboedrischen und pyramidalen Krystallen; zweiaxige Krystalle, Absorption eines Strahles im Turmalin, Dichroismus . . 456
311. Polarisation des Lichtes durch doppelte Brechung. Polarisationsebene, entgegengesetzte Polarisationszustände, unpolarisirtes Licht 458
312. Erklärung des Polarisationszustandes und der doppelten Brechung. Interferenz polarisirter Strahlen, transversale Richtung der Lichtschwingungen, Schwingungsformeln für homogenes und polarisirtes Licht 460
313. Polarisation des Lichtes durch Reflexion und einfache Brechung. Vollkommene, unvollkommene Polarisation, Polarisationswinkel, Gleichungen für die Intensitäten des reflectirten und gebrochenen Strahles bei einfallendem polarisirten Lichte 463

Seite

314. Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Platten im polarisirten Lichte. Complementäre Bilder 466

315. Polarisationsapparate. Polarisirender, analysirender Bestandtheil, Turmalinzange, Projectionsapparat, Polarisationsinstrument, Airy's Ocular, Rochon's Prisma, Nicol's Prisma, parallele, gekreuzte Stellung, Erscheinungen in der Sehweite, mit Strahlen von verschiedener Incidenz, Farben der Krystallplatten, Seebeck'sche Figuren, Ringsysteme einaxiger und zweiaxiger Krystalle 468

316. Circulare und elliptische Polarisation. Geradlinig polarisirtes Licht, dessen Umwandlung in circular oder elliptisch polarisirtes durch doppelte Brechung, durch Reflexion an Metallflächen, Fresnel'sches Parallelepiped, Drehung der Polarisationsebene in Bergkrystallplatten, rechts und links drehende Bergkrystalle, drehende Flüssigkeiten, Einfluß circulären Lichtes auf die Ringfiguren der Krystallplatten, Nachahmung der Erscheinungen des Bergkrystalles . . 473

317. Farben dünner Plättchen durchsichtiger Körper in gewöhnlichem Lichte. Newton'sches Farbenglas, Theorie 475

318 Physiologische und chemische Wirkungen des Lichtes 479

319. Photographie. Daguerrotypie 480

Dreizehntes Hauptstück.

Strahlende Wärme.

320. Existenz der strahlenden Wärme. Bewegliches Gleichgewicht der Wärme 481

321. Instrumente zur Nachweisung und Messung der strahlenden Wärme. Differenzialthermometer, Thermosäule 482

322. Geradlinige Fortpflanzung der strahlenden Wärme 483

323. Reflexion der strahlenden Wärme 484

324. Brechung der strahlenden Wärme . . . . . —

325. Absorption der Wärmestrahlen durch diathermane Medien . . . 485

326. Polarisation der strahlenden Wärme 486

327. Ausstrahlungsvermögen der Körper 487

Anfangsgründe

der

Physik.

Einleitung.

1. **Definition der Physik.** Die Physik ist die Wissenschaft, welche die Bestimmung und die Erklärung der Erscheinungen in der unorganischen Natur zum Gegenstande hat.

Erscheinung (Phänomen) heißt hier jedes Object sinnlicher Wahrnehmung; unter Natur ist der Inbegriff des Sinnlichwahrnehmbaren, die Sinnenwelt zu verstehen. Bei jeder Erscheinung kommt in Betrachtung, worin sie besteht, und wodurch sie besteht, d. h. es handelt sich um ihre Gesetze und um ihre Ursache. Die Gesetze einer Erscheinung angeben, heißt die Erscheinung bestimmen; die Ursache einer Erscheinung angeben, heißt die Erscheinung erklären. Die Beschränkung des Gegenstandes der Physik auf die Erscheinungen in der unorganischen Natur unterscheidet diese Wissenschaft von der Physiologie, welche es mit der Untersuchung der Erscheinungen des Lebens der organisirten Wesen (des Menschen, der Thiere und der Pflanzen) zu thun hat. Physik und Physiologie könnte man unter der gemeinschaftlichen Benennung Naturlehre zusammenfassen; dem herrschenden Sprachgebrauche zu Folge ist jedoch dieses Wort mit Physik gleichbedeutend.

2. **Wege zur Bestimmung einer Erscheinung.** Die Gesetze einer Erscheinung werden entweder durch die empirische oder durch die theoretische Methode aufgefunden. Die empirische Methode, auch Induction genannt, besteht in der Ableitung der Gesetze, an welche eine Erscheinung gebunden ist, aus der Art und Weise des Herganges der Erscheinung selbst, indem man annimmt, daß eine Regel, die sich in einer gewissen Anzahl einzelner Fälle bewährt, als der Ausdruck eines Naturgesetzes angesehen werden dürfe. Die theoretische Methode besteht in der Ableitung der Gesetze einer Erscheinung aus der Wirkungsweise ihrer Ursache durch folgerechte Schlüsse.

Steht zwischen beiden Methoden die Wahl frei, so verdient die theoretische den Vorzug. Sie erschöpft den ganzen Umfang der auf die zu untersuchende Erscheinung sich beziehenden möglichen Erfahrung, und liefert Resultate, welche, wenn von einer feststehenden Grundlage ausgegangen wurde, nothwendig allgemein gelten. Die empirische Methode dagegen führt, weil es nicht möglich ist alle denkbaren Fälle einzeln zu prüfen, nur Wahrscheinlichkeit, keine absolute Gewißheit mit sich. Doch erreicht diese Wahrscheinlichkeit unter geeigneten Umständen einen so hohen Grad, daß wir den Resultaten bloßer Induction eben so vertrauen, wie den ausgemachtesten Wahrheiten. Die An-

wendung der theoretischen Methode setzt aber die Kenntniß der Ursache der in Rede stehenden Erscheinung, und überdieß die Fähigkeit voraus, die durch die vorliegenden Daten bedingten Folgerungen wirklich abzuleiten. In den Fällen, wo das eine oder das andere mangelt, wird die empirische Methode äußerst schätzbar; hat sie die Gesetze der Erscheinung enthüllt, so wird dadurch auch der Weg zur Auffindung der Erklärung gebahnt. Hieraus erhellet, wie die Bestimmung und die Erklärung der Erscheinungen einander wechselweise unterstützen, und warum beide in Verbindung behandelt werden müssen.

3. **Arten der Erklärung einer Erscheinung.** Die Erklärung einer Erscheinung ist entweder *apodiktisch* oder *hypothetisch*. Erstere findet statt, wenn die Ursache der Erscheinung in Folge eines strengen Beweises mit völliger Gewißheit angegeben wird; letztere besteht in einer bloßen Vermuthung über diese Ursache.

Der Leitfaden bei dem Entwurfe einer hypothetischen Erklärungsweise ist die *Analogie*, d. h. die Voraussetzung, daß ähnlichen Wirkungen ähnliche Ursachen entsprechen. Einer solchen Erklärung kann nur in so fern Gehör gegeben werden, als die apodiktische Erklärung noch mangelt; ihre Zulässigkeit hängt von ihrem Wahrscheinlichkeitsgrade ab. Dieser erscheint verschiedenen Naturforschern nicht stets gleich groß, weßwegen nicht selten über die Ursache einer und derselben Erscheinung verschiedene Hypothesen Platz greifen. Bei vorsichtigem Gebrauche sind gut gewählte Hypothesen dem Fortschreiten der Physik zuträglich; sie begünstigen die Uebersicht der Erscheinungen, eröffnen der Forschung neue Zielpuncte, und beschleunigen durch die Anregung zu ihrer völligen Begründung oder Widerlegung die Auffindung der apodiktischen Erklärungen. Mehrere der vollendetsten Erklärungen, welche die Physik heut zu Tage aufzuweisen hat, konnten bei ihrem Ursprunge für nicht mehr als Hypothesen gelten, und erhoben sich nur allmälig zum Range festbegründeter Wahrheiten.

4. **Naturkräfte.** Die Forschung nach der Ursache einer Erscheinung führt in vielen Fällen zu dem Resultate, daß diese Erscheinung die Folge einer andern Erscheinung ist, was die Forderung nach sich zieht, auch letztere zu erklären. Man kommt so, nach einer längern oder kürzern Reihe von Erklärungen, diese mögen apodiktische oder hypothetische seyn, zuletzt auf Erscheinungen, für welche sich kein sinnenfälliger Grund mehr voraussetzen läßt. Einen Grund muß aber jedes solche oberste Glied einer Kette von Wirkungen und Ursachen doch haben; man bezeichnet ihn mit dem Worte *Kraft*, und benennt jede Kraft nach der durch dieselbe hervorgebrachten Erscheinung. In diesem Sinne spricht man von Schwerkraft, Abstoßungskraft u. dgl. Das Wesen einer Kraft ist uns gänzlich verborgen; nur das Gesetz ihrer Thätigkeit ist Gegenstand unserer Erkenntniß. Die Entdeckung der Gesetze, nach welchen die Kräfte in der unorganischen Natur wirken, ist sonach das höchste Ziel der physikalischen Forschung.

In der Annahme einer Kraft liegt immer etwas Hypothetisches, denn man *setzt bloß voraus*, daß gewissen Erscheinungen keine sinnlich wahrnehmbaren Ursachen entsprechen. Die Physik hat sich der wahren Lösung ihrer Aufgabe um so mehr genähert, je geringer die Anzahl der Kräfte ist, die sie zu ihren Erklärungen postulirt.

5 **Beobachtung, Versuch.** Die Grundlage jeder physikalischen Forschung ist die sinnliche Wahrnehmung oder Erfahrung. Sie wird durch aufmerksame Betrachtung der Erscheinungen gewonnen. Jede solche Betrachtung einer Erscheinung zum Behufe ihrer Untersuchung heißt Beobachtung. Die Erscheinungen erfolgen entweder unabhängig von unserer Thätigkeit, nach dem Gange der Natur, oder sie werden durch unsere Beihilfe veranlaßt. Wenn es nicht in unserer Macht steht, eine Erscheinung herbeizuführen, so können wir doch darnach streben, sie nachzuahmen. Eine Erscheinung zum Behufe der Untersuchung hervorrufen, heißt einen Versuch (ein Experiment) anstellen.

Versuche sind die wirksamste Hilfsquelle des Physikers. Da es dabei in seiner Macht liegt, die Umstände, unter welchen die Erscheinungen auftreten, mannigfaltig abzuändern, so kann er ein Phänomen von allen Seiten betrachten, und somit die Haltbarkeit einer Bestimmung oder Erklärung auf das schärfste prüfen. Oft sind Versuche das einzige Mittel die Existenz gewisser Naturkräfte zu entdecken und deren Gesetze zu erkennen. Auch bei dem Unterrichte in der Physik dienen sie als unentbehrliche Erläuterungs- und Beweismittel.

6. **Physikalische Apparate.** Zur Anstellung von Beobachtungen überhaupt und zum Experimentiren insbesondere sind mannigfaltige Werkzeuge und Geräthschaften nothwendig, theils um das Gebiet der sinnlichen Wahrnehmung zu erweitern (Maßstäbe, Winkelmesser, Vergrößerungsgläser, Fernröhren, Uhren u. dgl.), theils um die zum Auftreten der Erscheinungen dienlichen Umstände herbeizuführen. Man nennt solche Geräthschaften physikalische Instrumente oder Apparate. Wie sie beschaffen seyn und gebraucht werden sollen, läßt sich nur nach gehöriger Erwägung der Zwecke angeben, wozu sie bestimmt sind.

7. **Theile der Physik.** Jede Classe von Erscheinungen, die aus irgend einem Gesichtspuncte betrachtet, sich als gleichartige, mithin zusammengehörende darstellen, kann abgesondert untersucht, und als Object einer eigenen Naturwissenschaft behandelt werden. Dieser Umstand einerseits, und die Reichhaltigkeit des physikalischen Materiales andererseits, hat die Entstehung und Fortbildung mehrerer Wissenschaften veranlaßt, welche man nach dem am Eingange aufgestellten Begriffe der Physik sämmtlich als Theile letzterer anzusehen hat. Dergleichen Wissenschaften sind: die Mechanik, die Astronomie, die Akustik, die Optik, die Chemie u. m. a. Gegenwärtiges Buch enthält, so weit dieß mit seinem Zwecke sich verträgt, die Grundlage jeder dieser Wissenschaften, ohne jedoch durch eine strenge Scheidung ihrer Gebiete, der Faßlichkeit der Darstellung, zu welcher eine naturgemäße Verknüpfung der einzelnen Lehren wesentlich beiträgt, Abbruch zu thun.

Man pflegt häufig die Chemie der Physik als eine von dieser wesentlich verschiedene Wissenschaft gegenüber zu stellen, indem man das Gebiet der Physik auf die äußeren, d. h. in Bewegungen bestehenden Phäno-

mene beschränkt, der Chemie dagegen die Betrachtung derjenigen Erscheinungen zuweiset, welche sich auf die innere Beschaffenheit der Naturdinge beziehen. Will man diese Abtheilung der Gegenstände und die darauf gegründete, auch in dem gewöhnlichen Sprachgebrauche herrschend gewordene, Trennung der Physik und Chemie gelten lassen, so muß man zwischen Physik im weiteren und im engeren Sinne des Wortes unterscheiden. Uebrigens spricht die Gesammtheit der bisherigen Erfahrungen dafür, daß die sogenannten chemischen Erscheinungen durch Kräfte derselben Art hervorgerufen werden, wie die Phänomene, welche man jederzeit als den eigentlichen Gegenstand der Physik betrachtet hat. Dieß zugegeben, fällt jeder Grund hinweg, die Beziehung zwischen Chemie und Physik für eine andere zu halten, als diejenige ist, welche zwischen Physik und Astronomie, oder Optik, oder irgend einem andern Theile der Physik, der sich zum Range einer selbstständigen Wissenschaft emporgeschwungen hat, besteht. Aus diesem Grunde blieb in der am Eingange des gegenwärtigen Buches aufgestellten Definition der Physik die so eben erwähnte Einschränkung des Gegenstandes dieser Wissenschaft unbeachtet.

8. **Hilfswissenschaften der Physik.** Als Hilfswissenschaften der Physik sind die Mathematik und die Naturgeschichte zu nennen; erstere, weil sie die Ableitung unbekannter Beziehungen zwischen Größen aus bekannten Verknüpfungen derselben zu Stande zu bringen lehrt, wovon in der Physik, welche der Mathematik selbst reichliche Veranlassung zu ihrer Ausbildung darbietet, durchgehends Gebrauch gemacht wird: letztere, weil sie die Classification der Naturproducte zum Gegenstande hat. Für die Physik ist jedoch jener Theil der Naturgeschichte, welcher die unorganischen Naturproducte betrachtet, nämlich die Mineralogie, vorzugsweise wichtig.

Erstes Hauptstück.

Von den Körpern im Allgemeinen.

9. **Begriff eines Körpers.** Alle sinnlichen Wahrnehmungen, insbesondere jene, welche der Tastsinn vermittelt, nöthigen uns, das Vorhandenseyn einer Menge von Dingen zuzugeben, die uns als ausgedehnt, d. h. Raum einnehmend erscheinen, deren Wesen jedoch durch das bloße Merkmal der Ausdehnung keineswegs hinreichend bezeichnet wird, sondern darin besteht, daß in dem Raume, welcher einem solchen Dinge angehört, ein auf unsere Sinne einzuwirken fähiges Reales sich vorfindet, von dem wir sagen, daß es diesen Raum erfülle. Was sich unseren Sinnen als raumerfüllend darstellt, heißt Materie oder Stoff; Materie von begrenzter Ausdehnung heißt ein Körper.

10. **Geometrischer, physischer Körper.** Denkt man sich aus dem Raume eines Körpers alle Materie hinweg, so gelangt man zur Vorstellung eines begrenzten leeren Raumes. Ein solcher wird ein geometrischer Körper genannt, im Gegensatze mit dem physi-

schen, in dessen Raume irgend ein Stoff enthalten ist. Was die Geometrie von dem ersteren lehrt, ist offenbar auch auf letzteren anwendbar.

11. **Volum, Figur.** Die geometrische Betrachtung eines physischen Körpers bezieht sich auf die Größe seines Raumes, auf die Art der Begrenzung, und auf die damit zugleich gegebenen Flächen, Linien und Puncte. Der Raum eines Körpers, lediglich in Hinsicht auf Größe betrachtet, heißt Volum; die Art seiner Begrenzung heißt Gestalt oder Figur.

12. **Einheit zum Messen der Volume.** Um ein Volum nach den Vorschriften der Geometrie messen, und in Folge dessen durch eine Zahl ausdrücken zu können, muß vor Allem eine bestimmte Länge als Einheit der Längen gewählt worden seyn; das Quadrat, dessen Seite dieser Längeneinheit gleich ist, dient sodann als Einheit der Flächen, und der Würfel, welchen die Längeneinheit zur Seite hat, als Einheit der Volume. Als Längeneinheit wird, sowohl um allzuhohe Zahlen, wie auch allzukleine Brüche zu vermeiden, nicht stets dieselbe Länge angenommen; nur müssen die verschiedenen Längen, deren man sich zu diesem Behufe bedient, in bekannten Verhältnissen stehen, damit man die Resultate der Messung oder Rechnung nach einer dieser Einheiten nöthigenfalls durch jede andere ausdrücken könne.

Im Folgenden wird nach Umständen, bald das Wiener Maß, bald das metrische oder neufranzösische, zuweilen auch das altfranzösische (Pariser) Maß gebraucht. Die Grundlage des Wiener Maßes ist die Klafter; sie wird bekanntlich in 6 Fuß eingetheilt; 1 Fuß enthält 12 Zoll, 1 Zoll enthält 12 Linien. Eine ähnliche Eintheilung hat das altfranzösische Maß, bei welchem die Toise die Stelle der Klafter vertritt. Wiener Maß wird durch Multiplication mit 0,973103 in gleichnamiges Pariser; dieses durch Multiplication mit 1,02764 in jenes umgesetzt.

Das neufranzösische Maß ist seiner Decimaleintheilung wegen zur Rechnung äußerst bequem. Die Grundlage desselben ist der Meter. Der zehnte, hundertste, tausendste Theil des Meters heißt Decimeter, Centimeter, Millimeter; 10, 100, 1000, 10000 Meter heißen Dekameter, Hektometer, Kilometer, Myriameter, und auf ähnliche Weise werden nach neufranzösischer Art auch die dekadisch gebildeten aliquoten Theile und Vielfachen anderer Einheiten benannt. Ein Würfel, dessen Seite einem Decimeter gleich ist, heißt Liter. Ein Kiloliter (Kubikmeter) führt den Namen Stere. Zur Reduction des metrischen Maßes auf das Wiener und Altpariser, und umgekehrt, dienen folgende Angaben:

Es ist 1 Wiener Fuß = 0,3161023 Meter;
1 » Zoll = 0,0263418 Meter;
1 » Linie = 2,195 Millimeter;
1 Meter = 3,163532 Wien. Fuß = 3 Fuß 1 Zoll 11,549 Linien;
1 Decimeter = 3,79624 Wiener Zoll = 3 Zoll 9,5549 Linien;
1 Centimeter = 4,5555 Wiener Linien;
1 Millimeter = 0,4555 Wiener Linien;
1 Liter = 54,7093 Wiener Kub. Zoll;
1 Toise = 1,94904 Meter; 1 Meter = 0,513074 Toise.

In Betreff der in Wien gangbaren Maße dürften noch folgende Daten bemerkenswerth seyn:

Es ist 1 Elle = 2,465 Fuß = 29,58 Zoll = 29 Zoll 6,96 Linien;
1 Eimer = 1,792 Kubikfuß;
1 Maß = $^1/_{40}$ Eimer = 0.0448 Kub. Fuß = 77,4144 Kub. Zoll;
1 Seitel = $^1/_4$ Maß = 19,3536 Kub. Zoll;
demnach ist 1 Liter = 2,827 Wiener Seitel.

13. **Undurchdringlichkeit.** Untersuchen wir näher, wie sich die Materialität dem Tastsinne kund gibt, so finden wir, daß es durch den Widerstand geschieht, den das einen Körper betastende, mithin in den Raum desselben einzudringen suchende Organ an der Begrenzung des Körpers erfährt. Diese Thatsache ist aber nur ein besonderer Fall des durch die alltäglichsten Erfahrungen bewährten Gesetzes, daß zwei verschiedene Körper oder Theile der Körper nicht zugleich einen und denselben Raum einnehmen können, sondern, daß wenn Materie in einen von Materie bereits erfüllten Raum eindringt, letztere daraus weichen muß. Dieses Behaupten des eigenen Raumes ist also der Charakter des Raumerfüllens, und heißt die Undurchdringlichkeit der Materie.

Aus der Undurchdringlichkeit der Luft erklärt es sich, warum ein mit abwärts gekehrter Mündung in Wasser gesenktes Trinkglas sich nicht füllt, sondern, damit dieses geschehe, vorerst der darin enthaltenen Luft ein Ausweg gestattet werden muß. Aus demselben Grunde läuft eine Flüssigkeit nicht durch den an den Hals einer Flasche luftdicht passenden Trichter; in einen geschlossenen Cylinder läßt sich ein gut passender Stempel nicht bis an den Boden schieben u. dgl. m.

14. **Trägheit der Materie.** Das Behaupten des Raumes, den Materie einnimmt, geht jedoch nicht so weit, daß dieselbe an einen bestimmten Theil des unbegrenzten Raumes, d. h. an einen bestimmten Ort gebunden wäre. Jeder Körper kann den Ort, worin er sich befindet, verlassen und in andere Orte übergehen, d. h. sich bewegen. Allein hiebei äußert sich die Materialität wieder, und zwar dadurch, daß kein Körper aus dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung selbstthätig überzugehen vermag, sondern dazu eine eigene Ursache nöthig ist, welche wir, da sie sich uns nicht als etwas Sinnlichwahrnehmbares darstellt, bewegende Kraft nennen. Eben so wenig kann ein in Bewegung befindlicher Körper sich durch sich selbst zur Ruhe bringen, oder auch nur seine Bewegung in irgend einer Beziehung (Richtung, Geschwindigkeit) abändern; es wird dazu stets die Dazwischenkunft einer activen oder passiven Ursache, einer Kraft oder eines Hindernisses erfordert. Die Unfähigkeit eines Körpers, seinen Zustand in Hinsicht auf Bewegung und Ruhe durch sich selbst zu ändern, heißt Trägheit, und wird als ein mit dem Wesen der Materie innig und nothwendig verbundenes Merkmal angesehen. In diesem Sinne kann man daher auch die Materie als das Träge im Raume definiren.

Die Trägheit der Materie gibt sich bei jeder Bewegung kund. Ein Körper, den wir auf dem Boden fortschleudern, geht um so weiter, je glatter der Boden ist; auf einer Eisfläche viel weiter als auf gewöhnlichem Boden: wir schließen aus dem Andauern der Bewegung bei Verminderung des durch die Reibung am Boden verursachten Hinder-

nisses, daß der Körper nicht aufhören würde sich zu bewegen, wenn wir im Stande wären jedes Hinderniß zu beseitigen. Ein gewichtiger Kreisel, ein Schwungrad u. dgl. bleibt um so länger in Bewegung, je weniger die Hindernisse störend einwirken; die Himmelskörper, denen keine merklichen Hindernisse im Wege stehen, behalten ihre Bewegung fortwährend mit der größten Regelmäßigkeit. Die hierin liegende Aeußerung ihrer Trägheit bürgt uns zugleich für ihre Materialität, die wir an ihnen durch das Merkmal der Undurchdringlichkeit nicht erproben können.

Die sogenannten willkürlichen Bewegungen der thierischen Organismen bilden keine Ausnahme von dem Gesetze der Trägheit, denn auch hier ist die Ursache der Bewegung von dem Trägen, das bewegt wird, verschieden.

15. Theilbarkeit der Materie. Da der Materie das Merkmal der Ausdehnung zukommt, so stellt sich uns dieselbe zugleich als ein aus Theilen Bestehendes dar. Jedoch folgt hieraus keineswegs, daß diese Theile sich von einander absondern lassen und als selbstständige Körper zu existiren vermögen, d. h. daß die Materie wirklich theilbar sey. Die Erfahrung lehrt aber, daß jeder Körper, den wir sinnlich wahrnehmen, durch gehörige Anwendung äußerer Gewalt in Theile zerlegbar ist, die wieder einer weiteren Theilung unterworfen werden können, bis endlich die Unvollkommenheit unserer Sinne und Werkzeuge dieser Operation eine Grenze setzt. Dieser Umstand macht es höchst wahrscheinlich, daß die Theilung, wenn uns nur die dazu gehörigen Mittel zu Gebote wären, noch weiter getrieben werden könnte. Wenigstens läßt sich in mehreren Fällen, zumal wenn die Theilung ohne unsere unmittelbare Einwirkung auf die zu theilende Substanz vor sich geht, eine außerordentliche Kleinheit von Körpertheilchen, die für sich als Körper bestehen, nachweisen. Ob aber die Theilung der Materie an sich betrachtet ohne Ende fortgehen könnte, oder ob in dem Wesen der Materie selbst eine Beschränkung ihrer Theilbarkeit liege, darüber gibt uns weder unmittelbare Erfahrung, noch eine auf haltbare Erfahrung gestützte Theorie Aufschluß, sondern, was hierüber bis jetzt von verschiedenen Seiten ausgesprochen wurde, beruht auf bloßer Hypothese. Zur Erklärung der Thatsachen, welche die Grundlage des gegenwärtigen Zustandes der Wissenschaft ausmachen, genügt die gewiß nicht zu bezweifelnde Voraussetzung, daß die Körper aus Theilen bestehen, welche einzeln genommen, der Kleinheit ihrer Dimensionen wegen, sich unserer sinnlichen Auffassung gänzlich entziehen. Solche Theilchen nennen wir im Allgemeinen Molekel (molécules), und lassen es dahin gestellt seyn, ob sie noch weiter getheilt werden können oder nicht. Bei der Anwendung der Mathematik auf physikalische Probleme erlaubt man sich die Molekel als Puncte zu behandeln, und nennt sie in diesem Falle, zur Unterscheidung von den geometrischen Puncten, materielle Puncte.

Beispiele sehr weit gehender Theilung bieten uns die riechenden Stoffe dar. Wir können ihre Einwirkung auf das Geruchsorgan nur durch die Annahme begreifen, daß Theilchen eines solchen Stoffes mit diesem Organ in Berührung kommen. Erfüllt nun eine ihrer Kleinheit wegen

unmerkliche Quantität eines stark riechenden Stoffes, z. B. Moschus, einen großen Raum allenthalben mit deutlich wahrnehmbarem Geruche, d. h. sind in jedem Theile dieses Raumes Theilchen des riechenden Stoffes, die unser Geruchsorgan merklich afficiren, vorhanden, so müssen derlei Theilchen, selbst einer nur oberflächlichen Schätzung zu Folge, von ungemeiner Kleinheit seyn. Aehnliche Fälle sehr weit gehender Theilung liefert die Färbung einer großen Menge Wasser durch eine geringe Menge eines färbenden Stoffes, z. B. Carmin; die Feinheit der Gewebe gewisser Insecten, vor Allem aber die mikroskopische Welt der Infusionsthierchen.

16. **Porosität.** Das Volum, welches wir einem Körper zuschreiben, wird von der Materie, aus welcher wir den Körper bestehend denken, nicht stetig erfüllt, d. h. nicht so, daß im Innern dieses Volums überall solche Materie vorhanden wäre, sondern viele Theile des Volums enthalten diese Materie nicht, und es können fremdartige Stoffe darin Platz finden. Derlei Zwischenräume heißen Poren, und die Eigenschaft der Körper Poren zu haben heißt die Porosität. An mehreren Körpern lassen sich diese Zwischenräume durch das bloße Auge wahrnehmen, an andern Körpern wird ihre poröse Beschaffenheit durch Betrachtung der äußern Oberfläche, wie auch der Schnittflächen, mittelst eines Vergrößerungsglases erkannt; oft schließen wir auf die Anwesenheit der Poren aus dem Umstande, daß sich flüssige Stoffe durch Körper hindurchpressen lassen, oder von denselben eingesogen werden, und daraus in Folge geeigneter Behandlung entweichen. Da das Volum jedes Körpers veränderlich ist, insbesondere durch Anwendung äußerer Gewalt, als auch, wie die Folge lehren wird, durch Wärmeentziehung verkleinert werden kann, aber kein Grund vorliegt, den kleinsten Theilen der Körper die Undurchdringlichkeit abzusprechen, so erscheint die Annahme vollkommen zulässig, daß die Theilchen der Körper durch Intervalle von einander getrennt sind. Doch kann man sich bei vielen, insbesondere bei mathematischen Untersuchungen, ohne merklichen Fehler erlauben, von der Anwesenheit der Poren abzusehen, und die Körper so zu betrachten, als ob ihre Materie das Volum mit Stetigkeit erfüllte.

Folgende Erscheinungen können als Beweisgründe für die Porosität gelten: Quecksilber läßt sich durch Holz pressen; Oehle ziehen sich in Holz, in Steine; Wasser zieht sich in den Hydrophan hinein, und macht ihn durchsichtig, während er, so wie viele andere Körper im Wasser, Luftblasen von sich gibt, dergleichen auch durch Erwärmung in Wasser und andern Flüssigkeiten erscheinen.

Zweites Hauptstück.

Von den Kräften der Materie.

17. **Eintheilung und Aufzählung der an der Materie vorfindigen Kräfte.** Die Gesammtheit der Naturphänomene führt uns zur Erkenntniß, daß die kleinsten Theile der Körper wechselseitig auf einander bewegende Kräfte ausüben. Wir finden an den Körpern nach Umständen ein Bestreben zur Annäherung oder zur Entfernung, wofür sich kein sinnlich wahrnehmbarer Grund angeben läßt, zu dessen Erklärung wir daher die Materie mit anziehender und abstoßender Kraft begabt denken. Unter diesen Kräften gibt es einige, welche nur bei den kleinsten Abständen der Körpertheilchen, die wir von der Berührung nicht zu unterscheiden vermögen, wahrnehmbare Effecte hervorbringen, während andere Kräfte auf meßbare Distanzen hin mit merklicher Stärke wirken. Letztere Kräfte nennen wir fernwirkende: erstere heißen Molecularkräfte. Fernwirkende Kräfte sind: die Schwerkraft, die magnetischen, die elektrischen Kräfte; als Molecularkräfte zeigen sich diejenigen, worauf die Aggregationsformen der Körper, dann die Erscheinungen der Adhäsion, der Auflösung, Mischung, Absorption, der Krystallisation, endlich die chemischen Wirkungen beruhen.

18. **Schwere.** Alle Körper, welche wir isolirt zu untersuchen im Stande sind, zeigen an allen uns zugänglichen Orten und zu jeder Zeit ein Bestreben sich abwärts, d. i. gegen die Erde zu bewegen. Sind die Körper sich frei überlassen, so fallen sie zur Erde; werden sie daran gehindert, so äußern sie ohne Unterlaß einen Druck oder Zug gegen das Hinderniß. Das Bestreben zu fallen heißt die Schwere; die Ursache der Schwere wird Schwerkraft genannt.

19. **Gewicht.** Die Größe der Kraft, welche ein Körper gegen ein Hinderniß, wodurch er in Ruhe erhalten wird, z. B. gegen eine Unterlage, fortwährend äußert, heißt das Gewicht des Körpers. Zwei Gewichte heißen gleich, wenn das eine, ohne Aenderung des Druckes oder Zuges, an die Stelle des andern gesetzt werden kann; ein Gewicht, das eben so drückt oder zieht, wie mehrere übereinstimmend wirkende Gewichte, wird als die Summe letzterer betrachtet und dem gemäß benannt. Hieraus erhellet, was man sich unter einem doppelten, dreifachen . . . Gewichte, wie auch unter der Hälfte, dem Drittheil . . . eines Gewichtes zu denken habe, und wie Gewichte auf ein bestimmtes, zur Einheit gewähltes Gewicht bezogen, und darnach durch Zahlen ausgedrückt werden können. In wie fern es in Folge der Schwere, die jedes Theilchen eines Körpers zeigt, angeht, das Gewicht jedes Körpers der Summe der Gewichte seiner Theile gleich zu setzen, und überhaupt das Gewicht als Maß der Menge der vorhandenen Materie anzusehen, läßt sich erst nach Entwickelung der Theorie der bewegenden Kräfte gründlich darlegen. Für jetzt nehmen wir diese Vorstellungsweise als die einfachste an, nach welcher sich die alltäg-

lichsten, auf die Schwere der Körper Bezug habenden Erscheinungen verstehen lassen.

Als Einheit der Gewichte dient uns in der Regel das Wiener Pfund; es wird in 32 Lothe eingetheilt, deren jedes 240 Gran enthält, und beträgt daher 7680 Gran. Dem neufranzösischen Gewichtssysteme liegt das Gramm als Einheit zum Grunde; 1 Gramm macht 13,714 Wiener Gran aus, daher ist 1 Kilogramm = 1 Wiener Pfund 25 Loth 34 Gran. Nach genauer Untersuchung enthält 1 Wiener Pfund 560012 Milligramme.

20. **Wage.** Die Bestimmung der Gewichte der Körper erfordert eigene Instrumente; jedes hiezu dienliche heißt im Allgemeinen eine Wage. Dieser lassen sich mannigfaltige Einrichtungen geben; zum physikalischen Gebrauche, wie im gemeinen Leben, dient in der Regel die gleicharmige Wage. Sie besteht aus einem metallenen Balken, durch dessen Mitte eine mit abwärts gekehrter Schneide versehene, auf einer harten Unterlage ruhende stählerne Axe geht; der Balken, an dessen Enden Schalen zur Aufnahme der abzuwägenden Körper und der Gewichte herabhängen, ist um diese Axe äußerst leicht beweglich, und ein auf demselben senkrecht stehender, aufwärts oder abwärts gerichteter Zeiger, die Zunge, gibt seine Stellung bei jedesmaliger Belastung an. Die Wage ist am bequemsten zu gebrauchen, wenn der Balken bei gleicher Belastung der Schalen jedesmal eine bestimmte Stellung annimmt, und von dieser um so mehr abweicht, je größer der Unterschied der in die Schalen gelegten Gewichte ist. Eine je größere Schärfe man in der Bestimmung des Gewichtes von der Wage fordert, desto empfindlicher muß sie seyn, d. h. der Balken muß bei einer um so geringeren Gewichtsänderung auf einer Seite schon einen merklichen Unterschied in der Stellung (Ausschlag) zeigen. Wovon diese Eigenschaften abhängen, ist Gegenstand einer späteren Betrachtung. Die höchste Genauigkeit einer Wage in der Angabe der Gleichheit und Ungleichheit der Gewichte in beiden Schalen ist sehr schwer zu erreichen; doch kann man mit jeder in dieser Hinsicht minder genauen Wage, wenn sie nur die nöthige Empfindlichkeit besitzt, das Gewicht eines gegebenen Körpers nach der von Borda gewiesenen Methode der doppelten Wägung genau finden. Zu diesem Ende bringt man den abzuwägenden Körper in die eine Wagschale, in die andere eine Belastung (Tara), die man, ohne ihre Größe weiter zu untersuchen, so regulirt, daß die Zunge eine bestimmte Stellung des Balkens anzeigt. Nun entfernt man den Körper und setzt an seine Stelle so viele Gewichte, als nöthig sind, um bei ungeänderter Tara die frühere Stellung des Balkens herbeizuführen. Die statt des Körpers gesetzten Gewichte geben offenbar sein Gewicht an.

21. **Gravitation.** In einem folgenden Hauptstücke wird aus den Gesetzen der Bewegung der Himmelskörper bewiesen, daß zwischen je zwei solchen Körpern eine Anziehung besteht, die aus der nach einer bestimmten Regel obwaltenden Anziehung zwischen je zwei kleinsten Theilen derselben hervorgeht. Die Schwere der Körper gegen die Erde

ist nur ein besonderer Fall dieser allgemeinen gegenseitigen Anziehung aller Materie, welche man die allgemeine Schwere oder Gravitation nennt.

Die magnetischen und elektrischen Kräfte werden gleichfalls in besonderen Hauptstücken dieses Buches abgehandelt.

22. **Aggregationsformen der Körper.** Die Erfahrung lehrt, daß die Theile der Körper hinsichtlich äußerer Einwirkungen, welche sie von einander zu entfernen, oder einander zu nähern, oder überhaupt zu verschieben streben, ein sehr verschiedenes Verhalten zeigen. Im Allgemeinen lassen sich zwei Hauptformen der Aggregation, d. i. der Verbindungsweise der Körpertheile unterscheiden Die Körper sind entweder fest oder flüssig. Ein Körper heißt fest, wenn seine Theile nur durch eine Kraft, deren Intensität eine gewisse Grenze übersteigt, in andere Lagen gebracht werden können; flüssig, wenn sich seine Theile durch die geringste Kraft verschieben lassen.

23. **Feste Körper.** Die festen Körper zeigen eine selbstständige Gestalt oder Figur. Es ist wohl möglich das Volum eines solchen Körpers durch äußeren Druck zu verkleinern, oder doch seine Theile nach gewissen Richtungen einander näher zu bringen, allein sogleich wird ein Widerstand rege, der bald eine solche Größe erreicht, daß, ehe wir annehmen dürfen, sämmtliche Theile einander bis zur Berührung genähert zu haben, ein weiteres Zusammendrücken die Grenzen unserer Hilfsmittel überschreitet. Andererseits werden wir, wenn wir die Theile eines festen Körpers von einander zu entfernen streben, ebenfalls einen Widerstand gewahr, welcher bis zu einem gewissen Grade der Dehnung wächst, jedoch endlich überwältiget werden kann, so daß der Zusammenhang der Körpertheile, die Cohärenz (Cohäsion) aufgehoben wird, und Trennung der Theile erfolgt.

24. **Arten fester Körper.** Wird zur Verschiebnng der Theile eines festen Körpers eine sehr große Kraft erfordert, so heißt der Körper hart; reicht dazu eine geringe Kraft hin, so heißt er weich. Ist die Verschiebung bewirkt worden, so hört entweder der Zusammenhang der Körpertheile auf, oder er besteht noch fort. Wird der Zusammenhang der Theile schon bei geringer Verschiebung aufgehoben, so heißt der Körper spröde; besteht derselbe fort, so kehren entweder die Theile nach Aufhören der Ursache der Verschiebung wieder in die früheren Lagen zurück, und der Körper heißt elastisch, oder sie behalten die ihnen aufgedrungenen neuen Lagen, und der Körper heißt dehnbar. Doch sind diese Bestimmungen bloß relative und es lassen sich zwischen den genannten Zuständen keine scharfen Grenzlinien ziehen. Für hinreichend geringe Kräfte ist jeder Körper elastisch; immer kann die verschiebende Kraft, ohne der Elasticität Eintrag zu thun, bis zu einer von der Beschaffenheit des Körpers abhängenden Größe (Elasticitätsgröße) gesteigert werden, wobei die Theile die äußerste mit der Elasticität verträgliche Verschiebung (Elasticitätsgrenze) erreichen; wird diese überschritten, so erfolgt nach Beschaffenheit des Körpers

entweder Trennung, oder die Theile treten in neue bleibende Lagen ein, in Bezug auf welche der Körper wieder eine gewisse Elasticität äußern kann. Körper, deren Elasticitätsgrenze der Verschiebung der Theile größeren Spielraum gewährt, heißen vorzugsweise elastisch.

Ein Körper, der einen andern ritzt, ist härter als dieser; der härteste Körper, den wir kennen, ist der Diamant. Als Beispiel ausgezeichneter Sprödigkeit kann schnellgekühltes Glas genannt werden; ein sogenannter Glastropfen, dessen Spitze abgebrochen wird, zerstiebt in Pulver; ein Bologneserfläschchen, welches selbst einem starken Stoße widersteht, bricht sogleich, wenn man ein kleines Stück Feuerstein, das die innere Glasfläche ritzt, hineinfallen läßt. Elfenbein, gehärteter Stahl sind vorzüglich elastisch; Messing wird es durch Hämmern. Ueberhaupt hat die Behandlung, der man die Stoffe unterzieht, auf ihr Verhalten einen großen Einfluß. Auch Glas zeigt seiner Sprödigkeit ungeachtet Elasticität; dünne Glasfäden, wie auch dünne Glasplatten, vertragen eine bedeutende Biegung, ohne zu brechen (Glasbusch, Glastrompete).

25. **Arten flüssiger Körper.** Die flüssige Aggregationsform zerfällt in zwei Arten; in der einen heißen die Körper *tropfbar*, in der andern *ausdehnsam*. Tropfbare Körper lassen sich nur äußerst schwierig zusammendrücken, so daß die größten Druckkräfte, die uns zu Gebote stehen, nur eine geringe Abnahme des Volums bewirken; sie zeigen eine sehr schwache Cohäsion, und nur kleine Mengen geben in der *Tropfenbildung* einen Zusammenhang der Theile kund, während größere Mengen durch die Schwere daran gehindert werden: ein tropfbarer Körper erfordert daher zur Aufbewahrung ein Gefäß, dessen tiefsten Theil er einnimmt. Bei theoretischen Untersuchungen abstrahirt man gewöhnlich von der geringen Zusammendrückbarkeit dieser Flüssigkeiten, und nennt sie daher oft geradezu *unzusammendrückbare* Flüssigkeiten. Ausdehnsame Flüssigkeiten charakterisiren sich durch ihre Zusammendrückbarkeit und durch das unausgesetzte Bestreben aller Theile, sich von einander zu entfernen; sie zeigen daher keine Cohäsion, können nur in einem ringsum geschlossenen Gefäße aufbewahrt werden und erfüllen es in seiner ganzen Ausdehnung.

Das Wasser in seinem gewöhnlichen Zustande, der Weingeist, die Oehle, das Queckssilber u. m. a. sind tropfbare Körper. Die Schwierigkeit, Wasser zusammen zu drücken, zeigt sich auffallend, wenn man einen metallenen, an einem Ende geschlossenen Cylinder damit füllt, und in selben einen genau anschließenden Stempel einzuführen versucht. Die Tropfenbildung des Wassers ist eine der bekanntesten Erscheinungen. Die atmosphärische Luft ist ein ausdehnsamer Körper; ihre Zusammendrückbarkeit, wie auch ihr Bestreben sich auszudehnen, sieht man an einer damit gefüllten Blase, oder an dem erwähnten Cylinder, wenn sich Luft darin befindet, und man den Stempel einschiebt.

26. **Ursache der Aggregationsformen.** Da sich für die Verschiedenheit der Aggregationsformen kein sinnlich wahrnehmbarer Grund angeben läßt, so schreibt man selbe besondern zwischen den kleinsten Körpertheilen waltenden Kräften zu. Der Widerstand, den alle Körper bei der durch äußere Gewalt bewirkten Verkleinerung ihres Vo-

lums äußern, deutet auf eine Abstoßungskraft hin, welche um so mehr hervortritt, je näher die Körpertheile an einander rücken. Der Widerstand, den wir bei der Trennung der Theile eines festen Körpers zu überwinden haben, und den selbst tropfbare Körper zeigen, läßt auf eine die Körpertheile zusammenhaltende Anziehungskraft schließen. Der Uebergang der Anziehung in Abstoßung und umgekehrt, bei der Annäherung und Entfernung der Theile eines festen Körpers, erklärt sich ungezwungen aus der Annahme, daß beide Kräfte die Körpertheilchen gleichzeitig beherrschen, und es daher, ob diese Theilchen einander anziehen oder abstoßen, nur davon abhängt, ob die Anziehungs- oder die Abstoßungskraft das Uebergewicht behauptet. Bei der natürlichen Anordnung der Theilchen sind diese Kräfte im Gleichgewichte; bei der Zusammendrückung wächst die abstoßende Kraft stärker als die anziehende, bei der Dehnung tritt das umgekehrte Verhältniß ein; in gewissen Fällen kann nach vollbrachter Verschiebung der Theilchen ein neues Gleichgewicht der Kräfte zu Stande kommen. In den tropfbaren Körpern nähert sich die abstoßende Kraft dem Uebergewichte über die Anziehung mehr als in den festen; bei geringer Zusammendrückung erscheint da die Abstoßung in großer Stärke, während die Anziehung bei dem Auseinanderrücken der Theilchen sogleich erlischt. In den ausdehnsamen Körpern hat die Abstoßungskraft ein entschiedenes Uebergewicht; dieser Mangel eines Gleichgewichtszustandes zeigt sich auch an der Oberfläche tropfbarer Körper, wie das Phänomen der Verdünstung beweiset. Aus allen Erfahrungen geht aber hervor, daß die genannten Kräfte nur in sehr kleinen, für unsere Sinne nicht merklichen Entfernungen merkliche Wirkungen erzeugen, für jede, wenn auch kleine meßbare Distanz dagegen als nicht vorhanden angesehen werden können.

Deßhalb lassen sich von einander getrennte Theile solcher festen Körper, deren Gestalt durch äußere Einwirkung nicht bleibend geändert werden kann, z. B. Theile gebrochenen Glases, Holzes u. dgl. durch bloßes Aneinanderdrücken nicht wieder vereinigen, denn es ist nicht möglich die Theilchen an der Trennungsfläche einander gehörig nahe zu bringen. Dagegen geht dieß bei weichen Körpern an, deren Theile ohne Aufhebung des Zusammenhanges verschoben werden können, z. B. bei Wachs, bei Eisen, das durch Hitze weich gemacht worden u. dgl.; diese lassen sich durch Aneinanderdrücken vereinigen (Zusammenschweißen des Eisens). Zwei Bleistücke, welche frische und gut an einander passende Schnittflächen haben, haften nach mäßigem Drucke ziemlich stark an einander, was in der Weichheit des Bleies seinen Grund hat. Gibt man zwei harten Körpern von gleichem oder von verschiedenem Material polirte, genau an einander passende Flächen, so läßt sich ein Aneinanderhaften derselben deutlich wahrnehmen, wie dieß bei zwei ebenen Stücken Spiegelglas der Fall ist.

27. **Beziehung der Molecularkräfte zum Wesen der Materie.** Indem wir zur Erklärung der Aggregationsformen anziehende und abstoßende Molecularkräfte postuliren, sind wir außer Stande über den Zusammenhang dieser Kräfte mit dem Wesen der Materie mehr als bloße Vermuthungen auszusagen. Die anziehende Kraft, welche eine Materie gegen eine andere ausübt, wird von den Physikern,

wenn auch nicht als eine mit dem Wesen der Materie so innig zusammenhängende Eigenschaft, daß Materie ohne selbe gar nicht existiren könnte, doch als ein die Materie stets begleitendes Attribut angesehen, welches als ein nicht weiter erklärbares Fundamentaldatum unseren übrigen Erklärungen als Ausgangspunct dient. In Betreff der Abstoßungskraft, welche die Körpertheile beherrscht, läßt sich um einen Schritt weiter gehen; die augenscheinlichsten Erfahrungen sprechen dafür, daß diese Kraft mit dem Wärmezustande der Körper in einer nahen Beziehung stehe, und machen es wahrscheinlich, daß sie eine Aeußerung der Ursache der Wärme selbst sey. Dieser Umstand nöthiget mit der Untersuchung der Aggregationszustände der Körper eine Betrachtung der Wärme, in so weit sie darauf Bezug hat, zu verflechten, welchem Gegenstande die nachfolgende Erörterung gewidmet ist.

28. **Wärme.** In jedem Augenblicke unseres irdischen Daseyns, den wir mit Bewußtseyn zubringen, haben wir eine Empfindung, welche wir nach ihrer Beschaffenheit mit dem Worte Wärme oder Kälte bezeichnen. Diese Empfindung ist nicht bloß das Resultat der Lebensthätigkeit unseres Organismus, sondern sie wird auch durch den Einfluß der uns umgebenden Körper hervorgerufen Wir können keinen Körper betasten, ohne zugleich Wärme oder Kälte wahrzunehmen; wir unterscheiden die darauf sich beziehende Empfindung genau von jener, die vom Betasten als solchem herrührt. Die Empfindung der Wärme und Kälte ist unendlich vieler Grade fähig; wir können sie von der äußersten Kälte bis zur unerträglichen Hitze und dem schmerzerregenden Brennen durch alle Zwischenstufen verfolgen. Die Fähigkeit, die Empfindung der Wärme oder Kälte zu erzeugen, setzt einen besonderen Zustand eines Körpers voraus, der einen eigenthümlichen Grund haben muß. Für den einen wie für den andern haben wir in unserer Sprache bloß das Wort Wärme, dessen Bedeutung daher aus dem Sinne der Rede zu entnehmen ist. Der Wärmezustand muß, so wie die Empfindung der Wärme, Abstufungen zulassen; man nennt den Grad der Wärme eines Körpers seine Temperatur, und sagt diese sey höher oder niedriger, je nachdem uns der Körper wärmer oder kälter erscheint. Die Erfahrung lehrt, daß die Temperatur eines Körpers in der Nähe wärmerer Körper steigt, in der Nähe kälterer Körper sinkt, und überhaupt, daß von zwei mit einander in Berührung stehenden ungleich warmen Körpern der kältere so lange erwärmt, der wärmere so lange abgekühlt wird, bis beide einerlei Temperatur angenommen haben. Man nennt diesen Hergang die Mittheilung der Wärme, und schreibt dem objectiven Grunde der Wärme ein Bestreben zu, sich in das Gleichgewicht zu setzen. Dasselbe findet im Innern jedes Körpers statt, dessen Theile ungleich erwärmt sind; es läßt sich da ein Fortschreiten der Wärme von den wärmeren Theilen zu den kälteren wahrnehmen. Nach Maßgabe der größeren oder geringeren Schnelligkeit, mit welcher dieß geschieht, nennen wir einen Körper einen bessern oder schlechtern Wärmeleiter. Es darf bei derlei Benennungen nicht außer Augen gelassen werden,

daß sie bloß bildliche Bezeichnungen der Erscheinungen seyn sollen, ohne auf irgend eine Erklärung derselben hinzudeuten.

Die Gesetze der Bewegung der Wärme machen den Gegenstand eines späteren Hauptstückes aus. Hier kommen nur diejenigen Beziehungen der Wärme zu den Körpern in Betrachtung, welche den Zusammenhang zwischen Wärme und Abstoßungskraft betreffen.

Unsere Empfindung der Wärme oder Kälte ist ein Resultat der Mittheilung der Wärme; empfängt irgend ein Theil an der Oberfläche oder im Inneren unseres Organismus Wärme, so empfinden wir Wärme, wird uns aber Wärme entzogen, so empfinden wir Kälte. Gute Wärmeleiter, wie die Metalle, erscheinen uns bei der Berührung, auch wenn sie die Temperatur der Luft haben, bedeutend kühler als schlechte Leiter, z. B. Holz, weil sie unserem Gefühlsorgane rascher Wärme entziehen.

29. **Einfluß der Wärme auf das Volum.** Durch Erwärmung wird das Volum eines Körpers in der Regel vergrößert, durch Abkühlung in eben dem Maße verkleinert; bei Wiederkehr derselben Temperatur ist also das ihr entsprechende Volum wieder vorhanden. Die wenigen Abweichungen von diesem Gesetze sind nur scheinbare Ausnahmen; sie treten nur dann ein, wenn entweder mit der Aggregationsform, oder mit der materiellen Beschaffenheit eines Körpers eine Aenderung vor sich geht. Tropfbare Körper dehnen sich bei Erwärmung, unter übrigens gleichen Umständen, mehr aus als feste; ausdehnsame Körper, wenn sie fortwährend unter einerlei Druck gehalten werden, mehr als tropfbare. Körper von derselben Aggregationsform und verschiedenem Stoffe ändern ihr Volum bei gleichem Temperaturwechsel auf verschiedene Weise, und es hängt bei festen Körpern von ihrer Structur ab, ob sie sich nach allen Richtungen in einerlei Verhältniß ausdehnen und zusammenziehen, mithin stets in geometrisch ähnlichen Gestalten erscheinen, oder nicht.

Eine Metallstange wird durch Erhitzen länger, und in demselben Verhältnisse auch breiter und dicker. Eine metallene Kugel geht in erhitztem Zustande nicht durch einen Ring, durch den sie in kaltem Zustande knapp hindurch kann; ist der Ring bei gewöhnlicher Temperatur ein wenig zu enge, so läßt er sich durch Erwärmung dergestalt erweitern, daß die Kugel hindurchgeht. Aus demselben Grunde läßt sich ein in dem Halse einer Flasche feststeckender Glasstöpsel locker machen, wenn man den Hals erwärmt. Ungleiche Metalle dehnen sich in der Wärme ungleich aus, z. B. Eisen weniger als Messing. Befestiget man zwei gleiche Streifen aus diesen Metallen ihrer Länge nach übereinander, so krümmt sich der Doppelstreifen in höherer Temperatur nach der Seite des Eisens, in niedrigerer nach der Seite des Messings. Gibt man eine tropfbare Flüssigkeit, z. B. Wasser, Weingeist, Queckſilber u. dgl. in ein kugelförmiges, in eine lange enge Röhre auslaufendes Gefäß, so daß noch ein Theil der Röhre mit Flüssigkeit erfüllt ist, so steigt die Flüssigkeit in der Röhre bei dem Erwärmen des Gefäßes, und sinkt bei dem Erkalten. Erwärmt man das Gefäß rasch, so sinkt anfänglich die Flüssigkeit, was von der Ausdehnung der zuerst von der Wärme ergriffenen Gefäßwände herrührt; bald aber gewinnt die stärkere Ausdehnung des flüssigen Körpers die Oberhand. Enthält eine mit enger Röhre versehene Kugel Luft, die von der äußern durch einen

in die Röhre gebrachten Queckſilbertropfen abgeſperrt iſt, ſo zeigt das raſche Vorwärts- und Rückwärtsſchreiten des Queckſilberſäulchens, ſelbſt bei geringer Erwärmung oder Abkühlung der Kugel, die Ausdehnung oder Zuſammenziehung der Luft. Eben ſo ſchwillt eine ſchlappe zugebundene Blaſe in der Wärme auf; eine mit Luft ſtark gefüllte Blaſe verliert in der Kälte ihre Spannung.

Das Zuſammenziehen des Holzes, des Thones u. a. in der Wärme bildet keine eigentliche Ausnahme von dem oben ausgeſprochenen Geſetze, denn bei wiederkehrender niedrigerer Temperatur kehrt das vorige Volum nicht zurück; die Verkleinerung des Volums war alſo kein reines Reſultat der Erwärmung, ſondern es trat Abſonderung von Feuchtigkeit oder ſonſtige Aenderung der materiellen Beſchaffenheit ins Spiel. Waſſer zieht ſich in der Kälte zuſammen, bis es dem Gefrieren nahe kommt; unmittelbar vor dem Feſtwerden dehnt es ſich aus: ſeine Theilchen nähern ſich den Stellungen, die ſie im Eiſe haben, welches ein bedeutend größeres Volum einnimmt als das Waſſer, woraus es entſtanden iſt.

30. Einfluß der Wärme auf die Aggregationsform. Viele Stoffe können in feſter, tropfbarer und in ausdehnſamer Form auftreten; andere laſſen zwei dieſer Aggregationsformen zu: immer iſt es der Wärmezuſtand, welcher die Formänderung bedingt, ſo zwar, daß feſte Körper durch Steigerung der Temperatur in tropfbare, dieſe durch weitere Erhöhung der Temperatur in ausdehnſame übergehen; und umgekehrt, durch Abkühlung ausdehnſame Körper tropfbar, tropfbare feſt werden. Oft geht mit der materiellen Beſchaffenheit eines Körpers, deſſen Temperatur wechſelt, eine Aenderung vor ſich, wodurch eine Aenderung der Aggregationsform des Stoffes als ſolchen wegfällt; geſchieht dieß nicht, und die Aggregationsform bleibt bei jedem in unſerer Erfahrung vorkommenden Wärmezuſtande ungeändert, ſo fehlt es uns nur an Mitteln, die zur Umwandlung der Aggregationsform nöthige Hitze oder Kälte hervorzubringen. Ausdehnſame Körper, welche entweder bei keiner bekannten Kälte, oder doch nur bei ſehr niedriger Temperatur oder bei ſehr bedeutender Verdichtung in den tropfbaren Zuſtand übergehen, heißen Gaſe; diejenigen, welche ihre unter den gewöhnlichen Umſtänden Statt findende ausdehnſame Form ſehr leicht verlieren, werden Dünſte oder Dämpfe genannt.

Das Waſſer erſcheint bei heftiger Kälte als Eis in feſtem Zuſtande; bei mäßiger Wärme iſt es tropfbar, ſchon in dieſem Zuſtande geht es in offenen Gefäßen an ſeiner Oberfläche allmälig in Dunſt über; bis zum Sieden erhitzt nimmt es auch in ſeinem Innern die ausdehnſame Form raſch an, es verwandelt ſich in Dampf. Bei Abnahme der Wärme findet der umgekehrte Gang ſtatt. Ein ähnliches Verhalten zeigt das Queckſilber, nur fordert es zum Feſtwerden eine ſehr bedeutende Kälte, und zum Sieden eine höhere Wärme als Waſſer. Die übrigen Metalle, welche bei der gewöhnlichen Luftwärme als feſte Körper erſcheinen, werden in hinreichend hoher Hitze tropfbar und ſogar ausdehnſam, obgleich hierin ſehr namhafte Unterſchiede obwalten. Kohle konnte man bis jetzt nicht zum Schmelzen, Weingeiſt nicht zum Gefrieren bringen, die atmoſphäriſche Luft und mehrere andere ausdehnſame Flüſſigkeiten bleiben bei der größten Kälte ausdehnſam. Holz läßt ſich nicht ſchmelzen, es erleidet bei geſteigerter Hitze eine völlige Umwandlung und hört auf Holz zu ſeyn.

Ausdehnsame Körper können oft durch Verdichtung tropfbar gemacht werden, aber auch in diesem Falle tritt Wärmeentziehung ein. Durch Zusammendrücken eines solchen Körpers wird unmittelbar nur seine Temperatur erhöht (atmosphärische Luft in einem einseitig geschlossenen Cylinder durch Einführung eines Stempels rasch zusammengedrückt, wird so heiß, daß sich brennbare Stoffe, z. B. Feuerschwamm, darin entzünden); erst nachdem die durch die Verdichtung hervorgerufene Temperaturerhöhung sich gegen die Umgebung ausgeglichen hat, kann der Uebergang in die tropfbare Form eintreten.

31. **Hypothese über den Einfluß der Wärme auf die gegenseitige Abstoßung der Körpertheilchen.** Die Aenderung des Volums und des Aggregationszustandes, welche sich als nothwendige Folgen der Aenderung des Wärmezustandes darstellen, liefern den deutlichsten Beweis, daß mit dem Steigen und Sinken der Temperatur jederzeit eine Zu- und Abnahme der Abstoßungskraft der Körpertheilchen verbunden ist. Dieser Umstand könnte zu der Meinung führen, daß die Wärme nichts anders sey, als die Aeußerung dieser Abstoßungskraft selbst. Allein die Erscheinungen der Bewegung der Wärme lassen sich nicht auf bloße Kraftäußerung zurückführen; man ist zum Verständniß derselben genöthiget, die Existenz eines materiellen Substrates, eines eigenen Stoffes zu postuliren. Die Materialität des Wärmeprincips wird hiebei geradezu vorausgesetzt, denn sie läßt sich durch keine anderen Erscheinungen nachweisen, als diejenigen, die man eben durch dessen Annahme zu erklären beabsichtiget. Der Stoff, welcher als Vermittler der Wärmephänomene angesehen wird, entzieht sich jeder Wägung; er wird entweder von der Schwere gar nicht afficirt, oder er ist so subtil, daß das Gewicht jeder in den wägbaren Körpern enthaltenen Menge desselben gegen die kleinsten an unseren Wagen merkbaren Gewichte verschwindet. Dergleichen Stoffe werden von den Physikern, und zwar sogar mehrere verschiedene, zur Erklärung gewisser Classen von Erscheinungen vorausgesetzt; man nennt sie *unwägbare Stoffe* oder *Imponderabilien*. Man denkt sich dieselben der wägbaren Materie ähnlich, aus getrennten Partikeln, aber von äußerster Feinheit bestehend, die auf einander selbst, so wie die wägbare Materie auf sie, Moleculakräfte ausüben. Nimmt man nun an, daß die Theilchen des materiellen Substrates der Wärme, oder, wenn man es so nennen will, des *Wärmestoffes*, einander abstoßen, von den Körpertheilchen hingegen, um welche sie gelagert sind, angezogen werden, so reicht es hin, den wägbaren Theilchen unter einander bloß Anziehung beizulegen; die Abstoßung derselben kommt auf Rechnung der Partikel des Wärmestoffes, deren Abstoßung jene der Körpertheilchen nach sich zieht. Wie die Phänomene der Bewegung der Wärme aus einer Bewegung des Wärmestoffes abzuleiten sind, ist Gegenstand einer späteren Untersuchung.

32. **Thermometer.** Da das Volum eines Körpers durch die Temperatur bedingt wird, so kann ersteres zur Beurtheilung der letzteren dienen. Man gelangt auf diesem Wege zu weit genaueren Vorstellungen von den Temperaturen, als es durch das Gefühl möglich wäre,

dessen Angaben so sehr von dem Zustande unseres eigenen Organismus abhängen. Weil es jedoch nicht angeht, das Volum jedes Körpers jeden Augenblick zu untersuchen, auch bei jedem Körper eine andere Beziehung zwischen Volum und Temperatur obwaltet, so bringt man den Körper, dessen Temperatur in Frage steht, mit einem andern Körper in Berührung, dessen jedesmaliges Volum sich leicht wahrnehmen läßt. Der letztgenannte Körper muß klein seyn, damit sein Wärmezustand die zu bestimmende Temperatur nicht merklich ändert, und er auch jede Temperatur schnell annehmen könne. Ein auf dieses Princip gegründetes Instrument zur Bestimmung der Temperaturen heißt ein Thermometer. Handelt es sich um Temperaturen, die nicht allzuhoch sind, so dient als thermometrische Substanz am besten eine tropfbare Flüssigkeit. Quecksilber und Weingeist verdienen vor allen den Vorzug; es gibt daher Quecksilber- und Weingeistthermometer. Letztere eignen sich vornehmlich für sehr niedrige Temperaturen, bei welchen das Quecksilber, nicht aber der Weingeist seinen tropfbaren Zustand einbüßt. Zur Construction eines Thermometers der einen oder der andern Art wird eine im Innern möglichst gleichweite Glasröhre von geringem Durchmesser mit einem kugelähnlichen oder auch länglichen Behälter versehen, den man aus der zu diesem Behufe dicken Wand der Röhre durch Aufblasen des mittelst der Löthlampe zugeschmolzenen und weich gemachten Endes der Röhre bildet. Man füllt die Kugel und einen Theil der Röhre mit der thermometrischen Flüssigkeit, und schließt aus Aenderungen ihres Standes in der Röhre auf entsprechende Aenderungen der Temperatur. Der Umstand, daß der Behälter in eine enge Röhre ausläuft, ist der Wahrnehmung kleiner Volumsänderungen der darin befindlichen Flüssigkeit günstig, denn jede solche Aenderung erscheint als eine Flüssigkeitssäule vom Durchmesser der Röhre, mithin von um so größerer Länge, je enger die Röhre im Vergleich gegen die Kugel ist. Zu sichern Beobachtungen des Standes der Flüssigkeit in der Röhre muß diese mit einer Skale versehen seyn, und um die Angaben verschiedener dieselbe Flüssigkeit enthaltenden Instrumente mit einander in Einklang zu bringen, müssen die Volumtheile, welche ihre Scalen anzeigen, sich verhalten wie die Gewichte der Flüssigkeiten, und überdieß muß eine bestimmte Temperatur, d. h. ein bestimmtes Verhältniß zwischen dem Gewichte und Volum der thermometrischen Substanz, der Zählung höherer und niedrigerer Temperaturgrade als Ausgangspunct zum Grunde gelegt werden. Dieser Zweck wird erreicht, ohne daß es nöthig ist sich in Bestimmungen des Gewichtes und Volumes der für das Thermometer verwendeten Flüssigkeit einzulassen, wenn man den Stand derselben bei zwei fixen Temperaturen beobachtet, und das Intervall zwischen den so erhaltenen Puncten an der Röhre in eine festgesetzte Anzahl gleicher Theile theilt. Solche fixe Puncte erhält man mittelst der Temperatur des schmelzenden Eises, und unter gewissen Bedingungen mittelst jener des siedenden Wassers; sie heißen der Eis- oder Gefrierpunct und der Siedpunct der Thermometerscale. In der Anord-

nung und Bezeichnung dieser Scale herrscht jedoch keine völlige Uebereinstimmung; noch gegenwärtig sind drei verschiedene Thermometerscalen im Gebrauche, welche die Namen ihrer Urheber, Réaumur, Celsius und Fahrenheit führen. Réaumur's Scale enthält zwischen dem Eis- und Siedpuncte 80 gleiche Theile (Grade); der Eispunct ist mit 0 bezeichnet, es werden von ihm gegen den Siedpunct hin, und eben so nach der entgegengesetzten Seite, die Grade der natürlichen Zahlenreihe gemäß gezählt, so daß dem Siedpuncte der 80ste Grad entspricht. Die Grade über 0 nennt man Wärmegrade, die unter 0 Kältegrade, erstere wohl auch positive, letztere negative, wornach man auch die Vorzeichen der numerischen Angaben einrichtet, denen man noch, zur Unterscheidung von andern Scalen, den Buchstab R beifügt. Man schreibt also + 20° R (oder kürzer 20° R) um den 20sten Grad der Réaumur'schen Scale über dem Eispuncte, und — 20° R, um den eben so vielten Grad unter dem Eispuncte anzuzeigen. Celsius's Scale, auch die hunderttheilige genannt, hat eine ähnliche Einrichtung, nur enthält sie zwischen dem Eis- und Siedpuncte 100 Grade; ihr Zeichen ist C. In Fahrenheit's Scale sind zwischen dem Eis- und Siedpuncte 180 Grade angenommen, aber ihr Nullpunct steht um 32 Grade tiefer, als der Eispunct, so daß dieser die Zahl 32, der Siedpunct die Zahl 212 führt. Bezeichnet man die Fahrenheit'schen Thermometergrade mit F, so hat man zur Verwandlung derselben in die Angaben der beiden andern Scalen, und umgekehrt, die Gleichungen:

$$n^\circ F = \tfrac{4}{9}(n-32)^\circ R = \tfrac{5}{9}(n-32)^\circ C,$$
$$n^\circ C = \tfrac{4}{5}n^\circ R = (32 + \tfrac{9}{5}n)^\circ F,$$
$$n^\circ R = \tfrac{5}{4}n^\circ C = (32^\circ + \tfrac{9}{4}n)^\circ F.$$

Die Einführung der positiven und negativen Grade verleiht diesen Formeln Allgemeinheit, und beseitiget die Unterscheidung zwischen Graden über und unter dem Nullpuncte der Scale.

In Oesterreich bedient man sich fast ausschließend der Réaumur'schen Scale, welche auch anderwärts häufig gebraucht wird; in Frankreich scheint die hunderttheilige Scale allgemein geworden zu seyn; sie wird jetzt auch in den wissenschaftlichen Werken deutscher Physiker vorzugsweise angewendet. Die Engländer haben die Fahrenheit'sche Scale angenommen.

Hinsichtlich der Thermometer bemerke man noch Folgendes: Die durchgehends gleiche Weite der Röhre ist in so fern wesentlich, als gleichlange Stücke der Scale gleiche Volumtheile anzeigen sollen. Man prüft die cylindrische Gestalt des Rohres vor dem Anblasen der Kugel, indem man etwas Quecksilber hinein bringt, und die so entstandene kleine Quecksilbersäule darin hin und her gehen läßt. Wo diese gleich lang bleibt, hat die Röhre einerlei Weite. Dieses Verfahren, das Calibriren genannt, läßt sich auch bei ungleich weiten Röhren zur Auftragung gleicher Volumtheile, ja selbst zur Prüfung und Correction fertiger Thermometer benützen, wenn man durch Hitze einen Flüssigkeitsfaden lostrennt, den man an verschiedene Stellen zu gehen nöthiget. Die Gradlänge des Thermometers hängt von dem Verhältnisse des Durchmessers der Kugel zur Weite des Rohres ab. Hierauf hat man Rücksicht zu nehmen, wenn das Thermometer zum Behufe feine-

rer Beobachtungen noch Bruchtheile eines Grades deutlich anzeigen soll. Die Füllung des Thermometers ist so einzurichten, daß der Eispunct nicht zu hoch oder zu tief zu stehen komme. Ein Queckſilberthermometer ist unter — 30° R unbrauchbar; bei — 32° R ist das Queckſilber schon fest; man nimmt in solchem Falle zum Weingeiſtthermometer seine Zuflucht. Das Füllen des Thermometers wird bewerkſtelliget, indem man die Luft aus dem Behälter durch Hitze vertreibt, und beim Erkalten die thermometriſche Flüſſigkeit durch den äußern Luftdruck hineinpreſſen läßt. Die in der Flüſſigkeit ſelbſt, und zwiſchen ihr und den Glaswänden haftende Luft ſchafft man durch wiederholtes Kochen weg, und macht dann auch das Röhrenſtück über der Flüſſigkeit luftleer, indem man dieſe durch Erwärmen bis an das Ende der Röhre treibt und ſogleich die Mündung zuſchmilzt. Bei Weingeiſtthermometern iſt dieß wegen der Flüchtigkeit des Weingeiſtes ſogar unerläßlich, auch könnte man, weil der Weingeiſt bei niedrigerer Temperatur ſiedet als Waſſer, den Siedpunct der Thermometerſcale nicht beſtimmen, wenn nicht der Druck der eingeſchloſſenen Weingeiſtdämpfe die weitere Dampfbildung hinderte. Die richtige Ausmittelung des Siedpunctes am Thermometer erfordert die Berückſichtigung des Luftdruckes, welcher durch das ſpäter zu beſchreibende Barometer angezeigt wird; auch hat die Tiefe der ſiedenden Waſſerſchichte unter der Oberfläche, ja ſelbſt das Material des Gefäßes, worin das Waſſer kocht, auf die Siedhitze Einfluß. Hiernach ergeben ſich verſchiedene Vorſichtsmaßregeln bei der Anfertigung der Thermometer. Endlich darf nicht unerwähnt bleiben, daß die Thermometerkugel, die bei dem Füllen einer ſtarken Hitze ausgeſetzt wird, ſich beim Erkalten nicht ſogleich, ſondern erſt nach längerer Zeit auf ihr früheres Volum zuſammenzieht; ferner, daß die dünne Wand derſelben dem äußern Luftdrucke nachgibt. Hieraus erklärt ſich das mit der Zeit eintretende Unrichtigwerden der Scale an Inſtrumenten, bei denen die Hauptpuncte zu früh nach dem Füllen und Luftleermachen beſtimmt wurden, und die Störung der Genauigkeit eines Thermometers durch zu raſche ſtarke Erhitzung.

33. **Bedeutung der Thermometerangaben.** Ein Thermometer von der ſo eben betrachteten Einrichtung zeigt nichts anderes an, als den Unterſchied der Rauminhalte eines beſtimmten Stoffes, des Queckſilbers oder des Weingeiſtes, bei zwei verſchiedenen Temperaturen, deren eine fix iſt, und dem Nullpuncte der Scale entſpricht; oder vielmehr, weil auch das Thermometergefäß einen veränderlichen Rauminhalt hat, es zeigt die Unterſchiede des Ueberſchuſſes des Rauminhaltes der Flüſſigkeit über den correſpondirenden Rauminhalt des Gefäßes bei den genannten Temperaturen an. Wenn wir daher die Temperatur nach einem ſolchen Thermometer beſtimmen, ſo trägt dieſe Beſtimmung das Gepräge des Geſetzes an ſich, nach welchem ſich die thermometriſche Subſtanz und ihr Behälter in der Wärme ausdehnt. Dieſes Geſetz iſt für verſchiedene Subſtanzen verſchieden, und deßhalb ſtimmen die Angaben eines Weingeiſtthermometers mit jenen eines Queckſilberthermometers, bei gleicher Stellung der Fixpuncte und gleicher Eintheilung der Scale, nicht überein. Man hat Tabellen entworfen, nach welchen die Grade des einen auf jene des andern reducirt werden können; doch iſt denſelben nicht unbedingt zu vertrauen, da das Ausdehnungsgeſetz des Weingeiſtes mit der Stärke deſſelben, d. i. mit dem Waſſergehalte wechſelt. Am zweckmäßigſten iſt es, gleich bei der Verfertigung die

Scale des Weingeistthermometers nach dem Queckſilberthermometer, deſſen Subſtanz den Vortheil der Unveränderlichkeit beſitzt, zu reguliren.

34. **Andere Arten von Thermometern.** Zur Beſtimmung ſehr hoher Temperaturen iſt das Queckſilber, welches bei 280° R. ſiedet, eben ſo wenig als der gläſerne Behälter deſſelben geeignet. Man muß daher in ſolchen Fällen andere Materialien wählen. Am beſten eignet ſich hiezu, nach Pouillet, die atmoſphäriſche Luft in einem Platingefäße; die Gründe, auf denen der Gebrauch dieſes Pyrometers (ſo nennt man nämlich die Thermometer für hohe Temperaturen) beruht, können erſt in der Lehre von der Luft aus einander geſetzt werden. Man hat auch Metallthermometer für gewöhnliche Temperaturen conſtruirt, in welchen ein aus zwei in der Wärme ſich ungleich ausdehnenden Metallen zuſammengeſetzter Streifen durch die Aenderungen ſeiner Krümmung einen Zeiger bewegt, der an der Scale die Grade weiſet. (Breguet's und Holzmann's Thermometer.)

Man gibt ihnen gewöhnlich die Form einer Taſchenuhr, und kann daran außer dem Zeiger, der die Temperatur auf dem Zifferblatte anzeigt, noch zwei leer gehende Zeiger anbringen, die bloß durch Reibung an der Are feſtgehalten werden; zwiſchen dieſen befindet ſich der thermometriſche Zeiger, und ſchiebt ſie bei dem Vorwärts- und Rückwärtsgehen vor ſich her; indem ſie an dem höchſten und niedrigſten Stande liegen bleiben, zeigen ſie das Maximum und Minimum der während einer gewiſſen Zeit ſtattgehabten Temperaturen an.

Denſelben Zweck erreicht man nach Rutherford auch mittelſt eines Queckſilber- und eines Weingeiſtthermometers, welche beide in horizontaler Lage an einem gemeinſchaftlichen Geſtelle angebracht ſind. In der Röhre des erſteren befindet ſich ein kleiner Cylinder von Eiſen, den das Queckſilber fortſchiebt und an der Stelle der höchſten Temperatur liegen läßt; das Weingeiſtthermometer enthält einen kleinen Glascylinder, der von der Oberfläche des Weingeiſtes beim Erkalten mitgezogen wird, und an der Stelle der niedrigſten Temperatur zurückbleibt. Man gibt den Thermometern eine entgegengeſetzte Lage, um zum Behufe einer neuen Beobachtung die beiden Zeigerſtückchen durch Neigen der Faſſung wieder an die gehörigen Stellen bringen zu können.

35. **Binden und Freiwerden der Wärme bei Aenderung der Aggregationsform.** Während ein feſter Körper ſchmilzt, d. h. in tropfbaren Zuſtand übergeht, zeigt er an allen Orten und zu jeder Zeit eine fixe, von ſeiner materiellen Beſchaffenheit abhängende Temperatur, die man ſeinen Schmelzpunct nennt. Da er aber zu dieſer Umwandlung Wärme bedarf, die er ſeiner Umgebung entzieht, ſo hat die Mittheilung dieſer Wärme bloß die Aenderung des Aggregationszuſtandes, und keine Erhöhung der Temperatur zur Folge; man ſagt daher dieſe Wärme werde gebunden. Aehnliches findet ſtatt, wenn ein tropfbarer Körper ſich in einen ausdehnſamen von beſtimmter Spannkraft verwandelt; auch dieß erfolgt bei einer von der Natur des Körpers und von der genannten Spannkraft abhängenden fixen Temperatur, und die dazu verwendete Wärme wird gebunden. Bei den entgegengeſetzten Umſtaltungen der Aggregationsform wird die ſo gebundene Wärme wieder in Freiheit geſetzt; der Körper bleibt, ſo lange er im Wechſel

seiner Aggregation begriffen ist, ungeachtet er fortwährend Wärme verliert, bei einer fixen Temperatur. Die Wärme, welche ein Körper consumirt, um aus dem festen Zustande in den tropfbaren überzutreten, soll Flüssigkeitswärme, die bei dem Uebergang aus der tropfbaren in die ausdehnsame Form absorbirte Wärme soll Verdünstungswärme heißen. Bei dem Uebergange aus der tropfbaren Form in die feste wird also die Flüssigkeitswärme, bei dem Uebergange aus der Gasform in die tropfbare aber die Verdünstungswärme frei.

Bringt man ein Thermometer in reinen Schnee oder in zerstoßenes Eis, so behält es von dem Augenblicke an, in welchem die ganze Masse mit Wasser durchzogen ist, bis zur Beendigung des Schmelzens stets denselben Stand. Eine Abweichung hievon ist nur scheinbar, und liegt, wie vergleichende Versuche mit verschiedenen Thermometern lehren, in der veränderten Beschaffenheit des Instrumentes. Der Schmelzpunct des Eises ist demnach eine fixe Temperatur. Aehnliches gilt auch von andern festen Körpern. Eine in Papier gewickelte Bleikugel kann über einer Lichtflamme geschmolzen werden, ohne das Papier zu verbrennen, weil der Schmelzpunct des Bleies niedriger steht, als die Temperatur bei der Papier sich entzündet. Gefriert Wasser, so zeigt es 0° R., bis das Ganze fest geworden. Es kann zwar Wasser, welches vor Erschütterung gesichert ist, eine unter 0° R. gehende Temperatur annehmen, ohne zu erstarren; allein in dem Augenblicke des Gefrierens steigt die Temperatur auf 0° R. Siedendes Wasser hat an der Oberfläche bei demselben Luftdrucke stets denselben Wärmegrad; eine Vermehrung der zufließenden Wärme bewirkt bloß ein rascheres Verdampfen, aber keine Temperaturerhöhung, denn alle Wärme wird zur Dunstbildung verbraucht. Daher kann man Wasser in Gefäßen kochen, welche im leeren Zustande das Feuer nicht vertragen. In Berührung mit Körpern, deren Temperatur niedriger ist als die Siedhitze des Wassers, verdichtet sich der Wasserdampf wieder zu tropfbarem Wasser, und diese Körper erlangen durch die freigewordene Dunstwärme eine höhere Temperatur.

36. **Messen der Wärmemengen.** Die Erhöhung der Temperatur einer gegebenen Quantität eines bestimmten Körpers von einem festgesetzten Grade zu einem andern, das Schmelzen einer gegebenen Quantität eines bestimmten Stoffes u. dgl. sind völlig bestimmte Wirkungen, woran sich die Vorstellung einer bestimmten Quantität in der Thätigkeit der Ursache knüpfen läßt, die man mit dem Worte Wärmemenge bezeichnet. Man kann die Wärmemenge, welche nöthig ist, um ein Pfund Wasser von 0° bis zu 1° R. zu erwärmen, als das Grundmaß oder die Einheit der Wärmemengen betrachten; die Wärmemenge, welche 2, 3, 4 . . . Pfunde Wasser in Anspruch nehmen, um die genannte Temperaturänderung zu erfahren, kann als das doppelte, 3fache, 4fache . . . dieses Grundmaßes angesehen, und durch die Zahl 2, 3, 4 . . . vorgestellt werden. Man sieht hieraus, wie sich jede Wärmemenge, unabhängig von irgend einer Hypothese über die Natur des Wärmeprincips, messen und durch eine Zahl ausdrücken läßt; um letztere zu finden, hat man nur auszumitteln, wie viel Pfunde Wasser die in Frage stehende Wärme von 0° R. bis 1° R. zu erwärmen vermag. Es ist nicht nöthig, gerade dieß durch einen directen Versuch zu erforschen; jeder andere Effect, dessen Beziehung zum Grundmaße bekannt

ist, kann hiezu dienen. So läßt sich jede Wärmemenge dadurch characterisiren, daß man angibt, wie viel Eis durch dieselbe geschmolzen, d. h. wie viel auf dem Schmelzpuncte stehendes (die Temperatur 0° R. zeigendes) Eis in Wasser von 0° R. (eiskaltes Wasser) verwandelt werden kann. Dasselbe leistet die Angabe des Gewichtes Wasser, welches durch die fragliche Wärmemenge die Dampfform erhält. Zur Reduction solcher Bestimmungen auf das oben angenommene Grundmaß hat man nur zu berücksichtigen, daß, wie directe Versuche gelehrt haben, die zum bloßen Schmelzen des Eises nöthige Wärme das 60fache Gewicht Wasser von 0° bis 1° R. erwärmen würde, und daß die Wärme, welche Wasser in der Siedhitze (80° R.) bei der Umwandlung in gleichheißen Dampf consumirt, das 430fache Gewicht Wasser von 0° bis 1° R. zu erwärmen vermag. Man drückt diese Resultate kurz aus, indem man sagt, die Flüssigkeitswärme des Wassers, auf das Réaumur'sche Thermometer bezogen, sey = 60, und die Verdunstungswärme = 430.

Nimmt man die Flüssigkeitswärme des Wassers für das Grundmaß der Wärme, so ist dieß mit dem Vortheil verbunden, daß die Angaben der Wärmemengen von jeder Thermometerscale unabhängig werden; statt anzuzeigen, wie viel Wasser durch die in Rede stehende Wärmequantität von 0° bis 1° R. erwärmt wird, hat man bloß das Gewicht des dadurch zu schmelzenden Eises zu nennen, und wird nicht, wenn man z. B die Réaumur'sche Scale mit der Centesimalscale vertauschen will, zur Aenderung des Grundmaßes der Wärme, und dadurch auch zur Aenderung aller numerischen Angaben der Wärmequantitäten genöthiget. Doch gewährt die obige Wahl der Wärmeeinheit andere Vortheile, um deren willen wir ihr den Vorzug geben.

37. **Specifische Wärme und Wärmecapacität.** Die Wärmemenge, welche die Temperatur eines Stoffes um einen Thermometergrad erhöht, heißt im Allgemeinen *specifische Wärme*. Sie ändert sich nicht nur mit der Natur und Aggregationsform der Stoffe, sondern selbst mit der Temperatur, welcher die Erhöhung um einen Grad zu Theil wird. In so fern ein Stoff eine größere oder geringere specifische Wärme in Anspruch nimmt, sagt man er habe eine in demselben Verhältnisse größere oder geringere *Wärmecapacität*. Nach der obigen Bestimmung ist die specifische Wärme des Wassers bei 0° R. die Einheit der Wärmemengen; sehen wir nun die Wärmecapacität des Wassers bei 0° R. für die Einheit der Capacitäten an, so wird die Capacität in jedem andern Falle durch dieselbe Zahl ausgedrückt, wie die entsprechende specifische Wärme, was der eigenthümliche Vortheil der getroffenen Wahl des Grundmaßes der Wärmemengen ist. Da die Wärme, welche die Temperatur eines Körpers um eine gewisse Größe erhöht, bei der Herstellung der vorigen Temperatur wieder abgegeben wird, so äußert sich die Verschiedenheit der Wärmecapacität der Körper sowohl durch die ungleiche Menge Eis, welche gleiche Gewichte ungleichartiger Stoffe bei der Abkühlung um einerlei Temperaturdifferenz schmelzen, als durch die Temperatur, welche sie bei der Herstellung des Gleichgewichtes der Wärme annehmen, oder auch durch die ver-

schiedene Zeit, während welcher sie um eine festgesetzte Anzahl Temperaturgrade erkalten u. dgl. Hiernach lassen sich Mittel zur Vergleichung der Wärmecapacitäten angeben. Sorgfältige Untersuchungen haben gelehrt, daß die Wärmecapacität desselben Stoffes mit der Temperatur steigt; doch darf sie, wenn keine zu großen Differenzen der Temperatur vorfallen, näherungsweise als constant angenommen werden. Unter dieser Voraussetzung wird die Wärmemenge, welche das Gewicht Q eines Stoffes, dessen specifische Wärme S ist, um T Thermometergrade erwärmt, durch das Product Q T S ausgedrückt.

Die Aenderung der Capacität eines und desselben Stoffes bei verschiedenen Abstufungen der Temperatur könnte ein Ergebniß des Ausdehnungsgesetzes der thermometrischen Substanz seyn; die Erfahrung zeigt jedoch, daß das Queckſilber, wenigstens zwischen dem Eis- und dem Siedpuncte, durch gleiche Wärmemengen um gleiche Volumtheile ausgedehnt wird, was diesen Stoff nebst seiner geringen Wärmecapacität (sie ist 30mal geringer als jene des Wassers) zur thermometrischen Substanz besonders eignet.

Wenn zwei Stoffe, deren Gewichte Q und Q′, specifische Wärmen S und S′, und Temperaturen T und T′ sind, ihre Wärme unter einander ausgleichen, und t die Gleichgewichtstemperatur anzeigt, so ist, weil der eine Körper gerade so viel Wärme hergibt, als der andere empfängt, $Q(T-t)S = Q'(t-T')S'$, wornach $\frac{S'}{S} = \frac{Q(T-t)}{Q'(t-T')}$ und $t = \frac{QTS + Q'T'S'}{QS + Q'S'}$ folgt. Ist t durch Erfahrung gegeben, so läßt sich darnach das Verhältniß S′:S; kennt man S und S′, so läßt sich t berechnen.

38. **Adhäsion.** Wenn heterogene Stoffe mit einander in Berührung kommen, so halten sie sich gegenseitig fest, und es ist eine Kraft erforderlich sie zu trennen. Diese Erscheinung nennt man Adhäsion, und schreibt sie gleichfalls der Molecularanziehung zu. Die Adhäsion zeigt sich vornehmlich, wenn flüssige Körper, tropfbare oder ausdehnsame, mit festen in Contact gebracht werden, da erstere vorzüglich geeignet sind, eine hinreichende Annäherung ihrer Theile an jene des festen Körpers zu gestatten. In vielen Fällen bleibt nicht nur der flüssige Körper an dem festen hängen, sondern jener breitet sich über diesen aus; man sagt dann, der feste werde von dem flüssigen benetzt. Geschieht dieß, so unterliegt die Adhäsion keinem Zweifel; sie läßt sich aber auch da nachweisen, wo keine Benetzung eintritt. Der Grund der Benetzung liegt offenbar darin, daß die Flüssigkeitstheilchen unter einander schwächer zusammenhängen, als sie von den Theilen des festen Körpers angezogen werden.

Um eine Glasplatte von einer Wasser- oder Queckſilberfläche loßzureißen, ist eine Gewalt nöthig; man kann diese messen, wenn man die Platte an dem einen Arm eines Wagebalkens herabhängen läßt, während ihr ein Gewicht an dem andern Arme das Gleichgewicht hält. Vermehrt man letzteres Gewicht stufenweise, bis die Platte von der Flüssigkeitsfläche weggerissen wird, so liegt die Größe der Adhäsion zwischen dem größten Gewichte vor der Trennung, und jenem, welches die Trennung bewirkte. Die Glasplatte wird hiebei, wenn sie rein ist, von dem

Wasser benetzt, und es war zur Trennung derselben von der Wasserfläche eigentlich nur die Cohäsion des Wassers zu überwinden. Die Richtigkeit dieser Ansicht wird dadurch bewiesen, daß gleich große Platten von jedem andern Material, wofern nur dieses von dem Wasser benetzt wird, einerlei Kraft zum Losreißen von der Wasserfläche in Anspruch nehmen. Gleich große Platten, die von einer Flüssigkeit nicht benetzt werden, adhäriren derselben mit verschiedener Kraft, die sich nach der Natur des Materials richtet. Das Ueberziehen einer Platte mit der geringsten Fettschichte reicht hin, das Naßwerden zu hindern, und die Kraft, mit welcher die Platte an der Wasserfläche haftet, gänzlich abzuändern. Hieraus erhellet, daß sich die Anziehung des Glases gegen Wasser nur auf die kleinsten Intervalle zwischen den Theilchen beider Stoffe erstreckt. Dieselbe Folgerung geht aus dem Umstande hervor, daß die Dicke einer Glasplatte auf die Größe ihrer Adhäsion an Wasser keinen Einfluß hat, zum Beweise, daß hier nur die dem Wasser nächsten Glastheile auf eine merkliche Weise thätig sind. Aus der Ueberwältigung der Cohäsion der Wassertheilchen durch die Anziehung zwischen Glas und Wasser erklärt sich das Zerfließen eines Wassertropfens auf einer reinen Glasplatte, während er, wenn diese Platte mit der dünnsten Fettschichte bedeckt ist, die Kugelform behält. Ein Queckſilbertropfen zerfließt auf Zinn, nicht aber auf Eisen oder Glas. Zwei benetzte Glastafeln hängen mit bedeutender Kraft an einander. Wird zwischen zwei gut an einander passende Flächen fester Körper eine flüssige Substanz gebracht, welche ihnen adhärirt, und durch Trocknen oder Erkalten in den festen Zustand übergeht, so haften diese Körper sehr fest an einander. Hierauf beruht das Leimen und das Löthen. Auch tropfbare Körper adhäriren an tropfbaren, z. B. Oehle an Wasser, endlich gasförmige an festen und an tropfbaren, z. B. die atmosphärische Luft an Glas, Holz, Metallen, an Wasser u. dgl.

39. **Auflösung.** Kommt ein tropfbarer Körper mit einem festen in Berührung, so wird in vielen Fällen letzterer von dem ersteren nicht bloß benetzt, sondern es zieht sich der tropfbare zwischen die Theilchen des festen hinein, und hebt den Zusammenhang derselben auf; der feste Körper verschwindet allmälig, und es bildet sich ein neues gleichförmiges Aggregat, welches sowohl die Eigenschaften des tropfbaren als auch des festen an sich trägt, ohne daß man im Stande wäre, die Theilchen des einen neben den Theilchen des andern räumlich geschieden wahrzunehmen. Man sagt in einem solchem Falle, es habe sich der feste Körper in dem tropfbaren *aufgelöset*; letzterer heißt das *Auflösungsmittel*, und der Hergang sowohl, als das Product der Erscheinung wird *Auflösung* (Lösung) genannt.

Als Beispiel mag die Erscheinung dienen, welche sich zeigt, wenn man Kochsalz in Wasser bringt. Das Kochsalz verschwindet nach und nach, was durch Verkleinerung des Salzes und durch Umrühren der Lösung beschleunigt wird, und man hat eine sogenannte Kochsalzlauge vor sich, in welcher die Anwesenheit des Kochsalzes durch den Geschmack deutlich erkannt wird. Die Einwirkung des festen Salzes auf unser Geschmacksorgan findet auch nur in so fern statt, als sich das Salz im Speichel auflöset.

40. **Gesetze der Auflösung.** Die Erfahrung hat in Betreff der Auflösung Folgendes nachgewiesen: 1) Nicht jeder feste Stoff ist in einem gegebenen tropfbaren löslich. 2) Erfolgt die Lösung, so nimmt

der flüssige Stoff von dem festen bis zu einem gewissen Maximum jede beliebige Menge auf; ein Quantum, welches dieses Maximum übersteigt, wird nur zum Theile aufgenommen, der Ueberschuß über das erwähnte Maximum bleibt unaufgelöst. Eine Flüssigkeit, welche von einem Stoffe die größtmögliche Menge aufgelöst hat, heißt mit diesem Stoffe *gesättiget*. 3) Das zur Sättigung erforderliche Quantum des aufzulösenden Stoffes hängt von seiner und des Auflösungsmittels materiellen Beschaffenheit, oft auch von der Temperatur ab. 4) Der Sättigungspunct ist in manchen Fällen in so fern schwankend, als einer Flüssigkeit, welche mit einem Stoffe bereits gesättigt erscheint, doch noch ein kleiner Ueberschuß davon aufgedrungen werden kann, entweder indem man der gesättigten Lösung etwas von dem Auflösungsmittel durch Verdampfung entzieht, oder ihr eine geringe Menge des aufzulösenden Stoffes in feinster Pulverform zusetzt. Man unterscheidet sonach die *gewöhnliche* Sättigung von der *Uebersättigung*. 5) Eine mit einem Stoffe bereits gesättigte Lösung kann noch von einem andern Stoffe etwas aufnehmen, in einigen Fällen sogar noch mehr, als das reine Auflösungsmittel.

Wasser, es mag warm oder kalt seyn, löset nicht mehr als 37 Procente seines Gewichtes Kochsalz auf. Salpeter ist im heißen Wasser beträchtlich löslicher als in kaltem; 100 Gewichtstheile Wasser von 0° R. nehmen nur $13^1/_3$ Theile, von 80° R. aber 236 Theile dieses Salzes auf, und es steigt das gelöste Quantum mit der Temperatur innerhalb der Grenzen 0° und 80° R., jedoch in einem rascheren Verhältnisse als diese. Doch gibt es auch Fälle, in welchen die Löslichkeit eines Stoffes in Wasser in demselben Verhältnisse zunimmt, wie die Temperatur, z. B. bei schwefelsaurem Kali. In geringer Menge sind Gips und Kalk im Wasser löslich; 1 Theil Gips fordert 462 Theile Wasser zur Auflösung, und zwar bei jeder Temperatur; 1 Theil Kalk bedarf 450 Theile Wasser von 0° R., und 1270 Theile von 80° R., so daß dieser Stoff in heißem Wasser bedeutend weniger löslich ist, als in kaltem. Eine Kochsalzlauge nimmt mehr Salpeter auf, als eine gleiche Menge reines Wasser; eben so löset sich Kochsalz in größerer Menge in gipshaltigem als in reinem Wasser.

41. **Mischung, Absorption.** Der Auflösung eines festen Körpers in einem tropfbaren analog ist die Vereinigung zweier tropfbaren Körper zu einem homogenen, das Gepräge beider an sich tragenden Ganzen, wie auch die Einsaugung eines ausdehnsamen Stoffes von einem tropfbaren Körper, ja selbst gewissermaßen von einem festen. Ersterer Vorgang heißt *Mischung*, letzterer *Absorption*. Bei der Mischung tropfbarer Körper kommt nur in wenigen Fällen ein der Sättigung ähnliches Verhalten vor, in der Regel hat es den Anschein, als mischten sich jede beliebigen Mengen beider. Die Absorption dagegen bietet einen Sättigungspunct dar; was es damit für eine nähere Bewandtniß habe, kann aber erst später aus einander gesetzt werden. Gasförmige Stoffe mengen sich bloß mit einander, vorausgesetzt, daß sie nicht chemisch auf einander einwirken, wovon nachher die Rede seyn wird.

42. **Ursache der Auflösung.** Es bedarf nur einer oberflächlichen Betrachtung des Herganges und Resultates einer Auflösung, um

einzusehen, daß dabei eine Zerlegung des aufgelösten Stoffes in nicht mehr sinnlich wahrnehmbare Theile und eine Vertheilung derselben unter jene des Auflösungsmittels vor sich gehe. Dieser Erfolg wird durch dieselben Kräfte herbeigeführt, auf denen die Adhäsion der Körper beruht, nur mit dem Unterschiede, daß bei der Auflösung die Anregung der heterogenen Theilchen zur Annäherung den Zusammenhang der homogenen überwältigen konnte.

43. **Krystallisation.** Die Theilchen der Körper zeigen ein Bestreben sich unter günstigen Umständen zu regelmäßig gestalteten, von ebenen Flächen begrenzten Polyedern zu gruppiren, welche man Krystalle nennt. Die Krystallbildung lehrt uns die Molecularkräfte von einer neuen Seite kennen. Damit sich ein Krystall bilde, müssen die Körpertheilchen im Zustande der feinsten Vertheilung, und vollkommen frei beweglich seyn. Dieß findet statt, wenn einer gesättigten Lösung das Auflösungsmittel nicht allzurasch entzogen, oder falls der Sättigungspunct mit der Wärme steigt, wenn die gesättigte Lösung abgekühlt wird, deßgleichen, wenn ein geschmolzener oder verflüchtigter Stoff langsam erstarrt.

Man erhält Kochsalzkrystalle, wenn eine sich selbst überlassene gesättigte Lösung dieses Salzes das Wasser durch Verdünsten an ihrer Oberfläche allmälig verliert. Aus einer heißen gesättigten Salpeterlösung scheiden sich beim Erkalten Krystalle ab. Schwefelkrystalle bilden sich, wenn man diesen Stoff in einem Tiegel schmilzt, die Flüssigkeit gestehen läßt, vor ihrem Erkalten die obere Kruste durchsticht und die noch übrige Flüssigkeit ausgießt; in der entstandenen Höhlung zeigen sich zahlreiche Gruppen von Schwefelkrystallen. Dergleichen bilden sich auch bei dem Verdichten des durch Erhitzen erzeugten Schwefeldampfes an den kälteren Stellen der Gefäßwand. Die krystallinische Structur läßt sich selbst an einem compacten Schwefelstücke nicht verkennen, nur haben da die zusammengedrängten Krystalle sich an gehöriger Ausbildung gehindert. Die Tendenz zur Krystallbildung offenbart sich auch bei dem Gefrieren des Wassers, an den zuerst entstandenen Eisnadeln und an der regelmäßigen Gestalt der Schneeflocken. Mehrere Metalle sind zur Krystallbildung sehr geneigt.

44. **Gesetze der Krystallformen.** Die Krystallgestalten, welche uns die Natur an den Körpern des Mineralreiches in bewunderungswürdiger Mannigfaltigkeit und Vollendung vor Augen legt, lassen sich, ihrer scheinbaren Verwicklung ungeachtet, mit Hilfe geometrischer Betrachtung auf einfache Bildungsgesetze zurückführen. Jede Krystallform besitzt einen Mittelpunct der Gestalt; er ist der Halbirungspunct einer oder mehrerer geraden Linien (Axen), gegen welche die Krystallflächen symmetrisch gestellt sind. Ist die Anordnung sämmtlicher Krystallflächen gegen die Axe, auf welche man sie bezieht, genau dieselbe, so heißt die Gestalt eine einfache; haben aber nicht sämmtliche Krystallflächen gegen die Axe gleiche Positionen, so lassen sie sich in Gruppen abtheilen, deren jede einzelne übereinstimmend gestellte Flächen umfaßt. Denkt man sich die zu einerlei Gruppe gehörenden Flächen erweitert, so entsteht eine besondere einfache Form, die auch unbegrenzt seyn, d. h. unendliche Abmessungen haben kann, und

die ganze Krystallgestalt ist nicht anderes als der Raum, den die aus sämmtlichen Flächengruppen hervorgehenden einfachen Gestalten in ihrer Zusammenstellung gemeinschaftlich umschließen. Deßhalb heißt eine solche Krystallgestalt eine zusammengesetzte oder Combination. Die Angabe der einfachen Gestalten, aus welchen eine gegebene Krystallgestalt besteht, wird die Zerlegung der letzteren genannt. Durch die Art, wie die einzelnen Gestalten combinirt erscheinen, offenbart sich zugleich eine Beziehung derselben zu einander, vermöge welcher man eine einfache Gestalt aus einer andern ableiten kann. Wählt man eine bestimmte einfache Gestalt, um aus ihr die übrigen mit ihr combinationsfähigen einfachen Gestalten abzuleiten, so heißt erstere die Grundgestalt. Sämmtliche aus der Grundgestalt ableitbare, mithin unter einander combinationsfähige Gestalten bilden eine Krystallreihe, so wie sämmtliche gleichartige, d. h. nur hinsichtlich der Abmessungen der Grundgestalt verschiedene Krystallreihen ein Krystallsystem.

Beispiele einfacher Gestalten sind: der Würfel, das Oktaeder, ein Rhomboeder u. dgl. Nimmt man einem Würfel die Ecken durch Schnitte so hinweg, daß gleichseitige Dreiecke entstehen, so hat man eine zusammengesetzte Gestalt, eine Combination des Würfels mit dem Oktaeder vor sich. Letzteres kommt zum Vorschein, wenn man die Schnittflächen für sich erweitert, bis sie einen Raum allseitig begrenzen. Die Krystallform des Quarzes, eine sechsseitige Säule mit pyramidaler Zuspitzung, ist eine Combination eines regelmäßigen sechsflächigen Prisma's mit einer entsprechenden Pyramide. Wird der Würfel als Grundgestalt angenommen, so kann aus ihm das Oktaeder abgeleitet werden, indem man durch die Ecken des Würfels Ebenen senkrecht gegen seine Diagonalen legt, und jene Ebenen bis zur wechselseitigen Durchschneidung erweitert. Legt man aber durch jede Kante des Würfels eine gegen die in dieser Kante zusammenstoßenden Seitenflächen gleichgeneigte Ebene, so entsteht das Rhombendodekaeder. Durch anders gestellte Ebenen liefert der Würfel noch andere Gestalten, die zusammengenommen das hexaedrische oder tessulare Krystallsystem ausmachen. Ein Rhomboeder liefert durch ein passendes Verfahren eine Folge von Rhomboedern, Pyramiden, Prismen, welche zusammen eine Krystallreihe bilden; sämmtliche auf nicht zusammengehörende Rhomboeder als Grundgestalten sich beziehende Reihen stellen das rhomboedrische Krystallsystem dar. Nur Gestalten eines und desselben Krystallsystemes combiniren sich mit einander; nie kommt in der Natur eine Combination zweier Gestalten vor, die nicht in ein Krystallsystem passen.

Die krystallisirten Mineralien befinden sich allein in jenem Zustande der Ausbildung, daß sie Gegenstand einer naturhistorischen Bestimmung im strengsten Sinne des Wortes werden können. In der Regel zeigen nur kleine Krystalle eine ungestörte Bildung; an ihnen finden sich die ebensten Flächen und die am bestimmtesten ausgeprägten Formen. Aber auch an diesen sind fast ohne Ausnahme gewisse Flächen auf Kosten der übrigen vergrößert, und man muß, um die ihnen zum Grunde liegende Bildungsregel zu erkennen, die Flächen zu ihren wirklichen Lagen parallel auf gehörige Weise verschoben denken. Man kann sich mit Sicherheit nur an die Flächenwinkel halten, denn nur diese unterliegen unbedeutenden Abweichungen von der normalen Größe. An größeren Krystallen findet man meistens unebene Flächen, krummlinige Kanten u. s. w., was auf Rechnung von Störungen bei dem Bildungsacte zu setzen ist.

45. **Regelmäßige Theilbarkeit der Krystalle.** Es läßt sich zwar jeder Krystall durch Anwendung äußerer Gewalt auf mannigfaltige Weise in Stücke zerbrechen, welche ganz unregelmäßige Bruchflächen an sich tragen; doch sind die Krystalle mit der äußerst merkwürdigen Eigenschaft begabt, nach gewissen Ebenen, welche gegen die Krystallare bestimmte Lagen haben, vorzugsweise leicht theilbar zu seyn, so daß es genügt, den Zusammenhang einiger Theilchen längs einer solchen Ebene aufzuheben, um die Spaltung des Krystalls nach dieser Ebene herbeizuführen. Jede solche Ebene heißt eine Theilungsfläche. Zu jeder Theilungsfläche gibt es unzählige parallele; aber bei vielen Krystallen erkennt man mit Bestimmtheit noch andere Systeme von Theilungsflächen; derlei Krystalle lassen sich also in Stücke zerlegen, die nicht mehr von den ursprünglichen Krystallflächen, sondern bloß von Theilungsflächen begrenzt sind. Solche Gestalten heißen Theilungsgestalten. Sie sind immer aus der Grundgestalt des Krystalles ableitbar.

Setzt man an einen Steinsalzwürfel parallel mit einer Krystallfläche ein Messer an, so zerspringt mittelst eines leichten Schlages der Krystall in rechtwinkelige parallelepipedische Stücke, deren Flachen jenen des Würfels parallel sind. Nach andern Richtungen läßt sich der Würfel nicht regelmäßig theilen, er zerbricht in unregelmäßige Stücke. Als Beispiele ausgezeichneter regelmäßiger Theilbarkeit nennen wir noch den Flußspath, dessen Theilungsgestalt das Oktaeder ist, den Kalkspath, der sich in Rhomboeder, den Glimmer, der sich mit größter Leichtigkeit in dünne Blätter mit den ebensten Flächen spalten läßt Bei manchen Krystallen geht die regelmäßige Theilung schwieriger an, und ihr Vorhandenseyn ist nicht so leicht nachzuweisen.

46. **Erklärung der Structur der Krystalle.** Man hat versucht die Beschaffenheit der Krystalle durch die Annahme zu erklären, daß die Molekel der Körper bestimmte Gestalten besitzen, und sich in Folge einer Verschiedenheit in der Action, die ein solches Molekel nach verschiedenen Richtungen ringsum äußert, bei dem Bildungsacte des Krystalles regelmäßig schichten. Nach Hauy, dem Entdecker der regelmäßigen Theilbarkeit, lassen sich alle Krystallgestalten auf dreierlei Elementartheilchen zurückführen, nämlich tetraedrische, dreiseitig prismatische und parallelepipedische. Um die mannigfaltigsten Krystallgestalten durch regelmäßiges Aneinanderfügen von gleichen Theilchen einer dieser drei Arten zu construiren, nimmt Hauy an, daß nicht jede Lage nothwendig gleich viel Theilchen enthalte, sondern daß die Anzahl der Partikel in den einzelnen Schichten sich nach einer gewissen Regel (Decrescenzgesetz) ändern könne, woraus eine treppenartige Lagerung der Partikel entspringt, ohne jedoch der Ebenheit der Krystallflächen Abbruch zu thun, da wegen der Kleinheit der Molekel alle einwärts gehenden Flächenwinkel an den einzelnen Stufen der Treppen unseren Sinnen völlig entschwinden. Hiemit liegt auch der Grund der regelmäßigen Theilbarkeit vor Augen; sie ist eine unmittelbare Folge der regelmäßigen Schichtung der kleinsten Partikel. Zur weiteren Erklärung der Gestalten der Grundmolekel hat man noch zur Hypothese

sphärisch gebildeter kleinerer Theilchen, aus welchen jene zusammengesetzt seyn sollen, Zuflucht genommen; allerdings können sich Kugeln zu vielfältigen Formen gruppiren. Uebrigens lassen die bisherigen Bemühungen, über diesen schwierigen Gegenstand einiges Licht zu verbreiten, noch viel zu wünschen übrig.

47. **Chemische Verbindung.** Zwei oder mehrere heterogene Stoffe können sich, zumal unter günstigen Bedingungen (flüssiger Zustand, passende Temperatur u. dgl.), zu einem neuen gleichartigen, von den ursprünglich vorhandenen *wesentlich verschiedenen* Stoffe vereinigen, in dessen Eigenschaften man oft keine Spur der Stoffe, welche ihn erzeugt haben, erkennt. Eine solche Verbindung nennt man eine *chemische*; den daraus entstandenen Stoff einen *chemisch zusammengesetzten*; die Stoffe, welche sich verbunden haben, seine *Bestandtheile*; die Beziehung der Bestandtheile zu einander, vermöge welcher sie eine chemische Verbindung eingehen, *chemische Verwandtschaft* oder *Affinität*. Die Untersuchung der Stoffe hinsichtlich der Affinität läßt sich zum Gegenstande einer eigenen Wissenschaft machen, welche den Namen *Chemie* führt.

Bringt man Quecksilber mit schmelzendem Schwefel zusammen, so entsteht eine Substanz, welche, besonders nachdem sie durch Hitze verflüchtiget worden, die Eigenschaft erhält, feingerieben eine hochrothe Farbe anzunehmen. Man nennt diese Substanz Zinnober. Derselbe unterscheidet sich wesentlich von einem bloßen Gemenge fein zertheilten Schwefels mit Quecksilber, worin man Theilchen beider Stoffe neben einander wahrnimmt. Im Zinnober dagegen entdeckt man auch mit Hilfe des stärksten Vergrößerungsglases weder Schwefel noch Quecksilber, so wenig als seine Eigenschaften auf die Anwesenheit dieser Stoffe hindeuten. Wird ein bloßes Gemenge von Schwefel und Quecksilber mit Wasser angerührt, so setzt sich das Quecksilber zu Boden und wird sonach vom Schwefel getrennt, was bei dem Zinnober nicht geschieht. Der Zinnober ist demnach eine chemische Verbindung von Schwefel und Quecksilber.

Die Benennung »Verwandtschaft« für die Neigung ungleichartiger Stoffe, sich zu einem von denselben wesentlich verschiedenen Producte zu verbinden, steht mit dem Sinne nicht im Einklange, in welchem man dieß Wort sonst zu gebrauchen pflegt. Wenn nämlich von Verwandtschaft die Rede ist, denkt man in der Regel an einen gewissen Grad von Aehnlichkeit; aber Eigenschaften von Stoffen, die durch Vereinigung verschwinden, stehen offenbar in einem Gegensatze; es sind also Stoffe, die sich chemisch verbinden, nothwendig unähnliche, und dieß um so mehr, so weniger ihre besonderen Eigenschaften in dem Resultate ihrer Verbindung hervortreten. Chemisch ähnlich sind nur diejenigen Stoffe, welche ähnliche Verbindungsproducte geben, oder was auf dasselbe hinausläuft, einander wechselseitig ersetzen oder vertreten können, wie z. B. die Metalle.

48. **Chemische Scheidung.** Die Bestandtheile eines chemisch zusammengesetzten Stoffes lassen sich durch geeignete Mittel von einander trennen und isolirt darstellen. Man nennt die Operation, wodurch dieses bewerkstelliget wird, *chemische Scheidung*, *Zerlegung* oder *Analyse*. Sie beruht auf der Bekämpfung der Verwandtschaft der Bestandtheile durch entgegenwirkende Potenzen. Dergleichen sind

die Electricität, die Wärme, auch das Licht, meistens aber wird die überwiegende Verwandtschaft eines oder mehrerer anderen Stoffe zu einem oder mehreren der Bestandtheile, welche getrennt werden sollen, ins Spiel gesetzt. (Wahlverwandtschaft.) Man sieht hieraus, daß die Bedingungen der Existenz der Stoffe durch chemische Verbindung nicht aufgehoben werden, aber man kann nicht jederzeit einen aus bekannten Stoffen bestehenden auch aus diesen bilden, was insbesondere von organischen Producten gilt, die man nur selten auf chemischem Wege zu erzeugen vermag.

Der Zinnober wird durch Glühen an der Luft zerlegt; der Schwefel liefert dabei das gewöhnliche Verbrennungsproduct, schwefelige Säure, und das Queckſilber geht in expansibler Form weg. In Berührung mit Eisenfeile unter Beihilfe der Wärme wird der Zinnober durch Wahlverwandtschaft zerlegt, indem das Eisen sich des Schwefels bemächtiget.

49. **Chemische Grundstoffe.** Da aus Verbindungen heterogener Stoffe neue Stoffe entstehen, ohne daß die Bedingungen der Existenz der ersteren verloren gehen, so kann man bezüglich jedes Stoffes die Frage stellen, ob er nicht durch schickliche Behandlung in andere Stoffe zerlegt werden könne. Die nicht weiter zerlegbaren oder *einfachen* Stoffe sind offenbar die *Elemente*, welche allen in der Natur vorfindigen Stoffen zum Grunde liegen. Man kennt eine nicht unbeträchtliche Anzahl von Stoffen, die man bisher auf keine Weise in Bestandtheile zu zerlegen vermochte; da aber für ihre absolute Unzerlegbarkeit kein Beweis vorliegt, so können dieselben höchstens nur hypothetisch als einfache Stoffe oder Elemente gelten. Man nennt sie daher schicklicher *unzerlegte* Stoffe oder auch *Grundstoffe*, in so fern sie uns nämlich als die Grundlagen der Zusammensetzung aller übrigen Stoffe erscheinen.

Die bis jetzt angestellten chemischen Untersuchungen haben auf 56 Stoffe geführt, die jedem Versuche, sie in Bestandtheile zu zerlegen, widerstehen. Die Mehrzahl derselben, nämlich 43, charakterisiren sich durch den eigenthümlichen Glanz, die Undurchsichtigkeit, durch Leitungsfähigkeit für die Wärme und durch an einem späteren Orte zu betrachtende Beziehungen zur Elektricität als Metalle; die übrigen erscheinen als nicht metallische Stoffe. Die Namen der letzteren sind: Sauerstoff, Wasserstoff, Kohlenstoff, Stickstoff, Schwefel, Selen, Phosphor, Chlor, Brom, Jod, Fluor, Bor, Kiesel. Die metallischen Grundstoffe heißen: Kalium, Natrium, Lithium, Barium, Strontium, Calcium, Magnesium, Aluminium, Beryllium, Yttrium, Zirkonium, Thorium, Tellur, Arsen, Chrom, Vanadin, Molybdän, Wolfram, Antimon, Tantal, Titan, Osmium, Palladium, Rhodium, Iridium, Platin, Gold, Silber, Queckſilber, Kupfer, Uran, Wismuth, Zinn, Blei, Cadmium, Zink, Nickel, Kobalt, Eisen, Mangan, Cer, Lanthan, Didym. Nicht alle diese Grundstoffe haben für die Anfangsgründe der Naturlehre ein gleiches Interesse; außer den im gemeinen Leben verbreiteten und daher allgemein bekannten Metallen kommen hier nur diejenigen Stoffe in Erwägung, welche in den wichtigsten Körpern als Bestandtheile enthalten sind. Mit diesen und mit den Verbindungen derselben, deren Kenntniß unentbehrlich oder zur Erweiterung der Einsicht in die chemischen Erscheinungen am dienlichsten ist, beschäftiget sich das folgende Hauptstück.

50. Gesetze der chemischen Verbindung. Die Erfahrung hat folgende Gesetze der chemischen Verbindung kennen gelehrt: 1) Das Gewicht eines zusammengesetzten Stoffes ist stets der Summe der Gewichte seiner Bestandtheile gleich. Dieses ist das Gesetz der Erhaltung der Quantität der Materie. 2) Die Stoffe verbinden sich in einem oder in einigen bestimmten Gewichtsverhältnissen. Geht nämlich die Menge a des Stoffes A mit der Menge b des Stoffes B eine chemische Verbindung ein, so verbinden sich je zwei in dem Verhältnisse a:b stehende Mengen dieser Stoffe; weicht aber das Verhältniß der vorhandenen Mengen der Stoffe A und B von dem Verhältnisse a:b ab, so bleibt der Ueberschuß unverbunden, es sey denn, daß diese Mengen in einem bestimmten anderen Verhältnisse stehen, wobei jedoch ein von dem vorgedachten gänzlich verschiedenes Product entsteht. Dieß ist das Gesetz der bestimmten Verhältnisse. 3) Verbindet sich der Stoff A mit B in mehreren verschiedenen Verhältnissen, so lassen sich dieselben aus einander durch Multiplication (oder auch Division) ihrer Glieder mit den niedrigsten ganzen Zahlen ableiten; ist nämlich a:b ein solches Verhältniß, so ist jedes andere in der Form ma:nb enthalten, wobei die Werthe von m und n sich unter den allerersten Gliedern der natürlichen Zahlenreihe 1, 2, 3, 4, 5 . . . befinden. Dieß ist das Gesetz der Vielfachen. 4) Verbindet sich A mit B in dem Verhältnisse a:b, und B mit C in dem Verhältnisse b:c, und es geht eine Verbindung von A mit C vor sich, so erfolgt sie oft in dem Verhältnisse a:c, jederzeit aber in dem Verhältnisse ma:nc, wobei m und n sehr niedrige ganze Zahlen sind. Dieß ist das Gesetz der Aequivalente (der einander ersetzenden oder vertretenden Stoffe). 5) Verbindet sich A mit B und C einzeln genommen in den Verhältnissen a:b und a:c, so erfolgt, wenn eine Verbindung des aus A und B zusammengesetzten Stoffes mit C möglich ist, diese in dem Verhältnisse m(a+b) : nc; verbindet sich ferner A mit B in dem Verhältnisse a:b und C mit D in dem Verhältnisse c:d und es gehen die zusammengesetzten Stoffe AB und CD eine Verbindung ein, so findet diese in dem Verhältnisse m(a+b) : n(c+d) statt, wobei m und n niedrige ganze Zahlen bedeuten. Dieß ist das Gesetz der zusammengesetzten Verbindungen. 6) Haben die sich chemisch verbindenden Stoffe die Gasform, so waltet noch die Eigenthümlichkeit ob, daß die Rauminhalte, welche diese Stoffe bei gleicher Temperatur und gleicher Spannung besitzen, unter sich sowohl, als zu dem Rauminhalte des Productes, bei genannter Temperatur und Spannung, in sehr einfachen Verhältnissen stehen. Dieß ist das Gesetz der einfachen Volumverhältnisse. Man hat in neuerer Zeit beachtenswerthe Versuche gemacht, dieses Gesetz auch auf feste Körper auszudehnen.

Beispiele zur Erläuterung dieser Gesetze bietet das nächste Hauptstück dar. Stoffe, welche in keinem bedeutenden Gegensatze stehen, vereinigen sich in allen Verhältnissen; sie geben bloße Lösungen oder Mischungen, nicht aber eigentliche chemische Verbindungen.

51. Atomistische Ansicht der chemischen Erscheinungen. Wenn man die so eben aufgezählten, durch alle Analysen zusammengesetzter Stoffe bestätigten Gesetze in Erwägung zieht, so kann man sich der Vorstellung nicht erwehren, daß chemische Verbindung nichts anderes sey, als Nebeneinanderlagerung kleinster Theile heterogener Stoffe, eine Ansicht, die in der That bei der Mehrzahl der Chemiker Eingang gefunden hat. Man sieht dabei diese kleinsten Theile als solche an, deren weitere Theilung in keine Betrachtung kommt, und nennt sie darum Atome, und die so eben angedeutete Erklärungsweise der chemischen Verbindung das atomistische System. Die Gesetze der chemischen Verbindung sind eine nothwendige Folge der Annahme, daß jedem Stoffe besondere unter sich gleiche Atome entsprechen, welche sich unter einander nur in beschränkter Anzahl gruppiren können. Verhalten sich die Gewichte der einzelnen Atome zweier Stoffe A und B wie a : b, und verbindet sich je ein Atom von A mit einem Atom von B, so verhalten sich auch die Gewichte der die chemische Verbindung eingehenden Quantitäten wie a : b; combiniren sich aber je zwei Atome von A mit einem Atom von B, oder je drei Atome von A mit zweien von B u. s. w., so stehen die sich chemisch vereinigenden Gewichtsmengen dieser Stoffe in dem Verhältnisse 2a : b oder 3a : 2b u. s. w. Die Resultate solcher Verbindungen haben zusammengesetzte Atome, deren Gewichte den Summen der Zahlen proportionirt sind, durch welche die Verhältnisse der Gewichte der einzelnen Atome der Bestandtheile dargestellt werden. Man hat sich also unter der Benennung »Atom« nicht wie in älteren Systemen etwas absolut Untheilbares vorzustellen; die Untheilbarkeit der Atome ist eine bloß relative, sie sind gleichsam die Einheiten, auf welche die Nebeneinanderlagerung sich bezieht. Die gleichartigen Theilchen, welche im Vorhergehenden Molekel genannt wurden, sind im Sinne der atomistischen Vorstellungsweise als Gruppen von Atomen zu betrachten, deren Anordnung die Gestalten der Molekel bedingt; die Erscheinungen der Aggregation, Adhäsion, Auflösung, Krystallisation erstrecken sich lediglich auf die Molekel, während die chemischen Phänomene die Atome selbst in Anspruch nehmen. Die Kraft, welche die Atome zur Nebeneinanderlagerung anregt, und in solcher zusammenhält, ist die der Materie im Allgemeinen eigene Anziehungskraft; aus den die Atome beherrschenden Kräften gehen jene hervor, welche die Molekel gegen einander äußern. Es ist also nicht nöthig, der Materie eine besondere chemische Anziehungskraft zuzuschreiben.

Obgleich die hier vorgetragene atomistische Vorstellungsweise die Gesetze der chemischen Verbindung auf eine einfache Art zu begründen scheint, so muß man sich doch hüthen, ihr eine größere Evidenz beizulegen, als sie wirklich besitzt. Ohne die ausdrückliche Voraussetzung, daß die Beschaffenheit der Atome nur gewisse Gruppirungsformen zulasse, würde diese Hypothese nicht einmal das Gesetz der bestimmten Verhältnisse in sich fassen. Denn könnten sich 1000 Atome des Stoffes A eben so leicht mit 1000 Atomen des Stoffes B combiniren, als mit 999, 998, 997 u. s. w. oder mit 1001, 1002, 1003 Atomen, so wären ja Verbindun-

gen dieser Stoffe in sehr vielen nicht mehr von einander unterscheidbaren Abstufungen, mithin so gut wie in jedem beliebigen Gewichtsverhältnisse möglich.

52. **Relative Atomgewichte.** Zahlen, welche sich verhalten wie die Gewichte der einzelnen Atome einer Reihe von Stoffen, heißen relative Atomgewichte dieser Stoffe. Sie lassen sich nicht unmittelbar aus der Erfahrung, sondern erst nach Zuhilfenahme hypothetischer Voraussetzungen (worin verschiedene Autoritäten von einander abweichen) aus den Gewichtsmengen ableiten, in welchen sich Stoffe verbinden. Die Erfahrung bietet lediglich Zahlen dar, die selbst oder deren Vielfache sich verhalten wie die Gewichte der Bestandtheile zusammengesetzter Stoffe. Solche Zahlen mögen, in so fern man sie unabhängig von jeder Hypothese ins Auge faßt, Mischungsgewichte genannt werden. Die Ungewißheit der relativen Atomgewichte liegt darin, daß wenn zwei Stoffe A und B sich im Verhältnisse a : b verbinden, wohl auch die Gesammtheiten der Atome von A und B, die in ein Atom der Verbindung AB eintreten, dasselbe Gewichtsverhältniß haben müssen, daß aber daraus nicht erhellet, in welcher Anzahl die Atome der Bestandtheile zur Hervorbringung eines zusammengesetzten Atomes verwendet worden sind. Hat man die Mischungsgewichte der Stoffe, auf welche es eigentlich ankommt, auf eine der Erfahrung entsprechende Weise festgestellt, so bedarf man nur der Angabe, wie viele Mischungsgewichte von jedem Bestandtheile eines zusammengesetzten Stoffes zu rechnen sind, um das quantitative Verhältniß dieser Bestandtheile zu erhalten. Die Angabe der zu nehmenden Mischungsgewichte heißt die Zusammensetzungsformel. Man pflegt jenen Abschnitt der Chemie, der die Bestimmung der Mischungsgewichte und der Zusammensetzungsformeln zum Gegenstande hat, die Stöchiometrie zu nennen. So lange man keinen andern Zweck verfolgt, als eine einfache Darstellung der Verbindungsverhältnisse der Stoffe, kann man sich dem in der neuern Chemie herrschend gewordenen Sprachgebrauche gemäß erlauben, die Mischungsgewichte als Atomgewichte zu betrachten; es kann daraus, wie das folgende Hauptstück noch deutlicher zeigen wird, kein wesentlicher Irrthum entstehen.

Drittes Hauptstück.

Chemische Betrachtung einiger vorzüglich wichtigen Stoffe.

53. **Zusammensetzung der atmosphärischen Luft.** Die atmosphärische Luft ist, abgesehen von zufälligen und vorübergehenden, oder auch gewöhnlichen, jedoch nur in geringer und veränderlicher Menge darin vorfindigen Beimischungen, wovon später an den gehörigen Orten die Rede seyn wird, ihrem eigentlichen Wesen nach ein

Gemenge zweier gasförmigen Stoffe, welche die Namen Sauerstoff (Oxygen) und Stickstoff (Azot, Nitrogen) erhalten haben. Dem Sauerstoffgase verdankt die atmosphärische Luft ihre Tauglichkeit zur Erhaltung des an den Athmungsproceß geknüpften thierischen Lebens, und den Antheil, welchen sie am Verbrennen der Körper nimmt; das Stickgas ist zum Einathmen und zur Ernährung des Feuers nicht geeignet. Die so eben ausgesprochene Beschaffenheit der Luft wird durch folgende Erfahrungen erkannt:

Die meisten Metalle, wie auch mehrere nicht metallische Stoffe, verändern sich unter dem Einflusse der atmosphärischen Luft auf eine merkwürdige Weise; einige schon bei gewöhnlicher Temperatur, andere erst in höherer: die Metalle verlieren ihren eigenthümlichen Character und verwandeln sich in mehr oder weniger erdartige Substanzen, welche die älteren Chemiker Metallkalke nannten; die nicht metallischen Stoffe gehen gleichfalls in Stoffe über, deren Eigenschaften von den früher vorhandenen gänzlich abweichen. Bei dieser Veränderung nehmen die Stoffe am Gewichte zu, und die Luft, mit welcher sie in Wechselwirkung stehen, nimmt um eben so viel am Gewichte ab; dieß geht jedoch bei gegebener Menge der Luft, wenn nämlich die Action im geschlossenen Raume statt findet, nur so weit, bis der Gewichtverlust der Luft 23 Hunderttheile ihres ursprünglichen Gewichtes erreicht hat, und dabei erstreckt sich die Veränderung nur auf eine bestimmte von der Natur und von der Art der Veränderung jedes Stoffes abhängende Menge desselben, wenn auch eine beliebig größere Menge davon vorhanden ist. Der Rückstand der Luft erscheint sodann zum Athmungsprocesse und zur Erhaltung des Feuers untauglich; ein Thier kann darin nicht fortleben, ein brennendes Licht verlöscht darin sogleich. Es hat also die Luft den Bestandtheil, der sie zum Einathmen und zur Ernährung des Feuers geeignet macht, nämlich den Sauerstoff, an den ihr dargebotenen Stoff abgetreten, und der irrespirable Theil, der Stickstoff, ist zurückgeblieben. Der Act der Verbindung des Sauerstoffes mit einem andern Stoffe heißt Oxydation, das daraus hervorgehende Product ein Oxyd, und der Stoff, welcher sich mit dem Sauerstoff verbunden hat, das Radical des Oxydes. Mehrere Oxyde zeigen den später näher zu bezeichnenden sauren Character, daher die Benennung des Sauerstoffes. Jede Operation, die zur Bestimmung des Sauerstoffgehaltes der Luft führt, wird eine eudiometrische genannt; ein dazu dienlicher Apparat heißt ein Eudiometer. Immer besteht eine eudiometrische Operation in der Anwendung eines Stoffes, welcher den Sauerstoff der Luft fesselt (eudiometrische Substanz); der Stickstoff kann der Luft nicht direct entzogen werden, da man keinen Stoff kennt, der mit dem Stickstoffe auf geradem Wege eine Verbindung eingeht.

Verbrennt man eine hinreichende Quantität Phosphor in einem geschlossenen, atmosphärische Luft enthaltenden Raume, oder läßt man diesen sehr entzündlichen Stoff längere Zeit mit der Luft in Berührung, so entzieht er ihr den Sauerstoff vollständig. Zu diesem Ende bringt man ein Stück Phosphor unter eine Glasglocke (Recipient) oder in ein

ähnliches Gefäß, dessen nach abwärts gekehrte Mündung, um die innere atmosphärische Luft von der äußeren abzusperren, mit Quecksilber oder auch mit Wasser umgeben ist; die Sperrflüssigkeit erhebt sich allmälig im Recipienten, in Folge der Abnahme des daselbst vorhandenen Luftquantums. Hat man nicht zu wenig Phosphor angewendet, so sind zuletzt, gemessen bei einerlei Temperatur und gleichem Drucke, 21 Procente des ursprünglichen Luftvolums verschwunden; die Gleichheit des innern Druckes wird bei unverändertem äußern Luftdrucke hergestellt, wenn man bei der Messung jedes Volums die Sperrflüssigkeit so regulirt, daß sie innerhalb und außerhalb des Recipienten gleich hoch steht; man kann diese Regulirung auch durch Rechnung ersetzen, welche insbesondere zu Hilfe genommen werden muß, wenn während des Versuches im äußeren Luftdrucke eine Aenderung vor sich gegangen ist. Hiezu wird in der Folge die Anleitung gegeben. Am genauesten findet man das Verhältniß des Sauerstoffes zum Stickstoffe in der Luft, wenn man die atmosphärische Luft zuerst durch geeignete Behandlung von fremdartigen Beimischungen befreit, insbesondere von dem ihr beigemengten Wasserdunste, indem man sie durch eine mit Chlorcalcium gefüllte Röhre leitet, welche Substanz eine große Verwandtschaft zum Wasser besitzt, und in Folge dieser der Luft den Wasserdunst vollständig entzieht. Die vollkommen reine Luft läßt man durch eine Röhre streichen, welche entweder fein zertheilten Phosphor oder feine rein metallische Kupferspäne enthält; der Phosphor wirkt bei gewöhnlicher Temperatur, die Kupferspäne aber muß man, so lange die Luft durchstreicht, stark erhitzen: die Gewichtzunahme des Phosphors oder Kupfers und das Gewicht des sorgfältig aufgefangenen Stickgases, welches man allenfalls auch aus seinem Volum berechnen kann, sind die Daten, aus denen das in Frage stehende Verhältniß der Bestandtheile der Luft sogleich folgt. Die sorgfältigsten bis jetzt angestellten Versuche gaben für 100 Gewichttheile reiner atmosphärischer Luft stets sehr nahe 23 Gewichttheile Sauerstoff und 77 Theile Stickstoff; dem Volum nach findet man in 100 Theilen Luft 20,9 Theile Sauerstoffgas und 79,1 Stickgas von gleicher Spannung und Temperatur. Dieses constanten Verhältnisses ungeachtet ist jedoch die atmosphärische Luft keine chemische Verbindung von Sauerstoff und Stickstoff, sondern bloß ein Gemenge von Sauerstoffgas und Stickgas, wie später vorzutragende Gründe zeigen werden.

Unter den Metallen widerstehen Gold, Platin, Iridium und Silber dem Einflusse der Luft bei jeder Temperatur; sie heißen deßhalb vorzugsweise edle Metalle. Alle übrigen Metalle nehmen aus der Luft Sauerstoff auf; Kalium, Natrium und mehrere andere ihnen ähnliche Metalle thun dieß schon bei gewöhnlicher Luftwärme und verwandeln sich in Kaliumoxyd (Kali), Natriumoxyd (Natrum) u. s. w. Blei verliert an der Luft sehr bald den ihm im reinen Zustande eigenen Metallglanz und überzieht sich mit einer Oxydschichte; in der Hitze verwandelt es sich, bei gehörigem Luftzutritte, in gelbes Oxyd (Massicot), und kann bei gewisser Temperatur noch mehr Sauerstoff aufnehmen, wodurch es in rothes Oxyd (Mennig) übergeht. Auf ähnliche Weise bedeckt sich geschmolzenes Zinn an der Luft mit Zinnasche; Eisen gibt in der Glühhitze den Glühspan (Hammerschlag); Quecksilber, welches man in einer seinem Siedpuncte nahen Temperatur lange Zeit mit atmosphärischer Luft in Berührung erhält, faltet sich in ein rothes pulveriges Oxyd um u. s. w.

Man sieht aus dem Gesagten, warum in einem abgesperrten beschränkten Raume ein Licht nur eine kurze Zeit brennen, ein Thier nur eine kurze Zeit leben kann; der Grund hievon liegt in dem Verzehren des Sauerstoffes der Luft. Einen Stoff verzehren heißt aber im physikali-

schen Sinne nicht denselben vernichten, sondern nur ihn umwandeln oder auf eine gewisse Weise verbergen.

54. **Isolirung des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft.** Zur Vervollständigung des Beweises für die Zusammensetzung der atmosphärischen Luft ist noch erforderlich, den ihr durch irgend eine passende Substanz entzogenen Sauerstoff von dieser Substanz zu trennen, und ihn in der Gasform, die er in der Luft hat, für sich allein darzustellen. Hiezu dient das Quecksilber, dessen rothes Oxyd in der Glühhitze in metallisches Quecksilber und Sauerstoffgas zerfällt. Man erhält auf diese Art genau das Gewicht und Volum wieder, welches die Luft durch Einwirkung des Quecksilbers verloren hat, und wenn man das erhaltene Sauerstoffgas dem zurückgebliebenen Stickgase beimengt, ist die zum Versuche ursprünglich verwendete atmosphärische Luft wieder hergestellt. Das reine Sauerstoffgas zeigt sich zur Respiration als solcher (abgesehen vom Gedeihen des thierischen Lebens im Ganzen) weit tauglicher, als die atmosphärische Luft; eben so fördert es das Verbrennen der Körper weit besser als diese; in der atmosphärischen Luft erscheint es mit allen seinen Eigenschaften, aber wegen Beimengung des Stickgases gleichsam in einem verdünnten Zustande, und äußert daher seine Natur in einem gemilderten Grade.

Die Verbindungen des Sauerstoffes mit andern Stoffen sind größtentheils so innig, daß derselbe in der Regel davon nicht unmittelbar getrennt, sondern nur an andere ihn noch kräftiger an sich ziehende Stoffe übertragen werden kann. Unter den Metallen, welche an der Luft sich oxydiren, gibt es außer dem Quecksilber nur noch zwei weit seltenere, das Palladium und Rhodium, welche den bei einer gewissen Temperatur aus der Luft aufgenommenen Sauerstoff bei einer höheren Temperatur wieder frei lassen. Man zählt sie daher auch noch zu den edlen Metallen, in so fern man darunter im Allgemeinen jene versteht, welche sich aus ihren Oxyden durch bloße Temperaturerhöhung, ohne Mithilfe einer den Sauerstoff an sich ziehenden Substanz (Reductionsmittel), in metallischem Zustande darstellen lassen.

Um das Sauerstoffgas aus dem rothen Quecksilberoxyde zu erhalten, gibt man dasselbe in eine Glasretorte mit vorgelegtem Ballon, von dem ein Rohr unter einen mit Wasser gefüllten, auf der Brücke der pneumatischen Wanne mit abwärts gekehrter und von Wasser umgebener Mündung stehenden Recipienten geht. Erhitzt man die Retorte mittelst einer Weingeistlampe mit doppeltem Luftzuge bis zum Glühen des Bodens, so entwickeln sich Quecksilberdämpfe, die sich in dem Retortenhalse und Ballon zu tropfbarem Quecksilber verdichten, und in dem Recipienten erscheint der Sauerstoff als Gas. 100 Gran rothes Quecksilberoxyd geben nahe 22 Kubikzoll Sauerstoffgas.

Am leichtesten bereitet man Sauerstoffgas durch Zerlegung des chlorsauren Kali, dessen Zusammensetzung erst später erklärt werden kann, mittelst Wärme. Das Salz, welches man zu diesem Behufe in eine kleine Retorte gibt, und mittelst einer Weingeistlampe erhitzt, schmilzt, worauf die Entwickelung des Sauerstoffgases beginnt. Es ist gut, das Salz mit reinem Braunsteine zu mengen, die Zerlegung erfolgt dann bei geringer Hitze sogleich. Die Regulirung des Feuers hat mit Aufmerksamkeit zu geschehen, um zu heftiger Gasentwickelung vorzubeugen. Der Zusatz von Braunstein vermehrt die Menge des gewonnenen Sauerstoffes nicht, obgleich auch der Braunstein Sauerstoff enthält, und für

sich allein in starker Glühhitze Sauerstoffgas entwickelt. Ein Loth chlorsaures Kali gibt nahe $3^1/_3$ Maß Sauerstoffgas.

Die besondere Tauglichkeit des Sauerstoffes zur Vermittlung des Verbrennungsprocesses stellt sich bei jedem darauf Bezug habenden Versuche vor Augen: ein glimmender Holzspan entzündet sich im Sauerstoffgase mit lebhafter Flamme; eine Stahlfeder, an deren Ende sich ein Stückchen glimmender Zunder befindet, verbrennt darin mit Funkensprühen; die Verbrennung von Schwefel, Kohle und besonders von Phosphor geht daselbst mit dem intensivsten Lichte vor sich.

Der Sauerstoff bewährt sich bei allen chemischen Vorgängen als ein Grundstoff; er ist einer der verbreitetsten Stoffe auf und in unserer Erde; sehr viele zusammengesetzte Stoffe enthalten ihn chemisch gebunden. Daß er aber in der atmosphärischen Luft an den Stickstoff nicht chemisch gebunden ist, zeigt schon der Umstand, daß seine Eigenschaften in der Luft vollständig erkennbar sind, während sie in den wirklichen chemischen Verbindungen, die er, und zwar, wie im Folgenden zu sehen seyn wird, auf mehrfache Weise, mit dem Stickstoffe eingeht, gänzlich in den Hintergrund treten. Man kennt den Sauerstoff im isolirten Zustande bis jetzt nur in Gasform, er widersteht in selber der stärksten Verdichtung und der tiefsten Temperatur, der man ihn auszusetzen im Stande war. Allein unter der Herrschaft der Molecularanziehung, welche andere Stoffe auf ihn ausüben, verliert er seine Ausdehnsamkeit, und nimmt an der tropfbaren und festen Aggregationsform der daraus entspringenden Verbindungen Theil.

55. **Verbrennen.** Der Sauerstoff verbindet sich, das Fluor ausgenommen, von dem man bis jetzt keine Sauerstoffverbindung kennt, mit allen Grundstoffen und mit einer großen Anzahl zusammengesetzter Stoffe. Die Verbindung des Sauerstoffes mit einem andern Stoffe erfolgt entweder *direct*, d. h. es ist dazu bloß die Gegenwart beider Stoffe und eine passende Temperatur nöthig, oder sie geht nur indirect vor sich, d. h. nur in so fern einer oder beide Stoffe früher an andere Stoffe gebunden sind und diese Verbindung verlassen, um in neue Verbindungen einzutreten. Findet eine directe Oxydation mit Entwickelung von Licht und Wärme Statt, so heißt sie ein *Verbrennen*; man sagt von dem Stoffe, welcher sich auf diese Weise mit dem Sauerstoffe verbunden hat, er sey *verbrannt*. Alle in der Luft gewöhnlich vorkommenden und in der Sprache des gemeinen Lebens so genannten Verbrennungen sind in der That nur directe Oxydationen eines Stoffes oder eines oder mehrerer Bestandtheile eines Stoffes. Da jedoch directe Oxydationen, welche nicht von wahrnehmbarer Lichtentwickelung begleitet sind, dennoch unter Wärmeäußerung vor sich gehen, mithin von den eigentlichen Verbrennungen nur dem Grade nach verschieden sind, so pflegt man den Begriff des Verbrennens auf sämmtliche directen Oxydationen auszudehnen und nennt in diesem Sinne jeden Stoff, der sich mit dem Sauerstoffe direct zu verbinden vermag, einen *brennbaren*. Andererseits gibt es Stoffe, welche dem Sauerstoffe bezüglich des chemischen Verhaltens ähnlich sind, und insbesondere so wie dieser unter Licht- und Wärmeäußerung sich mit andern Stoffen direct verbinden. Man ist daher genöthiget auch derlei Verbindungen unter den Begriff des Verbrennens zu subsumiren, mithin das Ver-

brennen im engeren Sinne, in welchem es sich lediglich auf die directe Verbindung des Sauerstoffes mit andern Stoffen bezieht, von den allgemein so zu nennenden Verbrennungen zu unterscheiden. Der Sauerstoff und die Stoffe, welche seine Rolle bei dem Verbrennen übernehmen, heißen Zündstoffe, die Stoffe, mit welchen sie sich verbinden, Brennstoffe.

Als Zündstoffe können Schwefel, Chlor und noch andere Grundstoffe, ja selbst zusammengesetzte Stoffe auftreten. So verbindet sich z. B. der Schwefel mit Kupfer direct und unter Licht- und Wärmeentwickelung, ohne daß hiezu die Gegenwart des Sauerstoffes nöthig wäre.

Will man die Brennbarkeit eines Stoffes auf seine Fähigkeit sich mit dem Sauerstoffe direct zu verbinden beschränken, so sind unter den nicht metallischen Grundstoffen der Wasserstoff, Kohlenstoff, Schwefel, das Selen, der Phosphor, das Bor und Kiesel als brennbare, dagegen der Stickstoff, das Chlor, Brom, Jod und Fluor als nicht brennbare Stoffe zu betrachten; unter den Metallen sind nur die vier oben aufgezählten im strengsten Sinne edlen nicht brennbar.

56. **Arten der Oxyde und deren Verbindungen.** Die Oxyde lassen sich unter drei Rubriken bringen; es gibt saure Oxyde oder Säuren, basische Oxyde oder Basen, und indifferente Oxyde. Die Oxyde, welche sich entschieden als Säuren charakterisiren, haben einen sauren Geschmack, und besitzen die Eigenschaft die wässerigen Lösungen gewisser blauen Pflanzenpigmente, z. B. des Lackmus, des Färbestoffes des Kohles, der Veilchen, Trauben u. dgl. zu röthen (saure Reaction). Die Basen stellen die durch Säuren veränderten Pflanzenfarben wieder her; einige Basen, die sich durch einen brennenden (kaustischen) Geschmack auszeichnen, ändern die blaue Farbe der Kohl- und Veilchentinctur in Grün um, und färben die gelbe Curcumatinctur braun (alkalische Reaction). Durch Verbindung der Säuren mit Basen entstehen Salze, Stoffe, welche einen gewissen Inbegriff von Eigenschaften an sich tragen, worunter die Löslichkeit im Wasser, der salzige Geschmack, die Neigung zur Krystallbildung mehr oder weniger hervortreten. In einem Salze haben sich die entgegengesetzten Eigenschaften der Säure und Basis ganz oder zum Theile aufgehoben (neutralisirt). Diese Begriffsbestimmung von Säure, Basis und Salz bezieht sich zwar zunächst nur auf die ausgezeichnetsten, keiner Zweideutigkeit Raum gebenden Fälle; allein die Betrachtung des gesammten chemischen Verhaltens führte die neuere Wissenschaft zur Erweiterung der genannten Begriffe: es gilt jede Verbindung zweier Oxyde für ein Salz, worin das eine Oxyd sich als Säure, das andere als Basis verhält, und dieß selbst in solchen Fällen, in welchen, wegen Unlöslichkeit der Stoffe im Wasser, die oben angeführten Kennzeichen keine Anwendung leiden. Welcher der Bestandtheile einer solchen salzartigen Verbindung als Säure, welcher als Basis anzunehmen sey, wird nach der Analogie mit dem, was in den an sich klaren Fällen Statt findet, folgender Maßen entschieden: So oft ein Salz, welches eine Verbindung einer unzweifelhaften Säure mit einer Basis ist, durch eine gleichfalls evidente Säure zerlegt wird, bemächtiget

sich letztere jederzeit des basischen Bestandtheiles des Salzes und der saure wird ausgetrieben. Eben so treibt eine ein Salz zerlegende Basis stets die Basis dieses Salzes aus, und verbindet sich mit der Säure. Man stellt sonach den Grundsatz auf: »Säuren werden nur durch Säuren, Basen nur durch Basen aus ihren Verbindungen vertrieben.« In der That findet zwischen Stoffen, die sich mit einander verbinden, der Natur der Sache nach ein Gegensatz, zwischen Stoffen, deren einer den andern zu vertreten, d. h. dessen Stelle einzunehmen vermag, ein gewisser Grad von Aehnlichkeit statt. Dem ausgesprochenen Principe gemäß sind also die Begriffe Säure und Basis im Allgemeinen bloß relative, und es kann ein und derselbe Stoff bald die Rolle einer Säure, bald jene einer Basis spielen. Oxyde, welche sich nicht mit andern Oxyden verbinden, mithin weder als Säuren noch als Basen auftreten, heißen *indifferente* Stoffe.

Schwefel, Kohle, Phosphor liefern bei ihrem Verbrennen in atmosphärischer Luft oder in Sauerstoffgas Säuren. Ueberhaupt gibt der Sauerstoff in binärer Verbindung mit den nicht metallischen Grundstoffen in der Regel saure, nur wenige indifferente Producte; die Metalle dagegen erzeugen mit dem Sauerstoffe vorzugsweise Basen und nur theilweise Säuren. Zu den entschiedensten basischen Metalloxyden gehören die Oxyde von Kalium, Natrium und Lithium, welche Oxyde man *Alkalien* nennt, ferner die *alkalischen Erden*, nämlich die Oxyde von Barium, Strontium, Calcium und Magnesium. Die Verbindungen, welche Siliciumoxyd (Kieselerde) mit Kali, Natron, Kalk, Bleioxyd, Aluminiumoxyd (Thonerde) eingeht, und aus welchen die verschiedenen Glassorten, wie auch die Porcellan- und gemeinen Töpfergeschirre bestehen, müssen im chemischen Sinne als Salze betrachtet werden, worin die Kieselerde als Säure vorhanden ist, obgleich dieser so wie den genannten Producten die Löslichkeit im Wasser, mithin der Geschmack und die Wirkung auf die Pflanzenfarben mangelt. Stoffe, welche bald als Säuren, bald als Basen auftreten, zeigen sowohl den einen wie den andern Charakter in der Regel nur in einem schwachen Grade.

57. Amphidsalze und Haloidsalze. Von der Fähigkeit, mit verschiedenen Stoffen saure Verbindungen zu erzeugen, hat zwar der Sauerstoff seinen Namen, allein es ergab sich seit der Einführung dieser Benennung, daß einige andere Grundstoffe, z. B. der Schwefel, gleichfalls die Eigenschaft besitzen, zwei Reihen von Verbindungen zu geben, in welchen die Glieder der einen sich zu den Gliedern der andern wie Säuren zu Basen verhalten, indem diese unter einander in salzähnliche Verbindungen der zweiten Ordnung zu treten vermögen. Derlei zugleich Säuren und Basen bildende Stoffe heißen *Amphigenstoffe* und die Salze, deren Säure und Basis ein gemeinschaftliches Element enthalten (das sich eben hiedurch als Amphigenstoff characterisirt), werden *Amphidsalze* genannt. Man unterscheidet sonach Sauerstoffsalze, Schwefelsalze u. s. w. Hier kommen nur die dem Sauerstoffe ihren Ursprung verdankenden Säuren, Basen und Salze, als diejenigen, deren Kenntniß am nothwendigsten ist, in Betrachtung. Aber nicht jedes Salz besteht aus einer Säure und Basis; es gibt

Salze, welche bloß binäre Verbindungen einfacher oder den einfachen analoger Stoffe sind: sie heißen Haloidsalze. Das bekannteste und charakteristischeste aller Salze, das Kochsalz, ist ein Haloidsalz, wie später nachgewiesen wird.

58. **Nomenclatur der Sauerstoffsäuren, Basen und Salze.** Der Name, den eine Säure, Basis oder ein Salz führt, ist entweder ein wissenschaftlicher, oder ein Trivialname. Nur erstere sind nach einer Regel gebildet; der Wahl der letzteren liegen zufällige Umstände, als: Erzeugungsart, eine hervorstechende Eigenschaft, der Gebrauch des Stoffes u. dgl. zum Grunde, und sie dienen bloß in der Sprache des gemeinen Lebens, aus welcher sie zuweilen, lediglich der Abkürzung wegen, auch in jene der Wissenschaft übergehen. Die wissenschaftliche Benennung einer Sauerstoffsäure besteht im Allgemeinen in einem aus dem Namen des Radicals und dem Worte »Säure« zusammengesetzten Hauptworte, und genügt, wenn es bloß eine einzige Sauerstoffsäure dieses Radicals gibt. Die meisten Radicale lassen aber mehr als eine Säure zu; sind nur zwei Säuren eines Radicals vorhanden, so wird die mit dem größten Sauerstoffgehalte versehene auf die angegebene Weise benannt; zur Bezeichnung der andern bildet man aus dem Namen des Radicals ein sich auf ig endigendes Beiwort, und setzt dieses dem Hauptworte »Säure« vor. Bei mehr als zwei Säuren desselben Radicals belegt man zwei derselben mit den angeführten Benennungen, und bildet daraus die Namen jener Säuren, welche mehr oder weniger Sauerstoff enthalten, durch Vorsetzung der Sylbe »Ueber« oder »Unter,« wobei man so verfährt, daß die bereits eingeführten Benennungen wegen Entdeckung neuer Säuren ungeändert bleiben. So heißen die gegenwärtig bekannten vier Sauerstoffsäuren des Schwefels: Schwefelsäure, Unterschwefelsäure, schweflige Säure, unterschweflige Säure; die Säuren des Chlors: Ueberchlorsäure, Chlorsäure, chlorige Säure, unterchlorige Säure. Doch sah man sich in einigen Fällen des Wohllautes oder der größeren Anzahl neuentdeckter Säuren wegen genöthiget, von der allgemeinen Norm abzugehen. So sagt man »Salpetersäure, salpetrige Säure« statt »Stickstoffsäure, stickstoffige Säure;« von den Säuren des Kohlenstoffes führt nur die am meisten Sauerstoff enthaltende den Namen Kohlensäure; die andern erhielten Trivialnamen, als: Oxalsäure, Honigsteinsäure, Krokonsäure, Rhodizonsäure.

Sowohl die basischen, wie auch die indifferenten Sauerstoffverbindungen bezeichnet man mit dem Namen des Radicals unter Beifügung des Wortes »Oxyd.« Eine weniger Sauerstoff enthaltende Oxydationsstufe desselben Radicals heißt Oxydul. Manche Chemiker bedienen sich auch der Benennungen Protoxyd, Deutoxyd u. s. w.

Die Namen der Sauerstoffsalze werden aus dem Namen der Basis als Hauptwort, und aus jenem der Säure als Beiwort gebildet. Hiernach verstehen sich die Benennungen: schwefelsaures Eisenoxyd, schwefligsaures Kali (Kaliumoxyd) u. dgl. von selbst. Verbindet sich eine Säure mit einer Basis in mehrern Verhältnissen, so setzt man

dem Namen der Säure die nähere Bestimmung »einfach, zweifach u. s. w.« vor. So sagt man einfachschwefelsaures Kali, doppeltschwefelsaures Kali, um die Salze, in welchen ein Atom Basis mit einem und mit zwei Atomen Säure verbunden ist, von einander zu unterscheiden. Es gibt Salze, welche eine Säure und zwei Basen enthalten; man nennt sie Doppelsalze, und bezeichnet sie mit passend zusammengesetzten Benennungen. Der sogenannte Alaun ist ein aus Schwefelsäure, Thonerde und Kali gebildetes Doppelsalz, seine wissenschaftliche Benennung ist daher schwefelsaures Thonerde-Kali.

59. **Chemische Zeichen und Formeln.** Um die Zusammensetzung der Stoffe auf eine einfache und bequeme Weise anschaulich zu machen, bedient man sich der nach mathematischer Art gebildeten chemischen oder stöchiometrischen Zeichen und Formeln. Man bezeichnet nämlich sowohl die Grundstoffe, als auch die am häufigsten in Verbindungen vorkommenden zusammengesetzten Stoffe durch eigene Zeichen, wozu man den Anfangsbuchstaben des Namens des Stoffes benützt, dem man, wo es zur Vermeidung von Zweideutigkeit nöthig ist, noch einen charakteristischen Buchstaben anhängt: diese Zeichen stellen bei quantitativen Betrachtungen zugleich die Atomgewichte der Stoffe vor. Die Verbindung zweier oder mehrerer Stoffe wird, wenn bloß ersichtlich gemacht werden soll, daß diese Stoffe mit einander verbunden sind, durch Nebeneinanderschreiben ihrer Zeichen angedeutet, denen man, falls mehr als ein Atom in die Verbindung eingeht, eine die Anzahl der Atome angebende Zahl (Wiederholungszeiger, Index) rechts unten anhängt. Das Atomgewicht des zusammengesetzten Stoffes ist dem in 51 ausgesprochenen Gesetze gemäß die Summe der Producte der neben einander stehenden Atomgewichte mit ihren Wiederholungszeigern. Will man aber überdieß bemerklich machen, daß ein Stoff aus der Vereinigung zweier oder mehrerer zusammengesetzten Stoffe hervorgegangen oder gerade als die Verbindung letzterer zu betrachten sey, so verknüpft man die Zeichen der Bestandtheile durch das Additionszeichen +, und zeigt die Wiederholung der Atome durch Vorsetzung eines Coefficienten an, der sich auf alle hinter ihm stehenden neben einander geschriebenen Zeichen bezieht. Derlei Formeln heißen theoretische, im Gegensatze mit den empirischen, welche keine Ansicht über die Gruppirungsweise der Bestandtheile zusammengesetzter Stoffe in der Verbindung selbst aussprechen.

So bedeutet z. B. K Kalium, O Sauerstoff, S Schwefel; um die Zusammensetzung des Kaliumoxydes, welches aus 1 Atom Kalium und 1 Atom Sauerstoff besteht, anzuzeigen, schreibt man KO; die Schwefelsäure enthält 1 Atom Schwefel und 3 Atome Sauerstoff, ihre Formel ist sonach SO_3; Schwefelsäure und Kaliumoxyd geben ein Salz als dessen theoretische Formel man den Ausdruck $SO_3 + KO$ anzusehen pflegt, dessen empirische Formel aber jedenfalls SKO_4 ist. Man könnte das genannte Salz auch als eine Verbindung von SO_4 mit K betrachten, und dann wäre seine theoretische Formel $SO_4 + K$. Doppeltschwefelsaures Kali wird, im Einklange mit seiner Benennung, durch die Formel $2SO_3 + KO$ vorgestellt.

Diese Schreibart der chemischen Formeln ist die dem Anfänger anschaulichste, und wird auch in neuern Werken vorzugsweise gebraucht. Manche Schriftsteller hängen die Wiederholungszeiger den Zeichen der Stoffe rechts oben in Form eines Exponenten an. Die von Berzelius ursprünglich eingeführte Bezeichnungsweise gibt den Formeln eine sehr compendiöse Gestalt. Sauerstoffatome werden nach dieser Methode durch Puncte über dem Zeichen des Radicals, Schwefelatome durch Accente, Doppelatome durch einen mitten durch das Zeichen des einfachen Atoms geführten Strich angedeutet. Dem gemäß ist $\ddot{S}$ das Zeichen der Schwefelsäure, $\dot{K}$ jenes des Kaliumoxydes, $\ddot{S}\dot{K}$ und $\ddot{S}^2\dot{K}$ sind die Zeichen des einfach und doppelt schwefelsauren Kali. Hiedurch werden viele Wiederholungszeiger und Additionszeichen erspart.

60. **Verhalten der Sauerstoffsäuren gegen Oxyde.** Zum Verständniß der im Folgenden vorzutragenden Erscheinungen ist es nöthig mit nachstehenden Erfahrungssätzen bekannt zu seyn: 1) Keine Sauerstoffsäure verbindet sich mit einem Metalle als solchem, sondern nur mit Metalloxyden. 2) Nur gewisse Oxydationsstufen der Metalle sind zur Verbindung mit einer Säure geeignet. Ein Oxyd, welches zu viel Sauerstoff enthält, um von jeder Säure aufgenommen zu werden, heißt ein Hyperoxyd (Superoxyd); ein Oxyd, welches hiezu zu wenig Sauerstoff enthält, heißt ein Suboxyd. Aus diesen Sätzen fließen folgende Ergebnisse: 3) Wird ein Metall von einer Säure angegriffen, so tritt entweder die Säure an das Metall Sauerstoff ab, oder es ist ein anderer Stoff gegenwärtig, der den zur Oxydation des Metalles nöthigen Sauerstoff liefert. Im ersten Falle wird ein Theil der Säure auf eine niedrigere Oxydationsstufe gesetzt, oder gar alles Sauerstoffes beraubt, und das Radical tritt in Freiheit; im zweiten erfolgt eine Zerlegung des die Verbindung der Säure mit dem Oxyde vermittelnden zusammengesetzten Stoffes. 4) Bei der Einwirkung einer Säure auf ein Superoxyd geht dieses in eine niedrigere Oxydationsstufe über; der abgegebene Sauerstoff entweicht entweder, oder er tritt an die Säure, deren Radical dadurch höher oxydirt wird, oder er verbindet sich mit einem andern gegenwärtigen Stoffe.

Auf dem Verhalten des Manganhyperoxydes (Braunsteins) in Berührung mit Schwefelsäure beruht eine Darstellungsweise des Sauerstoffgases. Uebergießt man nämlich Braunstein mit Schwefelsäure und erwärmt das Gemenge, so wird so viel Sauerstoff frei, als nöthig ist, um das Manganhyperoxyd auf Manganoxydul herabzusetzen, welches sich mit der Schwefelsäure verbindet. Man bekommt auf diesem Wege mehr Sauerstoffgas, als wenn man den Braunstein der heftigsten Glühhitze aussetzt.

61. **Chemische Beschaffenheit des Wassers.** Das Wasser in reinem Zustande ist eine chemische Verbindung des Sauerstoffes mit einem andern Grundstoffe, welcher den Namen Wasserstoff (Hydrogen) führt, und im isolirten Zustande, so wie der Sauerstoff, bis jetzt nur in der Gasform dargestellt wurde. Die hier ausgesprochene chemische Beschaffenheit des Wassers kann durch Zerlegung und Zusammensetzung desselben (durch Analyse und Synthese) nachgewiesen werden.

Analytischer Beweis. Man verbinde eine kleine Retorte, worin sich eine bekannte Menge reines Wasser befindet, mit einem eisernen, kleine Eisenstücke (Nägel) oder ein Drahtbündel enthaltenden und durch einen Windofen gehenden Rohre, und setze daran ein Abzugrohr, das zu einer zweihälsigen Flasche und von dieser unter einen auf der Brücke der pneumatischen Wanne stehenden, mit Wasser gefüllten Recipienten führt. Bringt man nun das eiserne Rohr zum Glühen, und das Wasser in der Retorte zum Sieden, so sind die Wasserdämpfe genöthiget durch das Rohr zu gehen und da mit dem glühenden Eisen in Berührung zu treten; sogleich erscheint im Recipienten eine Luftart, in der kühlgehaltenen Flasche aber nur eine geringe Menge Wasser. Das Eisen im Rohre hat an Gewicht zugenommen, und dieselbe Veränderung erlitten, die ihm bei höherer Temperatur in Berührung mit Sauerstoffgas zu Theil wird; es hat sich oxydirt, und in Folge dessen an Gewicht gewonnen; addirt man die Gewichtzunahme zu dem Gewichte des erhaltenen Gases und des in der Flasche angesammelten Wassers, so erhält man das Gewicht des in der Retorte verschwundenen Wassers zur Summe. Das Gas ist farblos, wie atmosphärische Luft, aber brennbar, denn es läßt sich in Berührung mit dieser oder mit Sauerstoffgas leicht entzünden, sogar durch einen elektrischen Funken und durch die Einwirkung fein zertheilten Platins (Platinschwamm); jedoch zur Unterhaltung des Brennens anderer Körper taugt es nicht, denn ein brennendes Licht verlöscht darin sogleich. Dieses Gas ist der Wasserstoff, und der beschriebene Versuch beweiset, daß das Wasser aus Sauerstoff und Wasserstoff besteht, d. h. ein Oxyd des Wasserstoffes ist.

Synthetischer Beweis. Verbrennt man Wasserstoffgas in Berührung mit Sauerstoffgas, so bildet sich, auch wenn man beide Gase in vollkommen trockenem Zustande anwendet, Wasser als Verbrennungsproduct: man kann auf diese Weise, bei gehörigem Vorrathe an beiden Gasen, beliebige Mengen Wasser künstlich erzeugen.

Die Anstellung dieses Versuches erfordert Vorsicht; ist nämlich Wasserstoffgas mit Sauerstoffgas gemengt, und wird das Gemenge angezündet, so verbreitet sich, weil allenthalben Wasserstofftheilchen mit Sauerstofftheilchen in Berührung sind, die Verbrennung in der ganzen Masse mit ungeheurer Schnelligkeit, und es bildet sich überall in demselben Augenblicke Wasser. Weil aber bei dem Verbindungsacte des Wasserstoffes mit dem Sauerstoffe eine sehr große Hitze entsteht, so tritt dieses Wasser als Dampf mit großer Spannkraft auf, d. h. es erfolgt eine Explosion, welcher nur sehr starke Gefäße Widerstand leisten. Ist das Gefäß zu schwach, um den plötzlichen Druck des glühendheißen Wasserdampfes auszuhalten, so wird es zersprengt, und es entsteht in Folge der Erschütterung der umgebenden Luft ein Knall. Die Erschütterung der Luft ist hiebei besonders heftig, weil der seine Wärme verlierende Wasserdampf gleich darauf sich zu tropfbarem Wasser verdichtet, wodurch ein leerer Raum entsteht, in welchen die Luft mit Gewalt eindringt; darum heißt auch ein Gemenge von Wasserstoffgas und Sauerstoffgas Knallluft. Sie wirkt am stärksten, wenn beide Gase in dem zur Wasserbildung ohne Rückstand eines Bestandtheiles nöthigen Verhältnisse (2 Maß Wasserstoffgas auf 1 Maß Sauerstoffgas)

angewendet werden. Man füllt, um einen starken Knall gefahrlos hervorzubringen, Seifenblasen mit dem Gemenge und zündet selbe an. Auch ein Gemenge von 1 Maß Wasserstoffgas mit 2 Maß atmosphärischer Luft detonirt heftig.

Will man daher Wasser in größerer Menge unmittelbar aus seinen Bestandtheilen zusammensetzen, so muß man Wasserstoffgas aus einer Röhre in ein mit Sauerstoffgas gefülltes Gefäß mit der Vorsicht strömen lassen, das Gas sogleich bei seinem Austreten anzuzünden und den Zufluß beider Gase aus abgesonderten Behältern nach Bedarf zu reguliren. Die Wasserbildung sieht man übrigens ohne alle Gefahr hinreichend deutlich, wenn man ein Glasgefäß über eine Wasserstoffgasflamme hält, so daß die Flamme innerhalb des Gefäßes brennt und die atmosphärische Luft von unten Zutritt hat: alsbald erscheint die innere Wand des Gefäßes mit einer Wasserschicht überzogen, welche sich leicht so weit vermehren läßt, daß das Wasser an der Gefäßwand herabfließt.

Ein Löthrohr, durch welches aus Kautschuckschläuchen ein Strom Wasserstoffgas und Sauerstoffgas dergestalt geleitet wird, daß die Gase sich kurz vor der Mündung des Rohres mengen, liefert, wenn man das herausströmende Gemenge anzündet, eine Flamme, deren Hitze zu den höchsten bis jetzt erreichten Temperaturgraden gehört. Platin schmilzt darin mit Leichtigkeit.

Wasserstoffgas wird ohne Feuerung auf eine bequeme Weise dargestellt, wenn man Eisen oder noch besser Zink mit verdünnter Schwefelsäure in Berührung bringt. Das Wasser der Säure wird hiebei zerlegt, der Sauerstoff des Wassers oxydirt das Metall, und das Oxyd verbindet sich mit der Säure, der Wasserstoff des Wassers aber wird in Freiheit gesetzt. [Vergl. 60. 3)]. Doch ist das so erhaltene Wasserstoffgas, wenn man verkäufliches Zink anwendet, nicht chemisch rein, und muß daher, ehe es zum wissenschaftlichen Gebrauche dienen kann, von den fremdartigen Stoffen, die es mit sich führt, und denen auch der Geruch des Gases zuzuschreiben ist, gereiniget werden. Dieß geschieht, wenn man das Gas durch passende Flüssigkeiten leitet, welche diese Stoffe aufnehmen. Dergleichen sind: Quecksilbersublimatlösung wegen des Arseniks, Kalilösung wegen des Schwefels, welche Stoffe dem Zinke beigemengt sind, und in das Wasserstoffgas übergehen; Weingeist, um das aus dem Kohlenstoffgehalte des Zinkes und dem Wasserstoffe sich bildende Oel wegzuschaffen.

Auf der merkwürdigen Eigenschaft des Wasserstoffgases, in Berührung mit Sauerstoffgas oder atmosphärischer Luft mittelst eines elektrischen Funkens, desgleichen durch Platinschwamm, welcher, sobald er von dem Gasgemenge getroffen wird, erglüht, zum Brennen gebracht zu werden, einerseits, und auf der Entwickelung des Wasserstoffgases mittelst verdünnter Schwefelsäure und Zink andererseits, beruht die Einrichtung der Wasserstoffgas-Zündmaschinen. Auch lassen sich diese Arten, das Wasserstoffgas zu entzünden, zur Demonstration der Wasserbildung aus Sauerstoff und Wasserstoff benützen, zu welchem Behufe man verschiedene compendiöse Apparate hat.

62. **Atomgewichte der Bestandtheile des Wassers.** Das quantitative Verhältniß, in welchem die Bestandtheile des Wassers mit einander verbunden sind, ist durch sorgfältige Versuche mit Sicherheit ausgemittelt worden, und man hat daraus auf das Verhältniß der Atomgewichte des Sauerstoffes und Wasserstoffes geschlossen. Hiezu gelangt man auf folgendem Wege: 1) Läßt man vollkommen trockenes

Wasserstoffgas über eine abgewogene Menge erhitztes Kupferoxyd streichen, so verbindet sich der Wasserstoff mit dem Sauerstoffe des Kupferoxydes zu Wasser, und das Kupfer wird in den metallischen Zustand versetzt. Fängt man das erzeugte Wasser mit Sorgfalt auf, zu welchem Zwecke es unerläßlich ist, den Wasserdampf, welcher mit dem überschüssigen Wasserstoffgase entweichen würde, mittelst Chlorcalcium zurückzuhalten, so gibt die Vergleichung des Gewichtverlustes des Kupferoxydes mit dem Gewichte des entstandenen Wassers (die Gewichtzunahme des Chlorcalciums mitgerechnet) den Sauerstoffgehalt des Wassers an. Durch dieses einer großen Schärfe fähige Verfahren hat man gefunden, daß 9 Gewichttheile Wasser aus 8 Theilen Sauerstoff und 1 Theile Wasserstoff bestehen. 2) Man bringe in eine mit Quecksilber gefüllte und auch damit gesperrte, mit einer Volumscale versehene Glasröhre 2 Raumtheile Wasserstoffgas und 1 Theil Sauerstoffgas (diese Raumtheile auf einerlei Druck und Temperatur bezogen), und lasse mittelst zweier am oberen geschlossenen Theile in die Glasröhre luftdicht eingefügten Platindrähte, deren Enden im Innern der Röhre einander in geringer Entfernung gegenüberstehen, einen elektrischen Funken durch das Gasgemenge schlagen, so verschwindet alles Gas ohne andern Rückstand als das daraus erzeugte Wasser. Hat man aber das erwähnte Verhältniß der Rauminhalte beider Gase nicht scharf getroffen, so bleibt von dem im Ueberschusse vorhandenen Gase ein Rückstand, welcher genau der Verbindung von 2 Volumtheilen Wasserstoffgas mit 1 Volumtheile Sauerstoffgas entspricht.

Setzt man nun voraus, daß bei gleicher Temperatur und Spannung gleiche Rauminhalte beider Gase gleichviel Atome enthalten (eine allerdings ganz willkürliche Annahme) so wird ein Atom Wasser durch Vereinigung von 2 Wasserstoffatomen mit 1 Sauerstoffatom gebildet. Es verhält sich sonach das Gewicht von 2 Atomen Wasserstoff zu dem Gewichte eines Atomes Sauerstoff wie 1 : 8. Bezeichnet man das Atomgewicht des Sauerstoffes mit O, jenes des Wasserstoffes mit H, so hat man $2H : O = 1 : 8$, mithin besteht die Gleichung $16H = O$; die Zusammensetzungsformel des Wassers ist der gemachten Annahme gemäß H_2O.

Da es sich bei solchen Betrachtungen nicht um absolute Angabe der Atomgewichte der Stoffe handelt, wozu uns kein Weg offen steht, sondern nur um deren Verhältnisse, d. h. nur um relative Atomgewichte (52.), so kann man die Atomgewichte auf eine nach Gutdünken festgesetzte Einheit beziehen. Man pflegt daher entweder das Atomgewicht des Sauerstoffes oder das Doppelatom des Wasserstoffes als Einheit anzunehmen, d. h. man setzt entweder $O = 1$, oder $2H = 1$. Die erste Annahme, statt welcher man gewöhnlich zur Vermeidung der Brüche $O = 100$ gelten läßt, ist von der Mehrzahl der Chemiker adoptirt; ihr gemäß ergibt sich $H = \frac{100}{16} = 6{,}25$ und das Atomgewicht des Wassers $= 100 + 12{,}5 = 112{,}5$. Die zweite Annahme empfiehlt sich dadurch, daß das doppelte Atomgewicht des Wasserstoffes kleiner ist, als das Atomgewicht jedes der übrigen Grundstoffe, mithin

wenn man $2H = 1$ seyn läßt, letztere Atomgewichte durch Zahlen ausgedrückt werden, die größer als die Einheit und doch dabei nicht allzu hoch sind, was die Rechnungen sehr erleichtert. Wir geben daher für unsere Zwecke der Annahme $2H = 1$ den Vorzug. Ihr gemäß wird das Atomgewicht des Wasserstoffes $H = 0{,}5$, des Sauerstoffes $O = 8$ und das Atomgewicht des Wassers $H_2O = 9$.

Legt man den Zahlen $H = 0{,}5$ und $O = 8$ keine andere Bedeutung unter, als jene, welche mit der Annahme verknüpft ist, daß sie die Mischungsgewichte der Bestandtheile des Wassers anzeigen sollen, so fällt jede hypothetische Grundlage hinweg. Ein Gleiches findet statt, wenn man die Benennung »Atomgewicht« bloß als eine im Sprachgebrauche geduldete Bezeichnung des Mischungsgewichtes gebraucht. Nicht alle Chemiker setzen im Wasser die Anwesenheit von 2 Mischungsgewichten Wasserstoff voraus; diejenigen, welche darin bloß 1 Mischungsgewicht dieses Stoffes annehmen, erklären HO als die Zusammensetzungsformel des Wassers, und müssen damit im Einklange die Gleichung $O = 8H$ gelten lassen. Auf die numerische Bestimmung der Zusammensetzung des Wassers kann dieß keinen Einfluß haben, denn diese ist ja die Grundlage der einen wie der andern Vorstellungsweise.

Man kennt noch eine andere Verbindung des Wasserstoffes mit dem Sauerstoffe, nämlich das von Thenard entdeckte Wasserstoffsuperoxyd, dessen Formel, wenn H_2O die Zusammensetzung des Wassers ausdrückt, HO ist. Das Superoxyd des Wasserstoffes bildet sich, wenn Säuren auf in Wasser gelöstes Bariumsuperoxyd einwirken, wobei der überschüssige Sauerstoff des letzteren auf das Wasser [60 4)] übergeht; durch schickliche Operationen können die fremdartigen Stoffe entfernt werden, und man erhalt das Wasserstoffsuperoxyd isolirt. Es erscheint als eine dickflüssige farblose Substanz, die den Sauerstoff in der Wärme leicht fahren läßt, und sich auch bei gewöhnlicher Temperatur durch bloße Berührung mit gewissen Stoffen, z. B. Gold, Silber, Bleioxyd u. a., in Sauerstoff und Wasser zerlegt.

63. **Wasserstoff-Eudiometer.** Die Leichtigkeit, mit welcher sich der Wasserstoff mit dem Sauerstoffe zu Wasser verbindet, und die Einfachheit des Verhältnisses der hiezu nöthigen Rauminhalte der Gase eignet das Wasserstoffgas trefflich zur Bestimmung des Sauerstoffgehaltes der atmosphärischen Luft oder eines andern Gasgemenges. Hierauf gründet sich das von Volta zuerst angegebene und nachher von Gay-Lussac, Döbereiner, Ure verbesserte Eudiometer. In der Form, welche der zuletzt genannte Gelehrte ihm gegeben hat, besteht es aus einer gebogenen Glasröhre mit gleichlangen parallelen Schenkeln, wovon der eine geschlossen ist, eine Volumscale an sich trägt, und am obern Ende die zur Durchleitung eines elektrischen Funkens nöthigen, luftdicht in die Röhrenwand eingefügten Platindrähte enthält. Durch den offenen Schenkel wird die Sperrflüssigkeit, Wasser oder Queckſilber, womit man beide Schenkel bei dem Anfange der Operation füllt, eingeführt. Man läßt in den geschlossenen Schenkel eine geringe Menge atmosphärischer Luft oder des zu untersuchenden Gasgemenges aufsteigen, mißt das Volum der Luftmasse, und fügt Wasserstoffgas hinzu, dessen Volum aus dem Gesammtvolum der Gase in der Röhre ersichtlich ist. Um die Gase stets unter einerlei Druck zu beob-

achten, regulirt man die Sperrflüssigkeit im offenen Schenkel so, daß sie bei aufrechter Stellung des Instrumentes in beiden Schenkeln gleichen Stand hat. Wird ein elektrischer Funke durch das Gasgemenge geleitet, so verschwindet ein Luftvolum, dessen dritter Theil von dem vorhandenen Sauerstoffgase, die anderen zwei Drittheile vom Wasserstoffgase herrühren, womit sich der Sauerstoff zu Wasser vereinigt hat. Zeigt es sich, daß hiezu nicht aller in die Röhre gebrachte Wasserstoff verwendet wurde, so ist der zu untersuchenden Luft sicher aller Sauerstoff entzogen worden, und man erfährt dadurch ihren Sauerstoffgehalt. Ist aber aller Wasserstoff consumirt worden, so bleibt es zweifelhaft, ob nicht noch ein Rückstand an Sauerstoff vorhanden sey: man muß daher noch Wasserstoff zusetzen und die Durchleitung des elektrischen Funkens wiederholen, oder die Operation mit mehr Wasserstoff von Neuem beginnen. Es setzt jedoch dieses Verfahren voraus, daß das zu untersuchende Gasgemenge kein vom Wasserstoff verschiedenes brennbares Gas enthalte, welches sich mit dem Sauerstoffe in einem eigenen Verhältnisse verbindet; hierüber läßt sich vor Einführung des Wasserstoffgases mittelst des elektrischen Funkens leicht entscheiden. Um bei dem Versuche die Wirkung der Explosion der Knallluft auf die Sperrflüssigkeit zu mäßigen und einem Verluste an Gas vorzubeugen, verschließt man die Mündung des nicht ganz mit der Sperrflüssigkeit gefüllten offenen Schenkels während des Durchschlagens des elektrischen Funkens mit dem Finger, wobei die unter dem Finger befindliche Luft die Function einer elastischen Feder verrichtet.

Bei einem Versuche dieser Art brachte man zu 43 Raumtheilen atmosphärischer Luft so viel Wasserstoffgas, daß das Ganze 72 Raumtheile einnahm. Nach der Explosion waren noch 45 Raumtheile übrig; es wurden also 27 Raumtheile Gas consumirt, welche 9 Theilen Sauerstoffgas und 18 Theilen Wasserstoffgas entsprechen. Da zu dem Versuche 72 — 43 = 29 Theile Wasserstoffgas in die Röhre kamen, so wurde nicht aller Wasserstoff verbraucht. Es enthielten demnach die 43 Raumtheile atmosphärische Luft 9 Theile Sauerstoffgas, oder in 100 Raumtheilen Luft waren 20,9 Theile Sauerstoffgas und 79,1 Theile Stickgas. Wiederholte zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten angestellte Versuche führten stets zu demselben Resultate.

Es ist klar, daß obiges auf das Verhalten des Sauerstoffes gegen den Wasserstoff sich gründende Verfahren einen besonderen, von dem früher gegebenen unabhängigen Beweis für die Zusammensetzung der atmosphärischen Luft liefert.

64. **Chemischer Character des Wassers.** Das Wasser dient nicht nur als Auflösungsmittel vieler Stoffe, mit denen es sich innerhalb der Sättigungsgrenze in jedem Verhältnisse vereinigt, sondern es geht auch mit vielen Stoffen innigere, nämlich wahre chemische Verbindungen ein, wobei es dem Gesetze der bestimmten Verhältnisse und der Vielfachen Folge leistet. Derlei Verbindungen heißen im Allgemeinen *Hydrate*. Der Wassergehalt hat auf die Eigenschaften eines Stoffes einen bedeutenden Einfluß, ja er ist oft die Bedingung der Existenz eines zusammengesetzten Stoffes. Mehrere Oxyde erhalten dadurch die Fähigkeit zu krystallisiren; dasselbe findet insbesondere bei

Salzen statt, weßwegen das mit denselben verbundene Wasser *Krystallwasser* heißt. In manchen Fällen zeigt das Wasser keine deutlich ausgesprochene saure oder basische Natur, und erscheint daher als ein *indifferentes* Oxyd; doch gibt es nicht wenige Verbindungen, in denen das Wasser entschieden die Rolle einer Säure, und andere, in denen es die Rolle einer Basis spielt; im ersten Falle kann es nur durch Säuren, im letzteren nur durch Basen ausgetrieben werden.

Wegen der Leichtigkeit, mit welcher das Wasser eine große Anzahl von Stoffen aufnimmt, ist das gewöhnlich vorkommende Quell- oder Brunnenwasser keineswegs rein, sondern es enthält außer bloß beigemengten Stoffen, theils absorbirte Luft und andere Gase, theils hat es Salze aufgelöset, ohne welche es ein geschmackloses, unangenehmes Getränk wäre. Reiner ist das Flußwasser, ziemlich rein das Regen- und Schneewasser. Um reines Wasser zu erhalten, muß man das gewöhnlich vorfindige destilliren, d. h. es zum Sieden bringen und den Dampf in einem kühl gehaltenen Gefäße condensiren.

Nähere Betrachtung einiger der wichtigsten Sauerstoffsäuren und Oxyde nicht metallischer Radicale.

65. **Säuren des Stickstoffes.** Man kennt vier verschiedene Verbindungsstufen des Stickstoffes mit dem Sauerstoffe, nämlich die *Salpetersäure*, die *salpetrige Säure*, das *Stickoxyd* und das *Stickoxydul*. Denkt man sich den Sauerstoff und Stickstoff in Gasform (bei gleicher Temperatur und Spannung), so gibt 1 Volum Stickgas mit $2^1/_2$ Volum Sauerstoffgas Salpetersäure, mit $1^1/_2$ Vol. Sauerstoffgas salpetrige Säure, mit 1 Vol. Sauerstoffgas Stickoxyd (und zwar 2 Vol.) und mit $^1/_2$ Vol. Sauerstoffgas Stickoxydul (1 Vol.) Dieß veranlaßte für je zwei Atome Stickstoff in der Salpetersäure 5 Atome Sauerstoff, in der salpetrigen Säure 3 Atome, im Stickoxyd 2 Atome und im Stickoxydul 1 Atom Sauerstoff vorauszusetzen, wornach sich für die genannten Stoffe, wenn man das Stickstoffatom mit N bezeichnet, die Zusammensetzungsformeln N_2O_5, N_2O_3, N_2O_2, N_2O ergeben. Da die Gewichte gleicher Volume Sauerstoffgas und Stickgas unter einerlei Umständen nahe im Verhältniß 8 : 7 stehen, so hat man für $H_2 = 1$, wobei $O = 8$ ist, $N = 7$ zu setzen.

Der Stickstoff verbindet sich mit dem Sauerstoffe nicht direct; wenn er aber gerade die Verbindung mit andern Stoffen verläßt, mithin sich im Zustande feinster Vertheilung (Status nascens) befindet, und zugleich Kali, Kalk oder eine andere Salzbasis gegenwärtig ist, so bilden sich salpetersaure Salze. Dieß geschieht bei der Verwesung stickstoffhältiger (thierischer) Substanzen in Berührung mit genannten Salzbasen, wobei hauptsächlich die atmosphärische Luft den zur Erzeugung der Salpetersäure nöthigen Sauerstoff liefert. Hierauf gründet sich die Entstehung des salpetersauren Kali (Salpeter) und anderer salpetersauren Salze in der Natur, und die absichtliche Erzeugung solcher Salze, namentlich des salpetersauren Kalkes, in den Salpeterplantagen; letzteres Salz wandelt man mittelst Pottaschenlauge in Salpeter um, dessen Gewinnung eigentlich beabsichtiget wird.

Aus dem Salpeter läßt sich die Salpetersäure darstellen. Diese Säure wird nämlich aus genanntem Salze bei höherer Temperatur durch Schwefelsäure ausgetrieben, welche sich mit dem Kali des Salpeters zu schwefelsaurem Kali verbindet. Man erhält so die Salpetersäure im Hydratzustande; für sich allein, ohne Wasser, kann sie gar nicht existiren, sondern zerlegt sich, sobald ihr das Wasser vollständig entzogen wird, in Stickstoff und Sauerstoff. Daher gibt der Salpeter in der Glühhitze, wodurch er in seine Säure und Basis zerfällt, nur ein Gemenge von Sauerstoffgas und Stickgas, und das Kali bleibt zurück. Im concentrirtesten Zustande enthält die Salpetersäure gerade so viel Wasser, daß auf jedes Atom Säure 1 Atom Wasser kommt; ihre Formel ist sonach $N_2O_5 + H_2O$. Die mehr Wasser enthaltende (verdünnte) Säure heißt im gemeinen Leben Scheidewasser, weil sie zur Scheidung des Goldes, welches sie nicht angreift, von andern Metallen dient. An die Metalle, auf welche sie einwirkt, tritt sie einen Theil ihres Sauerstoffes ab; der Theil der Säure, welcher Sauerstoff hergibt, verwandelt sich in Stickoxyd oder in Stickoxydul, was uns Mittel darbietet, letztere Stoffe darzustellen.

Das Stickoxyd (auch Salpetergas genannt) erhält man durch Uebergießen von Kupferfeile mit Salpetersäure. Es ist eine farblose Gasart, die vom Wasser nur in geringer Menge aufgenommen wird. In Berührung mit atmosphärischer Luft oder mit Sauerstoffgas geht das Stickoxyd sogleich in eine höhere Oxydationsstufe des Stickstoffes, nämlich bei gewöhnlicher Temperatur größtentheils, bei sehr niedriger Temperatur ganz in salpetrige Säure über, die in reinem Zustande als eine dunkelgrüne, sehr flüchtige, bei großer Kälte farblose tropfbare Flüssigkeit, mit Salpetersäure verbunden aber dunkelroth erscheint; deßwegen bildet das Stickoxyd an der Luft dunkelrothe Dämpfe, welche vom Wasser begierig aufgenommen werden. Solche rothe Dämpfe stößt auch Salpetersäure aus, worin salpetrige Säure enthalten ist, und heißt dann rauchende Salpetersäure. Concentrirte wasserhelle Salpetersäure zerlegt sich theilweise im Sonnenlichte, und erhält in Folge der entstandenen salpetrigen Säure eine gelbrothe Färbung.

Stickoxydul bildet sich, wenn Zink in sehr verdünnte Salpetersäure, oder wenn feuchte Eisenfeile in Stickoxyd gebracht wird. Es ist eine farblose Gasart, wird vom Wasser aufgenommen, und übt eingeathmet eine berauschende Wirkung aus.

Mehrere Chemiker betrachten die Verbindung der Salpetersäure mit der salpetrigen Säure als eine eigene Oxydationsstufe des Stickstoffes, welcher die Formel N_2O_4 entspricht, und unterscheiden dem gemäß eine salpetrige und untersalpetrige Säure. Als Grund gegen diese Ansicht wird der Umstand geltend gemacht, daß die angebliche Säure N_2O_4 mit Basen keine eigenen Salze bildet.

Das Gewichtsverhältniß, in welchem der Sauerstoff und Stickstoff in der atmosphärischen Luft erscheinen, nämlich 23:77, paßt gar nicht in die Reihe der nach dem Gesetze der Vielfachen fortschreitenden Verhältnisse, in welchen diese Stoffe sich zu Stickoxydul, Stickoxyd, sal-

petriger Säure und Salpetersäure verbinden. Dieß ist ein schlagender Beweisgrund für die Richtigkeit der Behauptung, daß die atmosphärische Luft als keine chemische Verbindung von Sauerstoff und Stickstoff betrachtet werden dürfe.

66. **Säuren des Schwefels.** Der Schwefel S liefert mit dem Sauerstoffe vier verschiedene Verbindungen, welche sämmtlich Säuren sind, nämlich die Schwefelsäure SO_3, die Unterschwefelsäure S_2O_5, die schweflige Säure SO_2 und die unterschweflige Säure S_2O_2. Wir betrachten hier nur die Schwefelsäure und die schweflige Säure.

Erhitzt man Schwefel unter dem Zutritte der atmosphärischen Luft, so schmilzt er und entzündet sich zuletzt (in einem verschlossenen Gefäße, worin sich nur wenig Luft befindet, verwandelt er sich bloß in Dampf); das Verbrennungsproduct des Schwefels ist schweflige Säure, ein Gas, das vom Wasser begierig verschluckt wird, selbst im trockenen Zustande aber sich durch mäßigen Druck oder Kälte in eine äußerst bewegliche wasserhelle tropfbare Flüssigkeit verwandelt, die schon bei — 8° R. siedet, und ihrer Flüchtigkeit wegen die Körper, welche damit benetzt werden, sehr stark abkühlt. Der erstickende Rauch, den brennender Schwefel verbreitet, ist nichts anders als schweflige Säure, die sich des Wassers, welches stets in Dunstform in der atmosphärischen Luft vorhanden ist, bemächtiget hat, und solchergestalt höchst feinzertheilte Tropfen (Nebel) bildet, wodurch sie sichtbar wird.

In Berührung mit geeigneten sauerstoffhältigen Substanzen wird die schweflige Säure zur Schwefelsäure oxydirt. Dazu kann salpetrige Säure dienen, welche zwar nicht in trockenem Zustande, wohl aber, wenn Wasser zugegen ist, in Folge der großen Verwandtschaft der Schwefelsäure zum Wasser, zur Abtretung von Sauerstoff an die schweflige Säure disponirt wird, und in Stickoxyd übergeht. Da dieses in Berührung mit atmosphärischer Luft sich sogleich wieder in salpetrige Säure verwandelt, so kann ein gewisses Quantum Stickoxyd eine große Menge schweflige Säure in Schwefelsäure umstalten. Hierauf beruht die fabrikmäßige Darstellung der englischen Schwefelsäure durch Verbrennen von Schwefel in Berührung mit Salpeter, dessen Zersetzung die zum Beginnen der Operation nöthige salpetrige Säure liefert. Da man hiebei eine größere Wassermenge mitwirken läßt, so muß die erhaltene tropfbare Säure durch Abdampfen concentrirt werden; im concentrirtesten Zustande enthält sie auf 1 Atom Säure 1 Atom Wasser, das man ihr durch bloße Erhitzung nicht weiter entziehen kann.

Die Schwefelsäure wird auch durch Zerlegung des Eisenvitriols, d. i. des schwefelsauren Eisenoxyduls mittelst Hitze gewonnen. Die so bereitete Säure heißt Vitriolöl (sächsische Schwefelsäure, Nordhauser Oel) und enthält einen Ueberschuß von wasserfreier Schwefelsäure, welche sich daraus durch Destillation in Form asbestähnlicher Krystalle abscheiden läßt.

Die Schwefelsäure verbindet sich mit dem Wasser unter Volumverkleinerung und starker Erhitzung. An einige Metalle, z. B. Kupfer,

Quecksilber tritt sie Sauerstoff ab, um die so gebildeten Oxyde aufzulösen, und scheidet schweflige Säure aus; dieß gibt ein leichtes Mittel zur Darstellung letzterer Säure an die Hand.

67. **Verbindungen des Kohlenstoffes mit dem Sauerstoffe.** Der Kohlenstoff C, ein bei keiner bis jetzt erreichten Hitze schmelzbarer Stoff, der den Hauptbestandtheil der Pflanzen- und Thierkohle ausmacht, ziemlich rein im Graphit, am reinsten im Diamante vorkommt, geht mit dem Sauerstoffe eine Reihe von Verbindungen ein, von welchen wir hier nur die Kohlensäure CO_2 und das Kohlenoxyd CO näher betrachten.

Die Kohlensäure bildet sich bei dem Verbrennen der Kohle, bei der Weingährung, bei dem Athmungsprocesse, und kann auch durch Zerlegung von Kreide, Marmor, welche Stoffe kohlensaurer Kalk sind, mittelst Schwefelsäure, die sich mit dem Kalke zu Gips verbindet, dargestellt werden. Sie erscheint unter den gewöhnlichen Umständen als Gas, wird vom Wasser absorbirt und ertheilt demselben einen säuerlichen Geschmack (Sauerbrunn, künstliche Mineralwässer), wirkt eingeathmet tödtend, ist weder brennbar, noch zur Unterhaltung des Brennens geeignet, sinkt in der atmosphärischen Luft zu Boden, weßwegen sie sich aus einem Gefäße in ein anderes übergießen läßt, und kann durch starke Verdichtung, indem man eine große Menge Kohlensäure in einem geschlossenen sehr festen Gefäße sich entwickeln läßt, tropfbar gemacht werden; in Folge der Kälte, welche durch die Verflüchtigung der tropfbaren Kohlensäure entsteht, erstarrt diese sogar zu einer schneeähnlichen Substanz, die mit Schwefeläther gemengt, die niedrigste bis jetzt beobachtete Temperatur (nahe — 80° R.) hervorruft.

Das Kohlenoxyd ist ein brennbares, eine blaue Flamme gebendes Gas, wird vom Wasser nicht absorbirt, und ist in größerer Menge eingeathmet dem Leben nicht minder gefährlich, als die Kohlensäure. Es bildet sich beim Verbrennen der Kohle unter gehemmtem Luftzutritte. Man erhält es auch, wenn man der krystallisirten Oxalsäure, welche eine Verbindung einer Kohlenstoffsäure C_2O_3 mit Wasser ist, dieses, ohne welches sie nicht bestehen kann, mittelst Schwefelsäure entzieht, wobei die Oxalsäure, wie die Gleichung $C_2O_3 = CO_2 + CO$ zeigt, in Kohlensäure und Kohlenoxyd zerfällt. Leitet man das Gasgemenge durch Kalilösung, so wird die Kohlensäure vom Kali gebunden, und das Kohlenoxyd isolirt. In Berührung mit Sauerstoffgas verbrennend, nimmt das Kohlenoxyd noch 1 Atom Sauerstoff auf und verwandelt sich in Kohlensäure.

In der atmosphärischen Luft ist stets eine geringe Menge gasförmiger Kohlensäure enthalten. Diese Menge ist veränderlich, und zwar in der Regel bei Nacht größer als bei Tage; man kann sie mittelst ätzender alkalischer Lösungen bestimmen, welche die Kohlensäure absorbiren; Barytwasser dient hiezu am besten, auch gebrannter mit Wasser gelöschter Kalk kann mit Vortheil angewendet werden. Die Versuche erfordern, um verläßliche Resultate zu gewinnen, große Vorsicht. Nach Th. v. Saussure's mühsamen, in den Jahren 1827 — 1829 zu Genf angestellten Versuchen betrug der Kohlensäuregehalt von 10000 Raum-

theilen atmosphärischer Luft im Mittel bei Tage 3,38, bei Nacht 4 32 Volumtheile. Der geringste Kohlensäuregehalt fiel nicht unter 3, der höchste erreichte nicht 6 solcher Theile.

Der Kohlensäuregehalt der atmosphärischen Luft spielt im Haushalte der Natur eine wichtige Rolle. Die Pflanzen zerlegen unter dem Einflusse des Tageslichtes die Kohlensäure der Luft, und eignen sich den Kohlenstoff an, während sie bei Nacht Kohlensäure unzerlegt von sich geben; bei dem Athmungsprocesse der Menschen und Thiere wird der Sauerstoff der Luft consumirt und Kohlensäure gebildet, welche sich in der ausgeathmeten Luft reichlich vorfindet. Es macht daher der Kohlenstoff durch Vermittlung der Atmosphäre in der Pflanzen- und Thierwelt einen merkwürdigen Kreislauf.

Aetzende Alkalien und alkalische Erden verlieren an der Luft in Folge der aufgenommenen Kohlensäure diesen Charakter und werden milde. Da Aetzkalk in Wasser löslich, kohlensaurer Kalk aber unlöslich ist, so wird Kalkwasser durch Kohlensäure getrübt. Doch löset sich kohlensaurer Kalk in kohlensäurehältigem Wasser auf; dieß ist der Grund warum Brunnwasser, worin sich stets Kohlensäure vorfindet, kohlensauren Kalk enthalten kann.

In der Kohlensäure ist der Kohlenstoff mit der größten Menge Sauerstoff verbunden, die er aufzunehmen vermag, mithin vollständig verbrannt; im Kohlenoxyd dagegen ist die Verbrennung des Kohlenstoffes noch unvollständig, und wird erst durch die Aufnahme eines eben so großen Sauerstoffquantums, als sich im Kohlenoxyd bereits vorfindet, vervollständiget. Die Holzfaser besteht aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff, und enthält letztere zwei Stoffe in dem Verhältnisse, in welchem sie Wasser bilden; die Verbrennungsproducte des Holzes sind demnach Wasser und Kohlensäure, vorausgesetzt daß die Verbrennung vollkommen vor sich ging, und nicht etwa aus den Elementen des Holzes, die sich auf vielfache Weise zu zusammengesetzten Stoffen combiniren können, secundäre Producte entstanden sind. Bei der vollkommenen Verbrennung ist auch die Hitze am größten, daher ist es wichtig bei der Benützung von Holz oder Kohlen als Feuerungsmaterial den vollkommensten Verbrennungsproceß einzuleiten.

68. **Verbindungen des Phosphors mit dem Sauerstoffe.** Der Phosphor P, ein wachsähnlicher, leicht schmelzbarer, sehr entzündlicher Stoff, verbindet sich mit dem Sauerstoffe gleichfalls in mehreren Verhältnissen. Verbrennt Phosphor in trocknem Sauerstoffgase, so entsteht wasserfreie Phosphorsäure P_2O_5, die mit dem Wasser mehrere von einander in ihren Eigenschaften abweichende Hydrate darstellt. Die Knochen des thierischen Organismus sind größtentheils phosphorsaurer Kalk, woraus sich die Phosphorsäure durch Zerlegung mittelst Schwefelsäure abscheiden läßt; aus der Phosphorsäure gewinnt man den Phosphor durch Zerlegung mittelst Kohle. Verbindet sich der Phosphor mit Sauerstoff nur langsam, so entsteht phosphorige Säure P_2O_3; sie bildet den weißen knoblauchartig riechenden Dampf, welchen der Phosphor an der Luft von sich gibt. Man kennt noch eine unterphosphorige Säure P_2O und ein Phosphoroxyd P_3O.

Verbindungen des Wasserstoffes mit nicht metallischen Grundstoffen.

69. **Wasserstoffsäuren.** Der Wasserstoff verbindet sich mit mehreren Stoffen zu Producten, welche den Charakter einer Säure auf das Entschiedenste an sich tragen. Der Analogie mit den Sauerstoffsäuren und dem chemischen Verhalten des Wasserstoffes gemäß, sollte letzterer als das gemeinschaftliche Radical dieser Säuren, und der mit dem Wasserstoffe verbundene Stoff als der säureerzeugende betrachtet werden. Der herrschende Sprachgebrauch will es jedoch anders; man nennt derlei Säuren Wasserstoffsäuren, und den mit dem Wasserstoffe verbundenen Bestandtheil das Radical. Die Namen der Wasserstoffsäuren bildet man aus jenem des Radicals, indem man demselben entweder das Wort »Wasserstoffsäure« nach, oder »Hydro« vorsetzt. So sagt man Schwefelwasserstoffsäure oder Hydrothionsäure; Chlorwasserstoffsäure oder Hydrochlorsäure u. s. w. Die Benennung hydrothionige Säure zeigt einen geringeren Wasserstoffgehalt an als die Hydrothionsäure besitzt. Bei der Einwirkung einer Wasserstoffsäure auf ein Oxyd zur Bildung eines Salzes tritt die Eigenthümlichkeit ein, daß der Wasserstoff der Säure und der Sauerstoff des Oxydes ein solches Verhältniß beobachten, wie es die Wasserbildung fordert: das Verbindungsproduct kann daher als die Vereinigung des entstandenen Wassers mit dem aus dem Radicale der Säure und der Grundlage des Oxyds zusammengesetzten Stoffe betrachtet werden. Da sich aber jenes Wasser davon ohne Störung seiner salzartigen Beschaffenheit absondern läßt, so muß die Existenz von Salzen zugegeben werden, die nicht aus einer Säure und Basis bestehen, sondern bloß binäre Verbindungen sind. Es ist bereits oben (57.) bemerkt worden, daß sie im Gegensatze mit den Amphidsalzen, Haloidsalze heißen. Das Radical der Wasserstoffsäure wird, wenn es nicht zu den Amphigenstoffen gehört, ein Haloid (Salzbildner) genannt. Solche sind unter den Grundstoffen das Chlor, Jod, Brom und Fluor, sämmtlich nicht brennbare Stoffe.

70. **Schwefelwasserstoffsäure.** Wird eine Verbindung des Schwefels mit einem Metalle der Einwirkung des Schwefelsäurehydrats ausgesetzt, so geht der Sauerstoff des Wassers auf das Metall über, und die Schwefelsäure verbindet sich mit dem Oxyde; der Wasserstoff aber vereinigt sich mit dem Schwefel zu Schwefelwasserstoff- oder Hydrothionsäure. Am besten eignet sich hiezu das Schwefeleisen, das man sehr leicht darstellt, wenn man ein befeuchtetes Gemenge von Schwefel und Eisenfeile erhitzt, wobei sich Schwefeleisenhydrat bildet. Die Hydrothionsäure ist ein farbloses, nach faulen Eiern riechendes brennbares Gas, wirkt selbst in geringerer Menge eingeathmet sehr nachtheilig, wird vom Wasser absorbirt und ist in den Schwefelwässern natürlich daran gebunden. Stark verdichtet nimmt die Hydrothionsäure auch in wasserfreiem Zustande die tropfbare Form an. Die Zusammensetzungsformel dieser Säure ist SH_2; sie ist also gleichsam das Analogon des Wassers, worin der Schwefel an der Stelle des Sauerstoffes steht. Die Formel einer zweiten bekannten Verbin-

dungsstufe des Schwefels mit dem Wasserstoffe, nämlich der hydrothionigen Säure oder des Wasserstoffschwefels ist $S_5 H_2$.

71. Das Chlor und dessen Verbindungen mit dem Wasserstoffe und Sauerstoffe. Uebergießt man Kochsalz mit Schwefelsäure, so entwickelt sich ein Gas, das sich als eine Säure charakterisirt und mit Wasser, von dem es begierig verschluckt wird, die sogenannte tropfbare Salzsäure darstellt. Erhitzt man diese Säure in Berührung mit Manganhyperoxyd, oder, was auf dasselbe hinausläuft, erhitzt man ein Gemenge von Kochsalz und Braunstein in Berührung mit Schwefelsäure, so entwickelt sich ein weingelbes Gas, von äußerst heftiger Wirkung auf die Respirationsorgane, welches vom Wasser und Queckſilber absorbirt wird, organische Stoffe entfärbt und zerstört, daher als Bleich- und Räucherungsmittel angewendet werden kann, mit Metallen sich direct unter Wärme- und Lichtentwickelung verbindet, und in allen Stücken eine gewisse Aehnlichkeit mit dem Sauerstoffe zeigt, dessen Stelle es gleichsam zu vertreten vermag. Man betrachtet diesen gasförmigen Stoff (der sich jedoch auch zu einer tropfbaren Flüssigkeit verdichten läßt) als einen Grundstoff und nennt ihn Chlor; seine Verbindungen mit andern Stoffen heißen Chloride.

Erhitzt man vollkommen trocknes salzsaures Gas mit Metalloxyden, so bildet sich Wasser und ein Metallchlorid; man zieht hieraus den Schluß, daß die Salzsäure aus Chlor und Wasserstoff bestehe, mithin eine Wasserstoffsäure des Chlors sey. Diese Ansicht erhält eine Bestätigung durch den synthetischen Versuch, daß gleiche Raumtheile Chlor und Wasserstoffgas sich zu gasförmiger Salzsäure verbinden: die Verbindung erfolgt nur bei Ausschluß des Lichtes nicht sogleich von selbst; im Tageslichte geht sie langsam, im Sonnenlichte mit großer Heftigkeit, unter Explosion, vor sich. Angenommen, daß in der Salzsäure 2 Atome Chlor mit 2 At. Wasserstoff verbunden seyen, erklärt sich die oben angegebene Darstellungsweise der Salzsäure aus dem Kochsalze und die darauf gegründete Entwickelung des Chlors folgender Maßen: Das Kochsalz ist Natriumchlorid $Na\,Cl_2$; kommt Schwefelsäurehydrat $S\,O_3 + H_2\,O$ hinzu, so entsteht einerseits schwefelsaures Natriumoxyd $S\,O_3 + Na\,O$, andererseits Chlorwasserstoffsäure $Cl_2\,H_2$, welche als Gas entweicht. Wird ferner Salzsäure mit Manganhyperoxyd zusammengebracht, so wirken 2 Atome dieser Säure $2\,Cl_2\,H_2 = Cl_4\,H_4$ und 1 Atom Manganhyperoxyd $Mn\,O_2$ zuerst so auf einander, daß sich 2 Atome Wasser und 1 Atom Manganchlorid $Mn\,Cl_4$ bilden, wie es der Gleichung $2\,Cl_2\,H_2 + Mn\,O_2 = 2\,H_2\,O + Mn\,Cl_4$ gemäß ist; in höherer Temperatur zerfällt aber das Manganchlorid in Chlor und Manganchlorür $Mn\,Cl_2$, es ist nämlich $Mn\,Cl_4 = Cl_2 + Mn\,Cl_2$, und es wird sonach die Hälfte des Chlors der Salzsäure in Freiheit gesetzt. Mit dem Sauerstoffe gibt das Chlor vier Säuren, die unterchlorige Säure $Cl_2\,O$, die chlorige Säure $Cl_2\,O_4$, die Chlorsäure $Cl_2\,O_5$ und die Ueberchlorsäure $Cl_2\,O_7$.

Keine der Sauerstoffsäuren des Chlors kann durch directe Verbindung desselben mit dem Sauerstoffe erhalten werden. Leitet man aber Chlor-

gas in eine Kalilösung, so wird Kaliumoxyd zerlegt; es entsteht durch Verbindung eines Theiles des Chlors mit dem Kalium Chlorkalium, und der Sauerstoff des Oxydes geht unter der Anforderung des Kali auf einen andern Theil des Chlors über, wodurch sich unterchlorige und Chlorsäure bildet, welche sich mit dem Kali zu unterchlorigsaurem und chlorsaurem Kali verbinden. Wird statt Aetzkali kohlensaures Kali angewendet, so entsteht auch noch durch Uebertragung der abgeschiedenen Kohlensäure auf einen andern Theil des Kali, doppeltkohlensaures Kali. Durch Erhitzung wird die Kohlensäure ausgetrieben und das unterchlorigsaure Kali in Chlorkalium und chlorsaures Kali umgesetzt; beim Erkalten krystallisirt zuerst das chlorsaure Kali. Hierauf beruht die Bereitung des chlorsauren Kali, wovon man zur Fabrikation der Zündhölzchen einen nützlichen Gebrauch macht. Es wird nämlich dieses Salz durch Schwefelsäure unter Wärmeentwickelung zersetzt, und wenn es mit brennbaren Stoffen gemengt ist, werden letztere entzündet. Hierauf beruht die Zusammensetzung der Masse, womit die Spitze der Schwefelhölzchen überzogen ist, aus chlorsaurem Kali, Zucker, Schwefel, welcher man, um sie sichtbarer zu machen, durch Zusatz von Zinnober eine rothe Farbe gibt. Das chlorsaure Kali liegt der Darstellung der Chlorsäure und der übrigen Oxydationsstufen des Chlors zum Grunde, worauf wir hier jedoch nicht weiter eingehen.

Die Zerlegung des chlorsauren Kali durch Hitze wurde oben (54.) als die bequemste Methode zur Darstellung des Sauerstoffgases empfohlen. Das Salz schmilzt und verwandelt sich, nachdem die hierauf folgende erste Entwickelung von Sauerstoffgas vorüber ist, in ein Gemenge von überchlorsaurem Kali mit Chlorkalium. Durch starke Erhitzung, wie auch durch gelindere, wenn dem Salze Manganhyperoxyd zugesetzt worden, wird der Sauerstoff gänzlich ausgetrieben, und es bleibt Chlorkalium zurück. 100 Gewichttheile chlorsaures Kali geben 39 Theile Sauerstoff.

Eine Mischung von Salzsäure und Salpetersäure wird wegen ihrer Eigenschaft Gold und Platin aufzulösen, Königswasser genannt. Die Wirkung des Königswassers beruht auf der Fähigkeit des Chlors, sich mit Gold und Platin direct zu verbinden. Der Wasserstoff der Salzsäure gibt mit dem Sauerstoffe, welchen die Salpetersäure liefert, Wasser, es entweicht Salpetergas, und es wird Chlor frei, bis die Flüssigkeit damit gesättigt ist; in dem Maße als Chlor verbraucht wird, ersetzt es sich wieder, so lange die Ingredienzien dazu vorhanden sind.

Eine wässerige Lösung von Chlor verwandelt sich, zumal unter dem Einflusse des Lichts, allmälig in Salzsäure; das Wasser wird zersetzt, der Wasserstoff desselben verbindet sich mit dem Chlor, und der Sauerstoff wird in Gasform ausgeschieden.

72. **Jod und Brom.** Eine große Aehnlichkeit mit dem Chlor bezüglich des chemischen Verhaltens haben Jod und Brom. Das Jod erscheint bei gewöhnlicher Temperatur in fester Form als eine stahlgraue, metallisch glänzende, im Wasser wenig, im Alkohol leicht lösliche, flüchtige, stark riechende Substanz, welche gelinde erwärmt sich in einen violetten Dampf verwandelt, und beim Erkalten krystallisirt. Das Jod kommt in Seepflanzen, im Badeschwamme, in mehreren Mineralien und in Mineralquellen vor. Das Brom ist bei gewöhnlicher Temperatur tropfbar, von dunkelbrauner Farbe, höchst flüchtig, unangenehm riechend; der Dampf greift die Respirationsorgane heftig

an Es ist gleichfalls in Pflanzen, Mineralquellen und in salzigen Wässern enthalten. Beide Stoffe geben wie das Chlor mit dem Wasserstoffe und Sauerstoffe Säuren, und verbinden sich mit Metallen zu Haloidsalzen.

73. **Flußsäure.** Durch Schwefelsäure wird aus dem Flußspathe eine tropfbare, aber sehr flüchtige Säure entwickelt, welche als Gas, wie auch in wässeriger Lösung, das Glas angreift, weßwegen sie zum Aetzen desselben angewendet wird. Man nennt diese Säure Flußsäure Das Verhalten der wasserfreien Flußsäure gegen Metalloxyde ist jenem der Salzsäure (71.) ähnlich und führt gleichfalls zu dem Schlusse, daß die Flußsäure eine Wasserstoffsäure sey. Man nennt das Radical derselben Fluor, hat es aber bis jetzt nicht auf genügend deutliche Weise isolirt. Der Flußspath ist eine Verbindung des Fluors mit dem Calcium. Die gasförmige so wie die tropfbare Flußsäure äußert auf die Haut eine heftige Wirkung und bringt bösartige Geschwüre hervor. Das Fluor verbindet sich mit dem Silicium und das hiedurch entstandene Fluorsilicium mit der Fluorwasserstoffsäure. Hierauf beruht die Einwirkung der Flußsäure auf das Glas.

74. **Ammoniak.** Der Wasserstoff erzeugt mit dem Stickstoffe eine starke, dem Kali und Natron höchst ähnliche, und eben so wie diese Stoffe alkalisch reagirende Salzbasis, das Ammoniak N_2H_6; jedoch erfolgt die Verbindung des Stickstoffes und Wasserstoffes nicht direct, sondern nur indirect bei der Zersetzung stickstoffhaltiger organischer Substanzen. Seit langer Zeit kennt man den Salmiak, ein Salz, das man zuerst in Aegypten als Nebenproduct bei der Verbrennung des Kameelmistes erhielt, jetzt aber an vielen Orten fabrikmäßig bereitet. Die empirische Formel des Salmiaks ist $Cl_2N_2H_8$; derselbe kann also als eine Verbindung der Salzsäure Cl_2H_2 mit Ammoniak N_2H_6 betrachtet werden. Erhitzt man ein Gemenge von Salmiak und ätzendem Kalk CaO, so bildet sich Chlorcalciumhydrat $CaCl_2 + H_2O$, und Ammoniak wird ausgeschieden. Das Ammoniak erscheint als ein farbloses Gas von stechendem Geruche, und läßt sich durch Verdichtung tropfbar machen. Vom Wasser wird es verschluckt, und stellt so das wässerige Ammoniak dar. Die Salze, welche das Ammoniak mit den Sauerstoffsäuren gibt, sind den Salzen des Kali und Natron sehr ähnlich.

Man kann auch den Salmiak analog mit dem Kochsalze als ein Haloidsalz, nämlich als eine Verbindung von Chlor Cl_2 mit einem Stoffe, dessen Formel N_2H_8 ist, ansehen. Letzterer Stoff läßt sich nicht für sich allein darstellen; wäre dieß der Fall, so müßte man ihn mit Kalium, Natrium . . . in eine Reihe setzen. Es ist sehr merkwürdig, daß es eine Verbindung des Queckſilbers mit dem Stoffe N_2H_8 gibt, welche mit den Queckſilberverbindungen (Amalgamen) des Kaliums und Natriums die größte Aehnlichkeit hat. Deßhalb schreibt man der Verbindung N_2H_8 eine metallische Natur zu, und nennt sie Ammonium. Diesen hypothetischen Stoff zugegeben, erscheint der Salmiak als Chlorammonium oder Ammoniumchlorid, und wässeriges Ammoniak oder Ammoniakhydrat, wie die Gleichung $N_2H_6 + H_2O = N_2H_8O$ lehrt, als Ammoniumoxyd.

75. Phosphorwasserstoff. Erhitzt man Kalk und Phosphor in Berührung mit Wasser, so verbindet sich der Sauerstoff des Wassers mit einem Theile Phosphor zu Phosphorsäure und diese mit dem Kalke zu phosphorsaurem Kalke, ein anderer Theil des Phosphors aber mit dem Wasserstoffe zu einem farblosen Gase (Phosphorwasserstoffgas), welches, sobald es mit der Luft oder mit Sauerstoffgas in Contact tritt, sich von selbst entzündet.

Das Phosphorwasserstoffgas hat für den Physiker in so fern einiges Interesse, als man die Erklärung der Irrlichter darauf zurückzuführen versuchte.

76. Verbindungen des Wasserstoffes mit dem Kohlenstoffe. Mit dem Kohlenstoffe liefert der Wasserstoff vielerlei ihrem chemischen Verhalten nach indifferente Verbindungen, wovon die Mehrzahl organischen Ursprungs ist. Wir heben hier bloß zwei derselben heraus, das Grubengas und das Leuchtgas, entzündliche Gasarten, wovon die letztere noch einmal so viel Kohlenstoff enthält, als die erstere. Das Grubengas (Kohlenwasserstoffgas mit dem Minimum an Kohlenstoff) kommt in Sümpfen und Kohlenbergwerken vor, und brennt mit wenig leuchtender Flamme; das Leuchtgas (Kohlenwasserstoffgas mit dem Maximum an Kohlenstoff) brennt mit heller Flamme und macht den Hauptbestandtheil aller Lichtflammen aus, deren wir uns zur Beleuchtung bedienen. Beide Gase geben mit Sauerstoffgas heftig detonirende Gemenge. Das Grubengas kann man künstlich darstellen, wenn man Wasserdämpfe durch ein glühendes mit Kohlenstückchen gefülltes eisernes Rohr leitet; Leuchtgas gewinnt man durch Erhitzung einer Mischung von 1 Theil starken Weingeist mit 4 Theilen concentrirter englischer Schwefelsäure.

Das Grubengas brachte den Bergleuten schon öfter Unheil durch die Explosionen, welche entstehen, wenn eine Lichtflamme in eine Luftmasse kommt, die eine den Athmungsprozeß noch nicht merklich störende Beimengung davon hat. Zur Verhüthung der durch diese Veranlassung möglichen Unglücksfälle erfand Davy die Sicherheitslampe, eine Oellampe, deren Flamme mit einem engen Drahtnetze umgeben ist, welches, wie die Erfahrung gelehrt hat, die Verbreitung der Entzündung in die umgebende Luftmasse hindert.

Das Leuchtgas verdankt seine Leuchtkraft der Kohle, welche sich in dem glühenden Gase, woraus die Flamme besteht, in fein vertheiltem Zustande abscheidet, und durch ihr Mitglühen die Helligkeit der Flamme steigert. Das Leuchtgas bildet sich bei der durch Temperaturerhöhung erfolgenden Zersetzung des Holzes, der Steinkohlen, Oele, Harze, des Fettes, Wachses und anderer organischen Substanzen, wobei es sich nebst dem Grubengase, dem Kohlenoxyde und kohlensauren Gase entwickelt. Man bereitet es auf diesem Wege im Großen zum Behufe der Gasbeleuchtung, muß es aber, wenn es aus Steinkohlen dargestellt worden ist, vor dem Verbrauche von dem beigemengten Schwefelwasserstoffgase befreien, das sich in Folge des Schwefelgehaltes der Steinkohlen bildet. Man leitet es zu diesem Zwecke durch ein mittelst einer Rührvorrichtung in Bewegung erhaltenes Gemenge von Kalk und Wasser (Kalkmilch). Je reicher das Gas an Leuchtgas ist, desto vorzüglicher ist es. Bei dem Brennen einer Oellampe, Unschlitt- oder

Wachskerze entwickelt sich das Leuchtgas durch Zersetzung des mittelst des Dochtes aufgesogenen Brennmateriales bei der in der Nähe der Flamme herrschenden hohen Temperatur. Die Verbrennungsproducte des Leuchtgases sind Kohlensäure und Wasser.

Beispiele organischer Radicale und ihrer Verbindungen.

77. Zusammengesetzte Radicale. Die mannigfaltigen Gebilde des Pflanzen- und Thierreiches enthalten eine große Anzahl höchst merkwürdiger zusammengesetzter Stoffe, aus welchen durch geignete Behandlung andere Stoffe sich bilden lassen, die man bis jetzt nur in wenigen Fällen aus den Grundstoffen, woraus sie bestehen, ohne Mithilfe der Lebenskraft darzustellen vermochte. Man nennt derlei Stoffe, ihrem gewöhnlichen oder ausschließenden Ursprunge zu Folge *organische*. Es ist eine interessante Thatsache, daß die große Menge organischer Producte, zu deren Kenntniß die neuere Wissenschaft geführt hat, das Resultat der Combination einer sehr geringen Anzahl von Grundstoffen ist; viele Producte des Pflanzenreiches bestehen bloß aus Sauerstoff, Wasserstoff und Kohlenstoff; in andern, wie auch in den meisten thierischen Stoffen, kommt noch der Stickstoff hinzu: fügt man den so eben genannten Grundstoffen noch einige wenige andere bei, worunter vorzüglich der Schwefel und Phosphor erwähnt zu werden verdienen, so ist der Inbegriff der Elemente, welche die Bildung organischer Erzeugnisse in Anspruch nimmt, vollständig. Ein eigenthümlicher Charakter unterscheidet die organischen Stoffe von den zusammengesetzten unorganischen. Die letzteren sind binäre Verbindungen der Grundstoffe oder ähnliche Zusammensetzungen binärer Verbindungen; bei den organischen Stoffen aber finden ternäre, quaternäre u. s. w. statt; es vertreten hier zusammengesetzte Stoffe die Grundstoffe der unorganischen Verbindungen, indem sie ganz die Rolle einfacher Stoffe spielen. Man nennt einen Stoff, welcher der Bildung einer Reihe anderer zum Grunde liegt, d. h. das allen Gliedern einer Reihe zusammengesetzter Stoffe gemeinschaftliche Element ausmacht, das *Radical* dieser Reihe. Daher kann man auch sagen, die unorganischen zusammengesetzten Stoffe gehen aus *einfachen*, die organischen Stoffe aus *zusammengesetzten* Radicalen hervor.

Den Erfahrungen gemäß, welche die Fälle darbieten, in welchen sich uns den Grundstoffen chemisch ähnliche Radicale vor Augen stellen, erlaubt man sich auf dem Wege der Analogie derlei Radicale auch dort noch vorauszusetzen, wo dieselben sich nicht isolirt darstellen lassen, sobald nur dadurch in die Betrachtung einer Menge von Verbindungen Ordnung und klare Uebersicht gebracht werden kann, welche ohne dieses Hilfsmittel als ein regelloses Aggregat von Thatsachen erscheinen würden.

78. Das Cyan und seine Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff. Der Kohlenstoff verbindet sich nicht direct mit dem Stickstoffe; unter der Anforderung eines Stoffes aber, der zum Producte der Verbindung des Stickstoffes mit dem Sauerstoffe, d. i zum *Cyan* eine große Verwandtschaft hat, vereinigen sich diese

beiden Stoffe. Dieß ist der Fall, wenn stickstoffhältige Stoffe, wie getrocknetes Blut, Fleisch, Horn, oder thierische Kohle in Berührung mit Kali und Eisen geglüht werden. Der Sauerstoff des Kali verbindet sich mit einem Theile des Kohlenstoffes zu Kohlenoxyd und Kohlensäure, das Kalium und Eisen dagegen mit dem aus Kohlenstoff und Stickstoff sich erzeugenden Cyan. Durch Behandlung mit Eisensalzen läßt sich das Cyan vom Kalium auf das Eisen allein übertragen (Berlinerblau) und von diesem auf Quecksilber, wodurch man das in Form eines weißen Salzes erscheinende Cyanqueckſilber erhält. Durch Erhitzen zerfällt das Cyanqueckſilber in Quecksilber und Cyan. Letzteres erhält man unter dem gewöhnlichen Drucke der Atmosphäre als ein farbloses, giftiges, durchdringend riechendes, mit rosenfarbig-violetter Flamme brennendes, vom Wasser absorbirbares Gas, welches bei mäßiger Verdichtung in eine tropfbare Flüssigkeit übergeht, die man leicht und gefahrlos darstellt, wenn man die Erhitzung des Cyanqueckſilbers in einer 2 — 3 Linien weiten gebogenen, geschlossenenen Glasröhre vornimmt. In der Eigenschaft sich direct mit Metallen zu verbinden, dann mit dem Sauerstoff und Wasserstoff Säuren zu geben, ist das Cyan ganz dem Chlor analog. Man bezeichnet es daher auch mit einem eigenen Zeichen Cy, welches im chemischen Sinne so viel bedeutet als CN, d. h. so viel als die Verbindung von 1 Atom Kohlenstoff mit 1 Atom Stickstoff.

Die Cyanwasserstoffsäure Cy_2H_2, auch unter dem Namen Blausäure bekannt, ist eines der fürchterlichsten Gifte. Man kann sie durch Behandlung des Cyanqueckſilbers mit Salzsäure darstellen, und erhält sie in wasserfreiem Zustande als eine farblose, äußerst flüchtige tropfbare Flüssigkeit, die einen starken, jenem der bittern Mandeln ähnlichen Geruch besitzt.

Mit dem Sauerstoffe gibt das Cyan drei Säuren, welche sich nicht im Sauerstoffgehalte, sondern nur in dem Atomverhältnisse unterscheiden, womit sie in Verbindungen eintreten, nämlich die Cyansäure Cy_2O, die Knallsäure Cy_4O_2, und die Cyanursäure Cy_6O_3. Die erste und dritte kennt man nur im Hydratzustande, die zweite nur in so fern sie an Basen gebunden ist, mit welchen sie leicht zersetzbare, heftig explodirende Salze (darunter das als Zündmittel bei Percussionsgewehren dienende Knallqueckſilber) hervorbringt.

79. **Aethylverbindungen.** Wenn einer zuckerhältigen tropfbaren Flüssigkeit ein Ferment beigemengt ist, d. h. eine stickstoffhältige Substanz, die sich entweder bereits in dem Zustande der Zersetzung befindet, oder durch was immer für eine Veranlassung in diesen Zustand versetzt wird, und günstige Umstände obwalten, worunter vornehmlich eine nicht zu hohe oder zu niedrige Temperatur (10 — 20° R.) gehört, so geräth die Flüssigkeit in einen inneren Bewegungszustand, den man geistige Gährung nennt; die Temperatur der Flüssigkeit nimmt zu, ihr Zuckergehalt vermindert sich, es entwickelt sich Kohlensäure, die in Gasform entweicht, und es bildet sich in der Flüssigkeit ein berauschender Stoff, der Alkohol oder Weingeist,

den man, da er flüchtiger ist als Wasser, davon durch Destillation trennen kann: er erscheint in reinem Zustande als eine wasserhelle, entzündliche, Harz und Oele auflösende Flüssigkeit, die bei 63° R siedet, und eine so große Verwandtschaft zum Wasser hat, daß man ihr dieses nur durch besondere Kunstgriffe, z. B. durch Destillation über Aetzkalk oder Chlorcalcium zu entziehen, und sonach wasserfreien (absoluten) Alkohol darzustellen vermag.

Der Alkohol ist, wie die chemische Analyse lehrt, eine Zusammensetzung aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff; er enthält auf 1 Atom Sauerstoff 6 Atome Wasserstoff und 2 Atome Kohlenstoff. Behandelt man ihn mit Schwefelsäure, so entstehen nach Maßgabe des Mischungsverhältnisses mit Wasser und der Temperatur verschiedene Zerlegungsproducte; man kann den Hergang so einleiten, daß der Alkohol in Wasser und in einen eigenen Stoff, den man Aether nennt, zerfällt: der Aether ist eine wasserhelle, höchst flüchtige, stark riechende Flüssigkeit, die schon bei 28° R. siedet; er besteht gleichfalls aus Kohlenstoff, Wasserstoff und Sauerstoff, und enthält auf 1 Atom Sauerstoff 10 Atome Wasserstoff und 4 Atome Kohlenstoff. Nimmt man nun den Ausdruck $C_4H_{10}O$ als die Zusammensetzungsformel des Aethers an, so ist jene des Alkohols nothwendig

$$C_4H_{10}O + H_2O = C_4H_{12}O_2.$$

Man kennt eine ganze Reihe von Stoffen, welche 4 Atome Kohlenstoff und 10 Atome Wasserstoff als gemeinschaftlichen Bestandtheil enthalten. Dieß und die Analogie mit andern Fällen veranlaßte die Verbindung C_4H_{10}, obgleich man sie bis jetzt nicht isolirt darzustellen vermochte (so wenig wie die wasserfreie Salpetersäure oder die Oxalsäure), als ein besonderes Radical zu betrachten, dem man den Namen Aethyl beilegt. Aether ist sonach Aethyloxyd, und Alkohol ist Aethyloxydhydrat. Außerdem gibt es ein Aethylchlorür $C_4H_{10}Cl_2$ (desgleichen ein Aethylbromür und Jodür), ein Aethylsulfür $C_4H_{10}S$, dann einen Stoff, welcher als das Analogon des Alkohols Schwefel statt Sauerstoff enthält, nämlich das Mercaptan (Aethylsulfür-Schwefelwasserstoff)

$$C_4H_{12}S_2 = C_4H_{10}S + H_2S,$$

ein Aethylcyanür u. s. w., einer Menge anderer Verbindungen nicht zu gedenken.

Um die geistige Gährung in der einfachsten Form einzuleiten, setze man einem nicht zu concentrirten Zuckerwasser etwas Bierhefe zu, und stelle die Flüssigkeit an einen mäßig warmen Ort; in kurzer Zeit trübt sich die Flüssigkeit, kommt in Bewegung, Kohlensäuregas entwickelt sich, und nachdem Ruhe eingetreten ist und die Flüssigkeit sich wieder geklärt hat, schmeckt sie nicht mehr süß, sondern geistig. Auf demselben Vorgange beruht die Bereitung aller Arten geistiger Getränke, insbesondere das Entstehen von Wein und Bier durch Gährung des Traubensaftes und des Malzabsudes. Der Traubensaft kommt ohne besondern Zusatz eines Fermentes in Gährung: die Stelle des Ferments vertritt da ein stickstoffhältiger Bestandtheil, der unter dem Einfluß der atmosphärischen Luft sich zu zersetzen beginnt, und diesen Zustand auch in der übrigen Masse hervorruft.

Die chemische Untersuchung lehrt, daß der bei 80° R. getrocknete Traubenzucker aus gleichviel Atomen Sauerstoff und Kohlenstoff und so viel Wasserstoff besteht, als nöthig ist, um mit dem Sauerstoffe Wasser zu geben; für den krystallisirten Rohrzucker findet man die Zusammensetzungsformel $C_{12}H_{22}O_{11}$: fügt man 1 At. Wasser hinzu, so entsteht die Formel $C_{12}H_{24}O_{12}$, welche genau der Zusammensetzung des Traubenzuckers entspricht Diese Formel läßt sich in Theile zerlegen, welche die Zusammensetzung des Alkohols und der Kohlensäure ausdrücken, denn es besteht die Gleichung:

$$C_{12}H_{24}O_{12} = 2C_4H_{12}O_2 + 4CO_2,$$

dieser gemäß erscheint also die geistige Gährung als ein Zerfallen eines Atoms Zucker (allenfalls nach Aufnahme von 1 Atom Wasser) in 2 At. Weingeist und 4 At. Kohlensäure.

Es gibt Stoffe, welche zwar nicht unmittelbar Zucker enthalten, in welchen aber ein Bestandtheil vorkommt, durch dessen Metamorphose sich Zucker zu bilden vermag: diese können daher gleichfalls zur Erzeugung von Weingeist benützt werden. (Branntweinbereitung aus Kartoffeln.)

80. **Acetylverbindungen.** In Berührung mit Sauerstoff, und durch die Anregung eines Fermentes (dessen Stelle auch feinzertheiltes Platin vertreten kann) erleidet der Alkohol bei schicklicher Temperatur (20 — 30° R.) eine Veränderung, die man Essiggährung nennt: das Resultat derselben ist Bildung von Essigsäure, deren Zusammensetzung im wasserfreien Zustande durch $C_4H_6O_3$ ausgedrückt wird. Man betrachtet die Essigsäure als eine Oxydationsstufe eines eigenen bis jetzt nicht isolirt dargestellten Radicals, des Acetyls C_4H_6. Man kennt das Hydrat des Oxydes des Acetyls, nämlich den Stoff $C_4H_8O_2 = C_4H_6O + H_2O$, unter der Benennung Aldehyd: es ist eine sehr flüchtige Flüssigkeit, die im wasserfreien Zustande schon bei 18° R. siedet. Damit aus Alkohol, d. i aus $C_4H_{12}O_2$, Essigsäure, oder vielmehr deren Hydrat $C_4H_8O_4$ entstehe, muß derselbe aus der Luft 4 Atome Sauerstoff aufnehmen, und von diesen müssen sich 2 At. mit 4 At. Wasserstoff zu Wasser verbinden, womit jenes Hydrat verdünnt erscheint. Es läßt sich dieser Vorgang auf zwei nach einander folgende Aufnahmen von 2 At. Sauerstoff zurückführen, so daß sich durch Abscheidung von 4 At. Wasserstoff aus dem Alkohol zunächst Aldehyd und Wasser, und hierauf durch Oxydation des Aldehyds erst Essigsäurehydrat bildet. Das Acetyl ist, so wie das Aethyl, der gemeinschaftliche Bestandtheil einer ganzen Reihenfolge zusammengesetzter Stoffe, in deren Betrachtung wir hier nicht näher eingehen.

Aus der so eben angedeuteten Bildungsweise der Essigsäure durch Oxydation des Alkohols erklären sich die Bedingungen, an welche die Umwandlung geistiger Getränke in Essig gebunden ist. Es erhellet daraus die Nothwendigkeit des Luftzutrittes; der Vortheil, den bei der Schnellessigfabrication eine feine Zertheilung des zur Gährung disponirten Alkohols gewährt, wodurch dessen Berührungsfläche mit der Luft vervielfacht wird; wie es kommen kann, daß durch Mangel an Sauerstoff nicht bloß der rasche Gang der Operation gehemmt wird, sondern selbst das Material zur Essigbildung verloren geht, indem sich nur Aldehyd erzeugt, das in Folge seiner Flüchtigkeit entweicht. Die Essigsäure verbindet sich mit dem Aethyloxyde zu Essigäther $C_6H_{10}O_4$

$= C_4H_6O_3 + C_4H_{10}O$, welcher dem Essig den angenehmen Geruch verleiht, der die besseren Sorten auszeichnet.

81. **Glyceryl- und Margarylverbindungen.** Als ein weiteres Beispiel, wie Beziehungen, die wir an einfachen Stoffen wahrnehmen, sich an zusammengesetzten Radicalen wiederholen, mögen die Fettarten und fetten Oele dienen. Sie bestehen aus mehreren salzartigen Verbindungen gewisser Säuren und Basen, welche der Sauerstoff mit eigenthümlichen Radicalen bildet. Als derlei Radicale sind das Glyceryl C_6H_{14} und das Margaryl $C_{34}H_{66}$ zu betrachten. Aus dem Margaryl entspringen zwei feste, leicht schmelzbare, krystallisirbare, in Wasser unlösliche Stoffe, welche die Rolle von Säuren spielen, und ganz die Zusammensetzung der Schwefelsäure und Unterschwefelsäure haben, nämlich: die sogenannte Margarinsäure, welche 1 Atom Radical und 3 Atome Sauerstoff; und die Talg- oder Stearinsäure, welche 2 Atome Radical und 5 At. Sauerstoff enthält. Die Verbindungen dieser Säuren, ferner der Oelsäure $C_{44}H_{78}O_4$, welche ein tropfbarer Körper ist, mit dem Glyceryloxyde, Verbindungen, die man unter den Benennungen Margarin, Stearin und Olein kennt, machen die Hauptbestandtheile des Talges (Unschlittes) und der fetten Oele aus. Diese Glycerylverbindungen werden durch Alkalien und andere Metalloxyde zerlegt: die genannten Säuren vereinigen sich mit den Alkalien zu Seifen, welche im Wasser löslich sind: mit den alkalischen Erden und andern Metalloxyden geben sie unlösliche seifenartige Verbindungen.

Wasser, welches Kalksalze enthält, löst alkalische Seifen nicht auf, sondern zerlegt dieselben, und es entstehen unlösliche Kalkseifen; es heißt dann hartes Wasser. Solches kann durch vorläufigen Zusatz von Natron weich gemacht werden.

Auf der Abscheidung der Stearin- und Margarinsäure aus dem Talge beruht die Verfertigung der beliebten Stearin- und Margarinkerzen.

Beispiele stöchiometrischer Aufgaben.

82. **Atomgewichte der Grundstoffe.** Zur numerischen Beantwortung stöchiometrischer Fragen ist vor Allem die Kenntniß der Atomgewichte der Grundstoffe nöthig; hier folgt eine Zusammenstellung der Werthe mehrerer derselben, worunter insbesondere diejenigen sich befinden, von welchen am häufigsten Gebrauch gemacht wird:

Sauerstoff	O	= 8	Bor	B	= 11
Wasserstoff	H	= 0,5	Kiesel	Si	= 22,2
Stickstoff	N	= 7	Kalium	K	= 39,3
Kohlenstoff	C	= 6	Natrium	Na	= 23,3
Schwefel	S	= 16	Barium	Ba	= 68,7
Phosphor	P	= 15,7	Calcium	Ca	= 20
Chlor	Cl	= 17,7	Magnesium	Mg	= 12,7
Jod	J	= 63,3	Aluminium	Al	= 13,7
Brom	Br	= 39,2	Gold	Au	= 99,6
Fluor	F	= 9,4	Platin	Pt	= 98,8

Silber	Ag	= 108,3	Blei	Pb	= 103,7
Quecksilber	Hg	= 101,4	Nickel	Ni	= 29,6
Kupfer	Cu	= 31,7	Kobalt	Co	= 29,6
Eisen	Fe	= 27,2	Arsen	As	= 37,7
Wismuth	Bi	= 71,1	Chrom	Cr	= 28,2
Antimon	Sb	= 64,6	Mangan	Mn	= 27,7
Zinn	Sn	= 59	Molybdän	Mo	= 48
Zink	Zn	= 32,3	Titan	Ti	= 24,3.

83. **Aufgaben.** 1) Wie viel Sauerstoff erhält man aus einem gegebenen Gewichte, z. B. aus 100 Theilen, chlorsaurem Kali?

Die Zusammensetzungsformel der Chlorsäure ist Cl_2O_5, des Kali KO, des chlorsauren Kali $Cl_2O_5 + KO$ oder Cl_2KO_6. Aus $Cl_2KO_6 = 35,4 + 39,3 + 48 = 122,7$ Gewichttheilen chlorsaurem Kali erhält man also $O_6 = 48$ Theile Sauerstoff, folglich, nach der Proportion $122,7 : 100 = 48 : x$, aus 100 Theilen chlorsaurem Kali $x = \frac{4800}{122,7} = 39$ Theile Sauerstoff. Wie man das Volum eines Gases aus seinem Gewichte findet, wird in der Folge gezeigt.

2) Wie viel Sauerstoff erhält man aus Manganhyperoxyd durch Glühen, im Vergleiche mit dessen Behandlung mittelst Schwefelsäure?

Das Manganhyperoxyd MnO_2 geht bei gelindem Glühen in Manganoxyd Mn_2O_3, bei heftigem Glühen in Oxydoxyd $Mn_2O_3 + MnO = Mn_3O_4$, und in Folge der Einwirkung von Schwefelsäure in Oxydul MnO über. Es verlieren aber $6\,MnO_2$ Gewichttheile Manganhyperoxyd bei dem Uebergange in $3\,Mn_2O_3$, in $2\,Mn_3O_4$ und in 6 MnO die Sauerstoffmengen O_3, O_4, O_6, welche sich wie 3 : 4 : 6 verhalten. Nun ist $MnO_2 = 27,7 + 16 = 43\,7$ und es macht $O = 8$ hievon nahe 18 Procente aus: mithin entwickelt das Manganhyperoxyd unter genannten Umständen 6,12 und 18 Procente seines Gewichts Sauerstoff.

3) In welchem Verhältnisse ist Zink und concentrirte englische Schwefelsäure zur Entwickelung von Wasserstoffgas erforderlich?

Das Atomgewicht der englischen Schwefelsäure oder des Schwefelsäurehydrats ist $SO_3 + H_2O = 49$; das sich bildende schwefelsaure Zinkoxyd besteht aus 1 Atom Säure und 1 Atom Zinkoxyd, welches letztere 1 Atom Sauerstoff und 1 Atom Zink Zn = 32,3 enthält. Es sind also für 49 Gewichttheile englischer Schwefelsäure 32,3 Gewichttheile Zink nöthig. Die hiebei ins Spiel tretende Wasserzerlegung liefert, weil 1 Atom Sauerstoff an das Zink abgegeben wird, 2 Atome oder 1 Gewichtstheil Wasserstoff.

4) Wie viel Salpeter und englische Schwefelsäure braucht man zur Darstellung von Salpetersäure?

Die Zusammensetzungsformel des Salpeters oder des salpetersauren Kaliumoxydes ist $N_2O_5 + KO$, mithin dessen Atomgewicht = 54 + 47 = 101. Man muß, damit die Operation am besten vor sich gehe, 2 Atome Schwefelsäure = $2(SO_3 + H_2O)$ anwenden; dabei bildet sich doppeltschwefelsaures Kali $2\,SO_3 + KO$, wozu sich noch 1 At. Wasser gesellt, und Salpetersäurehydrat $N_2O_5 + H_2O$ wird ausgeschieden. Dem gemäß sind zur Zerlegung von 101 Gewichttheilen Salpeter 98 Theile concentrirte englische Schwefelsäure nöthig, und man erhält 54 + 9 = 63 Gewichtstheile Salpetersäurehydrat. Wollte man

nur so viel Schwefelsäure in Anwendung bringen, daß sich einfach-schwefelsaures Kali bildet, so wäre zur Zerlegung des Salpeters eine höhere Temperatur erforderlich, bei der ein Theil der Salpetersäure zerlegt würde, und somit verloren ginge. Dieser Verlust gibt sich durch die bei diesem Verfahren stattfindende Entwickelung von Sauerstoffgas zu erkennen.

5) Wie viel Salpeter, Schwefel und Kohle bedarf man zur Verfertigung des Schießpulvers?

Die Kraft des Schießpulvers beruht auf der plötzlichen Gasentwickelung, welche bei der Entzündung desselben eintritt. Durch Verbindung des Kohlenstoffes mit dem Sauerstoffe der Saure und des Kali des Salpeters entsteht kohlensaures Gas, und der Stickstoff dieser Säure wird (gleichfalls in Gasform) in Freiheit gesetzt, während das Kalium sich mit dem Schwefel verbindet. Da 6 Atome Sauerstoff im Salpeter $N_2O_5 + KO$ enthalten sind, und zur Bildung von Kohlensäure für jedes Atom Kohlenstoff 2 Atome Sauerstoff nöthig sind, ferner das hier sich bildende Schwefelkalium aus 1 Atom Kalium und 1 Atom Schwefel besteht, so erfordert die richtige Zusammensetzung des Schießpulvers 1 Atom Salpeter, 1 Atom Schwefel und 3 Atome Kohlenstoff. Es verhalten sich sonach die Gewichtsmengen Salpeter, Schwefel und Kohle wie 101 : 16 : 18, woraus 135 Gewichttheile Schießpulver entstehen, d. h. es sind für 100 Theile Schießpulver 75 Theile Salpeter, 12 Theile Schwefel und 13 Theile Kohle zu rechnen.

Viertes Hauptstück.

Vom Gleichgewichte der Kräfte im Allgemeinen.

84. **Begriff und Eintheilung der Mechanik.** Die Mechanik ist die Lehre von den Wirkungen bewegender Kräfte. Wirken Kräfte auf einen Körper, so findet entweder Gleichgewicht statt, d. h. die Wirkung jeder Kraft wird durch die Gesammtwirkung der übrigen Kräfte, in Verbindung mit dem Widerstande, den etwa vorhandene Hindernisse leisten, aufgehoben, oder es erfolgt Bewegung. Daher zerfällt die Mechanik in die Statik, welche vom Gleichgewichte der Kräfte, und in die Dynamik, welche von der durch Kräfte hervorgebrachten Bewegung handelt. Letzterer Theil der Mechanik läßt sich auf den ersteren zurückführen, daher geht im wissenschaftlichen Vortrage die Statik der Dynamik voran.

85. **Bestimmungsstücke einer Kraft.** Alle Einwirkungen von Kräften auf Körper bestehen in Anregungen der kleinsten Theile (materiellen Puncte) zur Bewegung. Eine Kraft wird daher in ihrer einfachsten Form als Etwas gedacht, welches einen materiellen Punct, den Angriffspunct, nach einer gewissen Richtung, mit einer gewissen Stärke (Intensität) in Bewegung zu versetzen strebt. Ist der Angriffspunct frei beweglich, d. h. steht ihm kein Hinderniß entgegen, und unterliegt er auch nicht gleichzeitig der Einwirkung einer

anderen Kraft, so muß er längs der geraden Linie, durch welche die Richtung der vorhandenen Kraft angezeigt wird, in Bewegung gerathen.

86. **Messen der Kräfte.** Von der Stärke einer Kraft kann man eben so wenig, wie von jeder andern Größe eine absolute Vorstellung haben; es kann lediglich von dem Verhältnisse der Intensitäten zweier Kräfte die Rede seyn. Um zu einer klaren Anschauung dieses Verhältnisses zu gelangen, muß vor Allem ausgemacht seyn, was gleiche Intensitäten sind; dieß vorausgesetzt, läßt sich der Begriff einer doppelten, dreifachen Stärke einer Kraft feststellen. Wir sehen zwei Kräfte ihrer Intensität nach als gleich an, wenn sie an einem frei beweglichen Puncte nach gerade entgegengesetzten Richtungen angebracht einander das Gleichgewicht halten. Durch das Zusammenwirken zweier, dreier ꝛc. gleichen Kräfte nach einerlei Richtung entsteht eine Kraft, deren Stärke als das Doppelte, Dreifache ꝛc. der Stärke jeder einzelnen dieser Kräfte betrachtet wird. Man läßt nämlich überhaupt eine Kraft, die durch das Zusammenwirken mehrerer Kräfte erzeugt wird, welche einen Punct nach derselben Richtung treiben, als die Summe dieser Kräfte gelten. Wird also die Intensität einer bestimmten Kraft zur Einheit gewählt, so lassen sich diesem gemäß die Intensitäten aller andern Kräfte durch Zahlen ausdrücken.

87. **Darstellung der Kräfte durch Linien.** Man kann die mit einander zu vergleichenden Intensitäten der Kräfte auch durch Längen gerader Linien vorstellen, welche unter einander in demselben Verhältnisse stehen, wie jene Intensitäten. Trägt man diese Längen längs den Richtungen der Kräfte von dem Angriffspuncte ausgehend auf, so übersieht man mit einem Blicke Angriffspunct, Richtung und Stärke jeder Kraft, was die Untersuchung oft sehr erleichtert.

88. **Aequivalenz der Kräfte.** Man sagt von einem Inbegriffe (System) von Kräften, welche einen Körper zu irgend einer unter den obwaltenden Umständen möglichen Bewegung genau so anregen, wie andere Kräfte, die ersteren seyen den letzteren äquivalent. Aequivalente Kräfte können einander, dem Effecte unbeschadet, substituirt werden, und da Kräfte, die sich das Gleichgewicht halten, keine Bewegung hervorbringen, so ist klar, daß die Aequivalenz nicht gestört wird, wenn man Kräfte, die für sich im Gleichgewichte sind, zu den vorhandenen Kräften hinzufügt, oder davon wegnimmt.

89. **Resultirende Kraft und Componenten.** Läßt sich eine Kraft angeben, welche mehreren auf einen Körper wirkenden Kräften, auch wenn der Körper vollkommen frei beweglich gedacht wird, d. h. abgesehen von etwa vorhandenen Hindernissen, äquivalent ist, so heißt diese Kraft die Resultirende der anderen Kräfte, letztere aber werden die Componenten genannt. Die Resultirende mehrerer Kräfte ausmitteln, heißt die Kräfte zusammensetzen; einer gegebenen Kraft andere Kräfte substituiren, deren Resultirende sie ist, heißt erstgedachte Kraft zerlegen.

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften, welche auf einen und denselben Punct wirken.

90. **Existenz der Resultirenden mehrerer auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn Kräfte auf einen Punct wirken, die, wenn dieser Punct völlig frei beweglich gedacht wird, einander nicht das Gleichgewicht halten, so erfährt derselbe eine Anregung zur Bewegung nach einer bestimmten Richtung mit einer bestimmten Stärke. Es läßt sich daher stets eine Kraft denken, welche für sich allein den genannten Punct nach derselben Richtung und mit derselben Stärke in Bewegung zu setzen strebt. Diese Kraft ist den gegebenen Kräften nothwendig äquivalent, folglich deren Resultirende

91. **Resultirende mehrerer längs derselben Geraden auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn Kräfte an einem Puncte angebracht sind und ihre Richtungen in dieselbe gerade Linie zu liegen kommen, so sind zwei Fälle möglich: entweder wirken sämmtliche Kräfte nach derselben Gegend hin, oder es ist die Richtung einiger Kräfte jener der übrigen entgegengesetzt. Im ersten Falle ist, wie aus der in 86. ausgesprochenen Annahme folgt, die Resultirende sämmtlicher Kräfte der Summe letzterer gleich, und hat offenbar dieselbe Richtung; im zweiten aber entspricht die Resultirende der Differenz, welche man erhält, wenn man die Summe der nach der einen Richtung wirkenden Kräfte von der Summe der nach der entgegengesetzten Richtung wirkenden Kräfte abzieht, und sie hat die Richtung derjenigen Kräfte, welche die größere Summe geben. Ist nämlich P die eine, Q die andere Summe, und $P > Q$, so sey $P - Q = R$, d. h. $P = Q + R$. Man kann an die Stelle von P nach derselben Richtung die äquivalenten Kräfte Q und R setzen; aber die beiden nun vorhandenen entgegengesetzten Kräfte, deren jede $= Q$ ist, stehen im Gleichgewichte und können deßhalb weggelassen werden: somit bleibt bloß R übrig, welche Kraft die Resultirende sämmtlicher Kräfte ist, und die Richtung der größeren Summe P hat. Wären beide Summen einander gleich, so fände man nach dieser Regel $R = 0$, wodurch angezeigt wird, daß die Kräfte einander das Gleichgewicht halten

92. **Eigenschaften der Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Wenn zwei Kräfte nach Richtungen, welche unter einem Winkel gegen einander geneigt sind, auf einen Punct wirken, so lassen sie jederzeit eine Resultirende zu. Denn wäre dieß nicht der Fall, so müßten sich diese Kräfte wechselseitig aufheben, mithin eine derselben nach entgegengesetzter Richtung genommen, bei vollkommen freier Beweglichkeit des Angriffpunctes, der andern Kraft äquivalent seyn. Aber zwei Kräfte, welche, wie hier sich ergeben würde, nach verschiedenen Richtungen auf einen freien Punct wirken, können nicht äquivalent seyn, mithin kann auch unter den ursprünglich vorhandenen zwei Kräften nicht Gleichgewicht herrschen, sondern sie haben eine Resultirende. Von dieser Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte läßt sich sogleich Folgendes aussagen: 1) Ihre Richtung fällt in die Ebene der Rich-

tungen beider Componenten; es ist nämlich kein Grund vorhanden, aus welchem diese Richtung eher nach der einen, als nach der andern Seite aus genannter Ebene heraustreten sollte. 2) Die Richtung erwähnter Resultirenden liegt innerhalb des Winkels der Richtungen der Componenten; denn jede der zwei Kräfte strebt den Angriffspunct von der Richtung der andern Kraft weg, und gegen ihre eigene Richtung hin zu lenken. 3) Wird die Intensität der einen Componente vergrößert, so nimmt der Winkel ab, den die Richtung der Resultirenden mit der Richtung dieser Componente bildet. Die neue Resultirende kann nämlich als das Erzeugniß der früheren Resultirenden und der Zunahme genannter Componente betrachtet werden, und fällt daher zwischen die Richtungen letzterer zwei Kräfte. 4) Gibt man der einen Componente eine bestimmte Größe, und denkt sich die Größe der andern von Null angefangen bis ins Unendliche wachsend, so wird die Richtung der Resultirenden von der Richtung der unveränderlichen Componente an, gegen jene der veränderlichen hin, nach der Reihe alle möglichen Zwischenlagen erhalten. Ist daher die Richtung und Größe der einen Componente und die Richtung der andern gegeben, so läßt sich die Größe der letztern stets so beschaffen denken, daß die Richtung der Resultirenden mit irgend einer zwischen den Richtungen beider Componenten gewählten geraden Linie zusammenfällt. 5) Aendern sich die Größen der Componenten mit Beibehaltung ihrer ursprünglichen Richtungen dergestalt, daß die neuen Componenten in demselben Verhältnisse stehen wie die früheren, so behält die Resultirende die vorige Richtung, aber ihre Größe ändert sich in demselben Verhältnisse, in welchem die Kräfte geändert worden sind. In der That denkt man sich jede der beiden Componenten eine und dieselbe bestimmte Anzahl Male nach ihren Richtungen an dem Angriffspuncte angebracht, so muß die Resultirende eben so oft nach der ihr gehörenden Richtung entstehen. Eine Vervielfachung der Größen der Componenten nach einerlei Multiplicator hat daher auf die Richtung der Resultirenden keinen Einfluß, die Größe der Resultirenden aber erscheint mit demselben Factor wie die Componenten multiplicirt. Da man die anfänglichen Intensitäten der Componenten so klein nehmen kann, als man will, so gilt die Richtigkeit der Behauptung für jede Aenderung dieser Intensitäten in einem commensurablen Verhältnisse, welcher Schluß sich mit Hilfe der vorhergehenden Sätze, nach der bekannten, in den Elementen der Mathematik gangbaren Beweisführung, auch auf die Aenderung in jedem incommensurablen Verhältnisse ausdehnen läßt. Es hängt also die Lage der Richtung der Resultirenden zweier unter einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte gegen die Richtungen der Componenten nicht von den absoluten Größen, sondern nur von dem Verhältnisse dieser Componenten ab.

§ 93. **Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Es sey A (Fig. 1) der Angriffspunct zweier Kräfte, deren Größen wir durch P, Q vorstellen; Ax, Ay seyen die Richtungen derselben und xAy ein rechter Winkel, so kann die Größe der Resultirenden auf folgendem Wege bestimmt werden:

Man nehme an, die noch unbekannte Resultirende habe die Richtung Az und ihre Größe sey R. Zieht man durch A die Gerade uv senkrecht gegen Az, und denkt man sich am Puncte A nach den Richtungen Az, Au Kräfte H, J angebracht, deren Größen sich verhalten, wie P : Q, so muß, weil der Winkel zAu, unter welchem die ersteren Kräfte wirken, als ein rechter, dem Winkel xAy, unter welchem die letzteren wirken, gleich ist, die Richtung der Resultirenden der Kräfte H, J gegen die Geraden Az und Au genau dieselbe Lage haben, welche die Richtung der Resultirenden der Kräfte P, Q, nämlich die Gerade Az, gegen Ax und Ay hat, und die erstere Resultirende muß zur letzteren in demselben Verhältnisse stehen, wie H zu P, oder wie J zu Q [92, 5)]. Aber offenbar ist es die Ax, welche gegen Az und Au genau so liegt, wie Az gegen Ax und Ay, da diese Lage in beiden Fällen durch den Winkel xAz bestimmt wird, um welchen die eine der Geraden Az, Ax von der andern abweicht; es ist also Ax die Richtung der Resultirenden der Kräfte H, J. Nimmt man nun noch das bis jetzt unbestimmt gebliebene Verhältniß H : P oder J : Q dergestalt an, daß

$$H : P = P : R \text{ folglich auch } J : Q = P : R$$

wird, so erscheint die Kraft P als die Resultirende der Kräfte H, J, und man darf dem zu Folge die Kräfte H, J an die Stelle der Kraft P setzen.

Eben so läßt sich einsehen, daß wenn man nach den Richtungen Av, Az Kräfte K, L anbringt, welche den Proportionen

$$K : P = Q : R, \quad L : Q = Q : R$$

Genüge leisten, Q die Resultirende dieser Kräfte ist, mithin die solchergestalt gewählten Kräfte K, L der Kraft Q substituirt werden dürfen.

Es ist also die Resultirende R der Kräfte P und Q zugleich die Resultirende der vier Kräfte H, J, K, L. Unter diesen haben J und K gerade entgegengesetzte Richtungen, und da die obigen Proportionen $J = \frac{PQ}{R}$ und auch $K = \frac{PQ}{R}$ geben, so ist auch noch $J = K$, mithin heben sich diese Kräfte auf, und können dem Effecte unbeschadet wegbleiben; es erscheint daher R als Resultirende der Kräfte H, L. Aber diese zwei Kräfte wirken nach einerlei Richtung, folglich ist R ihrer Summe gleich, d. h. $R = H + L$. Aus obigen Proportionen folgt $H = \frac{P^2}{R}$ und $L = \frac{Q^2}{R}$, mithin hat man endlich

$$R = \frac{P^2}{R} + \frac{Q^2}{R} \text{ oder } R^2 = P^2 + Q^2.$$

Es gilt sonach der Satz: Das Quadrat der Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte ist der Summe der Quadrate der Größen der Componenten gleich.

94. **Geometrische Construction der Größe der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte.** Schneidet man von dem Angriffspuncte A (Fig. 2) ausgehend, längs den einen rechten Winkel bildenden Richtungen

Ax, Ay der Kräfte P, Q Stücke AB, AC ab, deren Längen sich verhalten, wie die Intensitäten dieser Kräfte, so nämlich, daß AB : AC = P : Q ist; zieht man ferner BD parallel zu Ay und CD parallel zu Ax, wodurch man das Rechteck ABDC erhält: so steht dessen Diagonale AD zu den Seiten AB, AC in demselben Verhältnisse, wie die Resultirende R der Kräfte P und Q zu den Größen dieser Componenten. Denn es ist in Folge obiger Proportion

$$AB^2 : AC^2 = P^2 : Q^2,$$ mithin auch

$$AB^2 + AC^2 : AB^2 : AC^2 = P^2 + Q^2 : P^2 : Q^2.$$

Aber wegen AC = BD ist $AB^2 + AC^2 = AB^2 + BD^2$ und wegen des rechten Winkels ABD ist $AB^2 + BD^2 = AD^2$, also $AB^2 + AC^2 = AD^2$; ferner besteht die Gleichung $P^2 + Q^2 = R^2$: folglich hat man

$$AD^2 : AB^2 : AC^2 = R^2 : P^2 : Q^2,$$ und dem gemäß

$$AD : AB : AC = R : P : Q$$

wodurch die Behauptung bewiesen ist. Man drückt dieses Resultat kurz so aus: »Die Größe der Resultirenden zweier unter einem rechten »Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte wird durch die Diagonale »des Rechteckes vorgestellt, dessen Seiten den Richtungen und Größen »der Componenten entsprechen.«

95. **Richtung der Resultirenden zweier auf einen Punct unter einem rechten Winkel wirkenden Kräfte.** Die Diagonale des Rechteckes, dessen Seiten die Richtungen und Größen zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte vorstellen, ist nicht bloß der Größe nach der Resultirenden dieser Kräfte proportional, sondern sie zeigt auch die Richtung dieser Resultirenden an. Der Beweis dieses Satzes beruht auf folgenden Betrachtungen:

1) Da die Richtung der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte bloß von dem Verhältnisse der Intensitäten der Componenten abhängt [92. 5)], so sey p : q das Verhältniß, welches zwischen den Componenten statt finden muß, damit die Richtung der Resultirenden mit der Richtung einer Componente den Winkel α bilde, ferner r : s jenes Verhältniß, damit dieser Winkel die Größe β habe; es soll nun hieraus das Verhältniß der Componenten gefunden werden, damit der Winkel zwischen der Richtung der Resultirenden und der Richtung einer Componente $= \alpha + \beta$ ausfalle, wobei natürlich vorausgesetzt wird, daß die Summe $\alpha + \beta$ einen rechten Winkel nicht erreiche.

Es sey (Fig. 3) A der Angriffspunct der Kräfte, der Winkel $xAz = \alpha$ und $zAu = \beta$, mithin $xAu = \alpha + \beta$. Man lasse auf A nach der Richtung Ax eine beliebige Kraft P wirken, und bringe nach der auf Ax senkrechten Richtung Ay eine Kraft Q an, deren Größe der Proportion P : Q = p : q entspricht, so wird nach der Voraussetzung die Resultirende R dieser zwei Kräfte die Richtung Az erhalten. Wird ferner nach der auf Az senkrechten Richtung Av die Kraft S angebracht, welche der Proportion R : S = r : s Genüge leistet, so wird, ebenfalls nach der Voraussetzung, Au die Richtung

der Resultirenden U der Kräfte R und S seyn. Substituirt man der Kraft R die Kräfte P, Q, deren Resultirende die erstere ist, so erscheint U als die Resultirende der drei Kräfte P, Q und S. Aber die nach Av wirkende Kraft S kann man durch zwei andere Kräfte ersetzen, wovon die eine nach Ax', d i. nach der Verlängerung von xA, und die zweite nach Ay wirkt; denn da jeder der Winkel yAv und zAx mit dem Winkel yAz einen rechten Winkel zur Summe gibt, so sind erstgenannte zwei Winkel einander gleich, und es liegt demnach Av gegen Ay und Ax' genau so, wie Az gegen Ax und Ay: man hat also die nach Ax' und Ay anzubringenden Kräfte, welche P' und Q' heißen mögen, bloß so zu wählen, daß die Proportionen

$$P' : Q = S : R \quad \text{und} \quad Q' : P = S : R$$

statt finden. Es erscheint somit U auch als die Resultirende der vier Kräfte P, Q, P', Q', oder, weil P und P' einander gerade entgegen, Q und Q' aber übereinstimmend wirken, so ist U die Resultirende der zwei nach Ax und Ay wirkenden Kräfte $P - P'$ und $Q + Q'$. Damit also die Richtung der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung der einen Componente den Winkel $\alpha + \beta$ bilde, müssen die Componenten zu einander sich verhalten wie $P - P' : Q + Q'$, oder weil, den aufgestellten Proportionen zu Folge, $P' = \frac{QS}{R}$ und $Q' = \frac{PS}{R}$ ist, wie

$$P - \frac{QS}{R} : Q + \frac{PS}{R} = \frac{P}{Q} - \frac{S}{R} : 1 + \frac{PS}{QR} = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}.$$

2) Die Lage der Diagonale eines Rechteckes gegen seine Seiten hängt offenbar nicht von den Längen der Seiten überhaupt, sondern nur von dem Verhältnisse dieser Längen ab. Es sey p : q dasjenige Verhältniß der Seiten, bei welchem die Diagonale gegen eine Seite unter dem Winkel a geneigt ist; r : s das Verhältniß der Seiten, bei welchem der gedachte Winkel = b wird: wir wollen nunmehr hieraus das Verhältniß der Seiten desjenigen Rechteckes ableiten, dessen Diagonale mit der einen Seite den Winkel a + b macht, vorausgesetzt, daß a + b kleiner ist, als ein rechter Winkel.

Es seyen die von dem Puncte A (Fig. 4) ausgehenden Geraden Ax, At, Aw so gegen einander geneigt, daß der Winkel xAt = a und tAw = b, mithin xAw = a + b ist, ferner sey Ay senkrecht auf Ax. Zieht man von einem beliebigen Puncte D der At auf Ax, Ay die Senkrechten DB, DC, so entsteht das Rechteck ABDC, in welchem, nach der Voraussetzung, AB sich zu AC (oder was dasselbe ist, zu BD) verhält, wie p : q. Eben so wird, wenn man in D auf At die Senkrechte DE errichtet, welche der Aw in E begegnet, AD zu DE sich verhalten wie r : s. Läßt man nun vom Puncte E auf Ax und Ay die Senkrechten EF und EG fallen, so hat man das Rechteck AFEG vor Augen, in welchem die Diagonale AE mit der Seite AB den Winkel a + b einschließt. Es handelt sich also nur noch um das Verhältniß AF : AG. Es ist

$$AF = AB - BF = AB - DH$$

und $AG = AC + CG = BD + HE;$

ferner sind die Dreiecke EHD, ABD ähnlich, weil die Seiten des einen auf den Seiten des andern senkrecht stehen, daher ist

$$DH : DE = BD : AD, \text{ mithin } DH = \frac{BD \cdot DE}{AD}$$

und eben so $HE : DE = AB : AD$, mithin $HE = \frac{AB \cdot DE}{AD}$, folglich hat man

$$AF : AG = AB - \frac{BD \cdot DE}{AD} : BD + \frac{AB \cdot DE}{AD}$$

$$= \frac{AB}{BD} - \frac{DE}{AD} : 1 + \frac{AB}{BD} \cdot \frac{DE}{AD},$$

d. h. $$AF : AG = \frac{p}{q} - \frac{s}{r} : 1 + \frac{ps}{qr}.$$

3) Vergleicht man die Ergebnisse dieser beiden Untersuchungen mit einander, so gelangt man zur Einsicht, daß wenn die Richtung der Resultirenden zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte mit der Richtung einer der Componenten in einem Falle den Winkel α, in einem zweiten Falle den Winkel β, und in einem dritten den Winkel $\alpha + \beta$ bildet; ferner die Diagonale des Rechteckes, dessen Seiten sich verhalten wie diese Kräfte, mit der betreffenden Seite im ersten Falle den Winkel a, und im zweiten den Winkel b bildet, der genannte Winkel im dritten Falle nothwendig $= a + b$ seyn werde. Setzt man hier $\beta = \alpha$, so muß offenbar auch $b = a$ seyn; es gehört demnach zu dem die Richtung der Resultirenden bestimmenden Winkel $\alpha + \alpha = 2\alpha$, auch bezüglich der Diagonale des Rechteckes, dessen Seiten sich wie die betreffenden Componenten verhalten, der Winkel $a + a = 2a$. Nimmt man jetzt $\beta = 2\alpha$ und dem so eben erhaltenen Resultate gemäß $b = 2a$, so folgt weiter, daß dem Winkel $\alpha + 2\alpha = 3\alpha$ der Winkel $a + 2a = 3a$ entspricht. Diese Schlußweise läßt sich auf jeden noch so kleinen Werth des anfänglichen Winkels α anwenden, und so lange fortsetzen, als die Vielfachen von α einen rechten Winkel nicht erreichen; es ergibt sich daraus die Folge, daß der Winkel, welchen die Richtung der Resultirenden rechtwinkliger Kräfte mit einer Componente, und der Winkel, welchen die Diagonale des Rechteckes, dessen Seiten die Componenten vorstellen, mit einer Seite macht, in allen Fällen in einerlei Verhältniß stehen, d. h. wenn α, β in zwei Fällen die auf die Richtung der Resultirenden, und a, b die zugehörigen auf die Diagonale des Rechteckes sich beziehenden Winkel sind, die Gleichung $\frac{\alpha}{a} = \frac{\beta}{b}$ statt findet. Kennt man also den Quotienten $\frac{\alpha}{a}$ in einem einzigen Falle, so gilt der Werth desselben auch für alle anderen Fälle.

4) Sind an einem Puncte nach Richtungen, die einen Winkel bilden, zwei gleiche Kräfte angebracht, so halbirt die Richtung der Resultirenden diesen Winkel; denn es ist kein Grund denkbar, aus

welchem die Richtung der Resultirenden sich mehr gegen die Richtung der einen als gegen die Richtung der andern Componente wenden sollte. Es wird demnach, wenn die Richtungen zweier gleichen Componenten einen rechten Winkel einschließen, der Winkel, den die Richtung der Resultirenden mit der Richtung jeder Componente macht, der Hälfte eines Rechten gleich. Das Rechteck, dessen Seiten sich verhalten wie die Componenten, ist in diesem Falle ein Quadrat, es macht daher die Diagonale desselben mit jeder Seite gleichfalls einen halben rechten Winkel. Da nun in diesem besonderen Falle der Winkel der Richtung der Resultirenden mit der Richtung einer Componente dem Winkel gleich kommt, welchen die Diagonale des Rechteckes, dessen Seiten den Componenten proportional sind, mit der betreffenden Seite einschließt, so sind diese Winkel im Allgemeinen einander gleich, wodurch der am Eingange ausgesprochene Satz bewiesen ist.

96. **Parallelogramm der Kräfte.** Sind an einem Puncte A (Fig 5) zwei Kräfte angebracht, deren Richtungen A x, A y irgend einen Winkel bilden, und man nimmt längs diesen Richtungen vom Puncte A ausgehend, Stücke A B, A C, welche sich verhalten wie die Intensitäten der gegebenen Kräfte, so zeigt die Diagonale A D des mit den Seiten A B, A C verzeichneten Parallelogramms A B D C die Richtung der Resultirenden an, und verhält sich zu A B und A C wie die Größe der Resultirenden zu den Größen der betreffenden Componenten. Ein solches Parallelogramm, dessen Seiten die Richtungen und das Verhältniß der Intensitäten zweier Kräfte vorstellen, heißt Parallelogramm dieser Kräfte; der so eben aufgestellte Lehrsatz läßt sich daher kurz so aussprechen: »Die Resultirende zweier unter »einem Winkel auf einen Punct wirkenden Kräfte wird der Größe und »Richtung nach durch die vom Angriffspuncte ausgehende Diagonale »des Parallelogramms der Kräfte vorgestellt.« Dieser Lehrsatz ist durch die vorhergehenden Betrachtungen bereits für den Fall erwiesen, wenn die Richtungen der Componenten einen rechten Winkel bilden; der auf jeden andern Winkel dieser Richtungen ausgedehnte Satz läßt sich mit Hilfe des ersteren folgender Maßen begründen:

Man ziehe durch die Puncte A, C, D des bereits verzeichneten Parallelogramms A B D C, die A F, C E, D G rechtwinklig gegen A B, wovon die erste der nöthigen Falls verlängerten C D in F, und die beiden letzteren der A B oder deren Verlängerung in E und G begegnen. Da A C als Diagonale des Rechteckes A E C F erscheint, so kann man A C als die Resultirende zweier Kräfte betrachten, deren Richtungen und Größen durch A E und A F vorgestellt werden; es lassen sich somit statt der zwei Kräfte A B und A C die drei Kräfte A B, A E, A F setzen. Ist C A B ein spitzer Winkel (Fig. 5, a), so wirken A B, A E übereinstimmend; ist aber der Winkel C A B stumpf, so wirken A B, A E einander gerade entgegengesetzt; da wegen der Congruenz der Dreiecke D B G, C A E die Stücke B G, A E einander gleich sind, so entspricht A G im ersten Falle der Summe, im zweiten der Differenz von A B und A E; es stellt daher A G in dem einen

wie in dem andern Falle die Resultirende der Kräfte AB, AE vor, und die eben genannten drei Kräfte können daher durch die zwei Kräfte AG und AF ersetzt werden, die sonach den ursprünglich gegebenen AB, AC äquivalent sind. Es wirken AG, AF auf A unter einem rechten Winkel, daher wird ihre Resultirende, und folglich auch die Resultirende von AB und AC, durch die Diagonale des Rechteckes AGDF, nämlich durch AD vorgestellt; aber diese Linie erscheint auch als Diagonale des Parallelogrammes ABDC, mithin ist der oben ausgesprochene Satz bewiesen.

Statt mit den Seiten AB und AC das Parallelogramm ABDC zu construiren, kann man auch durch den Endpunct einer dieser Geraden, z. B. durch B die BD zur andern AC parallel ziehen, und zugleich BD = AC nehmen; die Verbindungslinie der Puncte A, D gibt die verlangte Resultirende an.

Auch sieht man, daß die Größen der Componenten und der Resultirenden, und zwar auf zwei Arten, als die Seiten eines Dreieckes betrachtet werden können, wovon zwei mit den Richtungen der Resultirenden und einer Componente zusammenfallen, und die dritte der Richtung der andern Componente parallel ist. Ein solches Dreieck soll Dreieck der Kräfte heißen.

97. **Zusammensetzung mehrerer nach beliebigen Richtungen auf einen Punct wirkenden Kräfte.** Sind an einem Puncte mehr als zwei Kräfte nach verschiedenen Richtungen angebracht, so wird offenbar die Resultirende derselben gefunden, wenn man nach der Regel des Parallelogrammes der Kräfte zuerst für zwei der gegebenen Kräfte die Resultirende sucht, sodann auf dieselbe Weise die so eben gefundene Resultirende mit der dritten Kraft zu einer ferneren Resultirenden zusammensetzt, und so fort, bis alle gegebenen Kräfte berücksichtiget worden sind. Ergibt sich, nachdem man alle Kräfte bis auf eine zusammengenommen hat, eine Resultirende, welche der noch übrigen Kraft gleich und entgegengesetzt ist, so wird die Resultirende aller Kräfte = 0, oder was dasselbe heißt, die gegebenen Kräfte halten einander das Gleichgewicht.

Es ist bei der Anwendung dieses Verfahrens nicht nöthig, sämmtliche Parallelogramme und deren Diagonalen zu verzeichnen; man kommt auf folgende Weise am schnellsten zum Ziele: Es seyen z. B. vier auf den Punct A (Fig. 6) wirkende Kräfte AB, AC, AD, AE zusammenzusetzen.

Man ziehe aus B die BF der AC parallel, und mache sie dieser gleich; ferner ziehe man aus F die FG der AD parallel und gleich; endlich aus G die GH der AE parallel und gleich. Wird nun AH gezogen, so zeigt diese die Richtung und Größe der Resultirenden sämmtlicher gegebenen Kräfte an. Man kann bei dieser Construction in beliebiger Ordnung vorgehen; das Endresultat bleibt nothwendig stets dasselbe. Wären die gegebenen Kräfte im Gleichgewichte, so müßte der Punct H mit A zusammenfallen.

98. **Zerlegung einer gegebenen Kraft.** Jede gegebene gerade Linie läßt sich als Diagonale unzähliger Parallelogramme betrach-

ten; es kann daher jede der Richtung und Größe nach gegebene Kraft auf unendlich viele Arten in zwei andere Kräfte zerlegt werden. Die Zerlegung läßt sich dem zu Folge so vornehmen, daß die zu suchenden Componenten, nebstdem daß sie die gegebene Resultirende erzeugen, noch gewissen Bedingungen Genüge leisten, deren man so viele vorschreiben darf, als zur genauen Bestimmung eines Parallelogrammes, dessen Diagonale gegeben ist, erforderlich oder doch zulässig sind. Man kann also entweder die Richtungen der Componenten festsetzen, jedoch nur so, daß sie die Richtung der zu zerlegenden Kraft zwischen sich enthalten; oder man kann die Richtung und Größe einer Componente vorschreiben; oder man kann verlangen, daß die Componenten bestimmte Größen haben, aber dann muß die Summe derselben größer, und zugleich der Unterschied derselben kleiner seyn, als die Größe der zu zerlegenden Kraft. Da man jede Componente wieder weiter zerlegen kann, so läßt sich jede Kraft in beliebig viele Componenten, und zwar mit Beachtung angemessener Bedingungen, zerlegen.

99. **Lehrsätze zur Bestimmung des Größenverhältnisses zweier auf einen Punct wirkenden Kräfte und ihrer Resultirenden.** 1) »Liegen die Seiten eines Dreieckes den Richtungen »zweier an einem Puncte angebrachten Kräfte und ihrer Resultirenden »entweder sämmtlich parallel, oder gegen diese Richtungen sämmtlich »senkrecht, so verhalten sich die Größen der Componenten und der Re»sultirenden wie die ihnen zugeordneten Seiten des Dreieckes.« Beweis. Sind die Richtungen Ax, Ay (Fig. 7) zweier auf den Punct A wirkenden Kräfte nebst der Richtung Az ihrer Resultirenden gegeben, so ist dadurch das Verhältniß festgesetzt, in welchem die Kräfte zu einander stehen. Denn nimmt man AD für die Größe der Resultirenden an, und zieht DB zu Ay, DC zu Ax parallel, so stellen AB und AC die Größen der Componenten vor, und es ist ADB ein Dreieck der Kräfte. Denkt man sich jetzt irgend ein Dreieck verzeichnet, dessen Seiten entweder den Geraden Ax, Ay, Az parallel sind, oder auf diesen Geraden senkrecht stehen, so ist gedachtes Dreieck, in dem einen wie in dem andern Falle, dem Kräftendreiecke ADB ähnlich, und die einander correspondirenden Seiten beider Dreiecke stehen in einerlei Verhältniß, wodurch der ausgesprochene Satz bewiesen ist.

2) »Bilden unter den Richtungen der beiden auf einen Punct »wirkenden Kräfte und ihrer Resultirenden zwei derselben mit einander »einen rechten Winkel, und steht die Hypotenuse und eine Cathete eines »rechtwinkligen Dreieckes auf einer dieser zwei Richtungen und auf der »Richtung der noch übrigen dritten Kraft senkrecht, so verhalten sich »zwei der genannten Kräfte wie die Seiten, gegen welche ihre Rich»tungen senkrecht liegen, und die dritte Kraft ist der dritten Seite pro»portional.« Beweis. In diesem Falle ist das Kräftendreieck offenbar rechtwinklig und zugleich dem erwähnten rechtwinkligen Dreiecke ähnlich, woraus die Richtigkeit der Behauptung von selbst folgt.

3) »Werden von irgend einem Puncte der Geraden, in welche »die Richtung der Resultirenden zweier an einem Puncte angebrachten

»Kräfte fällt, auf die Richtungen der Componenten Senkrechte gezo»gen, so verhalten sich die Componenten verkehrt wie die ihnen entspre»chenden Senkrechten und die Resultirende wie die Verbindungslinie »der Endpuncte dieser Senkrechten.« Beweis. Es seyen Ax, Ay, Az (Fig. 8) die Richtungen der Componenten P, Q und der Resultirenden R, und ADB ein Kräftendreieck, mithin

$$P : Q : R = AB : BD : AD,$$

ferner seyen von dem Puncte H in der Az (oder auch in ihrer rückwärts gehenden Verlängerung) auf Ax und Ay die Perpendikel HK und HL gezogen, und K mit L verbunden. Um das Viereck AKHL läßt sich, wegen der rechten Winkel bei K und L, ein Kreis beschreiben, daher sind die Winkel HAK und HLK, wie auch die Winkel HAL und HKL, und in Folge dessen die Winkel ADB und HKL gleich; die Dreiecke ABD, LHK sind also ähnlich, und man hat

$$AB : BD : AD = HL : HK : KL.$$

Diese Proportion mit der vorhergehenden verglichen, gibt

$$P : Q : R = HL : HK : KL$$

wie behauptet wurde.

Man kann den letztern Satz auch umkehren. Liegt nämlich ein Punct H dergestalt innerhalb des Winkels xAy der Richtungen der auf A wirkenden Kräfte P, Q, daß die von H auf Ax, Ay gefällten Senkrechten sich verkehrt verhalten, wie die zugehörenden Kräfte, so befindet sich der Punct H in der Richtung der Resultirenden. Denn zieht man LK, AH, dann aus einem beliebigen Puncte B in der Ax die BD parallel zu Ay, so sind die Dreiecke LHK, ABD ähnlich und es ist HL : HK = AB : BD. Besteht nun, der Voraussetzung gemäß, die Proportion P : Q = HL : HK, so folgt P : Q = AB : BD, woraus erhellet, daß ABD ein Kräftendreieck, mithin AD H die Richtung der Resultirenden der Kräfte P, Q ist.

Zusammensetzung von Kräften mit verschiedenen Angriffspuncten.

100. **Unveränderliche Verbindung materieller Puncte.** Man sagt von materiellen Puncten, sie seyen unveränderlich mit einander verbunden, oder sie bilden ein starres System, wenn sie auf irgend eine Weise genöthiget sind, bei den ihnen zukommenden Bewegungen stets einerlei gegenseitige Lage zu behalten, oder, was im Grunde auf dasselbe hinauslauft, wenn der Abstand je zweier derselben unveränderlich ist. Jeder feste Körper stellt uns, in so fern wir ohne merklichen Fehler von der Verschiebbarkeit seiner Theilchen abstrahiren dürfen, ein solches System materieller Puncte dar.

101. **Versetzung der Kräfte.** Wirkt eine Kraft auf ein System unveränderlich verbundener Puncte, und liegen einige derselben in der vor- oder rückwärts verlängerten Richtung der Kraft, so wird an der Anregung zur Bewegung, die das System durch diese Kraft erfährt, nichts geändert, wenn man die Kraft auf irgend einen andern der in ihrer Richtung befindlichen Puncte als Angriffspunct, mit Beibehaltung ihrer ursprünglichen Wirkungsweise, versetzt. Die Richtig-

keit dieser Behauptung erhellet sogleich, wenn man die in der Rede stehenden Puncte als Puncte einer mit dem vorhandenen Systeme unveränderlich verbundenen starren geraden Linie, und die Wirksamkeit der Kraft als ein Streben betrachtet, diese Linie im Sinne ihrer Länge zu verschieben.

102. **Zusammensetzung zweier auf verschiedene Puncte wirkenden Kräfte.** Zwei Kräfte, deren Angriffspuncte mit einander in unveränderlicher Verbindung stehen, lassen sich nicht jederzeit auf eine Resultirende reduciren. Es ist hiezu vor Allem nöthig, daß die Richtungen der Kräfte in derselben Ebene enthalten seyen. Dieß vorausgesetzt muß aber der Fall, wenn die Richtungen der Kräfte einen Winkel bilden, von jenem, wenn sie parallel sind, gesondert werden, da letzterer eine eigenthümliche Behandlung erfordert, und auch hier ist weiter zu unterscheiden, ob die parallelen Kräfte in demselben oder in entgegengesetztem Sinne wirken.

Erster Fall. Die in einerlei Ebene liegenden Richtungen der Kräfte bilden einen Winkel. Es seyen A und B (Fig. 9) die Angriffspuncte der zwei Kräfte, Ax und By ihre Richtungen, P und Q ihre Größen. Da nach der Voraussetzung Ax und By in einerlei Ebene liegen und nicht parallel sind, so müssen diese Geraden auf gehörige Weise verlängert einander schneiden. Der Durchschnittspunct derselben sey C. Denkt man sich C als einen mit A und B in unveränderlicher Verbindung stehenden Punct, so kann man die Kräfte P und Q, der Wirkung unbeschadet, auf ihn versetzen; man hat es nun dem zu Folge bloß mit zwei auf einen und denselben Punct C nach den Richtungen Cx, Cy wirkenden Kräften zu thun, und kann deren Resultirende nach der Regel des Parallelogramms der Kräfte bestimmen. Es sey Cz die so gefundene Richtung und R die Größe der Resultirenden, so kann man diese an jedem beliebigen Puncte der Geraden Cz angebracht denken, welcher mit A und B unveränderlich verbunden ist, und da die unveränderliche Verbindung von A und B darin besteht, daß diese Puncte mittelst irgend einer starren Linie, Ebene oder vielmehr mittelst eines Körpers zusammenhängen, durch welchen die Cz hindurch geht, so wird sich stets ein zu dem vorhandenen Systeme gehörender, in Cz liegender Punct angeben lassen, den man als Angriffspunct der Resultirenden R der ursprünglich gegebenen, auf A und B wirkenden Kräfte P, Q betrachten darf.

Zweiter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und übereinstimmenden Richtungen. Es seyen A und B (Fig. 10) die unveränderlich mit einander verbundenen Angriffspuncte, Ax und By die nach einerlei Gegend hin zielenden parallelen Richtungen der Kräfte P und Q. Man kann P als die Resultirende zweier Kräfte betrachten, wovon eine, deren Größe U sey, nach der Richtung AB wirkt; die Richtung Av und die Größe V der andern Componente hängt von der getroffenen Wahl der übrigens nach Belieben anzunehmenden Größe der Kraft U ab; jedenfalls aber erhält Av eine solche Lage, daß der Winkel vAB kleiner erscheint als zwei Rechte, und größer als der Winkel xAB. Die Kraft U darf von dem An-

griffspuncte A weg auf den in ihrer Richtung A Bu befindlichen Punct B, versetzt werden, und erzeugt da mit der nach B y wirkenden Kraft Q eine Resultirende W, deren Richtung B w eine solche Lage hat, daß der Winkel w B A kleiner ausfällt als zwei Rechte, und größer als y B A. Man hat somit die den ursprünglich gegebenen Kräften P, Q äquivalenten Kräfte V und W vor sich, deren Richtungen A v und B w rückwärts verlängert sich in einem Puncte C schneiden. Denkt man sich diesen Punct mit A und B unveränderlich verbunden, so können die Kräfte V, W dahin versetzt werden, und zieht man C z, C t parallel zu A x und A B, so kann man die nach C w wirkende Kraft W wieder in die nach C t, C z wirkenden Kräfte U, Q zerlegen, und setzt man die so eben erhaltene Kraft U mit der nach C v gerichteten Kraft V zusammen, so entspringt daraus P nach der Richtung C z als Resultirende. Man wird dadurch zu dem Ergebnisse geführt, daß die an A und B nach den Richtungen A x und B y angebrachten Kräfte P und Q, dem Effecte unbeschadet, auch in C nach einer und derselben Richtung C z wirkend gedacht werden dürfen, woraus endlich eine Resultirende $= P + Q$ nach der Richtung C z hervorgeht.

Da die Gerade C z den gegebenen Richtungen A x, B y parallel läuft, so wird ihre Lage vollkommen bestimmt, sobald die Position eines ihrer Puncte bekannt ist. Hiezu eignet sich am besten der Punct O, in welchem die A B von der C z durchschnitten wird, dessen Lage aus folgender Betrachtung erhellet: Da die Seiten des Dreieckes A C O die Lage der Richtungen der auf A wirkenden Componenten V, U und ihrer Resultirenden P haben, so sind diese Seiten den entsprechenden Kräften proportional [99, 1)], es ist also $A O : O C = U : P$. Aus demselben Grunde gibt das Dreieck C O B, bezüglich der auf B wirkenden Kräfte Q, U und ihrer Resultirenden W, die Proportion $O B : O C = U : Q$. Aus beiden Proportionen folgt

$$A O : O B = Q : P.$$

Man kann sonach folgenden Lehrsatz aussprechen: »Kräfte, deren Richtungen parallel sind, und welche nach derselben Gegend hin wirken, »erzeugen eine Resultirende, deren Größe der Summe dieser Kräfte »gleich, deren Richtung den Richtungen beider parallel ist, und die »Verbindungslinie der Angriffspuncte in zwei den Componenten verkehrt proportionale Stücke theilt.«

Dritter Fall. Die Kräfte wirken nach parallelen und entgegengesetzten Richtungen. Es kann zwar dieser Fall nach der so eben angewendeten Methode behandelt werden, doch ist es bequemer ihn auf den vorhergehenden Fall zurückzuführen. Es seyen A und B (Fig. 11) die Angriffspuncte der nach den parallelen und entgegengesetzten Richtungen A x und B y wirkenden Kräfte P und Q. Sind die Intensitäten dieser Kräfte gleich, so lassen sie offenbar keine Resultirende zu, denn es ist kein Grund vorhanden, warum dieselbe eher nach der Richtung der einen als nach der Richtung der andern Componente wirken sollte. Demnach ist bloß der Fall zu betrachten, wenn diese Kräfte ungleich sind. Es sey also $P > Q$. Nach

dem vorhergehenden Falle läßt sich die Kraft P als die Resultirende zweier parallel und übereinstimmend wirkenden Kräfte ansehen, wovon die eine = Q ist und auf B nach der der By gerade entgegengesetzten Richtung Bu, die andere R = P — Q aber auf O nach der Richtung Oz wirkt, wofern nur O so angenommen ist, daß die Proportion OA : AB = Q : R statt findet. Die zwei in B vorhandenen gleichen und gerade entgegengesetzten Kräfte heben einander auf, und es bleibt somit R allein übrig, welche den ursprünglich gegebenen Kräften P, Q äquivalent, mithin deren Resultirende ist. Da aus obiger Proportion

$$OA : OA + AB = Q : Q + R,$$

d. h.

$$AO : OB = Q : P$$

folgt, so gilt der Satz: »die Resultirende ungleicher, parallelen, entgegengesetzten Kräfte ist dem Unterschiede dieser Kräfte gleich, wirkt »auf der Seite der größern Componente und im Sinne derselben, und »trifft die Verbindungslinie der Angriffspuncte in einem Puncte, dessen »Abstände von den Angriffspuncten sich verkehrt verhalten wie die Com»ponenten.«

Es ist mit Hilfe der so eben nachgewiesenen Sätze leicht einzusehen, daß überhaupt jede die Richtungen zweier parallelen Kräfte schneidende Gerade der Richtung der Resultirenden in einem Puncte begegnet, dessen Abstände von den Durchschnittspuncten gedachter Geraden mit den Richtungen der Componenten sich verkehrt verhalten wie die entsprechenden Kräfte. Denn es ist (Fig 10 und 11)

$$HK : HL = OA : OB,$$

und daher auch

$$HK : HL = Q : P.$$

Der in 99. 3) aufgestellte Lehrsatz läßt sich demnach auch auf parallele Kräfte ausdehnen.

Daß zwei gleiche, parallele, entgegengesetzte Kräfte keine Resultirende zulassen, zeigt auch die oben erhaltene auf Fig. 11 sich beziehende Proportion OA : AB = Q : R, aus welcher

$$OA = \frac{AB \cdot Q}{R} = \frac{AB \cdot Q}{P - Q}$$

folgt. Je geringer der Unterschied zwischen P und Q wird, desto größer wird OA; bei unendlicher Annäherung von Q an P rückt der Punct O in das Unendliche hinaus, und die Intensität der Resultirenden reducirt sich auf Null.

103. **Zusammensetzung mehrerer parallelen Kräfte.** Sind mehr als zwei parallele Kräfte vorhanden, ihre Richtungen mögen in einerlei Ebene liegen oder nicht, und die Kräfte sämmtlich übereinstimmend oder auch theilweise entgegengesetzt wirken, so lassen sie sich nach den vorhergehenden Sätzen entweder auf eine Resultirende, oder doch wenigstens auf zwei einander gleiche, parallele und entgegengesetzte Kräfte zusammenziehen. Man kann nämlich im allgemeinsten Falle die gegebenen Kräfte nach dem Sinne ihrer Richtung in zwei einander entgegen wirkende Partien abtheilen, deren jede übereinstimmend wirkende Kräfte umfaßt. Jede solche Partie läßt eine Resultirende zu, denn man kann zuerst zwei der darin vorkommenden Kräfte

in Eine zusammensetzen, ihre Resultirende mit einer dritten Kraft verbinden, und so fort, bis sämmtliche zu gedachter Partie gehörenden Kräfte berücksichtiget worden sind. Man wird also im allgemeinsten Falle zuletzt nur mehr zwei parallele und entgegengesetzte Kräfte vor sich haben; sind diese ungleich, so bieten sie eine Resultirende dar, welche die Resultirende des Systems sämmtlicher Kräfte ist; fallen aber genannte Kräfte gleich aus, so ist keine weitere Zusammenziehung möglich und die gegebenen Kräfte gestatten keine Resultirende.

104. **Mittelpunct paralleler Kräfte.** Wie aus den in 103 geführten Beweisen hervorgeht, hängt die Position des Punctes, in welchem die Richtung der Resultirenden zweier parallelen Kräfte die Verbindungslinie der Angriffspuncte durchschneidet, bloß von dem relativen Sinne und dem Verhältnisse der Intensitäten, nicht aber von der Lage der Richtungen der Componenten gegen genannte Verbindungslinie ab; dieser Durchschnittspunct bleibt also der nämliche, auch wenn die Richtungen beider Componenten ohne Störung der Intensitäten und des relativen Sinnes der Wirkung, andere parallele Lagen gegen die Verbindungslinie der Angriffspuncte annehmen. Alle so möglichen Richtungen der Resultirenden eines Kräftenpaares durchkreuzen daher einander in einem und demselben Puncte, und dasselbe gilt auch von der Resultirenden mehrerer auf unveränderlich verbundene Puncte wirkenden parallelen Kräfte bei jeder Lage ihrer Richtungen gegen das System der Angriffspuncte, wie man leicht sieht, wenn man bei der successiven Zusammensetzung der Kräfte den Durchschnittspunct jeder einzelnen Resultirenden mit der Verbindungslinie der Angriffspuncte der Componenten, für den ferneren Schritt als den Angriffspunct dieser nunmehr als Componente auftretenden Kraft betrachtet. Man nennt den von der Lage der Richtungen der parallelen Componenten gegen das System der Angriffspuncte unabhängigen Punct in der Richtung der Resultirenden den *Mittelpunct* der parallelen Kräfte.

105. **Bedingungen der Aequivalenz zweier Paare gleicher, paralleln, entgegengesetzten Kräfte.** Wenn an zwei Puncten gleiche, parallele und entgegengesetzte Kräfte wirken, so lassen sie sich unter gewissen, sogleich näher anzugebenden Bedingungen auf unendlich viele Arten durch zwei ähnliche Kräfte ersetzen, welche den ersteren bei jeder Lage ihrer Richtungen gegen das materielle System, wozu die Angriffspuncte gehören, äquivalent sind. Es seyen (Fig. 12) an den Puncten A und B nach den parallelen und entgegengesetzten Richtungen Ax, By zwei Kräfte, deren jede $= P$ ist, angebracht. Sollen denselben zwei andere parallele und allgemein äquivalente Kräfte, deren jede $= P'$ ist, substituirt werden, so kann man den Angriffspunct einer derselben, und die Gegend, nach der sie wirkt, nach Belieben wählen. Es sey A' der bezeichnete Angriffspunct und die zu Ax parallele und mit dieser übereinstimmend liegende Ax' die Richtung der daselbst anzubringenden Kraft P'. Man ziehe BA' und nehme in dieser Geraden den Punct C so an, daß die Proportion

$A'C : BC = P : P'$ besteht. Dieß vorausgesetzt, kann man die in B nach By wirkende Kraft P, bei jeder Lage ihrer Richtung, als die Resultirende zweier Kräfte betrachten, wovon die eine $= P + P'$ in C nach der mit By parallelen und übereinstimmenden Richtung Cz, und die andere $= P'$ in A' nach der Richtung A'x' wirkt. Zieht man nun AC, und verlängert man dieselbe bis B', so daß die Proportion $B'C : AC = P : P'$ besteht, so kann man die in A nach Ax wirkende Kraft P, bei jeder Lage ihrer Richtung, als die Resultirende zweier Kräfte ansehen, wovon die eine $= P + P'$ in C nach der mit Ax parallelen und überstimmenden Richtung Cu, und die andere $= P'$ in B' nach der Richtung By' wirkt. Substituirt man den ursprünglich vorhandenen die so eben genannten äquivalenten Kräfte, so hat man vier Kräfte vor sich, wovon zwei, deren jede $= P + P'$ ist, in C nach gerade entgegengesetzten Richtungen Cu, Cz wirken, mithin einander aufheben, so daß nur mehr die beiden nach A'x' und B'y' wirkenden Kräfte P' vorhanden sind, die demnach den ursprünglich vorhandenen Kräften gleich gelten. Aus den zwei oben aufgestellten Proportionen folgt $A'C : B'C = BC : AC$; und da die Winkel ACB, A'CB' gleich sind, so sieht man aus der dadurch bedingten Aehnlichkeit der Dreiecke ACB, A'CB', daß die Verbindungslinie der neuen Angriffspuncte, nämlich die Gerade A'B', der Verbindungslinie AB der ursprünglichen Angriffspuncte parallel seyn muß. Da ferner

$$B'C : AC = A'B : AB$$

ist, so findet die Proportion

$$A'B' : AB = P : P'$$

statt. Es müssen demnach die Abstände der Angriffspuncte jedes der einander äquivalenten Kräftenpaare sich verkehrt verhalten wie die entsprechenden Kräfte. Sind die so eben gefundenen zwei Bedingungen erfüllt, und streben die neuen Kräfte das vorhandene materielle System in demselben Sinne zu drehen, wie die früheren, so sind jene diesen allgemein äquivalent.

Die wichtigsten Fälle des Gleichgewichtes der Kräfte.

106. **Bedingungen des Gleichgewichtes von Kräften, welche auf einen Punct wirken.** Sind an einem Puncte mehrere Kräfte angebracht, und handelt es sich darum, ob dieselben im Gleichgewichte stehen, so muß unterschieden werden, ober der Punct völlig frei beweglich ist, oder nicht. Im letzteren Falle ist er, wenn er überhaupt noch beweglich seyn soll, an eine Fläche oder an eine Linie gebunden, auf welcher er sich hin und her bewegen kann, und diese leistet ihm entweder nur einen einseitigen Widerstand, so daß er nach der entgegengesetzten Seite hin von der Fläche oder Linie entfernt werden könnte, oder er ist jedenfalls auf der Fläche oder Linie zu bleiben genöthigt. Ist der Punct völlig frei, d. h. nach allen denkbaren Richtungen beweglich, so können die Kräfte nur in so fern sich im Gleichgewichte befinden, als die Wirkung jeder einzelnen Kraft durch die

Gesammtwirkung aller übrigen Kräfte aufgehoben wird. Sondert man daher von den gegebenen Kräften irgend eine ab, und sucht die Resultirende der übrigen, so muß diese, damit Gleichgewicht bestehe, der ersteren Kraft gleich seyn und nach gerade entgegengesetzter Richtung wirken. Ist dem Puncte aber eine Linie als Bahn angewiesen, so ist zum Bestehen des Gleichgewichtes hinreichend, daß die Resultirende sämmtlicher Kräfte durch den Widerstand, welchen die Fläche oder Linie leistet, aufgehoben werde. Kann der Punct die Fläche oder Linie nicht verlassen, so genügt es, wenn die Resultirende aller Kräfte eine gegen die Bahn normale Richtung hat; ist aber der Punct bloß an die Bahn gelegt, so ist es nicht gleichgiltig, in welchem Sinne die Resultirende gegen die Bahn wirkt, sondern sie muß den Punct gegen die Bahn andrücken.

An ähnliche Bedingungen ist das Gleichgewicht von Kräften gebunden, welche an einem starren Körper angebracht sind; wir beschränken uns im Folgenden bloß auf die Betrachtung der am häufigsten in Anwendung kommenden Fälle.

107. **Gleichgewicht dreier Kräfte mit völlig freiem Angriffspuncte.** Wirken auf den Punct A (Fig. 13) nach den Richtungen Ax, Ay, Az die Kräfte P, Q, R dergestalt, daß R der Resultirenden von P und Q gleich und entgegengesetzt ist, und zieht man von einem Puncte B in der Geraden zA zur Ay die BD parallel, welche der Ax in D begegnet, so hat man offenbar P : Q : R = AD : BD : AB. Aber es verhalten sich die Seiten des Dreieckes ABD wie die Sinusse der gegenüberliegenden Winkel, und es ist, weil Winkel, die zusammengenommen zwei Rechte ausmachen, gleiche Sinusse haben,

$\sin$ABD = $\sin$BAy = $\sin$yAz; $\sin$BAD = $\sin$xAz;
$\sin$ADB = $\sin$xAy; mithin besteht die Proportion

P : Q : R = $\sin$yAz : $\sin$xAz : $\sin$xAy.

Wenn daher drei Kräfte an einem freien Puncte mit einander im Gleichgewichte stehen, so ist jede derselben dem Sinus des Winkels zwischen den Richtungen der beiden andern proportional.

108. **Gleichgewicht drehender Kräfte.** An einer wie immer gestalteten starren Linie AB (Fig 14 und 15) seyen nach den Richtungen Ax, By an den Puncten A, B Kräfte P, Q angebracht, welche diese Linie um den fixen Punct C in entgegengesetztem Sinne zu drehen streben. Damit diese Kräfte einander das Gleichgewicht halten, müssen sich dieselben auf eine Resultirende reduciren lassen und die Richtung dieser muß durch den fixen Punct C gehen, denn nur so wird die Gesammtwirkung der Kräfte durch den Widerstand des genannten Punctes aufgehoben. Die vorhandenen Kräfte geben aber, wie leicht einzusehen ist, nur dann eine Resultirende, wenn ihre Richtungen Ax, By in einerlei Ebene enthalten sind, und soll die Richtung der Resultirenden durch den Punct C gehen, so müssen sich die Kräfte P, Q verkehrt verhalten, wie die von dem Puncte C zu den Richtungen dieser Kräfte gezogenen Senkrechten CH, CK, d. h. es

muß die Proportion $P : Q = CK : CH$, oder was dasselbe heißt, die Gleichung $P \cdot CH = Q \cdot CK$ bestehen.

Aus dieser Gleichung sieht man, daß das Vermögen einer Kraft, eine Linie um einen fixen Punct zu drehen, nicht lediglich durch die Intensität der Kraft, sondern auch durch den Abstand ihrer Richtung von dem Drehungspuncte bestimmt wird, und zwar daß dieses Vermögen sich nach dem Producte beider Größen richtet. Man nennt deßhalb das Product einer Kraft mit der aus einem Puncte außerhalb ihrer Richtung auf sie gefällten Senkrechten das Drehungsmoment oder kürzer Moment der Kraft bezüglich dieses Punctes. Sonach gilt der Satz: »Zwei in einerlei Ebene wirkende Kräfte, welche eine Linie »um einen Punct in entgegengesetztem Sinne zu drehen streben, halten »einander das Gleichgewicht, wenn sie bezüglich dieses Punctes gleiche »Momente haben.« Man kann diesen Satz auch so einkleiden: »Kräfte, »welche in einerlei Ebene wirken und ein System von Puncten um einen »fixen Punct in einerlei Sinn zu drehen streben, sind hinsichtlich dieses »Bestrebens äquivalent, sobald sie bezüglich des Drehungspunctes gleiche »Momente haben.«

109. **Zusammensetzung der Drehungsmomente.** Es seyen mehrere Kräfte vorhanden, deren Richtungen in einerlei Ebene liegen, und das System ihrer Angriffspuncte um einen in derselben Ebene befindlichen Punct zu drehen streben, so kann man, falls sich diese Kräfte nicht das Gleichgewicht halten, denselben stets eine einzelne hinsichtlich des Drehungsvermögens um genannten Punct äquivalente Kraft substituiren. Es seyen nämlich $P, P', P'', \ldots$ die Kräfte, welche das System materieller Puncte in dem einen Sinne, $Q, Q', Q'', \ldots$ die Kräfte, welche es in dem entgegengesetzten Sinne zu drehen streben, ferner $p, p', p'' \ldots q, q', q'' \ldots$ die aus dem Drehungspuncte auf die Richtungen dieser Kräfte gezogenen Senkrechten; denkt man sich nun längs einer beliebigen Geraden, welche vom Drehungspuncte den Abstand r hat, Kräfte $S, S', S'' \ldots T, T', T'' \ldots$ gesetzt, die den vorgenannten hinsichtlich des Drehungsvermögens stückweise äquivalent sind, so werden die Richtungen der einen $S, S', S'' \ldots$ jenen der andern $T, T', T'' \ldots$ gerade entgegengesetzt seyn und alle mit einander sich auf eine Resultirende

$$R = S + S' + S'' + \ldots - T - T' - T'' - \ldots$$

zusammenziehen lassen, welche die verlangte Kraft ist. Der vorausgesetzten Aequivalenz gemäß finden folgende Gleichungen statt:

$$Sr = Pp,\ S'r = P'p',\ S''r = P''p''\ \text{ꝛc.},$$
$$Tr = Qq,\ T'r = Q'q',\ T''r = Q''q''\ \text{ꝛc.},$$

daher ist

$$(S + S' + S'' + \ldots - T - T' - T'' - \ldots)\, r =$$
$$= Pp + P'p' + P''p'' + \ldots - Qq - Q'q' - Q''q'' - \ldots,$$

oder $Rr = Pp + P'p' + P''p'' + \ldots - (Qq + Q'q' + Q''q'' + \ldots)$.

»Es beträgt sonach das Moment einer Kraft, welche mehreren in derselben Ebene bezüglich der Drehung um einen Punct gleichgilt, so viel »wie die Summe der Momente der Kräfte, welche das System der

»Angriffspuncte nach der einen Seite zu drehen streben, weniger der »Summe der Momente der entgegen wirkenden Kräfte, und der Sinn »dieser Kraft entspricht der größeren Momentsumme« Sind die Summen der entgegengesetzten Momente gleich groß, so halten die Kräfte einander das Gleichgewicht.

Wenn eine Kraft einen Körper um eine mit ihm fest verbundene Axe zu drehen strebt, und ihre Richtung nicht in einer auf diese Axe senkrechten Ebene liegt, so kann man die Kraft in zwei Kräfte zerlegen, wovon eine der Axe parallel, die andere aber in einer auf die Axe senkrechten Ebene wirkt. Die erstere Componente strebt den Körper längs der Axe zu verschieben, und trägt nichts zur Drehung bei; die letztere aber strebt mit ihrer vollen Intensität den Körper zu drehen. Es ist leicht einzusehen, daß an diesem Bestreben nichts geändert wird, wenn man letztgenannte Kraft, ohne Aenderung des Abstandes ihrer Richtung von der Axe, in eine andere auf die Axe senkrechte Ebene versetzt, oder wenn man ihr eine Kraft substituirt, welche bezüglich dieser Axe dasselbe Moment hat, d. h. mit dem Abstande der Richtung von der Axe multiplicirt dasselbe Product liefert. Man kann daher den obigen Satz auch auf Kräfte übertragen, die an einem Körper in verschiedenen auf seine Drehungsaxe senkrechten Ebenen angebracht sind.

Gleichgewicht der Kräfte an Maschinen.

110. Begriff einer Maschine und Arten derselben. Man pflegt jede Vorrichtung, mittelst welcher eine Kraft auf einen außerhalb ihrer Richtung liegenden Punct wirksam gemacht werden kann, eine Maschine zu nennen. Der Zweck einer Maschine ist Bekämpfung einer gegebenen Kraft oder Ueberwindung eines gewissen Hindernisses. Letzteres kann man auch als eine zu bekämpfende Gegenkraft betrachten, die aber erst in dem Maße entsteht, in welchem sie angegriffen wird; die mittelst der Maschine zu bekämpfende Kraft heißt im Allgemeinen Last; die zur Bekämpfung derselben dienende Kraft wird vorzugsweise »Kraft« genannt Ist die Kraft gegen die Last so abgemessen, daß beide Kräfte mittelst der Maschine einander das Gleichgewicht halten, so müssen sie in einem gewissen Verhältnisse stehen, welches das der Maschine entsprechende statische Verhältniß heißt. Zeigt sich hiebei die Kraft kleiner als die Last, so sagt man, es finde Ersparniß an Kraft statt. Eine Maschine, an welcher sich keine Theile unterscheiden lassen, die für sich als Maschinen dienen könnten, heißt einfach; besteht aber eine Maschine aus mehreren mit einander verbundenen Maschinen, so heißt sie zusammengesetzt. Wir betrachten hier die Maschinen nur im Gleichgewichte und dabei noch im idealen oder mathematischen Zustande, d. h. es wird von der die Maschine selbst beherrschenden Schwerkraft und von allen Bewegungshindernissen abstrahirt. Wie darauf Rücksicht zu nehmen ist, d. h. wie die Maschinen im reellen oder physischen Zustande zu betrachten sind, wird sich aus den in der Folge vorzutragenden Lehren ohne Schwierigkeit entnehmen lassen. Die Beurtheilung einer Maschine im Bewegungszustande in Hinsicht auf Arbeit gründet sich auf besondere Principien, welche ein Gegenstand der Dynamik sind, und

ist ja nicht mit der hier in Rede stehenden bloß statischen Betrachtung zu verwechseln.

111. **Die einfachen Maschinen.** Als einfache Maschinen werden gewöhnlich der Hebel, das Wellrad, die Rolle, der Keil und die Schraube angeführt; man kann dazu noch das Gelenke rechnen.

1) Unter einem Hebel versteht man eine gerade oder krumme an einer Stelle mittelst einer festen Widerlage unterstützte Stange, welche durch die an ihr angebrachten Kräfte (deren in der Regel bloß zwei sind, nämlich Kraft und Last) in entgegengesetztem Sinne zur Drehung angeregt wird. Wir haben es hier bloß mit dem mathematischen Hebel zu thun, welchen wir uns als starre schwerlose Linie denken. Befindet sich (Fig. 14) der Unterstützungspunct C zwischen den Angriffspuncten A, B der Kraft und Last, so heißt der Hebel ein zweiarmiger, liegen aber (Fig. 15) diese Angriffspuncte bezüglich der unterstützten Stelle auf einerlei Seite, so wird der Hebel ein einarmiger genannt. Eine Zusammenfügung zweier Stangen AC, BC (Fig. 16) unter einem Winkel, dessen Scheitel C unterstützt ist, und an dessen Schenkeln Kraft und Last wirken, heißt ein Winkelhebel. Wie immer der Hebel beschaffen seyn mag, so ist aus dem vorigen (108.) klar, daß im Zustande des Gleichgewichtes die Drehungsmomente der Kraft und Last, oder allgemein die Summen der Drehungsmomente der einander entgegenwirkenden Kräfte (109.) gleich seyn müssen. In dem besonderen Falle, wenn der Hebel geradlinige Arme hat, und zwei Kräfte senkrecht dagegen wirken, verhalten sich die Kräfte im Zustande des Gleichgewichtes verkehrt wie ihre Hebelarme.

2) Das Wellrad erscheint in der Form, welche zu seiner Benennung Veranlassung gegeben hat, als ein um seine Axe beweglicher Cylinder (Welle) mit einem senkrecht gegen diese Axe und concentrisch mit dem Querschnitte des Cylinders gestellten Rade; die Kraft wirkt tangentiell am Umfange des Rades, die Last aber an dem Umfange eines Querschnittes des Cylinders. Oft sind statt des Rades bloß einzelne Halbmesser (Speichen) in die Welle eingefügt, was an der Wirkungsweise der Kräfte nichts ändert. Man kann das Wellrad füglich auf einen zweiarmigen Hebel reduciren, welcher je nachdem die Kräfte parallel oder schief gegen einander wirken, als ein gerader oder als ein Winkelhebel ACB (Fig. 17) erscheint, dessen Arme AC, CB den Halbmessern des Rades und der Welle entsprechen, und an welchen die Kraft P und Last Q nach den darauf senkrechten Richtungen Ax, By angebracht sind. Es besteht sonach für den Gleichgewichtszustand die Proportion $P : Q = CB : AC$. Der Druck, den die Axe leidet, ist der Verbindungslinie der Angriffspuncte A und B proportional, mithin am größten, wenn die Kräfte einander parallel wirken [99. 3)].

3) Eine Rolle ist eine kreisförmige Scheibe, an deren Umfange eine Furche zur Aufnahme einer um die Scheibe zu legenden Schnur eingeschnitten ist, und durch deren Centrum ein Zapfen (Axe) geht, um welchen die Scheibe gedreht werden kann. Wird diese Axe unver-

rückbar festgehalten, so daß sich wohl die Rolle um die Axe herum, aber nicht mit der Axe fortbewegen kann, so heißt die Rolle eine fixe; Kraft und Last wirken in diesem Falle an den Enden der einen Theil der Peripherie der Rolle umfassenden Schnur. Ist es aber der Rolle gestattet ihren Ort zu verändern, so heißt sie eine bewegliche; ein Ende der Schnur ist dann an einem fixen Puncte befestiget, die Kraft wirkt an dem andern Ende der Schnur, der Angriffspunct der Last fällt in die Axe der Rolle, und es wird diese Last durch das Bestreben bekämpft, welches die Rolle durch die Action der Kraft zur Fortbewegung erhält. In dem einen wie in dem andern Falle läßt sich der Widerstand des die Axe oder ein Ende der Schnur aufhaltenden Hindernisses durch eine passende Gegenkraft ersetzen; es beruht daher das Gleichgewicht der Rolle im Grunde stets auf der Wechselwirkung dreier Kräfte, wovon zwei an den tangentiell zur Scheibe geradlinig ausgespannten Enden der Schnur angebracht sind, und die dritte auf den Mittelpunct der Scheibe wirkt. Es seyen nun Ax, By (Fig. 18) die beiden Enden der um den Bogen ADB der Rolle gelegten Schnur, deren Richtungen einen Winkel bilden mögen, und daher rückwärts verlängert einander in E begegnen, so kann man sich den Punct E mit der Rolle durch die starre Gerade CE unveränderlich verbunden denken, und die längs Ax, By wirkenden Kräfte P, P' auf E versetzen; die oben erwähnten drei Kräfte reduciren sich jetzt auf zwei, nämlich auf die Resultirende der Kräfte P und P', und auf die noch übrige an der Axe angebrachte Kraft Q: diese zwei Kräfte, als deren Angriffspuncte die Enden der starren Linie EC erscheinen, sollen einander mittelst dieser Linie das Gleichgewicht halten. Dieß ist nur dann möglich, wenn beide Kräfte gleich sind und ihre einander entgegengesetzten Richtungen in die Verlängerung der Linie EC fallen. Man kann daher E auch als den Angriffspunct der Kraft Q betrachten, und es ist diese Kraft der Resultirenden der auf denselben Punct wirkenden Kräfte P, P' gleich und entgegengesetzt. Da die Seiten des Dreieckes ACB auf den Richtungen dieser drei Kräfte senkrecht stehen, so hat man nach 99. 1), $P : P' : Q = AC : BC : AB$, woraus sogleich $P = P'$ folgt. Dieselbe Proportion findet offenbar auch dann noch statt, wenn die Schnurtheile Ax, By einander parallel laufen, folglich die Puncte A, B Endpuncte eines Durchmessers der Rolle sind, in welchem Falle $P : Q = 1 : 2$ ist. Es gelten daher folgende Sätze: a) Bei der fixen Rolle ist im Zustande des Gleichgewichtes die Kraft der Last gleich. b) Bei der beweglichen Rolle verhält sich die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Rolle zur Sehne des von der Schnur umfaßten Bogens. Es findet also bei der fixen Rolle keine Ersparniß an Kraft statt, sondern sie dient nur dazu, die Kraft nach einer andern Richtung wirksam zu machen; bei der beweglichen Rolle aber tritt nur so lange Ersparniß an Kraft ein, als die Sehne des vom Stricke umspannten Bogens größer ist als der Halbmesser, d. h. so lange dieser Bogen innerhalb der Grenzen 60° und 300° liegt. Am kleinsten wird die Kraft im Vergleiche mit der Last, wenn die Enden der Schnur parallel sind; die Kraft beträgt dann die Hälfte der Last.

4) Ein Keil ist ein dreiseitiges gerades Prisma, welches zwischen zwei Körper oder Körpertheile eingeschoben wird, um selbe aus einander zu treiben. Die Flächen des Keils, welche auf erwähntes Hinderniß einwirken, heißen seine Seiten, die dritte Fläche, woran die den Keil vorwärts schiebende Kraft angebracht ist, heißt der Rücken des Keiles. Unter der Voraussetzung, daß die Kraft und die beiden Widerstände senkrecht auf die zugehörenden Keilflächen wirken, kann man für den Zustand des Gleichgewichtes nach 99 diese Kräfte den Seiten des Durchschnittes des Keiles proportional setzen, nämlich des Dreieckes, in welchem der Keil durch eine gegen seine Flächen senkrechte Ebene geschnitten wird, und da diese Flächen als gleich hohe Rechtecke sich so wie ihre Grundlinien, d h. so wie jene Dreieckseiten verhalten, so stehen die Kräfte am Keile auch in demselben Verhältnisse wie die Flächen, worauf sie wirken.

5) Denkt man sich an die Seitenfläche eines geraden Cylinders mit kreisförmiger Basis eine Berührungslinie gelegt, welche mit der durch den Berührungspunct gehenden Seitenlinie des Cylinders einen schiefen Winkel bildet, und läßt man diese berührende Gerade sich dergestalt an der Cylinderfläche fortbewegen, daß genannter Winkel stets dieselbe Größe beibehält, so beschreibt der Berührungspunct eine krumme Linie, welche man Schraubenlinie nennt. Wird an einem soliden oder in einem hohlen Cylinder, an dem ersten ein erhabener, in dem letztern ein vertiefter Gang längs einer Schraubenlinie herum gelegt, so entsteht eine Schraube, in dem ersten Falle eine solide (Schraubenspindel), im zweiten eine hohle (Schraubenmutter). Der Abstand zweier unmittelbar auf einander folgenden Puncte, in welchen die Schraubenlinie einer und derselben Seitenlinie des Cylinders begegnet, bestimmt die Höhe des Schraubenganges. Bei der Anwendung der Schraube wird stets eine solide Schraube in eine entsprechende hohle eingeführt, indem sich die eine oder die andere dreht; die Kraft wirkt tangentiell am Umfange eines Querschnittes des beweglichen Cylinders, die Last aber der Axe dieses Cylinders parallel. Man kann sich die Sache immer so vorstellen, als würde gegen die Last ein um den Schraubencylinder gelegter Keil geschoben, dessen Rücken der Höhe eines Schraubenganges, und dessen Seitenflächen dem Umfange des Querschnittes des Cylinders und der Länge des einen Umlauf machenden Schraubenganges entsprechen. Sonach verhält sich im Gleichgewichtszustande die Kraft zur Last wie die Seiten des Keiles, gegen welche diese Kräfte senkrecht wirken, also wie die Höhe eines Schraubenganges zum Umfange des Schraubencylinders. Doch ist dieß nur ein rein theoretisches Resultat, von welchem die Erfahrung in dem practischen Leben sich weit entfernt, weil die Reibung bei der Schraube eine sehr einflußreiche Rolle spielt.

6) Man denke sich eine Stange AB (Fig. 19), die wir hier als starre gerade Linie betrachten, um A, ferner die an selbe angefügte Linie BC um B beweglich und in C gegen ein Hinderniß, welches als Last auftritt, gestemmt; endlich längs der gleichfalls in B beweglich

eingefügten Geraden DB die Kraft wirkend, so hat man ein Gelenke (Kniepresse) vor sich. Das Verhältniß zwischen der Kraft P und der Last Q ist eine einfache Folge des in 107 bewiesenen Satzes; man hat nämlich $P : Q = \sin ABC : \sin ABD$.
Je stumpfer also der Winkel ABC ist, und je näher der Winkel ABD einem Rechten kommt, desto größer ist die Ersparniß an Kraft. Man kann sich statt der Stangen auch im entgegengesetzten Sinne gespannte Schnüre (Seile) vorstellen; das statische Verhältniß der Kräfte bleibt das obige.

Von den einfachen Maschinen wird in den Geschäften des gemeinen Lebens vielfacher Gebrauch gemacht; häufig finden sich mehrere solche Maschinen mit einander verbunden. In unzähligen Formen erscheint der Hebel (Heblade, Ruder, Schiebkarren, Zange ꝛc.) oft in Verbindung mit dem Keile (Messer, Schere ꝛc.); das Wellrad nimmt nicht weniger mannigfaltige Formen an (gezähnte Räder, Getriebe, Wasserräder, Winden, Haspel ꝛc.), häufig dient dabei die Rolle zur Direction der Kraft; der Keil wird zum Spalten, Pressen gebraucht, desgleichen die Schraube, oft in Verbindung mit dem Hebel (Schraubenpressen); die Wirkung des Gelenkes und Hebels zeigt sich an den Gliedmaßen des menschlichen und Thierkörpers, und läßt uns auf die ungeheure Kraft der Muskeln schließen u. s. w.

112. **Beurtheilung zusammengesetzter Maschinen.** Wenn mehrere einfache Maschinen in einander eingreifen, so daß die Last an jeder einzelnen bezüglich der folgenden die Rolle der Kraft spielt, so ist offenbar das statische Verhältniß der eigentlichen (ersten) Kraft zur (letzten) Last aus den statischen Verhältnissen für sämmtliche einzelnen Maschinen zusammengesetzt, mithin dem Verhältnisse des Productes aller Antecedenten zum Producte aller Consequenten gleich. Es seyen z. B. drei einfache Maschinen mit einander combinirt, und für die erste P die Kraft, x die Last; für die zweite x die Kraft, y die Last; endlich für die dritte y die Kraft, Q die Last, und man habe folgende statischen Verhältnisse gefunden:

$$P : x = a : b,$$
$$x : y = a' : b',$$
$$y : Q = a'' : b'',$$

so ergibt sich daraus $P : Q = aa'a'' : bb'b''$.

Darnach läßt sich leicht die Kraftersparniß bei einer Zusammensetzung von Hebeln, oder bei einer Verbindung von Wellrädern (gezähnte Räder in Getriebe eingreifend) oder bei einer Verbindung von beweglichen Rollen (Rollenzug) ꝛc. angeben. Als Beispiel einer Verbindung ungleichartiger einfacher Maschinen mag die Schraube ohne Ende mit Kurbel und gezähntem Wellrade dienen (Fig 20). Es sey AC = R der Halbmesser der Kurbel, BC = R' der Halbmesser des Schraubencylinders, also bei der üblichen Bedeutung von π, $2\pi R'$ der Umfang des Querschnittes dieses Cylinders, d die Höhe des Schraubenganges, welche der Distanz der Zähne am Wellrade gleich ist, FD = r der Halbmesser der Welle, FE = r' der Halbmesser des Rades, so ist das statische Verhältniß für die Kurbel, welche als einarmiger Hebel erscheint, R' : R; für die Schraube d : $2\pi R'$, und für das Wellrad r : r', mithin besteht zwischen der Kraft P am Puncte A der Kurbel

und der Last Q an der Welle im Gleichgewichtszustande der Maschine die Relation $P : Q = R' dr : 2\pi R R' r' = dr : 2\pi R r'$. Bezeichnet n die Anzahl der Zähne am Rade, so ist offenbar $2\pi r' = nd$, mithin hat man $P : Q = r : nR$.

Man kann auch mehrere einfache Maschinen zugleich unmittelbar zur Bekämpfung eines Hindernisses verwenden; in diesem Falle addiren sich die Kräfte und Lasten. Ein Beispiel hievon liefert der sogenannte Flaschenzug, welcher aus zwei gleichen Flaschen, d. i. Systemen über und neben einander gestellten Rollen besteht, die von einer Schnur in ununterbrochenem Zuge umfaßt werden. Ein Ende der Schnur ist an der Fassung der einen Flasche befestigt, an dem andern (freien) Ende wirkt die Kraft; eine Flasche ist fix, die andere aber, an welcher die Last wirkt, ist beweglich. Laufen die Schnurtheile zwischen den Flaschen einander parallel, so vertheilt sich in Folge der gleichen Spannung, die längs der Schnur herrscht, die Last in so viele gleiche Theile als Schnurtheile, mithin Rollen in beiden Flaschen vorkommen, und die Kraft beträgt, da sie bloß die Spannung der Schnur zu bekämpfen hat, nur einen solchen Theil der Last.

113. **Allgemeines Mittel zur Beurtheilung des statischen Verhältnisses der Kräfte an einer Maschine.** Man stelle sich vor, irgend eine einfache oder zusammengesetzte Maschine werde unabhängig von den an ihr anzubringenden Kräften in eine ihrem Mechanismus, d. h. der Anordnung ihrer Theile, angemessene Bewegung versetzt, wobei die zur Anlegung der Kraft und Last bestimmten Puncte gewisse, in den gewöhnlichen Fällen, die wir hier allein im Auge haben, geradlinige oder kreisförmige Wege beschreiben, deren Verhältniß man untersuche. Liegen die Richtungen der Kraft und Last und diese Wege in einerlei geraden Linien, oder falls diese Wege kreisförmig erscheinen, haben sie jene Richtungen zu Tangenten, bei welcher Anordnung der Richtungen die Kräfte mit ihrer vollen Energie die Maschine in Bewegung zu setzen streben, so verhalten sich Kraft und Last verkehrt wie die Längen der ihren Angriffspuncten entsprechenden Wege, oder die Producte aus den Kräften in die von ihren Angriffspuncten correspondirend beschriebenen Wege sind einander gleich. Haben die Richtungen der Kräfte andere Lagen, so zerlege man jede Kraft nach vorgedachter und einer darauf senkrechten Richtung in zwei Componenten; nur die nach der zuerst genannten Richtung wirkende strebt die Maschine in Bewegung zu setzen, und ist daher als die wahre Kraft oder Last zu betrachten. Die Richtigkeit des hier aufgestellten Satzes läßt sich sehr leicht an jeder einfachen Maschine erproben und besteht daher auch für alle zusammengesetzten Maschinen. Man erhält dadurch ein leichtes Mittel das einer Maschine entsprechende statische Verhältniß der Kräfte zu erkennen, welches sich sogar auf bloß empirische Weise, ohne weitere Beachtung der inneren Einrichtung der Maschine, in Anwendung bringen läßt.

Am Hebel verhalten sich bei einer drehenden Bewegung desselben um seine Widerlage die von den Angriffspuncten der Kraft und Last beschriebenen Kreisbogen, weil sie einerlei Winkeln am Centrum entsprechen, gerade wie ihre Halbmesser, d. h. wie die Abstände der Angriffspuncte von der Widerlage. Aber die Kräfte üben die vollste Energie zur Dre-

hung des Hebels aus, wenn sie senkrecht gegen diese Halbmesser wirken, und verhalten sich im Zustande des Gleichgewichts verkehrt wie diese ihre Hebelarme; es verhalten sich demnach die so angebrachten Kräfte am Hebel auch verkehrt wie die von ihren Angriffspuncten beschriebenen Kreisbogen. An der Schraube durchlauft der Angriffspunct der Kraft die Peripherie des Cylinders, während der Angriffspunct der Last um die Höhe des Schraubenganges fortrückt. Am Flaschenzuge entspricht die Verrückung des Angriffspunctes der Last einer Aenderung der Länge jedes einzelnen Schnurtheiles um einerlei Stück; alle diese Aenderungen gehen auf den Schnurtheil über, woran die Kraft wirkt, und es rückt daher der Angriffspunct dieser um so vielmal weiter fort, als jener der Last, als Rollen vorhanden sind. Soll bei der oben betrachteten Schraube ohne Ende die Last um die Länge des Umfanges der Welle fortschreiten, so muß die Kurbel so oft herumgedreht werden, als sich Zähne am Rade befinden, woraus sich sogleich auf das statische Verhältniß der Kräfte schließen läßt u. s. w.)

Fünftes Hauptstück.

Von der Bewegung.

114. **Gegenstände der Betrachtung bei der Untersuchung einer Bewegung.** Die Bewegung eines Körpers wird durch die Bewegungen bestimmt, welche seinen kleinsten Theilen zukommen; bei der wissenschaftlichen Entwickelung der Dynamik wird daher mit der Theorie der Bewegung materieller Puncte der Anfang gemacht. Was sich bewegt oder bewegen soll, heißt im Allgemeinen das Bewegliche. Ein in Bewegung befindlicher Punct beschreibt eine Linie, welche man seine Bahn nennt. Da ein Punct nicht von einem Orte zu einem andern gelangen kann, ohne eine stetige Folge von Zwischenpuncten zu durchwandern, so besteht seine Bahn stets aus ununterbrochen an einander hängenden Theilen. Ist die Bahn gerade, so heißt die Bewegung eine geradlinige; ist die Bahn gekrümmt, so heißt die Bewegung eine krummlinige. Jede Bahn kann auf zweierlei Weise, in dem einen und in dem entgegengesetzten Sinne durchlaufen werden. Eine geradlinige, in einerlei Sinn statt findende Bewegung erfolgt fortwährend nach einer und derselben Richtung; diese wird durch die in dem entsprechenden Sinne betrachtete Bahn selbst, wie auch durch jedes beliebige Stück der Bahn oder ihrer Verlängerung angezeigt. Bei einer krummlinigen Bewegung eines Punctes dagegen ändert sich die Richtung fortwährend; doch läßt sich auch hier von einer Richtung reden, die das Bewegliche in jedem einzelnen Puncte seiner Bahn hat; sie entspricht der zu diesem Puncte gezogenen Tangente der Bahn, nach der Gegend hin betrachtet, gegen welche das Bewegliche schreitet. Ein bewegter Punct gelangt nur nach und nach zu verschiedenen Orten in seiner Bahn; mit der Vorstellung einer Bewegung dringt sich uns daher auch die Vorstellung einer gewissen Zeit auf, während welcher die Bewegung vor sich geht. Ist die Bewegung irgend einer Regel

unterworfen, in welchem Falle allein dieselbe ein Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchung seyn kann, so muß sich eine Gleichung aufstellen lassen, mittelst welcher die Länge eines durchlaufenen Weges aus der dazu verwendeten, nach einer festgesetzten Einheit gemessenen Zeit, oder umgekehrt, die Zeit aus der Länge des binnen derselben zurückgelegten Weges berechnet werden kann. Eine solche Gleichung drückt das Gesetz der Bewegung aus. Die Gestalt der Bahn kommt dabei in keine Betrachtung, da es sich hiebei bloß um die Länge, nicht aber um die Form des Weges handelt. In Folge der Trägheit bedarf jedes noch so kleine materielle Theilchen, um aus der Ruhe in Bewegung zu kommen, wie auch zu jeder wie immer beschaffenen Aenderung seiner Bewegung, einer entsprechenden bewegenden Kraft, oder eines einer Kraft gewisser Maßen äquivalenten Hindernisses. Es kommt daher bei jeder Bewegung das Bewegliche, die Gestalt seiner Bahn, die Beziehung zwischen der Länge des Weges und der Zeit, und die jedesmal thätige Kraft in Betrachtung.

Die Zeit läßt sich nicht unmittelbar, sondern nur mittelbar, nämlich mit Hilfe der Bewegung, auffassen und vergleichen. Ein Zeittheil ist einem andern gleich, wenn eine während des ersten vollzogene Bewegung während des andern eben so vor sich gehen kann; die ununterbrochene Wiederholung derselben Bewegung führt zur Wahrnehmung eines beliebigen Vielfachen einer bestimmten Zeit. Auf dieses Princip gründet sich die Messung der Zeit mittelst der Uhren. Hat man die Zeit festgesetzt, welche man Tag nennen will (die Folge wird lehren, daß man darunter verschiedene Zeiten verstehen kann), so heißt der 24ste Theil desselben eine Stunde, der 60ste Theil der Stunde eine Minute, der 60ste Theil der Minute eine Secunde, und der 60ste Theil dieser eine Tertie, womit man jede Zeit bequem in Zahlen ausdrücken kann. In der Regel liegt der Zeitmessung der später näher zu erklärende mittlere Sonnentag zum Grunde.

Man kann eine Bewegung ohne Rücksicht auf Zeit und Kraft, lediglich in so fern dabei eine gewisse Bahn beschrieben wird, betrachten; in diesem Sinne bedient man sich der Bewegung in der Geometrie zur Erklärung verschiedener Formen. Es läßt sich ferner die Bewegung als bloße Erscheinung im Raume und in der Zeit untersuchen, ohne dabei an die Trägheit des Beweglichen, mithin an Kraft oder Widerstand zu denken; man kann die in diesem Sinne bearbeitete Lehre der Bewegung Phoronomie nennen. Die Dynamik, welche es mit der Bewegung materieller, d. i. träger Objecte zu thun hat, benützt die Ergebnisse der geometrischen Forschung und schließt die Phoronomie in sich. Man kann demnach jede Bewegung auf zweifache Weise charakterisiren, entweder indem man die bei ihr obwaltende Relation zwischen Weg und Zeit angibt, oder indem man die Kraft bezeichnet, durch welche sie entsteht. Bald ist es die eine, bald die andere Bestimmungsart der Bewegung, welche eine einfachere Definition für selbe darbietet, und der wir im Folgenden den Vorzug geben.

115. **Gleichförmige Bewegung.** Die einfachste Art der Bewegung, welche man sich vorzustellen vermag, ist diejenige, bei welcher in jeden gleichen Zeiten gleiche Wege zurückgelegt werden. Eine solche Bewegung heißt eine gleichförmige. Beschreibt bei dieser Bewegungsform das Bewegliche während der Zeit t den Weg s, so

beschreibt es offenbar während der Zeit 2t den Weg 2s, während der Zeit 3t den Weg 3s u. s. w., und überhaupt, wenn es binnen der Zeit T den Weg S zurücklegt, so besteht die Proportion $S : s = T : t$, d. h. bei einer gleichförmigen Bewegung verhalten sich die Wege wie die correspondirenden Zeiten. Das Gesetz der gleichförmigen Bewegung wird sonach durch die Gleichung $S = \frac{sT}{t}$ ausgedrückt. Man kann für s den Weg nehmen, welcher einer Zeiteinheit entspricht, d. h. $t = 1$ setzen. Unter dieser Annahme hat man $S = sT$. Durch den Werth von s, oder allgemeiner, durch die binnen einer und derselben Zeit beschriebenen Wege, unterscheiden sich zwei gleichförmige Bewegungen von einander. Die Vergleichung dieser Wege führt zur Vorstellung der verschiedenen *Geschwindigkeiten*, womit verschiedene gleichförmige Bewegungen vollzogen werden. Man sagt von einer gleichförmigen Bewegung sie geschehe mit 2 Mal, 3 Mal ꝛc. größerer Geschwindigkeit als eine andere, wenn das Bewegliche bei der ersten binnen einer festgesetzten Zeit einen 2 Mal, 3 Mal ꝛc. längeren Weg durchläuft, als bei der letztern, oder, was dasselbe heißt, wenn es zum Durchlaufen eines festgesetzten Weges bei der ersten Bewegung die Hälfte, das Drittheil ꝛc. der Zeit anwendet, die es bei der letztern in Anspruch nimmt. Bezeichnet man die Geschwindigkeiten bei zwei gleichförmigen Bewegungen mit C und C′ und die dabei während einer festgesetzten Zeit, z. B. während einer Zeiteinheit, zurückgelegten Wege mit s und s′, so ist dem gemäß $C : C' = s : s'$. Wählt man diejenige Geschwindigkeit zur Einheit, welche statt findet, wenn während der Zeiteinheit ein der Längeneinheit gleicher Weg beschrieben wird, so ist für $s' = 1$ auch $C' = 1$, mithin ist überhaupt $C = s$, d. h. die Geschwindigkeit wird durch den in der Zeiteinheit beschriebenen Weg gemessen. Dieser Wahl der Einheit der Geschwindigkeiten zu Folge verwandelt sich die obige, das Gesetz einer gleichförmigen Bewegung aussprechende Gleichung in $S = CT$, d. h. es wird bei einer gleichförmigen Bewegung der Weg durch das Product der Geschwindigkeit mit der Zeit ausgedrückt. Hiernach ist also auch

$$C = \frac{S}{T} \quad \text{und} \quad T = \frac{S}{C}.$$

116. **Aeußerung der Trägheit der Materie in der Bewegung.** Ist ein materieller Punct auf irgend eine Weise in Bewegung gesetzt worden, und bleibt er sodann sich selbst überlassen, ohne daß weiter eine Kraft auf ihn einwirkt, oder ihm ein Hinderniß im Wege steht, so muß er sich längs der Tangente des Endpunctes der bereits zurückgelegten Bahn ohne Ende gleichförmig fortbewegen. Denn es ist kein Grund vorhanden, aus welchem seine Bewegung irgend eine Aenderung erfahren sollte, was doch der Fall wäre, wenn entweder die Richtung seiner Bewegung oder die ihm ertheilte Geschwindigkeit geändert würde. Die Geschwindigkeit, welche der materielle Punct unter den erwähnten Umständen an den Tag legt, ist diejenige, die er in dem Augenblicke hatte, in welchem er seiner Trägheit allein überlassen wurde.

117. **Ungleichförmige Bewegung.** Nach dem so eben Gesagten kann man sich von der Geschwindigkeit, die ein Bewegliches in jedem Puncte seiner Bahn besitzt, eine präcise Vorstellung machen; es ist nämlich darunter diejenige Geschwindigkeit zu verstehen, mit welcher das Bewegliche in Folge seiner Trägheit fortzugehen strebt. Eine Bewegung, bei welcher sich die Geschwindigkeit fortwährend ändert, heißt eine ungleichförmige; nimmt die Geschwindigkeit zu, so heißt die Bewegung eine beschleunigte; nimmt die Geschwindigkeit ab, so heißt die Bewegung eine verzögerte. Wird in dem einen oder in dem andern Falle während eines gewissen Zeittheiles τ der Weg σ beschrieben, so zeigt der Quotient $\frac{\sigma}{\tau}$ die Geschwindigkeit an, welche das Bewegliche hätte haben müssen, um eben diesen Weg σ während derselben Zeit τ gleichförmig zu durchlaufen; diese Geschwindigkeit heißt die dem genannten Zeittheile entsprechende mittlere Geschwindigkeit. Hat ein materieller Punct die Bahn AM (Fig. 21) beschrieben, und schreitet er während des Zeittheiles τ um das Stück $Mm = \sigma$ weiter; denkt man sich dabei diesen Zeittheil unendlich klein, wobei auch Mm unendlich klein ausfallen muß; so gibt der Quotient $\frac{\sigma}{\tau}$ die Geschwindigkeit an, welche dem Beweglichen im Puncte M seiner Bahn zukommt, und mit welcher es nunmehr in Folge seiner Trägheit fortgehen würde, wenn es von dem in Rede stehenden Augenblicke angefangen sich selbst überlassen bliebe.

118. **Eintheilung der bewegenden Kräfte.** Jede Kraft bedarf zur Hervorbringung ihrer Wirkung einer gewissen Zeit und erzeugt während derselben, in so fern sie allein auf das Bewegliche einwirkend gedacht wird, nur allmälig die Geschwindigkeit, womit das Bewegliche am Ende dieser Zeit versehen erscheint. Während genannter Zeit findet nothwendig eine ungleichförmige Bewegung statt. Es gibt jedoch Kräfte, die einem Beweglichen eine bestimmte Geschwindigkeit binnen einer dermaßen kurzen Zeit beibringen, daß die Dauer ihrer Einwirkung sich jeder Auffassung entzieht. Man betrachtet daher solche Kräfte als momentane, d. h. nur während eines Augenblickes (Zeitpunctes) thätige, und stellt ihnen die continuirlichen Kräfte gegenüber, welche das Bewegliche während einer meßbaren Zeit ohne Unterlaß afficiren.

119. **Vergleichung der Wirkungen momentaner Kräfte.** Die Wirkung einer momentanen Kraft auf einen beweglichen materiellen Punct, nämlich die Geschwindigkeit, welche demselben in Folge der Action der Kraft zu Theil wird, hängt einerseits von der nach 86. gemessenen Intensität der Kraft, andererseits von der Beschaffenheit des Beweglichen hinsichtlich der ihm anklebenden Quantität der Materie ab. Diese Abhängigkeit wird durch folgende Betrachtungen erkannt. 1) Obgleich das Wesen einer Kraft an sich uns völlig unbekannt ist, wir also daraus den Einfluß nicht zu entnehmen vermögen, den die Intensität einer Kraft auf die einem bestimmten materiellen Puncte

beizubringende Geschwindigkeit ausübt, so läßt sich doch dieser Unkenntniß durch naturgemäße Voraussetzungen zu Hilfe kommen. Eine solche Voraussetzung ist offenbar die, daß die Geschwindigkeit, welche aus der vereinten, d. i. nach einerlei Richtung ausgeübten Einwirkung mehrerer momentanen Kräfte auf einen und denselben materiellen Punct hervorgeht, der Summe der Geschwindigkeiten gleich kommt, welche diese Kräfte einzeln genommen genanntem Beweglichen ertheilt hätten, oder mit andern Worten: daß derlei Kräfte, wenn sie in statischem Sinne äquivalent sind, einander auch in dynamischem Sinne gleich gelten. Bringt also die momentane Kraft p einem bestimmten materiellen Puncte die Geschwindigkeit c bei, so erhält er durch die Kraft 2p die Geschwindigkeit 2c, durch die Kraft 3p die Geschwindigkeit 3c u. s. w., und im Allgemeinen: sind C, C′ die Geschwindigkeiten, welche zwei Kräfte P, P′ einem und demselben materiellen Puncte zu ertheilen vermögen, so besteht die Proportion $P : P' = C : C'$. 2) Da jedes materielle Theilchen träge ist, so wird es von einer bestimmten momentanen Kraft nur eine bestimmte Geschwindigkeit, und verschiedene materielle Theilchen werden von einer und derselben Kraft verschiedene Geschwindigkeiten empfangen. Dem gemäß muß jedem materiellen Theilchen eine ihm eigenthümliche Trägheitsgröße (Quantität der Materie) zugeschrieben werden, welche man mit dem Worte Masse bezeichnet, und für um so größer ansieht, je kleiner die diesem Theilchen durch eine festgesetzte Kraft beigebrachte Geschwindigkeit ausfällt. Diesem gemäß hat man, wenn zwei materielle Theilchen, deren Massen durch M und M′ vorgestellt werden, in Folge der Action einer bestimmten Kraft die Geschwindigkeiten C und C′ annehmen, die Proportion $M : M' = C' : C$, oder was dasselbe heißt, es gilt die Gleichung $MC = M'C'$. Hieraus fließt von selbst, wie man die Massen zweier materiellen Theilchen mit einander vergleichen und auf eine beliebige Einheit zurückführen könne. 3) Es seyen nun P, P′ zwei momentane Kräfte, welche materiellen Puncten, denen die Massen M, M′ zukommen, die Geschwindigkeiten C, C′ ertheilen. Man nehme an, die Kraft P′ ertheile der Masse M die Geschwindigkeit γ, so ist nach 1), weil eine und dieselbe Masse M von den Kräften P, P′ die Geschwindigkeiten C, γ empfängt, $P : P' = C : \gamma = MC : M\gamma$. Aber eine und dieselbe Kraft P′ bringt den Massen M und M′ die Geschwindigkeiten γ und C bei, daher ist nach 2) $M\gamma = M'C'$; es besteht also die Proportion $P : P' = MC : M'C'$, d. h. »momentane »Kräfte verhalten sich wie die Producte der Massen der materiellen »Puncte, worauf sie wirken, mit den Geschwindigkeiten, welche sie »denselben zu ertheilen vermögen.« 4) Läßt man zwischen der Einheit der momentanen Kräfte und jener der Massen eine solche Beziehung bestehen, daß die Geschwindigkeit, welche der Einheit der Massen durch die Einheit der Kräfte zu Theil wird, $= 1$ ausfällt, so bedingen zwei der Annahmen $P' = 1$, $M' = 1$, $C' = 1$ die dritte, und obige Proportion gibt $P = MC$. Es wird also bei solcher Wahl der Einheiten der Kräfte und der Massen eine momentane Kraft, welche der Masse

M die Geschwindigkeit C beibringt, durch das Product MC ausgedrückt. Man nennt dieses Product auch die Größe der Bewegung der Masse M.

120. **Gleichförmig beschleunigte und gleichförmig verzögerte Bewegung.** Wenn die Geschwindigkeit bei einer ungleichförmigen Bewegung eines materiellen Punctes in demselben Verhältnisse zunimmt oder abnimmt, in welchem die Zeit wächst, so heißt diese Bewegung eine gleichförmig geänderte, und zwar im ersten Falle eine gleichförmig beschleunigte und im zweiten Falle eine gleichförmig verzögerte Bewegung. Ist C die Geschwindigkeit, welche das Bewegliche in dem Augenblicke besitzt, von welchem angefangen die Zeit gezählt wird, und G die Aenderung, welche die Geschwindigkeit während der Zeiteinheit erfährt, ferner V die am Ende der Zeit T statt findende Geschwindigkeit, so hat man der so eben gegebenen Erklärung zu Folge für die gleichförmig beschleunigte Bewegung die Formel $V = C + GT$ und für die gleichfömig verzögerte $V = C - GT$. Die Größe G, durch welche vornehmlich die Bewegung charakterisirt wird, heißt im ersten Falle die Acceleration (Beschleunigung) im zweiten die Retardation (Verzögerung) der Bewegung.

121. **Bestimmung des bei einer gleichförmig geänderten Bewegung zurückgelegten Weges.** Wir betrachten hier zunächst nur eine gleichförmig beschleunigte Bewegung: das für selbe erhaltene Resultat läßt sich ohne Schwierigkeit auf eine gleichförmig verzögerte Bewegung übertragen. Es sey S der Weg, welchen ein mit der Anfangsgeschwindigkeit C und mit der Acceleration G in gleichförmig beschleunigter Bewegung befindlicher Punct während der Zeit T zurücklegt. Man theile diese Zeit in n gleiche Theile, deren jeder $= t$ sey, so daß $T = nt$ ist, und bezeichne die Geschwindigkeiten, welche das Bewegliche am Anfange der so erhaltenen auf einander folgenden n Zeittheile der Reihe nach besitzt, mit V_0, V_1, V_2, $V_3 \ldots V_{n-1}$ und die während derselben zurückgelegten Wege mit S_1, S_2, S_3, $S_4 \ldots S_n$, so ist $V_0 = C$, $V_1 = C + Gt$, $V_2 = C + 2Gt$, $V_3 = C + 3Gt$, ꝛc. $V_{n-1} = C + (n-1)Gt$ und die am Ende des letzten Zeittheiles statt findende Geschwindigkeit $V_n = C + nGt = C + GT$, welche Geschwindigkeit oben V genannt wurde. Da der Weg S seinen Theilen zusammengenommen gleich ist, so hat man

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + \ldots + S_n.$$

Die Wege S_1, S_2, S_3, $S_4 \ldots S_n$ sind offenbar beziehungsweise sämmtlich größer als diejenigen, welche ein gleichförmig bewegter Punct binnen der Zeit t mit den Geschwindigkeiten V_0, V_1, V_2, $V_3 \ldots V_{n-1}$ zurücklegen würde, d. h. es ist $S_1 > V_0 t$, $S_2 > V_1 t$, $S_3 > V_2 t$, $S_4 > V_3 t$ ꝛc. $S_n > V_{n-1} t$, denn diese Geschwindigkeiten finden bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ja nur am Anfange der Wege S_1, S_2, S_3, $S_4 \ldots S_n$ statt, und nehmen zu, während das Bewegliche diese Wege zurücklegt. Es ist sonach nothwendig

$$S > V_0 t + V_1 t + V_2 t + V_3 t + \ldots + V_{n-1} t,$$

d. h. $S > (V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_{n-1})\, t.$

Nach den obigen Ausdrücken findet man

$$V_0 + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots + V_{n-1} = nC + (1+2+3+\ldots+n-1)\,Gt$$
$$= nC + \tfrac{1}{2}(n-1)\,nGt,$$

daher ist

$S > nCt + \frac{1}{2}(n-1)\,nGt^2$, d. h. $S > nCt + \frac{1}{2}n^2Gt^2 - \frac{1}{2}nGt^2$

oder, mit Rücksicht auf $nt = T$,

$$S > CT + \tfrac{1}{2}GT^2 - \frac{GT^2}{2n}, \text{ mithin auch } S + \frac{GT^2}{2n} > CT + \tfrac{1}{2}GT^2.$$

Eben so ist klar, daß die Wege S_1, S_2, S_3, S_4, . . . S_n beziehungsweise sämmtlich kleiner sind, als diejenigen, welche ein mit den Geschwindigkeiten V_1, V_2, V_3, V_4, . . . V_{n-1}, V gleichförmig bewegter Punct binnen des Zeittheiles t zurücklegen würde, denn bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung erreicht das Bewegliche diese Geschwindigkeiten erst am Ende der Wege S_1, S_2, S_3, S_4 . . . S_n. Man hat also

$$S < V_1 t + V_2 t + V_3 t + V_4 t + \ldots + V_{n-1} t + Vt,$$

d. h. $S < nCt + (1+2+3+4+\ldots+n-1+n)\,Gt^2$

oder $S < nCt + \frac{1}{2}n(n+1)\,Gt^2$

oder $S < CT + \frac{1}{2}GT^2 + \frac{GT^2}{2n}$, mithin $S - \frac{GT^2}{2n} < CT + \frac{1}{2}GT^2$.

Man kann sich hier die Zahl n so groß denken, als man will, also durch gehörige Steigerung derselben den Werth des Bruches $\frac{GT^2}{2n}$ kleiner machen, als jede beliebige noch so kleine Größe. Die gefundenen Vergleichungen lehren demnach, daß der Weg S um eine noch so kleine Größe vermehrt, ein Resultat gibt, welches größer ist, als $CT + \frac{1}{2}GT^2$, und um eine noch so kleine Größe vermindert, ein Resultat, welches kleiner ist, als $CT + \frac{1}{2}GT^2$. Es muß demnach bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung nothwendig

$$S = CT + \tfrac{1}{2}GT^2$$

seyn, welches die zu suchende Formel ist.

Da die Formel für die Geschwindigkeit bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung aus jener für eine gleichförmig beschleunigte durch bloße Aenderung des Zeichens der Größe G abgeleitet werden kann, so muß für den bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung beschriebenen Weg die Formel

$$S = CT - \tfrac{1}{2}GT^2$$

gelten.

122. **Nähere Betrachtung der gleichförmig beschleunigten Bewegung.** Es werde das Bewegliche aus der Ruhe in eine gleichförmig beschleunigte Bewegung versetzt, und die Zeit von dem Augenblicke des Beginnens dieser Bewegung an gezählt. In diesem Falle ist der Werth der in den Formeln für die am Ende der Zeit T erlangte Geschwindigkeit V und für den während dieser Zeit zurückgelegten Weg S vorkommenden Anfangsgeschwindigkeit $C = 0$ zu setzen.

Man hat sonach 1) $V = GT$ und 2) $S = \frac{1}{2}GT^2$. Hier erscheinen die Größen V und S durch T ausgedrückt; man kann aber auch S und T durch V, desgleichen V und T durch S darstellen. Die obigen Gleichungen geben nämlich 3) $T = \frac{V}{G}$ und 4) $T = \sqrt{\frac{2S}{G}}$. Substituirt man 4) in 1) und 3) in 2), so folgt 5) $V = \sqrt{2GS}$ und 6) $S = \frac{V^2}{2G}$, wodurch das Verlangte geleistet ist. Substituirt man endlich in 2) statt GT die gleichgeltende Größe V, so zeigt sich 7) $S = \frac{1}{2}VT$. Dieß letztere Resultat lehrt, daß der bei solcher Bewegung beschriebene Weg die Hälfte desjenigen ist, welchen das Bewegliche mit der erlangten Endgeschwindigkeit binnen einer gleichen Zeit zurücklegen würde. Die Formel 2) zeigt ferner, daß die binnen verschiedener Zeiten vom Anfange der Bewegung an beschriebenen Wege sich wie die Quadrate dieser Zeiten verhalten. Durchlauft also das Bewegliche während der Zeit t den Weg s, so sind 4 s, 9 s, 16 s, 25 s, 36 s u. s. w. die den Zeiten 2 t, 3 t, 4 t, 5 t, 6 t, ꝛc. vom Anfange der Bewegung gerechnet, entsprechenden Wege; während der einzelnen auf einander folgenden Zeittheile t werden demnach die Wege s, 3 s, 5 s, 7 s, 9 s, 11 s ꝛc. zurückgelegt, welche wie die in natürlicher Folge stehenden ungeraden Zahlen zunehmen.

Ist die Anfangsgeschwindigkeit C von Null verschieden, so kann man die gleichförmig beschleunigte Bewegung, wie die allgemeinen Formeln für V und S zeigen, als die Zusammensetzung zweier Bewegungen betrachten, einer gleichförmigen, welcher die Geschwindigkeit C entspricht, und einer von der Ruhe aus vor sich gehenden gleichförmig beschleunigten.

123. **Nähere Betrachtung der gleichförmig verzögerten Bewegung.** Bei einer gleichförmig verzögerten Bewegung nimmt, der auf den Begriff dieser Bewegung gegründeten Formel $V = C - GT$ zufolge, die Geschwindigkeit so lange ab, bis sie auf Null herabgebracht ist. Da aus $C - GT = 0$, $T = \frac{C}{G}$ folgt, so geschieht dieß nach Verlauf einer Zeit, welche dem Quotienten der durch die Retardation G getheilten Anfangsgeschwindigkeit C gleich kommt, und der dabei beschriebene Weg ist $= CT - \frac{1}{2}GT^2 = \frac{C^2}{G} - \frac{C^2}{2G} = \frac{C^2}{2G}$. Man sieht hieraus, wenn man diese Resultate mit den Formeln 3) und 6) in 122 vergleicht, daß das Bewegliche so weit kommt, als es hätte gehen müssen, um mit der Acceleration G von der Ruhe aus die Geschwindigkeit C zu erlangen.

Dehnt man den Gebrauch der Formeln $V = C - GT$ und $S = CT - \frac{1}{2}GT^2$ auf Werthe von T aus, welche größer sind als $\frac{C}{G}$, zu welchem Ende man $T = \frac{C}{G} + T'$ setzen kann, wobei T' positiv gedacht wird, so er-

gibt sich $V = -GT'$ und $S = C\left(\frac{C}{G} + T'\right) - \frac{1}{2}G\left(\frac{C}{G} + T'\right)^2$ $= \frac{C^2}{2G} - \frac{1}{2}GT'^2$. Soll also die Bewegung nach demselben Gesetze noch weiter fortgesetzt werden, so erscheint V negativ, was auf eine entgegengesetzte Richtung der Bewegung hindeutet, und zugleich nimmt S ab, bis $T' = \frac{C}{G}$ geworden ist, in welchem Falle S verschwindet. Hieraus erhellet, daß unter S nicht die absolute Länge des vom Beweglichen beschriebenen Weges, sondern sein Abstand vom ursprünglichen Ausgangspuncte zu verstehen sey. Für noch größere Werthe von T', also wenn $T' = \frac{C}{G} + T''$ wird, zeigt sich $V = -C - GT''$ und $S = \frac{C^2}{2G} - \frac{1}{2}G\left(\frac{C}{G} + T''\right)^2 = -CT'' - \frac{1}{2}GT''^2$. Die Bewegung geht demnach von dem Augenblicke an, in welchem das Bewegliche die entgegengesetzte Richtung annimmt, in eine gleichförmig beschleunigte über.

124. Eintheilung und Maß der continuirlichen Kräfte. Eine continuirliche Kraft wirkt entweder stets mit derselben Intensität auf das Bewegliche, oder die Intensität der Kraft ändert sich während der Bewegung. Im ersten Falle heißt die continuirliche Kraft eine *beständige*, im zweiten eine *veränderliche*.

Die Wirkung einer continuirlichen Kraft besteht darin, während einer gewissen Zeit eine gewisse Geschwindigkeit zu erzeugen, welche das Bewegliche in Folge seiner Trägheit aufnimmt und beizubehalten sucht. Ist die Kraft eine *beständige*, so erzeugt sie während gleicher Zeiten stets einerlei Geschwindigkeit, und die Geschwindigkeit, welche das Bewegliche bereits besitzt, wird um eine der Zeit proportionale Größe geändert; eine solche Kraft bringt daher für sich allein eine gleichförmig beschleunigte, oder eine gleichförmig verzögerte Bewegung hervor, je nachdem sie in dem Sinne der dem Beweglichen bereits eigenen Geschwindigkeit, oder dieser gerade entgegen wirkt. Es ist leicht einzusehen, daß die obigen Formeln beide Arten der Wirkung in ihrem ganzen Verlaufe auf das Genaueste darstellen. Nicht minder klar ist es, daß die von einer beständigen continuirlichen Kraft binnen einer bestimmten Zeit, z. B. binnen der Zeiteinheit, erzeugte Geschwindigkeit mit der Intensität der Kraft in geradem, und mit der Masse des Beweglichen in verkehrtem Verhältnisse stehen müsse, denn es lassen sich hier alle in 119 angestellten Betrachtungen wiederholen. Wählt man nun diejenige Kraft dieser Art zur Einheit, welche der Einheit der Massen während der Zeiteinheit die Einheit der Geschwindigkeiten ertheilt, so ergibt sich, wenn P die Intensität einer beständigen continuirlichen Kraft, M die Masse des Beweglichen, und G die diesem beigebrachte Acceleration bedeutet, die Gleichung $P = MG$. Stellt γ die Aenderung vor, welche die Geschwindigkeit des Beweglichen in Folge der Action der Kraft während der Zeit τ erfährt, so ist $\gamma = G\tau$, mithin

$G = \frac{\gamma}{\tau}$. Hierdurch verwandelt sich die so eben gefundene Formel in $P = \frac{M\gamma}{\tau}$.

Die Intensität einer veränderlichen continuirlichen Kraft wird in jedem Augenblicke durch die Geschwindigkeit repräsentirt, welche sie einer bestimmten Masse während einer bestimmten Zeit ertheilen würde, wenn sie mit der Stärke, die sie in dem genannten Augenblicke besitzt, während der ganzen Zeit unverändert fortwirkte. Da man eine veränderliche continuirliche Kraft doch während einer unendlich kleinen Zeit als constant betrachten darf, so kann man die Intensität einer solchen Kraft gleichfalls durch die Formel $\frac{M\gamma}{\tau}$ ausdrücken, wofern nur τ einen unendlich kleinen, an den Augenblick, in welchem man die Kraft ins Auge faßt, unmittelbar sich anschließenden Zeittheil, und γ die während desselben bewirkte Aenderung der Geschwindigkeit bedeutet.

Diese Betrachtungen lassen zugleich erkennen, daß eine momentane Kraft mit einer continuirlichen nicht numerisch verglichen werden kann. Jede momentane Kraft erscheint nämlich, da sie während einer unendlich kleinen Zeit dieselbe Geschwindigkeit erzeugt, die eine continuirliche Kraft während einer angebbaren Zeit hervorbringt, gegen letztere unendlich groß.

125. Die einfachste Art schwingender Bewegung, als Beispiel der Wirkung einer veränderlichen continuirlichen Kraft. Es sey ein frei beweglicher materieller Punct dergestalt an einen gewissen Ort A (Fig. 22) gebunden, daß er, sobald er sich in irgend einem Abstande AH von diesem Orte befindet, mit einer genanntem Abstande proportionalen Kraft gegen A hingetrieben wird, wie dieß bei den Theilchen eines elastischen Körpers und in andern später zu erwähnenden Fällen wirklich vorkommt. Es werde dem Beweglichen in seiner Ruhelage A nach der Richtung AB eine bestimmte Geschwindigkeit ertheilt, und dasselbe hierauf sich selbst überlassen, so muß es offenbar mit ungleichförmig verzögerter Bewegung bis zu einem gewissen Puncte B, nämlich so weit fortgehen, bis seine Geschwindigkeit durch die immer mehr anwachsende Gegenkraft gänzlich aufgehoben ist. Von B wird es sich hierauf ungleichförmig beschleunigt gegen A zurückbewegen, an welchem Orte es, da seine Bewegung von B nach A gerade auf dieselbe Weise beschleunigt wird, wie sie bei dem Hingange von A gegen B verzögert wurde, die vorige Geschwindigkeit, jedoch nach der Richtung AB', besitzt. Dem gemäß geht das Bewegliche nunmehr bis B', so daß AB' = AB ist, kehrt wieder nach A zurück, und bewegt sich, wenn keine Hindernisse ins Spiel treten, auf dieselbe Weise ohne Ende hin und her. Eine solche hin und hergehende Bewegung heißt schwingende Bewegung oder Schwingung (Oscillation); die größte Entfernung des Beweglichen von dem Orte A (in welchem die bewegende Kraft = 0 ist), nämlich AB oder AB', wird die Schwin-

gungsweite (Amplitude), und die Geschwindigkeit, welche das Bewegliche in A zeigt (die größte Geschwindigkeit, die es während seiner Bewegung haben kann), wird Schwingungsintensität genannt. Der Bewegungszustand, in welchem sich das schwingende Theilchen an irgend einer Stelle H seiner Bahn befindet, heißt die dieser Stelle entsprechende Phase der Schwingung; jede einzelne Phase wird durch die Größe und Lage des Abstandes AH (Elongation) des Beweglichen vom Ruhepuncte A und durch die Größe und Richtung seiner Geschwindigkeit bestimmt. Die Zeit, welche verfließt, während das Bewegliche nach einander in allen möglichen verschiedenen Phasen seiner Schwingung erscheint, ist offenbar eine und dieselbe, man mag diese Zeit von was immer für einer Phase zählen, sie heißt die Schwingungsdauer; die Zeit, welche bis zum Eintreten einer bestimmten Phase verfließt, heißt Phasenzeit. Phasen, welche von einander um eine halbe Schwingung abstehen, werden entgegengesetzte genannt; in solchen erscheint das Bewegliche in gleichen Abständen von der Ruhelage, auf entgegengesetzten Seiten derselben, und hat gleiche und entgegengesetzte Geschwindigkeiten, wie sich aus unmittelbarer Erwägung der Erklärung der in Rede stehenden Bewegungsart leicht einsehen läßt. Der Zusammenhang zwischen Elongation oder Geschwindigkeit und Phasenzeit, wie auch die Schwingungsdauer, kann jedoch nur durch eine tiefer eingehende Betrachtung des Gegenstandes dargelegt werden, welche nun vorgenommen werden soll

Es sey t die Zeit, in welcher das Bewegliche den Weg $AH = s$ durchlauft, und es habe in M die Geschwindigkeit v. Während einer unendlich kleinen Zeit τ lege das Bewegliche den Weg $Hh = \sigma$ zurück, und seine Geschwindigkeit in h sey $= v - \gamma$, also γ der Verlust an Geschwindigkeit, den es durch die Gegenwirkung der selbes gegen A zurücktreibenden Kraft während der Zeit τ erlitten hat. Denkt man sich die Zeit τ sehr klein, aber doch von bestimmter Größe, so ist die mittlere Geschwindigkeit, mit welcher der Weg Hh beschrieben wird, nämlich $\frac{\sigma}{\tau}$, offenbar kleiner als v und größer als $v - \gamma$; betrachtet man jedoch τ als eine ins Unendliche abnehmende Größe, wodurch auch γ ins Unendliche verkleinert wird, so darf man, weil γ im Vergleiche mit v verschwindet, der Genauigkeit der Rechnung unbeschadet, $\frac{\sigma}{\tau} = v$ setzen, mithin auch $\sigma = v\tau$. Bezeichnen wir die Masse des Beweglichen durch m, so ist, nach 124, $\frac{m\gamma}{\tau}$ der Ausdruck der Kraft, welche auf das Bewegliche im Puncte H seiner Bahn einwirkt. Aber diese Kraft ist nach der Voraussetzung dem Abstande $AH = s$ proportional; man kann sie daher auch $= kms$ setzen, wobei k einen unveränderlichen Coefficienten vorstellt. Demnach hat man die Gleichung $kms = \frac{m\gamma}{\tau}$, oder $s\tau = \frac{\gamma}{k}$, und wenn man dieselbe gliedweise mit $\sigma = v\tau$ mul-

tiplicirt, ergibt sich $s\sigma = \frac{v\gamma}{k}$, woraus sich die Proportion

$$\sigma : \frac{\gamma}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : s$$

bilden läßt. Dieß vorausgesetzt errichte man in H und h die HN und hn senkrecht auf AB, und nehme $HN = \frac{v}{\sqrt{k}}$, $hn = \frac{v-\gamma}{\sqrt{k}}$; man ziehe ferner nu parallel zu AB, und verbinde N mit A und n. Weil $nu = Hh = \sigma$ und $Nu = HN - hn = \frac{\gamma}{\sqrt{k}}$ erscheint, so ist obiger Proportion zu Folge, $nu : Nu = HN : AH$; mithin sind die rechtwinkligen Dreiecke Nun, ANH ähnlich und daher die Winkel unN, ANH einander gleich Aber uNn und unN machen zusammen einen rechten Winkel aus, folglich ist auch ANH + uNn d. h. ANn, ein rechter Winkel. Errichtet man in jedem Puncte der Bahn AB des Beweglichen eine Senkrechte, deren Länge dem Quotienten gleich ist, welcher entsteht, wenn man die in diesem Puncte herrschende Geschwindigkeit durch $\sqrt{k}$ dividirt, und verbindet man alle Endpuncte gedachter Senkrechten mit einander, so entsteht eine eigene krumme Linie, welche durch die Puncte B, n, N geht. Die Verlängerung der unendlich kleinen Linie Nn kann als eine Tangente dieser krummen Linie angesehen werden; aus der so eben angestellten geometrischen Betrachtung geht also hervor, daß die aus dem Puncte A zu den Puncten gedachter krummen Linie geführte Geraden auf den diesen Puncten zugehörenden Tangenten senkrecht stehen, woraus sogleich folgt, daß diese krumme Linie ein Kreis ist, welcher A zum Mittelpunete und die Amplitude AB zum Halbmesser hat. Die Aehnlichkeit der Dreiecke Nun, AHN gibt ferner $Nn : nu = AN : HN$; also wenn man $AB = AN = a$ setzt, $Nn = \frac{AN \cdot nu}{HN} = \frac{a\sigma\sqrt{k}}{v} = a\tau\sqrt{k}$.

Theilt man die Zeit t, während welcher das Bewegliche von A nach H kommt, in unendlich kleine Theile, so wird der Bogen CN durch die Senkrechten auf AB, welche den Endpuncten der in den einzelnen Zeittheilchen beschriebenen Wegstückchen entsprechen, in unendlich viele Theile zerlegt, deren jeder dem Producte des zugehörenden Zeittheilchens mit dem Factor $a\sqrt{k}$ gleich ist. Die Summe sämmtlicher Theile des Bogens CN muß daher dem Producte der Summe sämmtlicher Zeittheilchen mit $a\sqrt{k}$ gleich kommen, d. h. es muß $CN = at\sqrt{k}$ seyn. Bezeichnet man den Winkel CAN mit ψ, und sieht man die Länge des aus dem Scheitel eines Winkels mit dem Halbmesser 1 zwischen den Schenkeln beschriebenen Kreisbogens als das Maß des Winkels an, so ist $CN : \psi = AC : 1$, mithin

$$\psi = \frac{CN}{AC} = \frac{at\sqrt{k}}{a} = t\sqrt{k};$$

ferner ist $AH : AN = \sin\psi : 1$ und $HN : AN = \cos\psi : 1$, d. h. $AH = AN \sin\psi$ und $HN = AN \cos\psi$, oder $s = a \sin\psi$ und $\frac{v}{\sqrt{k}} = a \cos\psi$, woraus man endlich

$$s = a\,sin(t\sqrt{k}) \quad \text{und} \quad v = a\sqrt{k}\,cos(t\sqrt{k})$$

erhält, welche Formeln das Gesetz der hier betrachteten Bewegung vollständig vor Augen legen.

Da im Sinne der obigen Construction, wenn man die dem Beweglichen bei der Ankunft im Puncte A eigene Geschwindigkeit c nennt, $AC = \frac{c}{\sqrt{k}}$ ist, so hat man $\frac{c}{\sqrt{k}} = a$ oder $c = a\sqrt{k}$. Man kann daher auch

$$v = c\,cos(t\sqrt{k})$$

setzen. Ist eine ganze Schwingung vorüber, so hat der Bogen CN die Länge der ganzen Kreisperipherie, nämlich $2\pi a$ erreicht, wobei π das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser mißt; der Werth des Winkels ψ ist sonach in 2π übergegangen, mithin besteht, wenn man die Schwingungsdauer mit T bezeichnet, die Gleichung $2\pi = T\sqrt{k}$, woraus $T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}$ folgt.

126. **Krummlinige Bewegung.** Da ein in Bewegung befindlicher materieller Punct seiner Trägheit zu Folge stets geradlinig fortzugehen strebt, so kann man, sobald eine krummlinige Bewegung statt findet, auf das Vorhandenseyn einer das Bewegliche von dem geraden Gange ablenkenden Kraft, oder eines Hindernisses schließen, welches letztere einen Druck, welcher einer gewissen Kraft äquivalent ist, auszuhalten hat. Um sich in jedem Falle eine Vorstellung von der ablenkenden Kraft oder von jenem Drucke zu verschaffen, seyen AB, BC (Fig. 23) zwei an einander grenzende unendliche kleine, binnen gleicher Zeittheilchen beschriebene Stückchen der krummen Bahn eines materiellen Punctes, welche Stückchen man als gerade Linien betrachten darf, deren Richtungen unter dem Winkel ABC auf einander folgen. Hätte das Bewegliche seiner Trägheit völlig frei Folge leisten können, so wäre es von B nach der Verlängerung der AB fortgegangen, und hätte während des genannten Zeittheilchens den Weg BD = AB beschrieben. Man verbinde D mit C, und ziehe BE und CE parallel zu DC und DB, so ist BE die Richtung der Kraft, welche das Bewegliche in B von der Richtung AB abgelenkt hat, und die Intensität dieser Kraft ist so groß, daß das Bewegliche, wenn es derselben allein Folge leisten könnte, binnen eines solchen Zeittheilchens den Weg BE zurücklegen würde. Denkt man sich nämlich das Bewegliche in B von zwei Kräften beherrscht, deren Richtungen BD und BE sind, und welche einzeln betrachtet solche Geschwindigkeiten erzeugen, daß das Bewegliche diesen zu Folge binnen einerlei Zeit die Wege BD und BE durchlaufen würde, so verhalten sich genannte Kräfte wie BD : BE. Sie erzeugen demnach eine der Diagonale des Parallelogrammes BDCE entsprechende Resultirende, welcher gemäß das Bewegliche binnen des festgesetzten Zeittheilchens den Weg BC durchlauft. Es hat demnach die ablenkende Kraft wirklich die oben angegebene Richtung und Intensität.

127. **Bewegung auf vorgeschriebener Bahn in Folge bloßer Trägheit.** Es sey ein materieller Punct genöthiget stets auf

einer gegebenen krummen Linie zu bleiben, längs welcher er sich jedoch ohne irgend ein Hinderniß bewegen kann. Nachdem derselbe durch Einwirkung einer Kraft eine bestimmte Geschwindigkeit erhalten hat, werde er sich selbst überlassen. Wir wollen nun die Art der Bewegung, die er unter diesen Umständen zeigen muß, zu erkennen suchen.

Es sey AB (Fig. 24) ein unendlich kleines, als gerade Linie zu betrachtendes Stückchen der Bahn, welches binnen der Zeit τ durchlaufen werde; Bx sey die Richtung des nächstfolgenden Theilchens der Bahn, welches von der Verlängerung der AB um den Winkel DBx abweicht. Wäre das Bewegliche völlig frei, so würde es während des nächsten Zeittheilchens τ in der Richtung von AB von B nach D gekommen seyn, so daß $BD = AB$ ist. Zieht man DE senkrecht auf Bx und vollendet das Rechteck DEBF, welches BD zur Diagonale hat; denkt man sich ferner die in B dem Beweglichen inwohnende Bewegungsgröße, oder die dieser entsprechende Kraft, in zwei Componenten nach den Richtungen BE und BF zerlegt, so sind BE und BF die Wege, welche das Bewegliche diesen Componenten einzeln und allein folgend binnen der Zeit τ beschreiben würde. Die nach BF wirkende Componente wird durch den Widerstand der Bahn aufgehoben, wobei die Bahn einen entsprechenden Druck erleidet; die andere Componente bewirkt die Fortsetzung der Bewegung nach der Richtung Bx, und ihr zu Folge beschreibt das Bewegliche während der Zeit τ den Weg BE. Da $BE < BD$ ist, so entspringt daraus, sobald der Winkel DBx eine endliche Größe hat, nothwendig ein Verlust an Geschwindigkeit; wird aber jener Winkel unendlich klein, so nimmt dieser Verlust in einem unendlich rascheren Verhältnisse ab, und sein Einfluß auf die Bewegung verschwindet, d. h. die Bewegung wird mit der früher bestandenen Geschwindigkeit fortgesetzt. Um dieß nachzuweisen, errichten wir DH senkrecht auf BD, so ist $BD < BH$, mithin

$$BD - BE < BH - BE \quad \text{oder} \quad BD - BE < EH.$$

Aber wegen des rechten Winkels BDH ist $EH : DH = DH : BH$, folglich $EH = \frac{DH^2}{BH}$, und daher $EH < \frac{DH^2}{BD}$, folglich um so mehr $BD - BE < \frac{DH^2}{BD}$, und dem gemäß $\frac{BD - BE}{BD} < \left(\frac{DH}{BD}\right)^2$.

Ist nun, wie es die Annahme, daß der Winkel DBx unendlich klein sey, mit sich bringt, DH gegen BD unendlich klein, so ist $BD - BE$ gegen BD im quadrirten Verhältnisse unendlich klein, und es gibt selbst eine unendlichmalige Wiederholung von $BD - BE$ ein gegen BD nur unendlich kleines Resultat. Es muß daher, wenn von einer stetigen krummen Linie die Rede ist, um das richtige Resultat zu erhalten, $BE = BD$ gesetzt werden, und man gelangt somit zu dem Satze, daß die Bewegung eines materiellen Punctes, welcher bloß seiner Trägheit gemäß irgend einer vorgeschriebenen stetig gekrümmten Bahn folgt, jederzeit eine gleichförmige ist, und nur an Orten, wo die Bahn ein Eck bildet, also die Stetigkeit der Krümmung verletzt ist, ein Verlust an Geschwindigkeit entsteht. Gegen ein solches Eck stößt

das Bewegliche, während es an einer stetigen Krümmung bloß gleitet.

128. **Fliehkraft.** Der Druck, den das seiner Trägheit gemäß längs einer stetig krummen Bahn fortschreitende Bewegliche gegen die Bahn äußert, wird Fliehkraft genannt. Um die Größe dieser Kraft zu finden, seyen AB, BE (Fig. 25) die einander gleichen unendlich kleinen Stückchen der Bahn, welche das Bewegliche während zweier gleichen unmittelbar auf einander folgenden Zeittheilchen, deren jedes $= \tau$ ist, durchlauft. Verlängert man AB so, daß BD = AB wird, verbindet E mit D, und zieht BF der ED parallel und gleich, so ist, nach dem Vorhergehenden, BF die Richtung der Fliehkraft und zugleich die Größe des Weges, welchen das Bewegliche, wenn es dieser Kraft allein Folge leistete, während des Zeittheilchens τ zurücklegen würde. Bezeichnet man die Masse des Beweglichen mit m, die Fliehkraft mit f, so ist, nach 124, weil $\frac{BF}{\tau}$ die während der Zeit τ dem Beweglichen durch die Fliehkraft beigebrachte Geschwindigkeit vorstellt,

$$f = \frac{m \,.\, BF}{\tau^2}.$$

Es sey O der Mittelpunct des durch die Puncte A, B, E geführten Kreises, und der Halbmesser desselben $= r$, also $OA = OB = OE = r$. Wegen AB = BE sind die gleichschenkligen Dreiecke AOB, BOE congruent, mithin die Winkel OAB, OBA, OBE, OEB sämmtlich einander gleich. Nun ist sowohl die Summe der drei Winkel OBA, OBE, EBD, wie auch die Summe der drei Winkel OBE, OEB, BOE zwei Rechten gleich. Nimmt man beiderseits die erwähnten gleichen Winkel weg, so zeigt sich der Winkel EBD dem Winkel BOE gleich. Da nun auch das Dreieck DBE gleichschenklig ist, so sind die Dreiecke OBE, DBE ähnlich; demnach ist wegen der Gleichheit der Winkel OBE, BED die ED zur OB parallel, mithin BF die Verlängerung von OB; ferner besteht die Proportion

$$ED : BE = BE : OB,$$

woraus

$$ED = \frac{BE^2}{OB}$$

folgt. Wegen BF = ED hat man somit

$$f = \frac{m \,.\, BE^2}{r\,\tau^2}.$$

Aber $\frac{BE}{\tau}$ ist die Geschwindigkeit, mit welcher das Bewegliche seiner Bahn folgt; bezeichnet man diese Geschwindigkeit mit v, so hat man für die Fliehkraft die Formel

$$f = \frac{m\,v^2}{r}.$$

Da dem erwähnten Kreise und der krummen Bahn drei einander unendlich nahe liegende Puncte gemeinschaftlich angehören, so kommt dieser Kreis der krummen Linie am Puncte B näher, als irgend ein anderer die krumme Linie in demselben Puncte berührender Kreis;

er kann daher zur Beurtheilung der Größe der Krümmung der Bahn am Puncte B dienen, und heißt demnach der dem genannten Puncte der krummen Linie entsprechende Krümmungskreis.

In dem besonderen Falle, wenn das lediglich seiner Trägheit gehorchende Bewegliche sich in einer kreisförmigen Bahn, deren Halbmesser r ist, bewegt, und während der Zeit T einen Umlauf vollbringt, ist seine Geschwindigkeit $v = \frac{2\pi r}{T}$. Hiedurch erhält obige Formel die Gestalt $f = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$.

Wird ein an eine vorgeschriebene Bahn gebundener materieller Punct von einer Kraft getrieben, so kommt zur Wirkung der aus der Trägheit entspringenden Fliehkraft noch diejenige hinzu, welche von der gegen die Bahn normalen Componente dieser Kraft herrührt.

129. **Centralbewegung.** Ein völlig freier in A (Fig. 26) befindlicher materieller Punct werde durch eine momentane Kraft nach der Richtung Ax getrieben, oder was dasselbe ist, er sey bereits in einer solchen Bewegung, daß er sich selbst überlassen vermöge seiner Trägheit nach der Richtung Ax fortschreiten würde. Zugleich wirke eine continuirliche Kraft auf ihn, deren Richtung stets gegen einen außerhalb der Geraden Ax liegenden fixen Punct O hinzielt. Es entsteht dadurch eine krummlinige Bewegung, welche man Centralbewegung nennt; der fixe Punct heißt Mittelpunct der continuirlichen Kraft oder Centralpunct, die das Bewegliche stets gegen diesen Punct hintreibende Kraft heißt Centripetal- oder kürzer Centralkraft; die in jedem Puncte der Bahn längs der Tangente sich äußernde Größe der Bewegung heißt Tangentialkraft; eine vom Centralpuncte zum Beweglichen gezogene gerade Linie führt den Namen Radiusvector. Es ist klar, daß die vom Beweglichen beschriebene Bahn in der Ebene liegen muß, worin sich die Gerade Ax und der Punct O befindet; man kann überdieß beweisen, daß »die vom »Radiusvector binnen gleichen Zeiten durchstrichenen Flächenräume »sämmtlich einerlei Größe haben,« oder was dasselbe heißt, daß »die »Flächenräume, welche der Radiusvector durchstreicht, sich verhalten »wie die entsprechenden Zeiten.«

Zu diesem Ende stelle man sich vor, die Centripetalkraft wirke stoßweise, jedoch mit äußerst rascher Wiederholung der Impulse, und zwischen je zwei unmittelbar auf einander folgenden unendlich schwachen Stößen verfließe das unendlich kleine Zeitintervall τ. Es sey AB der Weg, welchen das in A befindliche Bewegliche vermöge der Action einer momentanen Kraft oder, falls es schon in Bewegung begriffen ist, wegen seiner Trägheit, binnen der Zeit τ gleichförmig zurückzulegen strebt, und AC der Weg, den dasselbe in Folge des in A erhaltenen nach O hin gerichteten Stoßes während genannter Zeit gleichförmig zurücklegen würde, wenn es letzterem Impulse allein gehorchen könnte, wobei AC gegen AB sehr klein gedacht wird; so durchläuft es vermöge des gleichzeitigen Bestehens beider Einwirkungen während der

Zeit τ die Diagonale AD des Parallelogrammes ABDC. Vermöge seiner Trägheit würde das Bewegliche binnen des nächsten Zeittheilchens τ in der Verlängerung von AD um das Stück DE = AD weiter gehen; empfängt es nun in D einen Impuls gegen O hin, welcher allein es binnen der Zeit τ durch den Weg DF geführt hätte, so durchlauft es, statt DE oder DF, die Diagonale DG des Parallelogrammes DEGF. Man ziehe EO. Die Dreiecke AOD, DOE haben gleiche Flächen, denn ihre Grundlinien AD, DE sind gleich, und sie haben auch einerlei Höhe, weil O der Scheitel beider Dreiecke ist, und ihre Grundlinie eine und dieselbe gerade Linie bilden; ferner sind die Flächen der Dreiecke DOE, DOG gleich, denn sie stehen auf derselben Grundlinie DO und ihre Scheitel E, G liegen in einer zur Grundlinie parallelen Geraden: es haben also auch die vom Radiusvector während der unmittelbar auf einander folgenden gleichen Zeittheilchen τ durchstrichenen Dreiecke AOD, DOG gleiche Flächen. Dieß vorausgesetzt seyen AB, CD (Fig. 27) zwei binnen gleicher Zeiten beschriebene Stücke der Bahn; man denke sich den ganzen Weg ABCD in unendlich viele, während gleicher unendlich kleinen Zeittheile beschriebene Theile zerlegt, und die Endpuncte jedes solchen Theiles mit dem Centralpuncte O verbunden, so entstehen unendlich viele Dreiecke, deren je zwei benachbarte, in Folge des so eben geführten Beweises, und daher alle unter einander gleiche Flächen haben. Da nun die Sectoren AOB, COD gleich viele solcher gleichen Dreiecke enthalten, so sind ihre Flächen nothwendig gleich, wodurch obige Behauptung bewiesen ist.

Dieser Satz läßt sich auch umkehren: »Gibt es bezüglich der Bewegung »in einer ebenen krummen Linie einen auf der concaven Seite derselben »liegenden Punct, von der Eigenschaft, daß die von ihm zu dem Be»weglichen gehenden Radienvectoren während beliebiger gleichen Zeiten »gleiche Flächenräume durchstreichen, so zielt die das Bewegliche affi»cirende Kraft ohne Unterlaß gegen diesen Punct, die Bewegung ist »demnach eine Centralbewegung.« Denn werden von dem Beweglichen in zwei auf einander folgenden gleichen unendlich kleinen Zeittheilchen die Wege AD, DG (Fig. 26) beschrieben, und wird AD nach E verlängert, so daß DE = AD ist, ferner EG und von dem Puncte D nach der Gegend hin, welcher die concave Seite der krummen Linie zugekehrt ist, eine der EG parallele gerade Linie gezogen, so gibt diese die Richtung der das Bewegliche von dem Wege DE ablenkenden Kraft an. Sind nun nach der Voraussetzung die Dreiecke AOD, DOG gleich, so müssen, weil auch die Dreiecke AOD, DOE gleich sind, die Dreiecke DOE, DOG ebenfalls gleich seyn, woraus folgt, daß DO zu EG parallel ist, also die Richtung genannter ablenkenden Kraft in DO fällt. Da unter der gemachten Voraussetzung ein Gleiches auch bezüglich jeder andern Stellung des Beweglichen in seiner Bahn gezeigt werden kann, so zielt erwähnte Kraft ohne Unterlaß gegen O hin. Die Gleichheit der vom Radiusvector binnen gleicher Zeiten durchstrichenen Flächen bietet uns demnach ein charakteristisches Kennzeichen einer Centralbewegung dar.

Befände sich der Punct, von welchem die binnen gleicher Zeiten gleiche Flächenräume durchstreichenden Radienvectoren ausgehen, auf der convexen Seite der Bahn, so würde das Bewegliche, wie sich auf dieselbe Weise zeigen läßt, ohne Unterlaß von diesem Puncte weggetrieben.

130. Vergleichung der Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen der Bahn bei einer Centralbewegung. Es seyen v, v' die Geschwindigkeiten, welche ein in Centralbewegung befindlicher materieller Punct an den Stellen M, M' (Fig. 28) seiner Bahn besitzt; Mx, M'x' die zu diesen Puncten gehörenden Tangenten der Bahn; MN, M'N' während gleicher unendlich kleinen Zeiten beschriebene in diese Tangenten fallende Wege; so besteht die Proportion $v : v' = MN : M'N'$. Ist O der Centralpunct, so sind die Flächen der Dreiecke MON, M'ON' gleich. Fällt man aus O auf Mx, M'x' die Senkrechten OH, OH', so können die Flächen der genannten Dreiecke durch die Producte $\frac{1}{2}MN.OH$, $\frac{1}{2}M'N'.OH'$ ausgedrückt werden, und man hat sonach

$$MN \,.\, OH = M'N' \,.\, OH'$$

also

$$MN : M'N' = OH' : OH.$$

Diese Proportion mit der vorigen verglichen gibt

$$v : v' = OH' : OH.$$

Man kann daher folgenden Satz aussprechen: »Bei der Centralbewegung verhalten sich die Geschwindigkeiten des Beweglichen an verschiedenen Orten der Bahn verkehrt wie die aus dem Centralpuncte auf die entsprechenden Tangenten gefällten Senkrechten.«

Findet daher eine Centralbewegung in kreisförmiger Bahn statt, und ist der Mittelpunct des Kreises zugleich der Centralpunct, so ist, weil alle aus diesem Puncte auf die Tangenten der Bahn geführten Senkrechten Halbmesser des Kreises sind, die Geschwindigkeit überall dieselbe, also die Bewegung gleichförmig. Ist umgekehrt eine Centralbewegung gleichförmig, so sind die aus dem Centralpuncte auf die Tangenten der Bahn geführten Senkrechten sämmtlich gleich lang, mithin die Bahn ein Kreis und der Mittelpunct desselben zugleich der Centralpunct. Ist die Bahn elliptisch und der Centralpunct ein Brennpunct derselben, so ist die Geschwindigkeit an demjenigen Scheitelpuncte der Ellipse, welcher dem Centralpuncte am nächsten liegt, die größte, an dem andern Scheitelpuncte die kleinste, und sie nimmt bei der Bewegung von ersterem Scheitel zum letzteren stetig ab, bei dem Rückgange in der andern Hälfte der Bahn aber wieder zu.

131. Allgemeine Formel für die Centralkraft. Ist die Bahn, welche ein in Centralbewegung begriffener materieller Punct durchwandert, sammt der Position des Centralpunctes gegeben, so läßt sich die Größe der ihn an jedem Orte der Bahn afficirenden Centralkraft folgendermaßen ausfindig machen. Es sey O (Fig. 29) der Centralpunct, Ax die Richtung, welche das Bewegliche an dem Orte A der Bahn wegen seiner Trägheit einzuschlagen, AB der Weg, den es nach dieser Richtung binnen der unendlichkleinen Zeit τ zu beschreiben strebt: Ay die Richtung, welche es in Folge des Hinzutretens der Action der Centralkraft wirklich einschlägt; zieht man BD parallel zu AO, so ist AD der längs Ay binnen der Zeit τ zurückgelegte Weg, und AE = BD die dem in A von der Centralkraft empfangenen Impulse für sich allein betrachtet entsprechende Verschiebung des Beweglichen gegen den Punct O hin. Nennt man die Masse des Beweg-

lichen m und die Centralkraft F, so ist, nach den im Vorhergehenden angewendeten Principien, $F = \frac{m \cdot AE}{\tau^2}$. Die Geraden Ax, Ay stellen zwei unmittelbar auf einander folgende Tangenten der krummen Bahn vor; man ziehe OH, OK senkrecht auf selbe; ferner ziehe man DJ und AL so, daß AJ = AD, OL = OA wird. Wegen der unendlichen Kleinheit der Winkel xAy, AOD darf man die Winkel AJD, ALD als rechte ansehen, ferner die Winkel KAO, ADO einander gleich setzen. Sonach ergeben sich drei Paare ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke, nämlich BJD und AHO; ferner AJD und AKQ; endlich ALD und OKA, welche folgende Proportionen darbieten:

$$BD : DJ = AO : OH$$
$$DJ : AJ = KQ : AK$$
$$DL : AD = AK : AO.$$

Das Product dieser Proportionen ist:

$$BD \cdot DL : AJ \cdot AD = KQ : OH,$$

oder

$$AE \cdot DL : AD^2 = KQ : OH,$$

woraus

$$AE = \frac{AD^2 \cdot KQ}{OH \cdot DL}$$

folgt. Da es wegen der Kleinheit des Winkels HOK = HAK erlaubt ist, die Längen von OH, OQ einander gleichzusetzen, weil sie, wie sich leicht zeigen läßt, bloß um eine unendlichkleine Differenz höherer Ordnung von einander abweichen (vergl. 127.), so erscheint KQ als die Aenderung, welche die aus O auf eine Tangente Ax der Bahn gefällte Senkrechte OH erleidet, wenn diese Tangente eine nächstfolgende Lage annimmt, und DL ist die entsprechende Aenderung des Radiusvectors OA. Wir setzen OH = p, KQ = ψ, DL = ρ. Es sey h die Größe des Flächenraumes, welchen der Radiusvector während der Zeiteinheit durchstreicht, so ist $h\tau$ der während der Zeit τ durchlaufene Flächenraum; aber dieser ist die Fläche des Dreieckes AOD, also $= \frac{1}{2} AD \cdot OK$, daher haben wir $\frac{1}{2} AD \cdot OK = h\tau$, mithin $AD = \frac{2h\tau}{OK} = \frac{2h\tau}{p + \psi}$, wofür man, weil ψ gegen p unendlich klein ist, $AD = \frac{2h\tau}{p}$ setzen darf. Mit Hilfe dieses Ausdruckes und mit Rücksicht auf die Bedeutung von KQ, OH, DL erhält man $AE = \frac{4h^2\psi\tau^2}{p^3\rho}$, folglich

$$F = \frac{4mh^2\psi}{p^3\rho},$$

welche Formel die Größe der Centralkraft angibt.

132. **Centralkraft bei der elliptischen Bewegung.** Es sey die bei einer Centralbewegung beschriebene Bahn eine Ellipse, und der Centralpunct ein Brennpunct derselben, so läßt sich das Gesetz, nach welchem in diesem Falle die Centralkraft sich mit der Entfernung des Beweglichen vom Centralpuncte verändert, nach obiger Formel folgendermaßen finden.

Es sey (Fig. 30) AA′ die größere, BB′ die kleinere Axe der Ellipse, C ihr Mittelpunct; O, O′ seyen ihre beiden Brennpuncte und der erstere derselben sey zugleich der Centralpunct. Zieht man zu irgend einem Puncte M im Umfange der Ellipse die Vectoren OM, O′M, verlängert O′M nach N, so daß MN = MO wird, und halbirt die NO in H, so ist die durch M und H gezogene Gerade HMH′ die dem Puncte M zugehörende Tangente der Ellipse, und OH steht auf selber senkrecht. Man ziehe noch O′H′ auf die genannte Tangente senkrecht, verbinde H und H′ mit C, und verlängere die H′C bis sie der ebenfalls verlängerten HO in H″ begegnet.

Vermöge der Grundeigenschaft der Ellipse ist OM + O′M = AA′, folglich auch O′N = AA′, und CH = $\frac{1}{2}$O′N = $\frac{1}{2}$AA′ = CA = CA′. Auf ähnliche Weise kann gezeigt werden, daß CH′ = CA = CA′ ist. Wegen OC = O′C, wegen der Gleichheit der Winkel OCH″, O′CH′, dann wegen der durch den Parallelismus von HH″, OH′ bedingten Gleichheit der Winkel OH″C, O′H′C, sind die Dreiecke OCH″, O′CH′ congruent, folglich ist auch CH″ = CH′. Beschreibt man daher aus C mit dem Halbmesser CA einen Kreis, so geht derselbe durch die Puncte H, H′, A′, H″. Demzufolge ist OH . OH″ = OA . OA′. Aber es ist OA = CA — CO, OA′ = CA′ + CO = CA + CO, mithin OA . OA′ = (CA — CO) (CA + CO) = CA² — CO². Da ferner OB + O′B = AA′, mithin OB = $\frac{1}{2}$AA′ = CA ist, so zeigt sich CA² — CO² = OB² — CO² = CB². Demnach ist OH . OH″ oder wegen OH″ = O′H′, OH . O′H′ = CB².

Weil die Winkel OMH, NMH, ferner die Winkel NMH, O′MH′ gleich sind, so ist auch OMH = O′MH′, und die rechtwinkeligen Dreiecke OHM, O′H′M sind ähnlich. Es findet also die Proportion OH : O′H′ = OM : O′M statt. Diese gibt durch Multiplication der Glieder des ersten Verhältnisses mit OH, OH² : OH.O′H′ = OM : O′M, mithin hat man, mit Rücksicht auf den oben erhaltenen Werth des Productes OH . O′H′, die Proportion OH² : CB² = OM : O′M.

Dieß vorausgesetzt, sey CA = a, CB = b, OM = r, O′M = r′, also r + r′ = 2a, und OH = p. Die so eben erhaltene Proportion lautet in diesen Zeichen p² : b² = r : r′, und liefert die Gleichung b²r = p²r′, welcher man folgende Gestalt geben kann: $\frac{1}{p^2} = \frac{r'}{b^2 r}$.

Man denke sich jetzt den Punct M unendlich wenig auf dem Umfange der Ellipse fortgeschoben, so daß OM = r um das Stückchen ρ vergrößert, mithin, in Folge der Grundeigenschaft der Ellipse, O′M = r′ um eben so viel verkleinert wird, und bezeichne die entsprechende Zunahme von OH mit ψ, so besteht die Gleichung $\frac{1}{(p+\psi)^2} = \frac{r' - \rho}{b^2 (r + \rho)}$.

Wird diese von der vorhergehenden Gleichung abgezogen, so hat man

$$\frac{1}{p^2} - \frac{1}{(p+\psi)^2} = \frac{r'}{b^2 r} - \frac{r' - \rho}{b^2 (r + \rho)}.$$

Diese Gleichung gibt

$$\frac{(p+\psi)^2 - p^2}{p^2 (p+\psi)^2} = \frac{r'(r+\rho) - r(r'-\rho)}{b^2 r (r+\rho)},$$

oder nach gehöriger Entwickelung und Reduction,

$$\frac{2p\psi + \psi^2}{p^2(p^2 + 2p\psi + \psi^2)} = \frac{(r + r')\rho}{b^2 r(r + \rho)} = \frac{2a\rho}{b^2 r(r + \rho)}.$$

Wegen der unendlichen Kleinheit von ψ und ρ verschwindet ψ^2 gegen $2p\psi$, dann $2p\psi + \psi^2$ gegen p^2, eben so ρ gegen r; letztere Gleichung reducirt sich demnach auf

$$\frac{2p\psi}{p^4} = \frac{2a\rho}{b^2 r^2} \quad \text{d. i.} \quad \frac{\psi}{p^3\rho} = \frac{a}{b^2 r^2}.$$

Da nun die Größe der Centralkraft F, wenn m die Masse des Beweglichen und h die vom Radiusvector in der Zeiteinheit durchstrichene Fläche anzeigt, allgemein $= \frac{4mh^2\psi}{p^3\rho}$ ist, so hat man für die hier betrachtete elliptische Bewegung die Formel

$$F = \frac{4mh^2a}{b^2r^2}.$$

Man kann derselben auch noch eine andere Gestalt geben. Ist T die Umlaufszeit des Beweglichen in der Ellipse, so ist hT der während dieser Zeit vom Radiusvector beschriebene Flächenraum; aber dieser Raum ist die Fläche der Ellipse selbst, mithin, wie die Geometrie lehrt, $= \pi ab$; hiedurch wird $hT = \pi ab$, also $h = \frac{\pi ab}{T}$. Substituirt man diesen Werth für h in obige Formel, so findet man

$$F = \frac{4\pi^2 m a^3}{T^2 r^2}.$$

Ist F_1 der an einer andern Stelle derselben Ellipse stattfindende Werth der Centralkraft, und r_1 der zugehörige Radiusvector, so ist

$$F_1 = \frac{4\pi^2 m a^3}{T^2 r_1^2}$$

mithin $$F : F_1 = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r_1^2} \quad \text{d. h.}$$

»die Centralkräfte an verschiedenen Stellen derselben Ellipse, deren ein »Brennpunct als Centralpunct dient, verhalten sich verkehrt wie die »Quadrate der entsprechenden Vectoren.

Eine kreisförmige Bahn kann als specieller Fall einer Ellipse betrachtet werden, bei welcher beide Brennpuncte mit dem Mittelpuncte zusammenfallen und sämmtliche Vectoren einander gleich sind. Hiebei ist also $r = a$, mithin $F = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$, welches Resultat mit dem bereits früher gefundenen Ausdrucke der Fliehkraft im Kreise übereinstimmt. In der That muß die Centralkraft bei der Kreisbewegung die Fliehkraft aufheben, mithin dieser mit gleicher Intensität entgegen wirken.

Ist bei einer Centralbewegung in elliptischer Bahn nicht ein Brennpunct, sondern der Mittelpunct der Ellipse der Centralpunct, so findet man nach gehöriger Rechnung, wenn R den vom Mittelpuncte an die Ellipse geführten Radius bedeutet, $F = \frac{4\pi^2 m R}{T^2}$. In diesem Falle steht also die Centralkraft mit dem Radiusvector in geradem Verhältnisse. Zu erwähnter Rechnung lassen sich die Ergebnisse der obigen Reduction benützen, denn es ist die Senkrechte, welche vom Mittel-

puncte C der Ellipse zur Tangente HH' geht, $= \frac{1}{2}(OH + O'H')$ und zugleich hat man, einem bekannten geometrischen Lehrsatze gemäß, $2R^2 = OM^2 + O'M^2 - 2CO^2$. Man findet hiedurch, mit Beibehaltung aller obigen Bedeutungen der Buchstaben, die genannte Senkrechte $= \frac{ab}{\sqrt{rr'}}$, ihre Aenderung $= \frac{ab(r-r')\rho}{2rr'\sqrt{rr'}}$ und die Aenderung von R $= \frac{(r-r')\rho}{2R}$, woraus das angegebene Resultat leicht folgt.

Geht die Centralbewegung in einer paraboliſchen Bahn vor ſich, deren Brennpunct der Centralpunct iſt, ſo kann man dieſe als eine Ellipſe mit unendlich großer Axe betrachten. Da der halbe Parameter der Ellipſe durch $\frac{b^2}{a}$ ausgedrückt wird, welchen Quotienten wir mit q bezeichnen wollen, ſo haben wir nach der obigen Formel

$$F = \frac{4mh^2a}{b^2r^2} = \frac{4mh^2}{qr^2}.$$

Dieſe ſo umgeſtaltete Formel läßt ſich unmittelbar auf die Parabel anwenden. Durch directe Betrachtung der Parabel kommt man zu demſelben Reſultate. Man findet mit Hilfe der bekannten Eigenſchaften der Parabel leicht $2p^2 = qr$, alſo $\frac{1}{p^2} = \frac{2}{qr}$, woraus erwähntes Reſultat nach der oben gebrauchten Methode folgt. Es iſt alſo auch hier die Centralkraft dem Radiusvector verkehrt proportionirt. Dieſelbe Formel ſammt der durch ſie bedingten Folgerung gilt auch für die Centralbewegung in hyperboliſcher Bahn, wenn der Brennpunct als Centralpunct auftritt.

Man ſieht hieraus, daß wenn bei einer Centralbewegung die Centralkraft an verſchiedenen Orten der Bahn dem Quadrate des Radiusvectors verkehrt proportionirt iſt, nicht nothwendig eine Ellipſe beſchrieben werde, ſondern die Bahn auch eine Parabel, oder gar eine Hyperbel ſeyn kann. Um die Bedingung kennen zu lernen, unter welcher das Eine oder das Andere ſtatt findet, ſey v die Geſchwindigkeit in der Bahn, alſo $v\tau$ der während der unendlich kleinen Zeit τ vom Beweglichen beſchriebene Weg und $\frac{1}{2}pv\tau$ der vom Radius vector beſchriebene Flächenraum. Dieß gibt $h\tau = \frac{1}{2}pv\tau$, daher $h = \frac{1}{2}pv$. Für die Ellipſe iſt $F = \frac{4mh^2a}{b^2r^2}$, alſo $F = \frac{mp^2v^2a}{b^2r^2}$. Aber nach dem Obigen hat man $b^2r = p^2r'$, daher $F = \frac{mv^2a}{rr'}$. Wegen $r + r' = 2a$ iſt $r' < 2a$, mithin $rr' < 2ar$, und deßhalb nach vorhergehender Formel $F > \frac{mv^2}{2r}$. Für die Hyperbel gilt dieſelbe Rechnung, nur iſt da $r' - r = 2a$, mithin $rr' > 2ar$ und demnach $F < \frac{mv^2}{2r}$. Für die Parabel zeigt ſich $F = \frac{mp^2v^2}{qr^2}$; aber in dieſem Falle iſt $qr = 2p^2$, folglich $F = \frac{mv^2}{2r}$. Sollte die Bahn ein Kreis ſeyn, ſo müßte die Centralkraft die Größe $\frac{mv^2}{r}$ beſitzen, überdieß aber noch die Richtung der Bewegung mit dem Radius vector einen rechten Winkel bilden.

Setzen wir $\frac{mv^2}{r} = f$, so ergibt sich die Schlußfolge, daß die Bahn eines mit der Geschwindigkeit v im Abstande r vom Centralpuncte in Bewegung gesetzten materiellen Punctes, dessen Masse m ist, unter der Voraussetzung, daß die Centralkraft dem Quadrate dieses Abstandes stets verkehrt proportional sey, eine Ellipse, Parabel, oder Hyperbel seyn wird, je nachdem $F > \frac{1}{2}f$, $F = \frac{1}{2}f$ oder $F < \frac{1}{2}f$ erscheint.

133. **Zusammensetzung der Bewegungen.** Obgleich ein beweglicher Punct sich nicht zu gleicher Zeit nach verschiedenen Richtungen bewegen kann, so lassen sich doch verschiedene Bewegungsweisen gleichzeitig auf ihn übertragen, woraus eine Zusammensetzung gedachter Bewegungen entspringt, welche hier näher betrachtet werden soll.

Es bewege sich ein Punct längs der geraden Linie Ax (Fig. 31), und lege während einer bestimmten Zeit t den Weg AB zurück. Während dieß geschieht, werde diese Gerade, ihrer ursprünglichen Lage parallel dergestalt fortgeschoben, daß der Punct A nach der Richtung Ay bis C kommt. In demselben Augenblicke, in welchem das Bewegliche sich in B befunden hätte, wenn die Bahn, an die wir dasselbe gebunden denken, im Raume unverrückt geblieben wäre, wird nun A nach C, und AB in die Lage CD gekommen seyn, mithin das Bewegliche sich in D befinden. Dasselbe wird also während der Zeit t, welche zur Verrichtung seiner Bewegung in der Geraden Ax, und zur Verschiebung dieser Geraden selbst, nöthig ist, auf der Ebene, in welcher die Gerade Ax fortrückt, eine Bahn ADz beschreiben, deren Gestalt von dem Gesetze abhängt, nach welchem das Bewegliche in der Geraden Ax und der Punct A in der Geraden Ay fortschreitet, und zwar wird das Bewegliche während der genannten Zeit t das Stück AD dieser Bahn zurücklegen. Der Erfolg wird offenbar derselbe bleiben, wenn man unter Beibehaltung der früher in Wirksamkeit gewesenen Bewegungsgesetze, das Bewegliche der Geraden Ay folgen läßt, während diese Gerade, ihrer ursprünglichen Lage stets parallel bleibend, so verschoben wird, daß der Punct A die Gerade Ax durchlauft.

Hier ist offenbar das Bewegliche zweien verschiedenen Bewegungen, der einen nach der Richtung Ax, der andern nach der Richtung Ay, gleichzeitig unterworfen, und man sagt daher ganz richtig, seine Bewegung sey aus den Bewegungen nach Ax und Ay zusammengesetzt. Die erwähnten Bewegungen heißen die componirenden Bewegungen und die aus denselben hervorgehende die resultirende Bewegung.

Es ist bei dieser Darstellung gar nicht nöthig die componirenden Bewegungen sich als geradlinige zu denken; sie können auch in krummen Linien vor sich gehen. Nennt man überhaupt die Gerade, welche zwei Orte mit einander verbindet, worin das Bewegliche allmälig erscheint, die der vor sich gegangenen Bewegung entsprechende Verschiebung, so kann man folgenden Satz aussprechen: »die Verschiebung eines bewegten Punctes, in Folge zweier auf ihn übertragenen

»Bewegungen, entspricht stets der Diagonale des Parallelogrammes »der gleichzeitigen durch die componirenden Bewegungen bedingten Ver»schiebungen.« Es wird hiedurch nicht gesagt, daß das Bewegliche diese Diagonale durchlaufe, sondern nur daß es sich am Ende der gedachten Zeit in dem Endpuncte dieser Diagonale befinde.

134. **Bedingung, unter welcher aus geradlinigen componirenden Bewegungen eine geradlinige resultirende entsteht.** »Wenn bei zwei zusammenzusetzenden geradlinigen Bewegungen »die Wege, welche während beliebiger vom Anfange der Bewegung an »gezählten Zeiten bei der einen beschrieben werden, sich unter einander »verhalten, wie die während derselben Zeiten beschriebenen Wege bei »der andern Bewegung, so ist die resultirende Bewegung eine geradli»nige, und die bei derselben zurückgelegten Wege verhalten sich eben»falls wie die binnen derselben Zeiten durchlaufenen Wege der Compo»nenten.« Beweis. Es seyen AB, AB′ (Fig. 32) die Wege, welche das Bewegliche nach der Richtung Ax, und AC, AC′ die Wege, welche es nach der Richtung Ay binnen der vom Anfange der Bewegung an gezählten Zeiten t, t′ durchlaufen würde, wenn es der einen oder der andern dieser Bewegungsweisen allein folgen könnte; so befindet sich das Bewegliche am Ende der Zeiten t, t′, zu Folge der aus diesen zwei Bewegungen resultirenden Bewegung, in den Endpuncten D, D′ der Diagonalen AD, AD′ der mit den Seiten AB, AC und AB′, AC′ construirten Parallelogramme ABDC, AB′D′C′. Ist nun, wie es hier vorausgesetzt wird, AB : AB′ = AC : AC′, so ist auch, wegen AC = BD und AC′ = B′D′, AB : AB′ = BD : B′D′; da nun überdieß die Winkel ABD, AB′D′ gleich sind, so sind die Dreiecke ABD, AB′D′ ähnlich, mithin auch die Winkel BAD, B′AD′ gleich. Die Puncte A, D, D′ liegen also in einer und derselben geraden Linie. Da dasselbe von jeder Lage des Punctes D′ gegen D gilt, so befindet sich das Bewegliche ohne Unterlaß in der Geraden ADz, d. h. diese Gerade ist seine Bahn. Aus der Aehnlichkeit der genannten Dreiecke folgt noch AD : AD′ = AB : AB′ = AC : AC′; es stehen daher die der resultirenden Bewegung entsprechenden Wege, von ihrem gemeinschaftlichen Ausgangspuncte gemessen, in demselben Verhältnisse, wie die correspondirenden Wege bei den componirenden Bewegungen. Umgekehrt ist es klar, daß wenn man eine geradlinige Bewegung in andere geradlinige Bewegungen zerlegt, die erwähnte Proportionalität der Wege jederzeit obwaltet; sie ist also die nothwendige und ausschließende Bedingung des Resultirens einer geradlinigen Bewegung aus geradlinigen Componenten.

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn die Gesetze der Componenten durch Formeln von der Gestalt $s = aU$, $S = AU$ ausgedrückt werden, wobei a, A Coefficienten vorstellen, welche die Zeit nicht in sich enthalten, U aber ein und derselbe aus der Zeit t gebildete Ausdruck ist. Denn verwandeln sich s und S für einen andern Werth der Zeit in s′ und S′, und geht U für diesen Werth in U′ über, so hat man auch $s' = aU'$, $S' = AU'$, mithin $s : s' = S : S'$. Daher geben

zwei gleichförmige geradlinige Bewegungen, welche durch die Formeln $s = ct$, $S = Ct$ dargestellt werden, eine geradlinige Resultirende; ein Gleiches gilt von zwei von der Ruhe an beginnenden, gleichförmig beschleunigten Bewegungen, deren Formeln $s = \frac{1}{2}gt^2$, $S = \frac{1}{2}Gt^2$ sind; oder von zwei schwingenden Bewegungen mit übereinstimmenden Phasenzeiten, denen die Formeln $s = a\,sin(t\sqrt{k})$, $S = A\,sin(t\sqrt{k})$ entsprechen, u. dgl.

Da die Zusammensetzung gleichförmiger oder gleichförmig beschleunigter von der Ruhe an beginnenden Bewegungen genau nach derselben Regel vollzogen wird, wie die Zusammensetzung der Kräfte, welche diese Bewegungen hervorbringen, so sieht man, daß die Bewegung, welche einem materiellen Puncte durch die gleichzeitige Einwirkung zweier Kräfte zu Theil wird, die Resultirende jener Bewegungen ist, welche diese Kräfte für sich allein hervorgebracht hätten. Läßt man letzteren Satz als ein für sich evidentes Princip gelten, so kann man auf die Zusammensetzung der Bewegungen eine höchst einfache Demonstration des Satzes vom Kräftenparallelogramm gründen.

135. Beispiele krummliniger Bewegungen durch Zusammensetzung geradliniger. 1) Es sey eine nach der Richtung Ay (Fig. 31) vor sich gehende gleichförmige Bewegung mit einer nach der Richtung Ax erfolgenden gleichförmig beschleunigten zusammenzusetzen. Nennen wir die Geschwindigkeit bei ersterer C, und setzen wir den binnen der Zeit t zurückzulegenden Weg $AC = y$, so ist $y = Ct$. Nehmen wir ferner der Einfachheit willen an, die gleichförmig beschleunigte Bewegung beginne von der Ruhe an, ihre Acceleration sey $= G$ und der der Zeit t entsprechende Weg $AB = x$, so ist $x = \frac{1}{2}Gt^2$. Die erste Gleichung gibt $t = \frac{y}{C}$; wird diese Größe in der zweiten Gleichung substituirt, so erhält man $x = \frac{Gy^2}{2C^2}$ und hieraus $y^2 = \frac{2C^2}{G}x$. Dieß ist, wenn man $AB = x$ als Abscisse, $BD = AC = y$ als Ordinate der Bahn AD des Beweglichen betrachtet, die Gleichung einer Parabel; mithin wird bei der Zusammensetzung genannter Bewegungen eine Parabel beschrieben. Die Axe dieser Parabel liegt der Ax parallel; ist der Winkel xAy der Richtungen beider Bewegungen ein rechter, so ist Ax selbst die Axe der Parabel. Man gelangt, wie auf ähnliche Weise gezeigt werden kann, zu derselben Bahn des Beweglichen, wenn die gleichförmig beschleunigte Bewegung bereits mit einer gewissen Geschwindigkeit beginnt, oder wenn man zwei geradlinige, wie immer beschaffene gleichförmig geänderte (beschleunigte oder verzögerte) Bewegungen zusammensetzt.

2) Es seyen die nach verschiedenen Richtungen Ax, Ay vor sich gehenden zusammenzusetzenden Bewegungen schwingende, mit gleicher Schwingungsdauer, aber mit verschiedenen Amplituden a und b, und es seyen auch die Phasen, welche einem und demselben Zeitpuncte entsprechen, verschieden, so hat man, wenn t die Phasenzeit der einen, $t + \delta$ die der andern vorstellt, bei obiger Bedeutung von x und y,

die Gleichungen $x = a \sin(t\sqrt{k})$, $y = b \sin[(t+\delta)\sqrt{k}]$. Hier muß die Größe k für beide Bewegungen einerlei Werth haben, weil die Schwingungsdauer von ihr abhängt. Man findet durch Entwickelung des obigen Ausdruckes

$$y = b[\sin(t\sqrt{k})\cos(\delta\sqrt{k}) + \cos(t\sqrt{k})\sin(\delta\sqrt{k})];$$

da $\sin(t\sqrt{k}) = \frac{x}{a}$, und dem gemäß $\cos(t\sqrt{k}) = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$ ist, so erhält man nach gehöriger Substitution und Wegschaffung des Wurzelzeichens eine Gleichung zwischen x und y, worin diese Größen in keiner höhern als der zweiten Potenz, aber sicher in dieser vorkommen. Die Bahn ist also eine Kegelschnittslinie. Aber die Natur der zusammenzusetzenden Bewegungen bringt es mit sich, daß die Bahn ganz in einem endlichen Raume enthalten ist; sie kann also nur eine Ellipse seyn, den Kreis als speciellen Fall mit eingeschlossen. Damit letzterer entstehen könne, muß xAy ein rechter Winkel, ferner $a = b$ und $\delta\sqrt{k} = \frac{\pi}{2}$ seyn, denn dann wird $\sin[(t+\delta)\sqrt{k}] = \cos(t\sqrt{k})$, mithin $x = a \sin(t\sqrt{k})$, $y = a \cos(t\sqrt{k})$, folglich $x^2 + y^2 = a^2$. In diesem Falle ist also $AD = \sqrt{x^2 + y^2} = a$, d. h. der Abstand des Beweglichen vom Puncte A bleibt fortwährend derselbe, es wird somit ein Kreis beschrieben.

Bewegung eines Systems unveränderlich verbundener materiellen Puncte oder eines festen Körpers.

136. Progressive Bewegung. Wenn unveränderlich mit einander verbundene Puncte sich auf eine völlig übereinstimmende Weise bewegen, so daß an ihrer Bewegung, außer der verschiedenen Lage der Bahnen, gar keine Verschiedenheit bemerkbar ist, so heißt die Bewegung eine progressive. Wir betrachten hier zunächst nur die geradlinige progressive Bewegung eines starren Körpers, nämlich eine solche, bei welcher alle Theilchen des Körpers parallele gerade Linien beschreiben und dem zu Folge in jedem Augenblicke für sich betrachtet, einerlei Geschwindigkeit zeigen. Nennen wir die Massen der verschiedenen Theilchen des Körpers m, m′, m″, ꝛc. und deren in einem bestimmten Augenblicke vorhandene gemeinschaftliche Geschwindigkeit c, welche Geschwindigkeit kurzweg die Geschwindigkeit des Körpers heißen mag, so kann man sich den Körper erst in diesem Augenblicke aus dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung, und zwar dadurch versetzt denken, daß auf die genannten Theilchen momentane Kräfte einwirken, deren Größen beziehungsweise mc, m′c, m″c ꝛc., und deren nach einerlei Gegend hinzielende Richtungen sämmtlich parallel sind. Diese Kräfte lassen sich auf eine Resultirende zusammenziehen, deren Größe der Summe der Kräfte gleichkommt, also $= (m + m' + m'' + \text{ꝛc.})\,c$ ist, deren Richtung jenen der Kräfte parallel liegt, und bei jeder Stellung des Körpers gegen diese Richtungen durch einen und denselben Punct, den Mittelpunct der pa-

rallelen Kräfte, geht, dessen Position rücksichtlich der Theilchen des Körpers nur von der relativen Lage der Angriffspuncte und von dem Verhältnisse der Kräfte abhängt. Da $mc : m'c : m''c \ldots = m : m' : m'' \ldots$ ist, so wird die Position des erwähnten Mittelpunctes nur durch die Anordnung der Körpertheilchen und durch die Größen der ihnen anklebenden Massen m, m', $m'' \ldots$ bestimmt. Wäre also bloß in diesem Mittelpuncte eine Kraft $= (m + m' + m'' + \ldots)\, c$ nach vorgedachter Richtung angebracht, so würde dieselbe Bewegung des Körpers erzeugt, welche wir oben als vorhanden vorausgesetzt haben. Man kann sich dabei auch vorstellen, es seyen die Theilchen des Körpers nicht träge, aber dafür in genanntem Mittelpuncte eine Masse $M = m + m' + m'' + \ldots$ concentrirt, welche der Summe der Massen aller Körpertheilchen gleichkommt. Diese Masse M heißt die *Masse des Körpers*, jener Mittelpunct der Kräfte heißt der *Mittelpunct der Masse* und das Product Mc der Masse des Körpers mit seiner Geschwindigkeit wird die *Größe der Bewegung* des Körpers genannt. Durch obige Betrachtung ist zugleich der Satz begründet, »daß eine Kraft, welche »auf den Mittelpunct der Masse eines Körpers einwirkt, d. i. deren »Richtung durch den Mittelpunct der Masse geht, eine progressive Be»wegung erzeugt.« Dasselbe Resultat besteht, wenn die Richtung und Größe der an dem Mittelpuncte der Masse angebrachten Kraft sich fortwährend ändert, denn während jedes unendlichkleinen Zeittheiles kann die Richtung und Größe einer solchen Kraft als constant betrachtet und der so eben ausgesprochene Satz in Anwendung gebracht werden. Auch sieht man, daß alle im Vorhergehenden über die Bewegung eines materiellen Punctes aufgestellten Lehren geradezu auch auf diejenigen Bewegungen eines Körpers übertragen werden können, welche durch Kräfte entstehen, die auf den Mittelpunct seiner Masse wirken.

137. **Bestimmung des Mittelpunctes der Masse eines Körpers.** Nach dem obigen Begriffe des Mittelpunctes der Masse eines Körpers wird derselbe gefunden, wenn man die Verbindungslinie zweier Massentheilchen m, m' im verkehrten Verhältnisse dieser Massen theilt und sich im Theilungspuncte die Masse $m + m'$ concentrirt denkt, sodann letzteren Punct mit einem dritten Massentheilchen m'' verbindet und die Verbindungslinie im verkehrten Verhältnisse der Massen $m + m'$ und m'' theilt, und so fortfährt, indem man jedem neu gefundenen Puncte die Summe aller bereits betrachteten Massen beilegt, bis sämmtliche Massentheilchen in Betrachtung gekommen sind. Der letzte so erhaltene Punct ist der verlangte Mittelpunct der Masse.

Man kann sich hiezu auch des folgenden Lehrsatzes bedienen: »Das Product der Masse eines Körpers mit dem Abstande des Mittel»punctes der Masse von einer bestimmten Ebene ist der Summe der Pro»ducte der einzelnen Massentheilchen mit ihren Abständen von dieser »Ebene gleich, wofern nur Abstände von Puncten, welche auf entge»gengesetzten Seiten der Ebene liegen, mit entgegengesetzten Zeichen ge»nommen werden.« Es ist bloß nöthig die Richtigkeit des Satzes für zwei Massentheilchen zu beweisen, da dieser durch wiederholte Anwen-

dung leicht auf jede beliebige Anzahl von Massentheilchen ausgedehnt werden kann. Es seyen A, B (Fig. 33) zwei Puncte, welche die Massen m, m′ an sich tragen, C ihr Mittelpunct, mithin AC : CB = m′ : m. Die Senkrechten AD, BE, CF, welche von diesen Puncten auf irgend eine Ebene gefällt werden, liegen selbst in einer Ebene, die ersterer in einer Geraden DE begegnet. Man ziehe durch C die HK parallel zur DE, wodurch die Geraden AD, BE in H und K geschnitten werden, so ist wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke ACH, BCK, AC : CB = AH : BK, folglich auch AH : BK = m′ : m und m . AH = m′ . BK. Aber es ist, wenn die Puncte A, B auf einer Seite der Ebene liegen, wie es die Figur 33. a voraussetzt, AH = HD — AD = CF — AD, BK = BE — KE = BE — CF, folglich m(CF — AD) = m′(BE — CF), und daher auch (m + m′) CF = m . AD + m′ . BE, was zu beweisen war. Findet die entgegengesetzte Lage der Puncte A, B gegen genannte Ebene statt (Fig. 33 b), so hat man AH = CF + AD, BK = BE — CF, mithin m(CF + AD) = m′(BE — CF), und es wird (m + m′) CF = m′ . BE — m . AD. Fallen endlich jene Senkrechten in die Richtung der AB selbst oder, was dasselbe ist, kommen bloß die Abstände der Puncte A, B, C von einem Puncte D in der Geraden, worin diese Puncte liegen, in Erwägung, so hat man, wegen AC : CB = m′ : m oder m . AC = m′ . CB, für Fig. 33. c die Gleichung m(CD — AD) = m′(BD — CD), mithin (m + m′) CD = m . AD + m′ . BD, und für Fig. 33. d, m(CD + AD) = m′(BD — CD), mithin (m + m′)CD = m′ . BD — m . AD. Bestimmt man mit Hilfe dieses Satzes die Entfernung des Mittelpunctes der Masse eines Körpers von gegen einander geneigten Ebenen, so ist die Lage des Punctes vollkommen bekannt. Hinsichtlich einer Ebene, in welcher der Mittelpunct der Masse selbst liegt, ist die Summe der Producte der Massentheilchen des Körpers mit ihren Abständen von dieser Ebene dem so eben bewiesenen Satze zu Folge gleich Null.

138. **Begriff der Dichte eines Körpers.** Man sagt ein Körper sey gleichförmig dicht, wenn beliebige gleiche Raumtheile desselben gleichviel Masse enthalten; findet das Gegentheil statt, so heißt der Körper ungleichförmig dicht. Vergleicht man zwei gleichförmig dichte Körper mit einander, so heißt derjenige dichter als der andere, bei welchem auf einerlei Volumtheil eine größere Masse, oder was dasselbe heißt, auf einerlei Massentheil ein kleineres Volum kommt, und zwar setzt man die Dichten den Massen bei gleichem Volum gerade, oder den Rauminhalten bei gleicher Masse verkehrt proportional. Sind sonach D, D′ die Dichten, M, M′ die Massen, V, V′ die Rauminhalte zweier gleichförmig dichten Körper, so hat man $D : D' = \frac{M}{V} : \frac{M'}{V'}$. Sieht man diejenige Dichte als die Einheit der Dichten an, bei welcher die Masse = 1 im Volum = 1 erscheint, so wird für M′ = 1 und V′ = 1 auch D′ = 1, mithin allgemein $D = \frac{M}{V}$,

und dem gemäß auch $M = VD$ und $V = \frac{M}{D}$. Denkt man sich die Masse eines ungleichförmig dichten Körpers in sein Volum gleichförmig vertheilt, so heißt die daraus entstehende Dichte die *mittlere* Dichte des Körpers. Diese meint man, wenn man von der Dichte eines ungleichförmig dichten Körpers spricht.

139. **Drehende Bewegung eines Körpers.** Wenn während der Bewegung eines Körpers ein mit demselben unveränderlich verbundener Punct in Ruhe bleibt, so sagt man der Körper *drehe sich um diesen Punct*; bleibt aber eine mit dem bewegten Körper unveränderlich verbundene gerade Linie in Ruhe, so sagt man der Körper *drehe sich um diese Gerade*, und letztere heißt die *Drehungsaxe*. Bei der Drehung um einen Punct befindet sich jeder andere Punct des Körpers stets auf einer Kugelfläche, deren Mittelpunct der fixe Punct, und deren Halbmesser der Abstand des beweglichen Punctes von dem fixen ist. Der bewegliche Punct beschreibt also eine auf genannter Kugelfläche liegende Bahn. Bei der Drehung um eine Axe bewegt sich jeder außerhalb derselben befindliche Punct des Körpers längs der Peripherie eines Kreises, dessen Ebene gegen die Drehungsaxe senkrecht ist, und dessen Mittelpunct in der Drehungsaxe liegt; der Halbmesser dieses Kreises entspricht dem Abstande des bewegten Punctes von der Drehungsaxe. Die Längen zweier Bogen s, s', welche von zwei Puncten des Körpers, deren Abstände von der Drehungsaxe r, r' sind, binnen einerlei Zeit beschrieben werden, verhalten sich offenbar wie diese Abstände, d. h. es ist $s : s' = r : r'$. Denken wir uns $r' = 1$, so zeigt s' den Winkel an, welchen sämmtliche Senkrechten auf die Drehungsaxe während gedachter Zeit durchlaufen, und nennen wir diesen Winkel φ, so haben wir $s : \varphi = r : 1$, mithin $s = r\varphi$. Je nachdem φ, folglich auch s, in demselben Verhältnisse zunimmt, wie die Zeit t, oder in einem andern, heißt die Drehung eine *gleichförmige* oder eine *ungleichförmige*. Der Quotient $\frac{s}{t} = \frac{r\varphi}{t}$ gibt bei ersterer die unveränderliche, bei letzterer die der Zeit t entsprechende mittlere Geschwindigkeit der Puncte an, deren Abstand von der Drehungsaxe $= r$ ist; wird t unendlich klein gedacht, so ist $\frac{s}{t}$ in dem einen, wie in dem andern Falle die in dem betrachteten Augenblicke statt findende Geschwindigkeit der in Rede stehenden Puncte. Der Quotient $\frac{\varphi}{t}$ wird die *Winkelgeschwindigkeit* oder *Drehungsgeschwindigkeit* des Körpers genannt. Setzt man diese $= \omega$, und die Geschwindigkeit der Puncte, welche den Abstand r von der Drehungsaxe haben $= v$, so besteht die Gleichung $v = r\omega$. Die Drehung eines Körpers ist sonach völlig bekannt, wenn man die in jedem Augenblicke vorhandene Winkelgeschwindigkeit kennt; die Geschwindigkeit jedes einzelnen Punctes wird durch Multiplication seines Abstandes von der Axe mit der Winkelgeschwindigkeit gefunden.

140 **Moment der Trägheit.** Wird ein Körper um eine mit ihm unveränderlich verbundene Axe in Drehung versetzt, und sodann sich selbst überlassen, so muß er sich um selbe, wenn keine Hindernisse vorhanden sind, seiner Trägheit zu Folge fortwährend gleichförmig drehen. Es seyen m, m', m'' ꝛc. die Massen einzelner Theilchen des Körpers, r, r, r'' ꝛc. deren Abstände von der Drehungsaxe, und ω die Winkelgeschwindigkeit, so haben diese Theilchen die Geschwindigkeiten $r\omega$, $r\omega$, $r''\omega$ ꝛc., und folglich die Bewegungsgrößen $mr\omega$, $m'r\omega$, $m''r''\omega$ ꝛc Sollen den Theilchen des Körpers die ihnen zukommenden Geschwindigkeiten plötzlich ertheilt werden, so muß demnach auf jedes derselben senkrecht gegen den Halbmesser seiner Bahn eine momentane Kraft einwirken, deren Intensität durch das Product aus der Masse, mit dem Abstande von der Drehungsaxe des Theilchens und mit der Winkelgeschwindigkeit des Körpers bestimmt wird; soll aber diese Winkelgeschwindigkeit erst am Ende einer gewissen Zeit vorhanden seyn, so nimmt jedes Theilchen eine continuirliche, tangentiell zu seiner Kreisbahn wirkende Kraft in Anspruch, welche binnen dieser Zeit die ihm zugehörende Geschwindigkeit zu erzeugen fähig ist. Die solchergestalt den einzelnen Körpertheilchen zugewiesenen Kräfte lassen sich dem Effecte unbeschadet durch eine Kraft ersetzen, welche ihnen bezüglich der Drehung um die gegebene Axe äquivalent ist. Es wird hiezu bloß erfordert, daß das Drehungsmoment letzterer Kraft der Summe der Drehungsmomente der gegebenen Kräfte gleichkomme. Da nun die Drehungsmomente der Kräfte $mr\omega$, $m'r'\omega$, $m''r''\omega$ ꝛc. erhalten werden, wenn man ihre Intensitäten mit den Abständen r, r', r'' ꝛc. ihrer Angriffspuncte von der Drehungsaxe multiplicirt, so ist die Summe ihrer Drehungsmomente $= (mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.})\omega$. Dieß ist das Drehungsmoment, welches die Kraft zu bewirken fähig seyn muß, die dem vorhandenen Körper die Winkelgeschwindigkeit ω ertheilen soll. Hiernach läßt sich die Winkelgeschwindigkeit berechnen, welche durch ein gegebenes Drehungsmoment hervorgerufen wird. Ist Q dieses Drehungsmoment, so muß $Q = (mr^2 + m'r'^2 + m''r''^2 + \text{ꝛc.})\omega$ seyn. Man hat somit $\omega = \frac{Q}{mr^2 + m'r'^2 + m''r''^4 + \text{ꝛc.}}$.

Die Summe der Producte der Massentheilchen eines Körpers mit den Quadraten ihrer Abstände von einer geraden Linie heißt das *Moment der Trägheit* des Körpers bezüglich dieser Linie; letztere wird die *Axe* dieses Momentes genannt. Es gilt somit die Regel: »Die Winkelgeschwindigkeit eines in Drehung um eine Axe begriffenen »Körpers ist der Quotient des Drehungsmomentes, dividirt durch das »Trägheitsmoment des Körpers bezüglich der Drehungsaxe.«

141. **Beispiele der Berechnung der Trägheitsmomente.** Die Bestimmung der Trägheitsmomente der Körper erfordert die Anwendung der Summirungsmethoden, welche in der einen Theil des höhern Calculs bildenden *Integralrechnung* gelehrt werden. Die einfachsten Probleme auf diesem Felde lassen sich mit Hilfe des folgenden Lehrsatzes lösen: »Es seyen zwischen zwei bestimmte Größen a, b

»die Größen a_1, a_2, a_3, . . . a_{n-1} eingeschaltet, und δ, δ_1, δ_2 . . δ_{n-1} »seyen die Unterschiede, um welche jedes Glied in der Reihe a, a_1, »a_2, a_3, . . a_{n-1}, b größer ist, als das nächstvorhergehende, derge»stalt, daß $a_1 = a + \delta$, $a_2 = a_1 + \delta_1$, $a_3 = a_2 + \delta_2$ ꝛc. $b = a_{n-1} + \delta_{n-1}$ »ist; läßt man durch unendliche Vermehrung der eingeschalteten Glie»der jede der Differenzen δ, δ_1, δ_2, . . . δ_{n-1} unendlich klein werden, »so erhält die Summe $a^h\delta + a_1^h\delta_1 + a_2^h\delta_2 + \ldots a_{n-1}^h\delta_{n-1}$, »welche entsteht, wenn man die hten Potenzen der Größen a, a_1, »a_2, . . . a_{n-1} mit den correspondirenden Differenzen δ, δ_1, δ_2, . . . δ_{n-1} »gliedweise multiplicirt und sämmtliche Producte addirt, den Werth $\frac{b^{h+1} - a^{h+1}}{h+1}$.« Um diesen Hilfssatz zu beweisen, betrachte man die Potenz $(a + \delta)^k$. Entwickelt man dieselbe nach dem binomischen Lehrsatze, so zeigen sich $a^k + k a^{k-1}\delta$ als die beiden ersten Glieder des Resultates und die k—1 folgenden Glieder enthalten höhere Potenzen von δ; sie können, wenn man δ als unendlich klein betrachtet, in Vergleich gegen jene ersteren weggelassen werden. So hat man also $(a + \delta)^k = a_1^k = a^k + k a^{k-1}\delta$, mithin $a_1^k - a^k = k a^{k-1}\delta$. Aus gleichem Grunde wird $a_2^k - a_1^k = k a_1^{k-1}\delta_1$, $a_3^k - a_2^k = k a_2^{k-1}\delta_2$ ꝛc. und endlich $b^k - a_{n-1}^k = k a_{n-1}^{k-1}\delta_{n-1}$. Addirt man sämmtliche Gleichungen, so zeigt sich

$$b^k - a^k = k\left(a^{k-1}\delta + a_1^{k-1}\delta_1 + a_2^{k-1}\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^{k-1}\delta_{n-1}\right).$$

Schreibt man hier h + 1 statt k, so folgt aus dieser Gleichung sogleich

$$a^h\delta + a_1^h\delta_1 + a_2^h\delta_2 + \ldots + a_{n-1}^h\delta_{n-1} = \frac{b^{h+1} - a^{h+1}}{h+1}.$$

Die so eben geführte Rechnung gilt für jeden Werth des Exponenten h, den einzigen Fall $h = -1$ ausgenommen, in welchem $k = 0$ wird, weil dann die obige Entwickelung ganz wegfällt. Zu gegenwärtigem Zwecke kommen übrigens nur positive ganze Werthe dieses Exponenten in Erwägung.

Diesen Lehrsatz vorausgesetzt sey 1) das Trägheitsmoment einer gleichförmig mit Masse besetzten geraden Linie oder einer unendlich dünnen Stange AB (Fig. 34) in Bezug auf einen Endpunct A zu finden. Man theile diese Linie, deren Länge durch L und deren Masse durch M vorgestellt werde, in unendlich viele einander gleiche unendlich kleine Stückchen AA_1, A_1A_2, A_2A_3, . . . deren jedes die Länge δ habe, so ist die Masse jedes solchen Stückchens $= \frac{M}{L}\delta$. Bezeichnen wir die Abstände A_1A, A_2A, A_3A, . . . durch a_1, a_2, a_3, . . . so ergibt sich das Moment der Trägheit der gegebenen Linie

$$= \frac{M}{L}(a_1^2\delta + a_2^2\delta + a_3^2\delta + \ldots)$$

Den Betrag der Summe innerhalb der Klammern findet man nach der obigen Formel, wenn man $a = 0$, $b = L$ und $h = 2$ setzt. Man

erhält dafür den Werth $\frac{L^3}{3}$, mithin ist das verlangte Trägheitsmoment $= \frac{M}{L} \cdot \frac{L^3}{3} = \frac{1}{3} M L^2$. »Eine gleichförmig mit Masse besetzte »gerade Linie wird demnach durch ein gegebenes Drehungsmoment um »einen ihrer Endpuncte dergestalt bewegt, als ob bloß der andere End»punct träge und derselbe mit dem dritten Theile der Masse der Linie »versehen wäre.«

2) Ist das Trägheitsmoment einer gleichförmig mit Masse besetzten Scheibe oder eines Rades von unendlich geringer Dicke in Bezug auf seinen Mittelpunct C (Fig. 35) zu finden, so zerlege man die Scheibe durch concentrische Kreise in unendlich viele unendlich schmale Ringe. Ist δ die gemeinschaftliche Breite dieser Ringe, r der Halbmesser eines derselben, also $2\pi r$ dessen Umfang, so kann man den Flächeninhalt dieses Ringes $= 2\pi r\delta$ setzen. Bezeichnet ferner R den Halbmesser, M die Masse der Scheibe, so verhält sich die Masse des Ringes zur Masse M der Scheibe, wie $2\pi r\delta : \pi R^2$, mithin ist die Masse des Ringes $= \frac{2Mr\delta}{R^2}$ und dessen Trägheitsmoment in Bezug auf das Centrum C, wegen des gleichen Abstandes aller Theilchen des Ringes von diesem Centrum, $= \frac{2Mr\delta}{R^2} \cdot r^2 = \frac{2Mr^3\delta}{R^2}$. Das Trägheitsmoment der ganzen Scheibe ist sonach, wenn man die Halbmesser der auf einander folgenden Ringe durch a_1, a_2, a_3, ... vorstellt,

$$= \frac{2M}{R^2}(a_1^3\delta + a_2^3\delta + a_3^3\delta + \text{&c.}).$$

Nach dem obigen Lehrsatze findet man die Summe innerhalb der Klammern, wenn man $a = 0$, $b = R$, $h = 3$ annimmt. Das verlangte Trägheitsmoment wird dadurch $= \frac{2M}{R^2} \cdot \frac{R^4}{4} = \frac{1}{2} MR^2$. »Eine Scheibe »wird daher durch ein gegebenes Drehungsmoment dergestalt um eine »durch ihr Centrum gehende, auf ihre Ebene senkrechte Axe in Rotation »versetzt, als ob die halbe Masse der Scheibe bloß in einem Puncte ihres »Umfanges vereinigt oder auch auf irgend eine Weise längs dieses Um»fanges vertheilt wäre.«

142. **Freie Axe.** Weil die Theilchen eines um eine Axe sich drehenden Körpers kreisförmige Bahnen beschreiben, so äußert jedes derselben eine Fliehkraft, welche seiner Masse und seinem Abstande von der Drehungsaxe direct, und dem Quadrate der Umdrehungszeit des Körpers verkehrt proportionirt ist. Befinden sich Körpertheile auf entgegengesetzten Seiten der Axe, so bekämpfen sich die von denselben herrührenden Fliehkräfte und es können sich diese Kräfte an der Axe das Gleichgewicht halten, so daß die Axe dadurch gar keine Gewalt leidet. In diesem Falle heißt die Drehungsaxe eine freie. Halten sich die Fliehkräfte nicht das Gleichgewicht, so lassen sie sich nach Umständen entweder auf eine einzige Kraft reduciren, welche auf einen bestimmten Punct der Axe wirkt, oder eine solche Reduction ist nicht möglich. Jede

Axe, um welche herum die Masse eines Körpers symmetrisch vertheilt ist, ist eine freie; es kann aber auch eine Axe eine freie seyn, welche nicht symmetrisch von Masse umgeben ist.

Es ist leicht zu zeigen, daß nur eine Axe, welche den Mittelpunct der Masse des Körpers in sich enthält, eine freie Axe seyn kann. Denn führt man durch eine freie Axe eine Ebene und zerlegt jede der vorhandenen Fliehkräfte in zwei Componenten, deren eine dieser Ebene parallel, die andere aber senkrecht dagegen wirkt, so muß, des vorausgesetzten Gleichgewichtes der Fliehkräfte wegen, jede der beiden Summen parallel wirkender Componenten verschwinden. Aber die Fliehkräfte gleicher Massentheilchen verhalten sich gerade wie die Abstände dieser Theilchen von der Axe, mithin verhalten sich bei gleichen Massen die auf genannte Ebene senkrechten Componenten wie die Abstände der Theilchen von dieser Ebene, und da die Fliehkräfte sich auch noch wie die Massen selbst verhalten, so entsprechen erwähnte Componenten den Producten aus den Massentheilchen mit ihren Abständen von genannter Ebene. Die Summe dieser mit den gehörigen Zeichen genommenen Producte soll also gleich Null seyn, mithin muß der Mittelpunct der Massen des Körpers in der gewählten Ebene liegen. Da dieß von jeder durch die Axe gelegten Ebene gesagt werden kann, so befindet sich der Mittelpunct der Masse des Körpers in der Axe selbst. Aber dieser Satz läßt sich nicht umkehren; nicht jede durch den Mittelpunct der Masse gehende Axe ist eine freie, denn es ist keine Folge, daß parallele Kräfte, deren Summe gleich Null ist, sich wirklich das Gleichgewicht halten.

Die weitere Erörterung dieses Gegenstandes muß der höheren Mechanik überlassen bleiben; diese zeigt, daß jeder Körper wenigstens drei in dem Mittelpuncte der Masse einander rechtwinklig schneidende freie Axen besitzt, daß bei der Drehung um zwei derselben der Körper ein Beharrungsvermögen äußert, nicht bloß die Bewegung fortzusetzen, sondern auch die Drehungsaxe beizubehalten. Diese Stabilität einer Axe läßt sich an Bohnenberger's Schwungmaschine thatsächlich nachweisen.

Die Axe, um welche sich ein sogenanntes Schwungrad dreht, muß eine freie Axe seyn. Ein Schwungrad ist ein massives Rad, welches man mit einer Maschine in Verbindung setzt, um mittelst seines Beharrungsvermögens die Ungleichförmigkeit der Action der bewegenden Kraft auszugleichen. Eine solche Ungleichförmigkeit kommt bei der Einwirkung einer hin und herziehenden Kraft, deren Richtung einer bestimmten Geraden stets parallel bleibt, auf einen rotirenden Hebelarm (Kurbel) vor. Es sey CH (Fig. 36) die Gerade, welcher die Kraft parallel wirkt, CA, CB, CD, CE, CF, CG seyen Positionen der um den fixen Punct drehbaren Kurbel, so übt die Kraft auf die Kurbel in den Lagen CA und CE gar keine Anregung zur Drehung aus, während das Drehungsmoment der Kraft in den Lagen CD, CG der Kurbel am größten ist; in den Positionen CB, CF verhält sich das Drehungsmoment zu seinem größten Werthe offenbar wie BH : CD; dieses Moment wächst daher bei dem Uebergange der Kurbel aus der Lage CA in CD oder aus der Lage CE in CG, und nimmt bei dem Uebergange aus CD in CE, oder aus CG in CA wieder ab. Das Schwungrad führt die Kurbel über die Lagen, in welchen das Drehungsmoment der Kraft = 0 ist, hinaus. Je schneller das Schwungrad rotirt, desto größer wird die Spannung, die seine Theile in Folge des von der Trägheit herrührenden Bestrebens, sich nach den Tangenten ihrer Bahnen fortzubewegen und der dadurch erzeugten Fliehkraft, auf einander aus-

üben. Dieses Bestreben steht, nach der im Vorhergehenden entwickelten Formel, mit dem Quadrate der Umdrehungsgeschwindigkeit in geradem Verhältnisse, und kann daher bei einem rotirenden Körper bald bis zum Zerreißen desselben gesteigert werden. Aus demselben Grunde ändern biegsame oder weiche Körper während der Rotation um eine Axe ihre Gestalt, z. B. eine Kugel plattet sich ab; eine an einem Faden herabhängende, durch Windung desselben in Rotation versetzte, in sich selbst zurückkehrende Kette breitet sich aus, und nimmt die Gestalt eines horizontalen kreisförmigen Ringes an, Erscheinungen, die sich nebst andern ähnlichen mittelst der Centralmaschine demonstriren lassen.

143. **Drehung eines Körpers um einen fixen Punct.** Wirkt eine Kraft auf einen Körper, welcher um einen fixen Punct beweglich ist, so entspringt daraus eine Anregung zur Bewegung um eine durch diesen Punct gehende Axe, welche auf der durch die Richtung der Kraft und den fixen Punct gelegten Ebene senkrecht steht. Stehen die Fliehkräfte sämmtlicher Theilchen bezüglich dieser Axe im Gleichgewichte, oder erzeugen sie doch wenigstens eine Resultirende, deren Richtung durch den fixen Punct geht, und deren Effect deßhalb aufgehoben wird, so fährt der Körper fort sich um die genannte Axe zu drehen; findet aber weder der eine noch der andere Fall statt, so erfolgt keine Drehung um eine constante Axe, aber jede unendlich geringe Rückung des Körpers aus einer Lage in eine andere läßt sich als eine momentane Drehung um eine Axe betrachten, deren Position sich von einem Augenblicke zum andern verändert.

Aus gleichzeitigen Anregungen zur Drehung um mehrere verschiedene einander in demselben Puncte durchkreuzende Axen geht eine Anregung zur Drehung um eine mittlere Axe hervor; es läßt sich leicht zeigen, daß Axendrehungen nach derselben Regel zusammengesetzt und zerlegt werden können, wie Kräfte oder Bewegungen überhaupt: trägt man nämlich längs zwei verschiedenen Axen von ihrem Durchschnittspuncte an Stücke auf, welche die denselben entsprechenden Drehungsgeschwindigkeiten vorstellen, so gibt die Diagonale des mit diesen Stücken verzeichneten Parallelogrammes die Richtung der resultirenden Axe und die ihr zugehörige Drehungsgeschwindigkeit an.

144. **Allgemeine Eigenschaft der Bewegung des Mittelpunctes der Masse.** Der Bewegungszustand des Mittelpunctes der Masse eines Körpers steht mit den Bewegungszuständen der Theilchen des Körpers jederzeit in einem solchen Zusammenhange, daß »die »Bewegungsquantität, welche der Mittelpunct der Masse in irgend »einem Augenblicke nach einer beliebigen Richtung, in Folge seiner nach »dieser Richtung zerlegten Geschwindigkeit, äußern würde, wenn in »ihm die gesammte Masse des Körpers vereiniget wäre, der Summe »der nach derselben Richtung gemessenen Bewegungsquantitäten der »einzelnen Theilchen des Körpers gleichkommt.« Beweis. Es seyen x, x', x'' &c. die in einem bestimmten Augenblicke stattfindenden Abstände der Massentheilchen m, m', m'' &c. von einer gegen die gewählte Richtung senkrechten Ebene, X, X', X'' &c. diese Abstände nach Verlauf des unendlich kleinen Zeittheilchens τ, ferner z, Z die correspon-

direnden Abstände des Mittelpunctes der Masse des Körpers von genannter Ebene, so sind $\frac{X-x}{\tau}$, $\frac{X'-x'}{\tau}$, $\frac{X''-x''}{\tau}$ ꝛc. die nach der gewählten Richtung zerlegten Geschwindigkeiten der Theilchen m, m', m'' ꝛc. und $\frac{Z-z}{\tau}$ ist die in demselben Sinne genommene Geschwindigkeit des Mittelpunctes der Masse während des Zeittheilchens τ. Vermöge der in 137. bewiesenen Eigenschaft des Mittelpunctes der Masse ist, wenn wir $m + m' + m'' + \ldots = M$ setzen,

$Mz = mx + m'x' + m''x'' + \text{ꝛc.}$ und $MZ = mX + m'X' + m''X'' + \text{ꝛc.}$,

folglich $M\left(\frac{Z-z}{\tau}\right) = m\left(\frac{X-x}{\tau}\right) + m'\left(\frac{X'-x'}{\tau}\right) + m''\left(\frac{X''-x''}{\tau}\right) + \text{ꝛc.}$,

welche Gleichung den oben ausgesprochenen Satz rechtfertigt.

Eine unmittelbare Folge dieses Satzes ist, daß auch jede Aenderung der Summe der nach irgend einer Richtung genommenen Bewegungsgrößen der Massentheilchen eines Körpers mit einer Aenderung der Bewegung des Mittelpunctes der Masse zusammenhängt, vermöge welcher die in diesem Puncte vereinigt gedachte Masse des Körpers nach der genannten Richtung eine eben so große Aenderung der Bewegungsquantität erleiden würde. Aenderungen in der Bewegung der einzelnen Körpertheilchen, bei denen die einen an Bewegungsgröße nach der betrachteten Richtung so viel gewinnen, als die andern verlieren, oder, was dasselbe heißt, im Gesammtbetrage gleiche, der Richtung nach entgegengesetzte Zu- oder Abnahmen der Bewegungsgrößen der Körpertheilchen, haben auf die Bewegung des Mittelpunctes der Masse keinen Einfluß. Auch sieht man, daß diese Sätze selbst auf Bewegungen von Körpern, die in gar keiner materiellen Verbindung stehen, anwendbar sind, wofern nur der Mittelpunct ihrer Gesammtmasse in jedem einzelnen Augenblicke nach der in 137. aus einander gesetzten Methode bestimmt wird.

145. **Bewegung eines völlig freien starren Körpers unter dem Einflusse beliebiger Kräfte.** Wenn Kräfte einen festen Körper in Bewegung setzen, oder dessen bereits vorhandene Bewegung abändern, so können die Körpertheilchen, auf welche diese Kräfte unmittelbar einwirken, des unter sämmtlichen Theilchen bestehenen Zusammenhanges wegen, im Allgemeinen gesprochen, sich weder nach den Richtungen, noch mit den Geschwindigkeiten bewegen, welche sie erhalten würden, wenn sie von den übrigen Theilchen gänzlich unabhängig wären, sondern sie sind genöthigt anderen Richtungen zu folgen, und andere Geschwindigkeiten anzunehmen. Man kann es aber als einen nicht zu bezweifelnden Grundsatz ansehen, daß diejenigen Kräfte, deren Richtungen und Intensitäten den wirklich eintretenden Bewegungen der einzelnen Körpertheilchen, ohne Rücksicht auf deren wechselseitige Verbindung, entsprechen, den früher genannten, eigentlich vorhandenen Kräften, mit Rücksicht auf genannte Verbindung, äquivalent seyn müssen. Eben so klar ist es, daß diese Aequivalenz der Kräfte bei einem völlig freien festen Körper nicht bestehen kann, wenn nicht die

irgend einer gewählten Richtung parallelen Componenten beider Gruppen von Kräften, vorausgesetzt, daß man jede Kraft nach dieser Richtung und senkrecht dagegen zerlegt, für sich betrachtet einander äquivalent sind, was die Folge nach sich zieht, daß die Summen der nach irgend einer Richtung genommenen Componenten beider Gruppen gleich sind. Mit Rücksicht auf den vorhergehenden Lehrsatz gelangt man hiedurch zur Erkenntniß, daß wenn Kräfte auf einen freien festen Körper wirken, der Mittelpunct seiner Masse sich so bewegen muß, als ob alle Kräfte, ihren Richtungen parallel auf die in diesem Puncte vereinigt gedachte Masse des Körpers gewirkt hätten. Es können also nebst der hiedurch entstehenden progressiven Bewegung des Körpers nur noch solche Bewegungen der Körpertheile Platz greifen, bei welchen der Mittelpunct der Masse in relativer Ruhe bleibt, d. h. es kann nur noch eine drehende Bewegung des Körpers um diesen Mittelpunct vorhanden seyn, und weil von der Wirkung der Kräfte ohne Anwesenheit eines Hindernisses nichts verloren gehen kann, so muß, wenn die vorhandenen Kräfte nicht etwa so abgemessen sind, daß sie bei festgehaltenem Mittelpuncte der Masse mit einander im Gleichgewicht stehen würden, die ihnen entsprechende drehende Bewegung des Körpers um seinen Mittelpunct der Masse sich mit der oben erwähnten fortschreitenden Bewegung combiniren. Eine einzelne Kraft, deren Richtung nicht durch den Mittelpunct der Masse eines frei beweglichen festen Körpers geht, setzt demnach den Körper so in Bewegung, als ob sie ihrer Richtung parallel auf den Mittelpunct der Masse gewirkt hätte; zugleich bringt sie eine Anregung zur Drehung des Körpers um eine Axe hervor, welche den Mittelpunct der Masse in sich enthält, und auf der durch diesen Punct und durch die Richtung der Kraft gelegten Ebene senkrecht steht. Ist diese Axe eine freie, so wird der Körper, so lange er keiner fremden Einwirkung unterliegt, fortfahren sich um selbe zu drehen.

Alle im Vorhergehenden über die Wirkungen der Kräfte auf materielle Puncte aufgestellten Sätze sind daher auch auf feste Körper anwendbar, insofern man bloß deren progressive Bewegung in das Auge faßt, und von jeder drehenden Bewegung abstrahirt.

146. **Stoß der Körper überhaupt.** Wenn einem in Bewegung befindlichen festen Körper ein anderer fester Körper im Wege steht, so erfolgt eine Einwirkung des ersteren auf letzteren, und eine Rückwirkung dieses auf jenen; in so fern diese Wechselwirkung plötzlich eintritt, nennt man sie Stoß. Der stoßende Körper sowohl als der gestoßene, falls letzterer sich auch in Bewegung befindet, oder doch beweglich ist, erfährt dadurch eine Aenderung seines Zustandes, auf welche nicht bloß die vorhandene Bewegungsweise, die Gestalt und Masse jedes der beiden Körper, sondern auch noch deren Elasticität Einfluß nimmt, welcher gemäß durch den das Gleichgewicht der Molecularkräfte störenden Stoß besondere Kräfte geweckt und ins Spiel gesetzt werden. Die allgemeine Betrachtung der durch den Stoß herbeigeführten Aenderungen des Bewegungszustandes der Körper übersteigt die Hilfsmittel und das Bedürfniß der Anfangsgründe der Physik; wir

beschränken uns daher bloß auf die Voraussetzung, daß die einander stoßenden Körper gleichförmig dichte, in progressiver Bewegung befindliche Kugeln seyen, deren Mittelpuncte also zugleich als Mittelpuncte der Masse gelten, und betrachten hinsichtlich der Elasticität nur die äußersten Fälle, nämlich den gänzlichen Mangel und die größte Vollkommenheit derselben. Geht die Richtung der Bewegung des Mittelpunctes der Kugeln durch den Punct, in welchem sie sich bei dem Stoße berühren, so heißt der Stoß gerade; findet das Gegentheil statt, so heißt er schief.

147. **Gerader Stoß unelastischer Kugeln.** Da hier vom Stoße nur darum gehandelt wird, um den Einfluß der Masse und Geschwindigkeit auf den Erfolg der Bewegung in ein helleres Licht zu setzen, so sollen zuerst die Fälle, welche bei dem geraden Stoße unelastischer Kugeln in Betrachtung zu ziehen sind, einzeln mit Sorgfalt erörtert werden.

1) Gerader Stoß einer unelastischen Kugel gegen eine ruhende. Es sey M die Masse der bewegten Kugel, C ihre Geschwindigkeit vor dem Stoße, und m die Masse der ruhenden Kugel. Durch den Stoß wird letztere in Bewegung gesetzt und erhält eine gewisse Geschwindigkeit γ; dieselbe Geschwindigkeit wird auch der stoßenden Kugel, sobald der Stoß vorüber ist, zu Theil: denn eine größere Geschwindigkeit kann sie nicht haben, weil sie sonst noch auf die andere Kugel einwirken würde; eine kleinere auch nicht, weil sie offenbar nur so lange an Geschwindigkeit verliert, als ihre Bewegung durch die vor ihr befindliche Kugel gehindert wird. Die Kraft, welche nöthig ist, um der bewegten Masse M die Geschwindigkeit C, womit sie den Stoß beginnt, augenblicklich zu ertheilen, wird durch das Product MC ausgedrückt; man kann sich den Erfolg des Stoßes offenbar so denken, als ob im Augenblicke des Stoßes eine einzige Masse $= M + m$ vorhanden wäre, auf welche diese Kraft MC wirkt. Die Geschwindigkeit γ, welche die gesammte Masse $M + m$ dadurch erhält, muß so beschaffen seyn, daß das Product $(M + m)\gamma$ der bewegenden Kraft gleichkommt. Es besteht daher zur Bestimmung von γ die Gleichung

$$(M + m)\gamma = MC, \quad \text{woraus} \quad \gamma = \frac{MC}{M + m} \quad \text{folgt.}$$

2) Gerader Stoß unelastischer, nach einerlei Richtung sich bewegender Kugeln. Es seyen M, m die Massen, C, c die vor dem Stoße statt findenden Geschwindigkeiten der beiden Kugeln. Soll die Kugel M die andere vor ihr befindliche Kugel m erreichen, so muß $C > c$ seyn. Während des Stoßes wirkt die nachfolgende Kugel auf die vorausgehende nur so lange ein, bis beide einerlei Geschwindigkeit γ erlangt haben. Wären beide Kugeln mit der Geschwindigkeit c versehen und mit einander in Berührung, so würden sie sich fortan mit der Geschwindigkeit c bewegen und daher in Berührung verbleiben; der Stoß erfolgt also nur insofern, als die Geschwindigkeit der Kugel M jene der Kugel m um die Differenz $C - c$ übertrifft. Offenbar kann der Erfolg des Stoßes während der Bewe-

gung von jenem, welcher statt fände, wenn die Kugel m in Ruhe wäre, und die Kugel M die Geschwindigkeit C — c hätte, nicht verschieden seyn; berechnet man unter letzterer Voraussetzung die durch den Stoß erzeugte gemeinschaftliche Geschwindigkeit beider Kugeln, so hat man dazu nur c zu addiren, um die nach dem Stoße wirklich eintretende gemeinschaftliche Geschwindigkeit der Kugeln zu finden. Es ist sonach, wenn man in der in 1) entwickelten Formel C — c statt C setzt, für den gegenwärtigen Fall $\gamma = \frac{M(C-c)}{M+m} + c$, d. h. $\gamma = \frac{MC+mc}{M+m}$.

Man findet diese Formel sogleich mittelst der an sich naturgemäß erscheinenden und auch in der so eben angestellten Betrachtung enthaltenen Voraussetzung, daß durch den Stoß die Summe der den Kugeln eigenen Bewegungsquantitäten keine Aenderung erleiden könne, indem die gestoßene Kugel gerade das an Bewegungsquantität gewinnt, was die stoßende Kugel verliert. Hiedurch bietet sich unmittelbar die Gleichung $(M+m)\gamma = MC + mc$ dar, woraus der vorhin angegebene Werth für γ folgt.

3) Gerader Stoß unelastischer gegen einander sich bewegenden Kugeln. Bezeichnet man, wie vorhin, mit M, m die Massen beider Kugeln, mit C, c ihre Geschwindigkeiten vor dem Stoße, so kommt es nunmehr darauf an, ob die Producte MC und mc einander gleich sind, oder nicht. Ist MC = mc, so äußern beide Kugeln auf einander im Augenblicke des Stoßes gleiche und entgegengesetzte Kräfte, mithin wird die Bewegung beider aufgehoben. Sind aber die genannten Producte ungleich, ist z. B MC > mc, so wird durch den Stoß die größere Bewegungsquantität MC um mc vermindert, und es nehmen beide Kugeln nach der Richtung der Kugel M eine gemeinschaftliche Geschwindigkeit γ an, welche der Einwirkung der bewegenden Kraft MC − mc auf die Masse M + m entspricht. Es ergibt sich sonach $\gamma = \frac{MC-mc}{M+m}$.

Die hier betrachteten drei Fälle lassen sich auf die für den zweiten Fall entwickelte Formel $\gamma = \frac{MC+mc}{M+m}$ zurückführen, wenn man für den ersten Fall c = 0, und für den dritten c mit entgegengesetztem Zeichen setzt. Es erleidet also die mit den gehörigen Zeichen genommene Summe der Bewegungsgrößen der Kugeln durch den Stoß keine Aenderung.

Haben beide Kugeln einerlei Masse, so ist in jeder der drei Formeln M = m zu setzen. Im ersten Falle wird daher $\gamma = \frac{1}{2}C$, im zweiten $\gamma = \frac{1}{2}(C+c)$, im dritten $\gamma = \frac{1}{2}(C-c)$

148. **Gerader Stoß vollkommen elastischer Kugeln.** Eine elastische Kugel, sie mag als stoßender oder als gestoßener Körper auftreten, wird bei dem Stoße mit einer Kraft zusammengedrückt, welche derjenigen genau gleichkommt, die sie selbst ausübt oder erleidet; mit eben dieser Kraft stellt sie, vorausgesetzt daß sie als vollkommen elastisch betrachtet werden darf, ihr voriges Volum wieder her und stemmt sich

dabei an den Körper an, gegen welchen sie stößt. Man kann diese Kraft als eine beide Körper aus einander treibende ansehen; stoßen also zwei vollkommen elastische Kugeln an einander, so verliert die stoßende und es gewinnt die gestoßene Kugel doppelt so viel an Bewegungsquantität, als wenn beide unelastisch wären. Mit Hilfe dieser Bemerkung lassen sich die Geschwindigkeiten beider Kugeln nach dem Stoße aus ihren Geschwindigkeiten vor dem Stoße und aus ihren Massen leicht finden. Es seyen die Geschwindigkeiten der Kugeln vor dem Stoße C, c, nach dem Stoße C', c', und die Massen derselben M, m. Bezeichnet wie oben γ die Geschwindigkeit, welche beide Kugeln nach dem Stoße haben würden, wenn sie unelastisch wären, so ist, wenn wir uns, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, beide Kugeln nach einerlei Richtung bewegt, und $C > c$ denken, $M(C-\gamma)$ die Bewegungsquantität, welche die stoßende Kugel vom Beginne des Stoßes an gerechnet, bis zum Augenblicke der stärksten Zusammendrückung verliert, und $m(\gamma - c)$ die Bewegungsquantität, welche die gestoßene Kugel gleichzeitig gewinnt, und der Natur der Sache nach ist $M(C-\gamma) = m(\gamma - c)$, woraus $\gamma = \frac{MC + mc}{M + m}$ folgt. Beide Kugeln werden hierauf durch die ihrer Elasticität gemäß geweckte Kraft

$$M(C-\gamma) + m(\gamma - c)$$

aus einander getrieben, und man kann diesen Hergang wegen der Gleichheit beider Theile genannter Summe so auffassen, als ob auf M die Kraft $M(C-\gamma)$, der Richtung der Geschwindigkeit C entgegen, und auf m die Kraft $m(\gamma - c)$ nach der Richtung von c wirkte. Nachdem also die Geschwindigkeit der Kugel M von C auf γ herabgesunken ist, erleidet sie noch einmal den Verlust $C - \gamma$, und die auf γ erhöhte Geschwindigkeit der Kugel m wird noch einmal um $\gamma - c$ vergrößert, hieraus folgt

$C' = \gamma - (C-\gamma) = 2\gamma - C$ und $c' = \gamma + \gamma - c = 2\gamma - c$, wornach sich, da γ bekannt ist, die Werthe von C' und c' berechnen lassen. Dieselben Resultate gelten offenbar auch für den Fall, wenn eine der Kugeln vor dem Stoße in Ruhe ist, oder wenn beide sich gegen einander bewegen, wofern man nur die Zeichen der Geschwindigkeiten richtig wählt und auslegt.

Diese Formeln führen zur Kenntniß folgender Sätze über den geraden Stoß vollkommen elastischer Kugeln:

1) Die Summe der Bewegungsquantitäten wird auch hier durch den Stoß nicht geändert. Es ist nämlich

$$MC' + mc' = M(2\gamma - C) + m(2\gamma - c)$$
$$= 2(M+m)\gamma - (MC+mc) = 2(MC+mc) - (MC+mc) = MC+mc.$$

2) Die Summe der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße hat für jede Kugel einerlei Größe. Es zeigt sich nämlich $C' + C = 2\gamma$ und $c' + c = 2\gamma$, mithin ist $C' + C = c' + c$. Wegen $C' - c' = -(C-c)$ kann man auch sagen, der Unterschied der Geschwindigkeiten beider Kugeln werde durch den Stoß umgekehrt.

3) Aus $MC' + mc' = MC + mc$ folgt $M(C' - C) = m(c - c')$;

multiplicirt man diese Gleichung mit $C' + C = c' + c$, so erhält man

$$M(C'^2 - C^2) = m(c^2 - c'^2),$$

und hieraus $MC'^2 + mc'^2 = MC^2 + mc^2$.

Man nennt das Product einer Masse mit dem Quadrate ihrer Geschwindigkeit die lebendige Kraft der Masse. Es wird also auch die Summe der lebendigen Kräfte elastischer Kugeln durch den Stoß nicht geändert.

4) Haben die einander stoßenden elastischen Kugeln gleiche Massen, so ist $\gamma = \frac{C+c}{2}$ oder $2\gamma = C + c$. Es wird sonach $C' = c$ und $c' = C$. Gleiche vollkommen elastische Kugeln vertauschen also bei dem geraden Stoße ihre Geschwindigkeiten. Ruht eine der Kugeln vor dem Stoße, so kommt die stoßende in Ruhe und die gestoßene erhält die Geschwindigkeit der ersteren.

Stoßt eine elastische Kugel an eine geradlinige Reihe ruhender, einander berührenden elastischen Kugeln von derselben Masse, welche die stoßende Kugel hat, so pflanzt sich der Stoß durch die ganze Reihe so fort, daß jede Kugel, indem sie ihre Bewegung auf die nächste überträgt, zur Ruhe kommt, und die letzte Kugel mit der Geschwindigkeit abspringt, welche die erste Kugel besaß. Stoßen zwei oder mehrere dieser Kugeln, einander berührend, an die Reihe der in Ruhe befindlichen übrigen, so springen eben so viele Kugeln vom Ende der Reihe ab, als Kugeln anstießen. Man muß, um diesen Hergang zu erklären, die anlaufenden Kugeln ihrer Berührung ungeachtet als nach einander stoßende betrachten; wollte man sie für Eine Kugel von größerer Masse gelten lassen, so erhielte man obigen Formeln gemäß ein Resultat, welches mit der Erfahrung in Widerspruch steht. Bei dem geraden Stoße unvollkommen elastischer Kugeln von gleicher Masse findet keine genaue Verwechslung der Geschwindigkeiten statt.

Man kann die Fortpflanzung eines Stoßes durch einen elastischen Körper hindurch, d. i. die Uebertragung der Bewegung von einem Theilchen zum andern, auf die Gesetze des Stoßes elastischer Kugeln zurückführen, und darnach die darauf beruhenden Erscheinungen erklären. Zu dieser Mittheilung der Bewegung ist Zeit erforderlich, daher können durch einen sehr raschen Stoß die zunächst getroffenen Körpertheile von den übrigen getrennt werden, ohne daß letztere in Bewegung gerathen. Deßhalb wird ein frei aufgehängtes Brett von einer abgeschossenen Flintenkugel durchbohrt, ohne in merkliche Schwankung zu kommen, was aber geschieht, wenn die Kugel bloß aus freier Hand daran geworfen wird; aus demselben Grunde macht ein gegen eine Glastafel gerichteter Schuß mit einer Kugel ein rundes Loch in selbe; ein an feinen Fäden wagrecht hängender Stab läßt sich entzwei schlagen, ohne die Fäden zu zerreißen u. dgl. Auch der kräftige Widerstand, den bei dem Sprengen der Steine mit Schießpulver, in das Bohrloch geschütteter Sand leistet, und das Zerspringen hohl geladener Gewehre gehört hieher.

149. **Schiefer Stoß gleichförmig dichter Kugeln.** Wenn eine Kugel schief gegen eine andere stößt, so liegen im Augenblicke des Zusammentreffens die Mittelpuncte derselben und der Berührungspunct in einer geraden Linie, welche mit der Richtung der Bewegung der einen oder beider Kugeln unter einem Winkel geneigt ist. Man zerlege die

Geschwindigkeit des Mittelpunctes einer jeden Kugel in zwei Componenten, so daß die Richtung der einen Componente in die Verbindungslinie der Mittelpuncte fällt, die Richtung der andern aber dagegen senkrecht ist. Die gegen genannte Verbindungslinie senkrechten Componenten streben die Kugeln bloß tangentiell an einander vorbei zu führen, und tragen also nichts zum Stoße bei, weßwegen diese Componenten dadurch keine Aenderung erleiden; vermöge der in die Verbindungslinie der Mittelpuncte fallenden Componenten allein wirken die Kugeln, und zwar in geradem Stoße auf einander. Man bestimme nun den Erfolg dieses Stoßes nach obigen Formeln, und setze die darnach jeder einzelnen Kugel zufallende Geschwindigkeit mit der ihr ungeändert verbliebenen tangentiellen zusammen, so hat man den Bewegungszustand jeder Kugel nach dem Stoße. Sind z. B. beide Kugeln elastisch und von gleicher Masse, und ruht die gestoßene, so erhält letztere eine Bewegung nach der Richtung der Verbindungslinie der Mittelpuncte beider Kugeln im Augenblicke des Stoßes, welche der nach dieser Richtung zerlegten Bewegung der stoßenden Kugel gleich kommt, und der stoßenden Kugel verbleibt bloß die tangentielle Bewegung.

150. **Stoß einer Kugel gegen eine unbewegliche Wand.** Stößt eine Kugel *senkrecht* gegen eine feste Wand, so wird, wenn die Kugel sowohl als die Wand unelastisch ist, die Bewegung der Kugel gänzlich aufgehoben; ist aber die Kugel oder die Wand, oder sind beide vollkommen elastisch, so springt die Kugel in Folge der durch die Zusammendrückung geweckten Kraft mit der Geschwindigkeit, mit der sie die Wand trifft, nach gerade entgegengesetzter Richtung von der Wand ab. Man gelangt zu diesen für sich klaren Resultaten auch mittelst obiger Formeln, wenn man die gestoßene Kugel als ruhend und ihre Masse als unendlich groß betrachtet. Bei dem *schiefen* Stoße gegen die Wand zerfällt die Bewegung der Kugel in eine gegen die Wand senkrechte und in eine zur Wand parallele Componente. Nur erstere wird durch den Stoß geändert; sie verschwindet, wenn Kugel und Wand aller Elasticität ermangeln, und es bleibt bloß die tangentielle Bewegung übrig; die Kugel gleitet daher längs der Wand fort. Ist aber die Kugel oder die Wand, oder sind beide vollkommen elastisch, so wird die gegen die Wand senkrechte Bewegung ohne Aenderung der Größe in die entgegengesetzte verwandelt; setzt man diese mit der zur Wand parallelen Componente in eine Resultirende zusammen, so sieht man, daß die Bewegungsrichtungen der Kugel vor und nach dem Stoße in einer gegen die Wand senkrechten Ebene und auf entgegengesetzten Seiten der Geraden liegen, welche im Puncte, worin die Kugel die Wand trifft, gegen letztere senkrecht steht; ferner, daß diese Richtungen mit der Wand, und folglich auch mit dem vorgedachten Perpendikel gleiche Winkel bilden, und daß die Geschwindigkeit, mit welcher die Kugel sich von der Wand wegbewegt, dieselbe ist, welche vor dem Stoße statt fand. Man nennt eine solche durch die Elasticität bewirkte Abänderung der Bewegung eines an eine feste Wand stoßenden Körpers *Zurückwerfung* oder *Reflexion*. Bei unvollkommener Elasticität erlangt

die gegen die Wand senkrechte und durch den Stoß umgekehrte Componente der Geschwindigkeit der Kugel nicht ihre vorige Größe, der Neigungswinkel der Richtung der reflectirten Kugel gegen die Wand fällt daher kleiner aus, als der Winkel, unter welchem die Kugel sich gegen die Wand bewegte.

Auf den Gesetzen des Stoßes einer elastischen Kugel gegen eine andere ruhende von gleicher Masse, wie auch gegen eine feste Wand, beruht das Billardspiel; jedoch kommt dabei nicht bloß die progressive Bewegung der Kugeln, sondern auch die durch excentrischen Stoß und durch Reibung an der Unterlage bewirkte drehende Bewegung in Anschlag.

151. **Hindernisse der Bewegung.** Obgleich die in diesem Hauptstücke entwickelten Gesetze der Bewegung aus den allgemeinsten Eigenschaften der Materie und aus Voraussetzungen über die Wirksamkeit der Kräfte, deren Giltigkeit keinem Zweifel unterliegt, gefolgert worden sind, so lassen sie sich doch in der Erfahrung selten in ihrer Reinheit wahrnehmen. Der Grund davon liegt in Hindernissen, welche der durch Kraft und Trägheit bedingten Fortdauer der Bewegung entgegen stehen, und gewisser Maßen mit verzögernden Kräften verglichen werden können. Es gibt deren zweierlei; sie sind die Reibung der Körper an ihren Widerlagen und der Widerstand flüssiger Stoffe, welche die bewegten Körper umgeben. Die Reibung entspringt aus der durch die Porosität herbeigeführten Rauhigkeit der mit einander in Berührung stehenden Theile der Oberflächen fester Körper, was zur Folge hat, daß die Erhabenheiten des einen Körpers in die Vertiefungen des andern eindringen; der Widerstand einer Flüssigkeit, worin sich ein Körper bewegt, z. B. der Luft, rührt von der Undurchdringlichkeit und Trägheit der vom Platze zu schiebenden Flüssigkeitstheile her. Man nennt einen flüssigen Stoff, worin sich ein Körper bewegt, das Mittel (Medium). Die Reibung richtet sich nach der materiellen Beschaffenheit, nach dem Gefüge der Körper, nach der Größe der Berührungsflächen, nach dem Drucke der Körper gegen einander und nach der Art und Schnelligkeit der Bewegung; der Widerstand des Mittels hängt von dessen Dichte und Cohäsion, dann von der Größe, Gestalt und Bewegungsweise der darin bewegten Körper ab. Da eine größere Geschwindigkeit der Bewegung sowohl bei der Reibung, als auch bei dem Widerstande des Mittels, mit einer Einwirkung auf eine verhältnißmäßig größere Anzahl der Theilchen binnen einer in eben dem Maße längeren Zeit verknüpft ist, so kann man in dem einen wie in dem andern Falle den Widerstand unter übrigens gleichen Umständen, wenigstens näherungsweise, dem Quadrate der Geschwindigkeit des Beweglichen proportional setzen. In Folge dieses Widerstandes erscheint eine Bewegung, bei welcher ein Körper auf seine bloße Trägheit beschränkt ist, als eine verzögerte; eine durch eine beständige continuirliche Kraft hervorgebrachte Bewegung tritt mit einer um so geringeren Beschleunigung auf, je größer die dem Beweglichen bereits beigebrachte Geschwindigkeit ist, und nähert sich daher immer mehr einer gleichförmigen Bewegung, indem nämlich die Bewegung

durch den Widerstand zuletzt um eben das verzögert wird, um was sie durch die Kraft beschleuniget werden sollte. Wo es auf möglichste Verminderung der Reibung ankommt, ist im Allgemeinen Wegschaffung der Rauhigkeiten durch Glätten der Körper dienlich, doch steigert eine allzuhohe Politur die Adhäsion, und kann dadurch in gewissen Fällen von anderer Seite her eine Quelle des Widerstandes werden; eine schickliche Wahl der Stoffe, welche an einander gleiten sollen, ferner die Anwendung zweckmäßiger Schmiermittel leistet stets gute Dienste: endlich ist es zweckdienlich, die gleitende Bewegung der Körper möglichst zu vermeiden und einer wälzenden Bewegung den Vorzug zu geben. Der Widerstand des Mittels wird durch Verkleinerung und schickliche Gestaltung der Fläche vermindert, mit welcher eine gegebene Masse sich gegen die Theilchen des Mittels bewegt. Sowohl aus der Reibung, wie auch aus dem Widerstande des Mittels läßt sich für gewisse Zwecke Vortheil ziehen, und es kann besonders letzterer zur Abänderung der Richtung und Geschwindigkeit, ja selbst zur Hervorbringung einer Bewegung benützt werden.

Ungeachtet vieler über diese Widerstände angestellten Versuche lassen sich darüber keine allgemeinen Gesetze aufstellen, sondern man muß die Größe des Widerstandes in jedem besondern Falle eigens untersuchen. Die Bemerkung, daß die Größe der Reibung in vielen Fällen, namentlich, wenn sich harte Körper an einander reiben, unter übrigens gleichen Umständen dem Drucke proportionirt ist, hat zur Aufsuchung der Zahl veranlaßt, mit welcher man den Druck multipliciren muß, um den Betrag der Reibung zu finden. Man nennt diese Zahl den *Reibungscoefficienten*. Derselbe ist in der Regel kleiner als die Einheit, und man pflegt ihn im Durchschnitte, nach der Kraft, welche nöthig ist, einen glatten harten Körper, der gegen einen andern durch eine gegebene Kraft gedrückt wird, aus der Ruhe in Bewegung zu versetzen, $= \frac{1}{3}$ anzunehmen. Doch zeigt sich die Reibung während der Bewegung geringer, als bei dem Uebergange von der Ruhe in Bewegung. Es versteht sich von selbst, daß wenn die Kraft nicht unmittelbar auf die Stelle einwirkt, wo die Reibung statt findet, auf das Moment sowohl der Kraft als der Reibung Rücksicht zu nehmen ist, z. B. bei Bestimmung der Reibung an der Axe eines Wellrades, oder einer Rolle. Gleichartige Körper erzeugen eine stärkere Reibung als ungleichartige, auch hat Erhöhung der Temperatur auf die Reibung der Metalle, Feuchtigkeit auf die Reibung der Holzarten einen steigernden Einfluß. Die Reibung gewährt bei dem Anfassen, bei dem Befestigen der Körper durch Nägel, Stützen, bei Anwendung der Schraube, bei Hemmungen von Bewegungen u. s. w. großen Nutzen. Ein Gleiches läßt sich vom Widerstande der Luft und des Wassers sagen, wie die Anwendung der Ruder und Schaufelräder, dann der Wasserschraube zur Fortbewegung der Schiffe, des Steuerruders zur Lenkung derselben, der Gebrauch des Fallschirmes beweiset ꝛc.

Sechstes Hauptstück.

Von der Schwere.

152. Gesetze der Schwere der auf der Erde vorfindigen Körper. Mit Hilfe der in den vorhergehenden Hauptstücken entwickelten Principien lassen sich die Gesetze, nach welchen die Schwerkraft die unseren Versuchen unterworfenen Körper beherrscht, aus den Ergebnissen der Erfahrung leicht ableiten. Man gelangt auf diesem Wege zur Erkenntniß folgender Sätze: 1) Jeder noch so kleine Theil eines Körpers, den wir der Untersuchung unterziehen können, zeigt sich *schwer*, d. h. er äußert ein Bestreben gegen die Erde zu fallen. Die Schwere eines Körpers beruht also darauf, daß jedes Theilchen desselben durch eine eigene Kraft abwärts getrieben wird. 2) Ein fester Körper, den man an einem biegsamen, hinreichend starken Faden aufhängt, kann, wenigstens in einer bestimmten Stellung, zur Ruhe gebracht werden, und verbleibt in selber so lange, als keine andere Kraft auf ihn einwirkt. Es lassen sich also sämmtliche Schwerkräfte, welche die Theilchen des Körpers beherrschen, in Folge des unveränderlichen Zusammenhanges dieser Theilchen auf eine Resultirende reduciren, deren Richtung durch die Stellung des Fadens bei dem Gleichgewichte des Körpers angezeigt wird. 3) Die geraden Linien, nach welchen zwei oder mehrere neben einander hängende Fäden durch daran befestigte Körper ausgespannt erscheinen, zeigen sich, so weit unsere Untersuchungsmittel darüber zu entscheiden vermögen, einander parallel. Später wird bewiesen werden, daß dieser Parallelismus an weit von einander entfernten Orten nicht statt findet. Es können daher die Richtungen der auf die kleinsten Körpertheile wirkenden Schwerkräfte, wenigstens an einander nahe liegenden Orten und bei derjenigen Größe der Körper, welche noch die Handhabung derselben bei Versuchen gestattet, ohne merklichen Fehler als parallel angesehen werden. Die Richtung der Schwerkraft, so wie jede diese Richtung in sich enthaltende Ebene heißt *vertical*; eine dagegen senkrechte gerade Linie oder Ebene heißt *horizontal*. Durch jeden Punct nächst der Erde geht demnach nur eine verticale Linie und nur eine horizontale Ebene; aber es lassen sich durch ihn unendlich viele verticale Ebenen und horizontale Linien führen. 4) Da sämmtliche parallele Schwerkräfte der Körpertheilchen nach einerlei Richtung wirken, so entspricht denselben eine ihrer Summe gleiche Resultirende. Diese Resultirende ist das *Gewicht* des Körpers, welches sonach der Summe der Gewichte aller Theile gleich kommt. Geht man von letzterem Satze als einem leicht nachzuweisenden Ergebnisse der Erfahrung aus, so folgt daraus sogleich der Parallelismus der Richtungen der Schwerkräfte der kleinsten Körpertheile, und da, was eben so leicht durch Versuche dargethan werden kann, das Gewicht eines Körpers ungeändert bleibt, wenn seine Theile in andere gegenseitige Stellungen treten, so ist es gewiß, daß jedem Theilchen im Körper sein eigenes bestimmtes Gewicht zukommt

5) In so fern zwischen den Theilchen eines festen Körpers eine unveränderliche Verbindung besteht, geht die Richtung der Resultirenden aller Schwerkräfte bei jeder Lage des Körpers durch einen und denselben, bezüglich des Körpers der Lage nach völlig bestimmten Punct. Man nennt ihn den Schwerpunct des Körpers, und kann sich die Einwirkung der Schwere auf den Körper so denken, als ob bloß der Schwerpunct allein schwer und in ihm das ganze Gewicht des Körpers vereinigt wäre. 6) Befindet sich daher in der durch den Schwerpunct gezogenen Verticallinie ein mit dem Körper unveränderlich verbundener und unbeweglicher Punct, so ist der Körper im Gleichgewichte, denn die Resultirende der Schwerkräfte wird durch den fixen Punct unwirksam gemacht. Das Gleichgewicht heißt sicher oder stabil, wenn jede Verrückung des Körpers aus seiner Lage den Schwerpunct zunächst höher stellt; es heißt unsicher oder labil, wenn die kleinste Verrückung des Körpers den Schwerpunct in eine tiefere Lage bringt. Ist der Schwerpunct selbst ein fixer Punct, so befindet sich der Körper in jeder Lage im Gleichgewichte 7) Die Körper zeigen sich ohne Unterlaß schwer, die Schwere ist daher eine continuirliche Kraft, und die Bewegung eines fallenden Körpers, abgesehen vom Luftwiderstande oder anderen Hindernissen, ist deßhalb eine beschleunigte. Die Erfahrung bestätiget diese Schlußfolge durch die fortwährende Zunahme der Geschwindigkeit freifallender Körper, und durch den stärkeren Stoß eines von größerer Höhe herabfallenden Körpers gegen ein Hinderniß. 8) Körper von verschiedenem Gewichte und von verschiedener materiellen Beschaffenheit durchlaufen, wenn sie lediglich durch ihre Schwere abwärts getrieben werden und keine Hindernisse störend einwirken, an demselben Orte während derselben Zeit vom Anfange der Bewegung an gerechnet gleiche Wege oder, was dasselbe heißt, die Geschwindigkeit, welche ein frei fallender Körper während einer gegebenen Zeit erlangt, ist von dem Gewichte und von der materiellen Beschaffenheit desselben gänzlich unabhängig. Da aber Körper, welche verschiedene Gewichte haben, während des Fallens offenbar von verschiedenen Kräften getrieben werden, so muß, weil die während gegebener Zeit erlangte Geschwindigkeit dem Quotienten aus Kraft und Masse entspricht (124.), die Masse eines Körpers, dessen Gewicht größer ist, als das Gewicht eines anderen, genau in demselben Verhältnisse größer seyn, als die Masse des letztern. Die Massen der Körper verhalten sich also wie deren Gewichte. Hieraus folgt weiter, daß der Schwerpunct und der Mittelpunct der Masse eines Körpers ein und derselbe Punct ist; es können also die Schwerkräfte der Theilchen eines völlig frei beweglichen Körpers bloß eine progressive, nicht aber eine drehende Bewegung erzeugen (136.). 9) Die Erfahrung lehrt, daß die bei dem freien Falle während verschiedener vom Anfange der Bewegung gerechneter Zeiten zurückgelegten Wege, in so fern der Widerstand der Luft vernachläßigt werden darf, sich nahe verhalten wie die Quadrate dieser Zeiten. Der freie Fall darf also, wenigstens hinsichtlich der Fallhöhen, auf welche sich unsere Versuche erstrecken können, als eine gleichförmig beschleunigte Bewege-

sehen werden, und die Schwere erscheint in so weit als eine beständige continuirliche Kraft. Die genauere Erörterung der Natur der Schwere setzt jedoch besondere Betrachtungen voraus, und kann daher erst an einem späteren Orte vorgenommen werden. Bezeichnet man die Acceleration der Schwere, d. h. die Geschwindigkeit, welche diese Kraft während der Zeiteinheit erzeugt, mit g, so hat man zwischen dem Fallraum s und der Zeit t die Gleichung $s = \frac{1}{2} g t^2$ [s. 122. 2)], welche $g = \frac{2s}{t^2}$ gibt. Mittelst letzterer Formel findet man aus directen Versuchen in Wien, wenn die Secunde als Zeiteinheit, und der Fuß als Längeneinheit angenommen wird, $g = 31$. Ein genaueres Mittel zur Bestimmung des Werthes der Acceleration wird die Folge darbieten.

153. **Nähere Betrachtung der Standfähigkeit eines Körpers und Maß derselben.** Befindet sich der Schwerpunct eines Körpers *unter* einem fixen Puncte, durch dessen Vermittelung er im Gleichgewichte erhalten wird, so sagt man der Körper sey an diesem Puncte *aufgehängt*; im engern Sinne versteht man darunter die Befestigungsweise eines Körpers mittelst eines biegsamen cylindrischen Körpers (Faden, Schnur, Strick, Draht ꝛc.). In diesem Falle ist das Gleichgewicht des Körpers stets stabil, denn sein Schwerpunct hat den tiefsten Stand, den er bei dieser Verbindung mit dem fixen Puncte haben kann; bei jeder Verschiebung des Körpers kommt der Schwerpunct in eine höhere Lage und entwickelt als Angriffspunct der Resultirenden aller Schwerkräfte des Körpers, ein Bestreben zu der vorigen Lage zurückzukehren. Ein Gleiches gilt bezüglich der Aufhängung eines Körpers an mehreren fixen Puncten. Befindet sich aber der Schwerpunct des Körpers *über* einem oder mehreren fixen Puncten, die sein Fallen verhindern, so sagt man der Körper sey *unterstützt*, und nennt diese fixen Puncte die *Unterlage*; in diesem Falle kann das Gleichgewicht des Körpers nach Umständen stabil oder labil seyn, je nachdem eine Verschiebung oder Neigung des Körpers den Schwerpunct in eine höhere oder tiefere Lage bringt. In der ersten zeigt derselbe stets ein Bestreben gegen die vorige Lage zurückzukehren; in der zweiten stets ein Bestreben sich davon noch weiter zu entfernen. Als Beispiel mag ein eiförmiger Körper dienen, dessen Gleichgewicht stabil ist, wenn er auf der flachen Seite liegt; labil, wenn er auf eines der gekrümmteren Enden gestellt wird. In so fern eine Aenderung der Lage eines Körpers seinen Schwerpunct weder hebt noch senkt, tritt ein Mittelzustand zwischen Stabilität und Labilität ein, wie z. B. bei einer Kugel, die auf einer horizontalen Ebene liegt. Ist ein Körper in allen Puncten eines Theiles seiner Begrenzung unterstützt, wie es der Fall ist, wenn ein Körper eine unter ihm befindliche feste horizontale Ebene mit einem ebenen Theile seiner Begrenzung berührt, oder wird der Körper von einer solchen Ebene nur in einzelnen Puncten gehalten, wovon jedoch wenigstens drei nicht in derselben geraden Linie liegen, so heißt die Grenzfläche, auf welcher der Körper steht oder stehen soll, wie auch das Polygon, welches sich zeigt, wenn man durch je zwei benachbarte

Unterstützungspuncte gerade Linien zieht, die Grundfläche (Basis) des Körpers. Trifft die durch den Schwerpunct des Körpers gehende Verticallinie in die Grundfläche selbst, so ist derselbe vor dem Fallen gesichert; geht aber diese Verticallinie neben der Grundfläche vorbei, so kann der Körper ohne weitere Hilfe nicht stehen bleiben, sondern er schlägt nach der Gegend hin um, gegen welche die Verticallinie des Schwerpunctes fällt. Man pflegt daher diese Verticallinie, weil sie überhaupt die Richtung anzeigt, nach welcher der Schwerpunct sich zu bewegen sucht, die Directionslinie des Körpers zu nennen. Die Richtigkeit der so eben ausgesprochenen Behauptungen leuchtet von selbst ein, wenn man bedenkt, daß dem Schwerpuncte bezüglich jeder Kante des Körpers oder jeder anderen fixen mit dem Körper verbundenen geraden Linie, die nicht von der Directionslinie durchschnitten wird, ein Drehungsmoment nach der Seite der Directionslinie hin entspricht, welches, sobald es dem Körper gestattet ist, sich um diese Linie zu drehen, seine Wirkung äußert. Dieß tritt ein, wenn die Directionslinie eines Körpers außerhalb seiner Grundfläche fällt, während, wenn die Directionslinie durch die Grundfläche selbst geht, die Anregung zur Drehung des Körpers um jede einzelne Kante der Grundfläche durch den Widerstand der an die Grundfläche sich stützenden, unveränderlich mit einander verbundenen Körpertheile aufgehoben wird. Das Moment des Körpers rücksichtlich einer Kante der Grundfläche, nämlich das Product des Gewichtes des Körpers mit dem Abstande seiner Directionslinie von dieser Kante, kann als das Maß der Standfähigkeit des Körpers hinsichtlich der Drehung um genannte Kante angesehen werden, denn eine Kraft, welche den Körper um dieselbe so zu drehen sucht, daß er umgeworfen werden könnte, muß, damit dieß erreicht werde, hinsichtlich dieser Kante ein Moment besitzen, das größer ist, als dieses Maß.

Hiernach ist der sichere Stand aller Bauwerke, Geräthschaften, die Haltung des menschlichen Körpers bei den mannigfaltigen Stellungen und Bewegungen desselben ohne oder mit Belastung ꝛc. leicht zu beurtheilen und zu erklären. Zur Kenntniß der Lage des Schwerpunctes eines Körpers gelangt man auf empirischem Wege, mit Hilfe zweier Positionen des Gleichgewichtes, wenn man den Körper an zwei nicht in einerlei Directionslinie liegenden Puncten aufhängt oder unterstützt, oder mit Hilfe dreier Gleichgewichtslagen, wenn die Unterstützung in verschiedenen einander nicht durchgehends parallelen Kanten geschieht. Jeder Unterstützungspunct bestimmt im Augenblicke des Gleichgewichtes eine durch den Schwerpunct des Körpers gehende verticale Linie; jede Kante bestimmt unter gleichen Umständen eine Ebene, in welcher der Schwerpunct liegt; durch zwei solche Linien oder durch drei solche Ebenen, wie auch durch eine solche Ebene und eine nicht in ihr enthaltene Linie ist die Position des Schwerpunctes gegeben.

154. **Beziehung zwischen Gewicht und Masse.** Da jede continuirliche Kraft durch das Product irgend einer Masse mit derjenigen Geschwindigkeit ausgedrückt wird, welche diese Masse unter dem Einflusse der ungeänderten Intensität der Kraft während der Zeiteinheit erlangt, so hat man, wenn M die Masse eines Körpers, P der

Totalbetrag seiner Schwere, d. i. sein Gewicht, und g die Acceleration der Schwerkraft bezeichnet, die Formel $P = Mg$. Diese Art das Gewicht eines Körpers darzustellen, wird jedoch nur bei rein theoretischen Untersuchungen gebraucht, und darf nicht mit der gewöhnlicheren Bestimmung der Gewichte durch Abwägen verwechselt werden. Hat man nämlich die Längen- und Zeiteinheit, wornach sich der numerische Werth von g richtet, dann die Masseneinheit festgesetzt, so ist im Sinne obiger Formel die Einheit der Gewichte nicht mehr der Willkür anheimgestellt, sondern sie ist, wie aus der Gleichung $Mg = 1$ folgt, das Gewicht derjenigen Masse, deren numerischer Werth $= \frac{1}{g}$ ist, d. h. das Gewicht der Masse, welche zur Einheit der Massen sich verhält, wie 1 : g. Bei der gewöhnlichen Bestimmung der Gewichte aber wird ein nach Willkür gewähltes Gewicht dem Abwägen als Einheit zum Grunde gelegt. Kennt man jedoch das solchergestalt der Einheit der Massen zugehörende Gewicht σ, so besteht, wenn M die Masse eines Körpers und Q dessen durch Abwägen gefundenes Gewicht ist, weil die Massen sich wie die Gewichte verhalten, die Gleichung $M = \frac{Q}{\sigma}$. Darnach hat man $P = \frac{Qg}{\sigma}$.

Als Einheit der Massen dient gewöhnlich die Masse einer Volumseinheit reinen Wassers in seinem dichtesten Zustande, nämlich bei der Temperatur 3° R., weil man in der Regel die größte Dichte des Wassers als Einheit der Dichten annimmt (vergl. 138). Ein Wiener Kubikfuß reines Wasser bei 3° R. wiegt 432977,22 Gran; ein Kubikzoll 250,56 Gran. Bei der Wahl der Einheit im neufranzösischen Gewichtssysteme, nämlich des Gramm, wurde beabsichtiget, dafür das Gewicht eines Kubikcentimeters Wasser in seiner größten Dichte anzunehmen.

Da die Schwere der Körper sich ohne Unterlaß und überall äußert, so bietet sie sich uns gleichsam von selbst als das natürlichste Maß der Kräfte dar. Jeder Druck, also auch jede continuirliche Kraft, wird am bequemsten mit dem Drucke eines schweren Körpers verglichen, und darnach in Gewichtseinheiten ausgedrückt. Will man die solchergestalt erhaltenen Daten in eine Rechnung einführen, worin die Kraft, welche der Masse 1 binnen der Zeit 1 die Geschwindigkeit 1 ertheilt, als Einheit angenommen ist, so läßt sich die Umsetzung der Zahlwerthe der Kräfte von der einen Einheit auf die andere mittelst der oben erhaltenen Formel $P = \frac{Qg}{\sigma}$ leicht bewerkstelligen. Selbst momentane Kräfte lassen sich durch Vermittelung der Schwere bequem messen, indem man sie mit dem Stoße vergleicht, den eine von einer bestimmten Höhe frei herabfallende Masse von gegebener Größe gegen ein Hinderniß ausübt. Auch jede Arbeit, d. i. die fortdauernde Bekämpfung eines constanten Hindernisses, läßt sich dadurch anschaulich machen, daß man das Gewicht nennt, welches durch die arbeitende Kraft während einer festgesetzten Zeit auf eine gewisse Höhe gehoben würde. Die Arbeitsgröße ist offenbar dem gehobenen Gewichte und der Höhe direct, und der Zeit, während welcher es gehoben wurde, verkehrt proportionirt. Auf diese Weise macht man stets die Arbeit einer Maschine ersichtlich, und bildet in gleichem Sinne zur Bequemlichkeit der Rede noch beson-

dere Einheiten. Eine solche Einheit ist z. B. eine Pferdekraft, d h das Vermögen eine Last von 400 Pfund während einer Secunde einen Fuß hoch zu heben. Aus dem allgemeinen Satze 113 folgt, daß die Arbeit der Kraft durch eine Maschine nicht vermehrt werden könne; sie wird vielmehr, wegen der in der Maschine selbst liegenden unvermeidlichen Bewegungshindernisse, deren Besiegung einen Theil der Kraft verzehrt, stets verringert. Hieraus entspringt der Begriff des Nutzeffectes einer Maschine, d. i. des Verhältnisses der wirklichen Arbeit (Leistung) der Maschine zur Arbeit, die der bewegenden Kraft an sich genommen entspricht, und durch die Maschine geleistet würde, wenn sämmtliche Hindernisse beseitiget werden könnten. Dennoch bleiben die Maschinen unentbehrlich; sie sind Vorrichtungen, mittelst welcher eine gewisse disponible Arbeitsgröße, als ein durch gewisse Factoren gegebenes Product, auf eine passendere Weise in Factoren zerlegt und dadurch practisch brauchbar gemacht wird, wenn gleich dieß nur mit einigem Verluste möglich ist.

155. **Absolutes, specifisches Gewicht eines Körpers und deren Beziehung zur Dichte.** Das Gewicht eines Körpers, so wie es durch Wägung gefunden wird, heißt sein absolutes Gewicht. Denkt man sich die Volumseinheit mit Materie von derselben Dichte erfüllt, wie sie in einem Körper vorkommt, oder vorkommen würde, wenn die Materie in dem Rauminhalte des Körpers gleichförmig vertheilt wäre, so heißt das in die Volumseinheit gehende Gewicht das specifische Gewicht des Körpers. Nach dieser Erklärung erhält man also das specifische Gewicht S eines Körpers, wenn man dessen absolutes Gewicht Q durch sein Volum V dividirt, d. h. es ist $S = \frac{Q}{V}$. Man hat daher auch $Q = VS$ und $V = \frac{Q}{S}$. Nach 138. wird die Dichte eines Körpers durch dessen Masse und Volum mittelst der Formel $D = \frac{M}{V}$ ausgedrückt, und nach 154. ist, wenn σ das Gewicht der Masseneinheit bedeutet, $M = \frac{Q}{\sigma}$; es ist daher auch $D = \frac{Q}{V\sigma}$. Setzt man hier S statt $\frac{Q}{V}$, so wird $D = \frac{S}{\sigma}$ oder $S = D\sigma$. Wählt man die Dichte irgend eines Stoffes als Einheit der Dichten, so ist die Masse dieses Stoffes unter dem Volum 1 nothwendig der Einheit der Massen gleich, mithin das Gewicht dieses Stoffes unter dem Volum 1, d. i. sein specifisches Gewicht $= \sigma$, und $V\sigma$ das Gewicht dieses Stoffes unter dem Volum V. Nennt man letzteres Gewicht q, d. h. setzt man $V\sigma = q$, so zeigt sich auch $D = \frac{Q}{q}$ oder $Q = Dq$. Von diesen Beziehungen läßt sich zur Bestimmung der Gewichte der Körper aus ihren Rauminhalten und umgekehrt dieser aus jenen, ein sehr nützlicher Gebrauch machen.

Die Wichtigkeit des Gegenstandes nöthiget hierüber noch in einige nähere Nachweisungen einzugehen. Die passendsten Mittel zur Bestimmung der Dichten der Körper können zwar erst später angegeben werden; wo es nicht auf die äußerste Genauigkeit ankommt, reicht jedoch folgendes Verfahren hin: Um die Dichte eines tropfbar flüssi-

gen Körpers mit der Dichte des Wassers bei der herrschenden Temperatur zu vergleichen, fülle man ein Fläschchen einmal mit der zu untersuchenden Flüssigkeit, das andere Mal mit reinem Wasser und bestimme jedesmal das Gewicht, welches das Fläschchen faßt, entweder indem man vom Gewichte des gefüllten Fläschchens das Gewicht des leeren abzieht, oder indem man das Gewicht des Fläschchens selbst durch vorläufiges Tariren außer Spiel setzt. Dividirt man, der Formel $D = \frac{Q}{q}$ gemäß, das Gewicht der Flüssigkeit durch das Gewicht des Wassers unter gleichem Volum, was eben durch Anwendung eines und desselben Fläschchens in beiden Wägungen erzielt werden soll, so hat man die verlangte Dichte. Um jedoch hiebei keinen merklichen Fehler zu begehen, ist darauf zu sehen, daß das Fläschchen jedesmal genau auf dieselbe Weise gefüllt sey. Man erreicht dieß nur, wenn man es immer ganz füllt und mit einem sorgfältig eingeschliffenen Stöpsel so verschließt, daß zwischen dem Stöpsel und der Flüssigkeit kein Raum bleibt. Zu diesem Behufe kann der Stöpsel einen feinen Kanal haben, durch den der Ueberschuß der Flüssigkeit austritt. Ist die Dichte eines festen Stoffes oder Körpers zu finden, so bringt man, nachdem man das Fläschchen mit einer tropfbaren Flüssigkeit, worin sich der Körper nicht auflöst, gefüllt und das Gewicht des Inhaltes bestimmt hat, den Körper oder ein Stückchen des Körpers in das Fläschchen. Hiedurch wird ein Quantum der Flüssigkeit, dessen Volum jenem des Körpers gleich kommt, aus dem Fläschchen herausgetrieben. Das Gewicht der so verdrängten Flüssigkeit findet man, wenn man das Gewicht des Inhaltes des Fläschchens, während es den Körper und die Flüssigkeit in sich faßt, von der Summe der Gewichte des Körpers und des bloß mit Flüssigkeit gefüllten Fläschchens abzieht. Das Gewicht des Körpers durch diese Differenz getheilt, gibt das Verhältniß der Dichte desselben zur Dichte der Flüssigkeit. Ist der Körper im Wasser nicht löslich, so kann man zur Füllung des Fläschchens sogleich Wasser nehmen und findet so unmittelbar die Dichte des Körpers im Vergleiche mit jener des Wassers, wäre aber der Körper im Wasser löslich, so findet man in gedachtem Sinne seine Dichte, wenn man den durch die so eben erwähnte Division erhaltenen Quotienten mit der Dichte der angewendeten Flüssigkeit multiplicirt. Will man derlei Bestimmungen die größte Dichte des Wassers zum Grunde legen und hat man die Wägungen bei einer andern Temperatur als 3° R. vorgenommen, so muß man die erhaltenen Resultate noch mit der Dichte des Wassers bei der stattgehabten Temperatur multipliciren. Nach genauen Untersuchungen ist die Dichte des Wassers, wenn dessen größte Dichte = 1 gesetzt wird,
bei 10° R. = 0,999442; bei 11° R. = 0 9992-8; bei 12° R. = 0,999095;
bei 13° R. = 0,998893; bei 14° R. = 0 998673; bei 15° R. = 0,998435;
bei 16° R. = 0 998180; bei 17° R. = 0 997907; bei 18° R. = 0,997622;
bei 19° R = 0,997320; bei 20° R. = 997003. Aus der Dichte eines Körpers erhält man, nach obigen Formeln, sein specifisches Gewicht, wenn man die Dichte mit dem specifischen Gewichte des Wassers multiplicirt.

Handelt es sich um die Bestimmung des Gewichtes eines nicht leicht abzuwägenden Körpers, dessen Volum man aber kennt, z. B. eines großen Steinblockes von durchgehends gleichförmiger Beschaffenheit, so untersuche man vorerst seine Dichte, was mittelst eines kleinen Stückchens desselben geschehen kann, berechne daraus sein specifisches Gewicht, und multiplicire dieses mit dem gegebenen Volum. Wäre das Volum eines unregelmäßigen Körpers, der sich nicht leicht geometrisch behandeln läßt, zu suchen, so kann hiezu sein Gewicht dienen,

wenn nur seine Dichte gegen irgend einen bekannten Stoff und dieser zu Folge sein specifisches Gewicht bekannt ist. Das Gewicht des Körpers durch sein specifisches Gewicht getheilt, gibt sein Volum an. Auf diese Weise findet man auch das innere Volum eines Gefäßes, indem man das Gewicht des dieses Volum ausfüllenden Wassers oder Quecksilbers durch das specifische Gewicht dieser Flüssigkeit dividirt. Die Dichte dient als ein gutes Kennzeichen der materiellen Beschaffenheit und spielt daher auch in der Charakteristik der Stoffe eine wichtige Rolle. Gold ist 19mal, Platin 21mal, Blei 11mal, Silber $10\frac{1}{2}$mal, Kupfer 9mal so dicht als Wasser. Die Dichte des Quecksilbers bei 0° R. ist = 13,598, der concentrirten englischen Schwefelsäure = 1,85, des absoluten Alkohols bei 12° R. = 0,795 u. s. w.

156. **Theorie der Wage.** Jede Vorrichtung, an welcher sich Verschiedenheiten in der Belastung auf eine unzweideutige Weise erkennen lassen, kann zur Bestimmung der Gewichte der Körper, mithin als Wage dienen. Ist diese Vorrichtung für hinreichend kleine Aenderungen der Belastung empfindlich, so kann das Gewicht eines Körpers daran mit entsprechender Genauigkeit gefunden werden, zumal wenn man die Methode der doppelten Wägung (20.), wodurch das Resultat der Operation von der speciellen Einrichtung der Wage ganz unabhängig wird, in Anwendung bringt. Indessen verlangt man von einer Wage stets unmittelbare Angabe der Gewichte der Körper, in welcher Beziehung die Construction derselben in nähere Betrachtung kommt. Diese läßt sich zwar auf die mannigfaltigsten Principe gründen; so hat man selbst die Molecularkräfte der Materie, z. B. die Elasticität, zur Wägung benützt (Federwagen); doch verdient die Anwendung des Hebels entschieden den Vorzug. Zur Wägung leichterer Körper genügt ein einfacher Hebel; für größere Lasten nimmt man zu einer Combination mehrerer Hebel Zuflucht (zusammengesetzte Wagen). Besteht die Wage aus einem einfachen Hebel, so geschieht die Wägung entweder durch Ausmittelung desjenigen Gewichtes, welches dem in Frage stehenden gleich kommt (gleicharmige Wage), oder es wird das zu suchende Gewicht mit Hilfe eines kleineren gefunden. Im letzteren Falle erkennt man das fragliche Gewicht entweder aus der zur Herstellung des Gleichgewichtes bei bestimmter Lage des Hebels (Wagbalkens) nöthigen Position des Gegengewichtes (Schnellwage), oder aus der Stellung des Hebels während die Last wie auch das Gegengewicht stets an denselben Puncten des Hebels wirken (Zeigerwage). Für den Physiker ist die bereits an einem frühern Orte (20.) berührte gleicharmige Wage bei weitem die wichtigste. Mittelst derselben soll sich die Gleichheit oder Verschiedenheit der in die beiden Schalen gelegten Gewichte aus der Stellung des Wagbalkens dadurch erkennen lassen, daß derselbe nur bei gleicher Belastung der Schalen, worauf bei dem Gebrauche dieser Wage stets hingearbeitet wird, eine und dieselbe bestimmte Stellung annimmt, von dieser aber schon bei geringer Differenz der Belastung der Schalen merklich abweicht. Diese Eigenschaft der gleicharmigen Wage hängt lediglich von der relativen Lage des Schwerpunctes des Wagbalkens und der Aufhängearen der Wagschalen gegen die

Drehungsaxe des Wagbalkens ab. Vor allem ist nöthig, daß die aufwärts gekehrten Schneiden, an welchen die Wagschalen herabhängen, der abwärts gekehrten Schneide, um welche sich der Wagbalken dreht, genau parallel seyen; denn sonst wäre das Drehungsmoment, welches die Belastung jeder Wagschale mittelst des Balkens bezüglich der Drehungsaxe äußert, von der Lage der Gewichte in den Schalen abhängig, in so fern nämlich dadurch die Lage des Durchschnittspunctes der Directionslinie der Belastung mit der Aufhängeaxe der Wagschale, d. i. die Lage des Angriffspunctes der Gesammtbelastung der Wagschale in dieser Aufhängeaxe, bestimmt wird. Damit der Wagbalken bei seiner Drehung längs einer verticalen Ebene auf und nieder gehe, ist es erwünschlich, daß diese Schneiden, welche füglich gegen die durch die Symmetrie des Wagbalkens gegebene Längenaxe desselben senkrecht stehen, eine horizontale Lage haben. Dieß vorausgesetzt, ist bloß der Durchschnitt des Wagbalkens mit der Ebene zu betrachten, welche durch seinen Schwerpunct senkrecht gegen seine Drehungsaxe geht, also eine verticale Lage hat: die Durchschnittspuncte dieser Ebene mit der Drehungsaxe des Wagbalkens und mit den Aufhängearen der Schalen können als der Drehungspunct des Balkens und als die Aufhängepuncte der Schalen angesehen werden. Es sey G (Fig. 37) der Schwerpunct, C der Drehungspunct des Wagbalkens, A und B seyen die Aufhängepuncte der Wagschalen. Die Gerade AB heißt hier insbesondere die Längenaxe, ihr Halbirungspunct M der Mittelpunct und die Hälften der Längenaxe heißen die Arme des Wagbalkens. Damit ein stabiles Gleichgewicht des unbelasteten Wagbalkens möglich sey, muß der Schwerpunct G unter dem Drehungspuncte C liegen; ruht der Balken, so liegt G in der durch C geführten Verticallinie. Haben die Wagschalen einerlei Gewicht, und werden gleiche Gewichte in selbe gelegt, so kann man sich alle diese Lasten in M vereinigt denken; soll nun der Balken bei jeder gleichen Belastung der Schalen stets eine und dieselbe Gleichgewichtslage erhalten, so müssen die Puncte C, G, M nothwendig in einer geraden Linie (in der Regel erscheint die Zunge als Verlängerung derselben) liegen, weil sonst die Stellung des Balkens von dem Kampfe der einander entgegenwirkenden Momente, welche die in M und G concentrirten Gewichte bezüglich des Punctes C äußern, also von der Größe der Belastungen abhängen würde. Die Gleichheit der beiden Belastungen der Wage wird leicht dadurch geprüft, daß eine Verwechslung derselben unter einander keine Aenderung in der Gleichgewichtslage des Balkens hervorbringen darf. Fügt man zur Belastung der einen Schale noch ein Gewichtchen hinzu, so neigt sich der Balken gegen diese Seite, d. h. es entsteht ein Ausschlag; soll der Ausschlagswinkel einerlei Größe behalten, man mag das Zulaggewicht auf der einen oder auf der andern Seite anbringen, so muß AB mit CG einen rechten Winkel bilden. Wovon die Größe des Ausschlags abhängt, welchen ein gegebenes Zulaggewicht hervorbringt, läßt sich folgender Maßen beurtheilen: Es sey A'B' (Fig. 38) die durch ein in die Schale bei A zugelegtes Gewicht hervor-

gebrachte geneigte Stellung des Wagbalkens, also x C u der Ausschlagwinkel, ferner seyen A a, M m, G g Verticallinien, welche der durch C gezogenen Horizontallinie in a, m, g begegnen, endlich stelle z das Zulaggewicht, Q die gleiche Belastung der Schalen, ihr eigenes Gewicht mitgerechnet, und W das Gewicht des Wagbalkens vor, so sind die Producte z . a C, Q . m C, W . g C die Drehungsmomente der Gewichte z, Q, W rücksichtlich des Punctes C, und es besteht daher unter der Annahme, daß der Mittelpunct des Wagbalkens tiefer liegt als der Drehungspunct, zwischen diesen Momenten die Gleichung

$$z \,.\, aC = W \,.\, gC + Q \; mC.$$

Was zur Verringerung der Momente Q . m C und W . g C beiträgt, bewirkt eine Verkleinerung des Productes z . a C, mithin, bei einerlei Zulaggewicht z, eine Verkleinerung von a C, daher einen größeren Ausschlagwinkel; einen gleichen Einfluß übt bei übrigens gleichen Umständen auch die Verlängerung des Wagbalkens oder eine Vermehrung von z aus, weil dann die vorige Größe des Momentes z . a C nur durch Vergrößerung dieses Winkels hergestellt wird. Je geringer also das Gewicht und die Belastung des Wagbalkens sind, je näher der Schwerpunct und Mittelpunct des Balkens dem Drehungspuncte liegen, je länger der Wagbalken ist, einen desto größeren Ausschlag gibt ein bestimmtes Zulaggewicht, um so *empfindlicher* ist also die Wage. Man beurtheilt übrigens die Empfindlichkeit einer Wage, überhaupt genommen, nach dem noch einen merklichen Ausschlag herbeiführenden Bruchtheile der größten Belastung, welche die Wage zu tragen vermag.

Die Empfindlichkeit, welche man von einer Wage fordert, hängt vom Grade der Genauigkeit ab, den man bei den Wägungen erreichen will. Eine zu große Empfindlichkeit kann in gewissen Fällen sogar lästig werden. Eine Wage, welche bei 1 Kilogramm Belastung noch für 1 Milligramm empfindlich ist, genügt für viele physikalische Zwecke. Die Genauigkeit der Gewichte muß mit jener der Wage harmoniren.

Befände sich der Mittelpunct M des Wagbalkens über dem Drehungspuncte C, so wäre in obiger Gleichung das Moment Q . m C subtractiv zu setzen, d. h. es wäre

$$z \,.\, aC = W \,.\, gC - Q \,.\, mC.$$

In diesem Falle erhielte man bei einerlei Zulaggewicht z einen größeren Ausschlag, wenn man die Wage mehr belastet, diese wäre demnach für größere Lasten empfindlicher als für kleinere; bei nicht sehr großer Nähe des Punctes M gegen C könnte die Wage noch eine Belastung vertragen, in Bezug auf welche $Q \,.\, mC > W \,.\, gC$ würde; das Gleichgewicht hört dann auf stabil zu seyn, was sich durch Umschlagen des Balkens kund gibt. Geht die Drehungsaxe des Balkens durch seinen Mittelpunct, so hängt der Ausschlagwinkel gar nicht von der Belastung der Wage ab, sondern das Zulaggewicht kämpft bloß gegen das Gewicht des Wagbalkens. Diese zwei letzteren Fälle sind bei dem Baue einer Wage zu vermeiden.

Nach denselben Principien ist die *Schnellwage* zu beurtheilen; sie ist ein ungleicharmiger Hebel mit einem am längeren Arme verschiebbaren Gewichte, *Laufgewicht* genannt. Befindet sich, wenn die Zunge jene Stellung des Balkens anzeigt, auf welche alle Wägungen bezogen werden, der Schwerpunct des Balkens, die Schale oder den

Haken zur Aufnahme des abzuwägenden Körpers mitgerechnet, unter der Drehungsaxe, was daraus erkannt wird, daß der unbelastete Balken in der vorgeschriebenen Lage im Gleichgewichte steht, so sind, wenn, bei der Abwägung eines Körpers, das Laufgewicht so gestellt wird, daß der Balken wieder die vorgeschriebene Gleichgewichtslage erhält, die Momente des Gewichtes des Körpers und des Laufgewichtes hinsichtlich der Drehungsaxe des Balkens einander gleich; es verhalten sich demnach das Gewicht des Körpers und das Laufgewicht verkehrt wie die zugehörenden Abstände der durch die Angriffspuncte dieser Gewichte gehenden Verticallinien von der Drehungsaxe, oder, was dasselbe heißt, verkehrt wie die entsprechenden Hebelarme, in so fern man diese auf der Langenaxe des Wagbalkens, d. i. auf der Verbindungslinie genannter Angriffspuncte, von dem Puncte an rechnet, in welchem die Verbindungslinie des Schwerpunctes des Balkens und des Aufhängepunctes die Längenaxe trifft. Das Verhältniß des veränderlichen Armes zum unveränderlichen kann mittelst einer am Wagbalken angebrachten Scale ersichtlich gemacht werden, wornach die Bestimmung des Gewichtes des Körpers eine bloße Multiplication des Laufgewichtes mit dieser Verhältnißzahl erfordert. Man wird nach dem Gesagten leicht einsehen, wie wenig Vertrauen die hie und da im gemeinen Leben in Anwendung vorkommenden Schnellwagen mit empirisch aufgetragener Scale verdienen, deren unbelasteter Balken für sich allein nicht im Gleichgewichte steht.

157. **Bewegung geworfener Körper.** Wird ein freier Körper im leeren Raume oder in einem Mittel, dessen Widerstand ohne merklichen Fehler vernachlässiget werden darf, in Bewegung gesetzt, und sodann seiner Trägheit und Schwere überlassen, so kann seine Bewegung von diesem Augenblicke angefangen als das Resultat der Zusammensetzung zweier Bewegungen betrachtet werden, derjenigen nämlich, welche der Körper, wenn er schwerlos wäre, in Folge des vorausgegangenen Impulses haben würde, und der Bewegung, in welche ihn die Schwere für sich allein zu versetzen vermag. Da nun ein Körper seiner Trägheit gemäß nach der einmal eingeschlagenen Richtung in gleichförmiger Bewegung zu verbleiben sucht, und die Schwere, in so fern sie als eine constante Kraft angesehen werden darf, ihm eine der Dauer ihrer Einwirkung proportionale Geschwindigkeit nach verticaler Richtung ertheilt, so kommt es hier bloß auf die Zusammensetzung einer gleichförmigen Bewegung mit einer gleichförmig beschleunigten an, und die in 122, 123, 135 vorgetragenen Lehren finden ihre Anwendung. Erhält also 1) ein Körper durch einen vertical abwärts gerichteten Impuls die Geschwindigkeit c und ertheilt ihm die Schwere während der Zeiteinheit die Geschwindigkeit g, so besitzt sein Schwerpunct am Ende der Zeit t die Geschwindigkeit $v = c + gt$, und hat den Weg $s = ct + \frac{1}{2}gt^2$ zurückgelegt. Hierunter ist der durch die Schwere allein bewirkte freie Fall mitbegriffen, wenn entweder $c = 0$ gesetzt, oder die Zeit von dem Augenblicke an gezählt wird, in welchem das Bewegliche die Geschwindigkeit c erlangt hat. 2) Wird ein Körper vertical aufwärts geworfen und beginnt er seine Bewegung mit der Geschwindigkeit c, so besitzt sein Schwerpunct am Ende der Zeit t die Geschwindigkeit $v = c - gt$, und hat den Weg $s = ct - \frac{1}{2}gt^2$

zurückgelegt. Er bewegt sich daher nur während einer Zeit $= \frac{c}{g}$ aufwärts, und erreicht die Höhe $\frac{c^2}{2g}$; sodann kehrt er um, und bewegt sich mit gleichförmiger Beschleunigung abwärts. 3) Wird ein Körper mit der Geschwindigkeit c nach horizontaler Richtung geworfen, so combinirt sich die genannter Richtung und Geschwindigkeit entsprechende gleichförmige Bewegung mit der durch die Schwere erzeugten gleichförmig beschleunigten, und der Schwerpunct des Beweglichen beschreibt eine parabolische Bahn, als deren Scheitel der Anfangspunct der Bewegung erscheint, deren Axe vertical und abwärts gerichtet, und deren Parameter $= \frac{2c^2}{g}$ ist [135. 1)]. 4) Erhält ein Körper die Geschwindigkeit c nach einer schief aufwärts gehenden Richtung, so beschreibt sein Schwerpunct eine Parabel mit verticaler abwärts gerichteter Axe, deren Scheitel der höchste Punct der Bahn ist. Dieses Resultat folgt ebenfalls aus 135, doch läßt es sich auch auf den vorhergehenden Fall reduciren. Man kann nämlich die schief aufwärts gerichtete Geschwindigkeit c in eine horizontale Componente h und in eine verticale aufwärts gehende v zerlegen; erstere bleibt ungestört, nur die letztere wird von der Schwere bekämpft, und es hat daher das Bewegliche nach Verlauf der Zeit $\frac{v}{g}$ den höchsten Punct seiner Bahn und damit die Höhe $\frac{v^2}{2g}$ über der durch den Anfangspunct der Bewegung gelegten Horizontalebene erreicht. Dort verhält sich das Bewegliche so, als würde es von da aus mit der Geschwindigkeit h horizontal geworfen; es beschreibt also eine Parabel, deren Axe durch den höchsten Punct der Bahn vertical abwärts geht, und deren Parameter $= \frac{2h^2}{g}$ ist. Das Bewegliche bleibt sonach fortwährend in der die Richtung des Wurfes in sich enthaltenden Verticalebene. Es sey A (Fig. 39) der Ort des Schwerpunctes des Körpers am Anfange der Bewegung, A z die Richtung des Wurfes, A u eine Horizontallinie in der durch A z gelegten Verticalebene. Der Winkel z A u, d. i. die Neigung von A z gegen eine Horizontalebene, heißt *Elevationswinkel* des Wurfes; die Entfernung des Punctes D von A, in welchem die Bahn des Schwerpunctes die Horizontallinie A u trifft, wird die *Wurfweite* genannt. Man findet dieselbe leicht mit Hilfe der Bemerkung, daß das seiner Bahn folgende Bewegliche in derselben Zeit von A bis D kommt, in welcher es mit seiner horizontalen Geschwindigkeit h den geraden Weg A D durchlaufen würde. Aber erstere Zeit ist $= \frac{2v}{g}$, weil das Bewegliche die Zeit $\frac{v}{g}$ braucht, um von A bis zum höchsten Puncte B der Bahn hinauf zu steigen, und eine gleiche Zeit um von B zum Puncte D herabzusinken. Hiernach ergibt sich die Wurfweite $AD = \frac{2hv}{g}$ Werden

mehrere Würfe mit derselben Anfangsgeschwindigkeit c, jedoch unter verschiedenen Elevationen gemacht, so ändern sich die Componenten h und v, mithin auch die Wurfweite. Um zu erkennen, wann dieselbe am größten ausfällt, trage man längs der Az ein die Geschwindigkeit c vorstellendes Stück AH auf, und ziehe HK auf AD senkrecht, so stellt AH die horizontale Componente h und HK die verticale v vor. Nimmt man auf AD die AL = AH, beschreibt über A einen Halbkreis, welcher die AH in J schneidet, und zieht JL, so sind die rechtwinkligen Dreiecke AJL, AHK congruent, folglich ist AJ = AK. Zieht man noch JQ senkrecht auf AC, so zeigt sich

$$AH : AJ = HK : JQ,$$

d. h. wenn man JQ = p setzt, $c : h = v : p$, also $hv = cp$. Demnach hat man auch $AD = \frac{2cp}{g}$. Es wird also die Wurfweite bei ungeändertem Werthe von c am größten, wenn p am größten ausfällt, nämlich wenn der Punct Q mit dem Mittelpuncte des Halbkreises übereinstimmt. Dieß geschieht nur, wenn der Elevationswinkel zAu die Hälfte eines rechten oder 45° beträgt, und dann wird $p = \frac{1}{2}c$, mithin die Wurfweite $= \frac{c^2}{g}$. Betragen zwei Elevationen zusammen einen rechten Winkel, so vertauschen sich bloß h und v, das Product hv bleibt ungeändert, mithin auch die Wurfweite.

Bezeichnet man den Elevationswinkel zAu mit α, so wird

$$AK = AH \cos\alpha \quad \text{und} \quad HK = AH \sin\alpha,$$

also $$h = c \cos\alpha \quad \text{und} \quad v = c \sin\alpha.$$

Hiernach findet man, die Höhe des Wurfes $CB = \frac{v^2}{2g} = \frac{c^2 \sin\alpha^2}{2g}$, die Dauer der Bewegung von A bis D oder $\frac{2v}{g} = \frac{2c \sin\alpha}{g}$, den Parameter der Bahn oder $\frac{2h^2}{g} = \frac{2c^2 \cos\alpha^2}{g}$, und die Wurfweite

$$= \frac{2c^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

Letzterer Ausdruck erhält seinen größten Werth, wenn $\sin 2\alpha = 1$, also wenn $2\alpha = 90°$ und $\alpha = 45°$ wird, wie oben. Die Wurfweite wird die Hälfte der größten, wenn $\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$, also wenn 2α entweder 30° oder $180° - 30° = 150°$, mithin α entweder 15° oder 75° beträgt. Ist die Wurfweite w nebst der Geschwindigkeit c gegeben, so findet man wegen $w = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{g}$ den nöthigen Elevationswinkel mittelst der Formel $\sin 2\alpha = \frac{gw}{c^2}$; ein solcher Wurf wird also unmöglich, wenn $c^2 < gw$ ist.

Diese Formeln würden eine wichtige Anwendung bei der Bestimmung der Ladung und Elevation der Wurfgeschütze finden, wo es sich um Erreichung einer gegebenen Wurfweite und mitunter auch einer gewissen Höhe des Wurfes handelt, wenn der Luftwiderstand auf die Resultate derselben nicht einen so bedeutenden Einfluß nahme. Wegen dieses Widerstandes bleibt die horizontale Componente der Bewegung des

geworfenen Körpers nicht gleichförmig, sondern sie wird ohne Ende verzögert; die verticale Componente erscheint nicht gleichförmig beschleunigt, sondern der Luftwiderstand verringert den Effect der Schwere um so mehr, je größer die bereits erreichte Geschwindigkeit ist. Der abwärts gehende Ast der Bahn erhält dadurch eine Gestalt, welche von der des aufsteigenden Astes abweicht. Weil die horizontale Bewegung bald ganz unmerklich wird, so herrscht die verticale allein vor; der abwärts gehende Ast der Bahn convergirt also gegen eine verticale Asymtote und die Bewegung nimmt immer mehr den Charakter einer gleichförmigen an.

158. **Bewegung durch Uebermucht.** Wenn die mittelst einer Maschine einander entgegenwirkenden Kräfte nicht in dem zur Bewirkung des Gleichgewichtes nöthigen Verhältnisse stehen, so geräth die Maschine in Bewegung. In so fern man sich diese Kräfte als Gewichte vorstellt, sagt man die solchergestalt erzeugte Bewegung sey durch Uebermucht entstanden. Folgendes wird von der Art, wie eine solche Bewegung zu berechnen ist, einen Begriff geben. Man denke sich eine verticale Rolle oder ein Rad um seine (horizontale) Axe äußerst leicht beweglich, um den Rand desselben eine Schnur gelegt, und an deren Enden gleiche Gewichte angebracht, so werden diese einander das Gleichgewicht halten. Setzt man nun auf der einen Seite noch ein Uebergewicht hinzu, so muß das dort befindliche Gewicht sinken, das auf der entgegengesetzten Seite steigen, und zwar, abgesehen von dem Luftwiderstande und der Reibung der Axe des Rades an ihrer Unterlage, mit gleichförmig beschleunigter Bewegung, denn die Ursache der Bewegung wirkt hier fortwährend mit einerlei Stärke. Allein die Beschleunigung der Bewegung wird geringer seyn, als wenn das Gewicht frei fiele, denn die am Uebergewichte haftende Schwerkraft hat jetzt nicht bloß die Masse dieses Uebergewichtes, sondern auch noch die Massen der gleichen Gewichte, womit die Schnur anfänglich belastet war, und die Schnur selbst zu bewegen und überdieß das Rad zu drehen. Während also im freien Falle die Geschwindigkeit des Beweglichen nach Verlauf jeder Secunde um 31 Wiener Fuß zunimmt, d. h während da die Beschleunigung $g = 31$ ist, wird nunmehr eine kleinere Beschleunigung statt finden, deren Werth γ zu bestimmen ist. Nehmen wir, der Einfachheit der Betrachtung willen, zuerst an, das Rad bestehe bloß aus einem mit der Axe durch sehr dünne Spangen verbundenen Ringe, so daß ohne merklichen Fehler vorausgesetzt werden darf, es befinde sich die ganze Masse des Rades an seinem Umfange vertheilt. Da dieser Umfang sich eben so schnell bewegt, wie die Schnur und die Gewichte, so nimmt das Rad im Vergleiche mit den Gewichten einen seiner Masse proportionalen Theil der bewegenden Kraft in Anspruch; man kann demnach die Masse des Rades zu jener der Gewichte hinzurechnen, und findet somit, wenn M die Gesammtmasse des Rades, der Schnur und der beiderseits angebrachten gleichen Gewichte, z die Masse des Uebergewichtes bedeutet, nach 124. die Kraft, welche nöthig ist, die Masse $M + z$ mit der Beschleunigung γ zu bewegen, $= (M + z)\gamma$. Aber die bewegende Kraft ist hier das Gewicht der Masse

z, nämlich zg; daher besteht die Gleichung $(M+z)\gamma = zg$, aus welcher $\gamma = \frac{zg}{M+z}$ folgt. Man kann in dieser Formel an die Stelle der Massen M und z die nach einer beliebigen Einheit bestimmten Zahlwerthe ihrer Gewichte setzen, denn der Bruch $\frac{z}{M+z}$ bleibt ungeändert, wenn man Zähler und Nenner mit dem Gewichte der Einheit der Massen multiplicirt, wodurch sich die Zahlwerthe der Massen in jene der entsprechenden Gewichte verwandeln. Da man die Beschleunigung γ der Bewegung kennt, so lassen sich alle auf diese Bewegung Bezug habenden Fragen mittelst der in 122. gegebenen Formeln ohne Anstand beantworten.

Kann die innere Masse des Rades gegen die des Randes nicht vernachlässigt werden, so suche man das Trägheitsmoment des Rades hinsichtlich seiner Axe und dividire dasselbe durch das Quadrat des Halbmessers des Rades; der Quotient zeigt die Masse an, welche an der Peripherie des Rades vertheilt werden müßte, damit dieselbe, wenn alles Uebrige am Rade nicht träge wäre, durch jede Kraft eben so bewegt werde, wie das Rad selbst, d. h. dieser Quotient gibt die dem Rade am Ende seines Halbmessers bezüglich der Drehung äquivalente Masse an. Ist das Rad ein massiver, gleichförmig dichter Cylinder, den man als den Inbegriff unendlich vieler dünnen parallelen Scheiben betrachten kann, so ist dem in 141. 2) erhaltenen Resultate gemäß nur die halbe Masse des Rades in die oben mit M bezeichnete Summe einzurechnen.

Nach denselben Principien läßt sich die allgemeinere Aufgabe der Bewegung eines Wellrades durch Uebergewicht behandeln. Es sey R der Halbmesser des Rades, r der Halbmesser der Welle, woran sich die Gewichte, deren Massen P und Q sind, das Gleichgewicht halten. Die Masse des Rades sey M, die der Welle m, und beide massiv und gleichförmig dicht, so ist das Trägheitsmoment des Rades bezüglich der Drehungsaxe $= \frac{1}{2} M R^2$ und jenes der Welle $= \frac{1}{2} m r^2$. Wird ein Uebergewicht, dessen Masse z heiße, zu P hinzugefügt, so ist die bewegende Kraft am Umfange des Rades $= zg$. An diesem Umfange ist dem Rade die Masse $\frac{1}{2} M$, der Welle die Masse $\frac{m r^2}{2 R^2}$, dem Gewichte an der Welle die Masse $\frac{Q r^2}{R^2}$ äquivalent, daher hat man zur Bestimmung der Acceleration γ am Umfange des Rades die Gleichung

$$\left(P + z + \tfrac{1}{2} M + \frac{m r^2}{2 R^2} + \frac{Q r^2}{R^2}\right)\gamma = zg \text{ oder}$$

$$[(P + z + \tfrac{1}{2} M) R^2 + (Q + \tfrac{1}{2} m) r^2]\gamma = z R^2 g.$$

Die Acceleration am Umfange der Welle ist offenbar $= \frac{r\gamma}{R}$. Statt der Massen kann man hier ebenfalls Gewichte setzen.

159. **Fallmaschine.** Auf der Verminderung, welche die Beschleunigung einer durch die Schwerkraft erzeugten Bewegung erfährt, wenn die zu bewegende Masse vermehrt wird, beruht die von Atwood

angegebene Vorrichtung zur Demonstration der Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung und auch der Beständigkeit der Schwere selbst. Dieselbe besteht aus einer verticalen in Zolle getheilten Säule, an deren oberem Ende ein um seine horizontale Axe äußerst leicht bewegliches Rad angebracht ist, an dessen Umfang eine feine Schnur herumgelegt ist, deren Enden Plättchen zur Aufnahme von Gewichten tragen. Man legt beiderseits gleiche Gewichte auf und fügt an dem Plättchen, welches längs der Scale herabsinken soll, noch ein Gewichtchen hinzu, welches eben hinreicht die von der Belastung abhängende, übrigens geringe Reibung an der Axe des Rades zu überwinden, so daß die ganze Masse durch einen Impuls in Bewegung gesetzt, darin gleichförmig beharrt. Nun wird auf derselben Seite noch ein Gewicht zugesetzt, welches, wenn man das Rad frei läßt, die Gesammtmasse in gleichförmig beschleunigte Bewegung bringt. Dieses Gewicht kann man leicht so einrichten, daß der in einer gewissen Zeit, z. B. in einer Secunde, an der Scale beschriebene Weg ein gegebener ist, z. B. 1 Zoll. Die Formel $S = \frac{1}{2} G T^2$ (122.) zeigt, wenn man $T = 1$ annimmt, daß der in der ersten Secunde zurückgelegte Weg die Hälfte der Acceleration beträgt. Da nun aus der in 158. erhaltenen Gleichung $(M + z)\gamma = zg$, $z = \frac{M\gamma}{g - \gamma}$ folgt, so ist $\gamma = 2$ zu setzen, mithin hat man wegen $g = 31$ Fuß $= 372$ Zoll, $z = \frac{2M}{372 - 2} = \frac{M}{185}$. Unter M ist das nach einer beliebigen Einheit bestimmte Gesammtgewicht der übrigen durch das beschleunigende Gewicht bewegten Masse zu verstehen, wobei jedoch das Gewicht des Rades, wie in 158. gewiesen wurde, gehörig reducirt seyn muß. Der wirkliche Versuch zeigt, daß das frei sinkende Gewicht in zwei Secunden, vom Anfange der Bewegung an gezählt, einen Weg von 4 Zoll, in 3 Secunden 9 Zoll, in 4 Secunden 16 Zoll ꝛc. zurücklegt, mithin eine gleichförmig beschleunigte Bewegung obwaltet. Auch läßt sich zeigen, daß in Folge der binnen 2, 3, 4 ꝛc. Secunden, vom Anfange der Bewegung an gerechnet, erlangten Geschwindigkeit, wenn die beschleunigende Kraft am Ende dieser Zeit zu wirken aufhört, fernerhin während jeder Secunde ein Weg von 4, 6, 8 ꝛc. Zoll gleichförmig zurückgelegt wird. Zu diesem Zwecke läßt man das sinkende Plättchen sein in länglicher Form aufgelegtes beschleunigendes Gewicht im rechten Augenblicke an einen Ring, durch den das Plättchen hindurch geht, absetzen.

Der Vortheil, den der Gebrauch dieser Maschine statt eines Fallversuches im Freien gewährt, liegt in der geringeren Fallhöhe und leicht wahrnehmbaren Bewegung und in der Geringfügigkeit des Luftwiderstandes bei so kleiner Geschwindigkeit während letztere in dem gewöhnlichen freien Falle selbst bei Windstille die Reinheit der Resultate gänzlich vereitelt.

160. Gleichgewicht eines Körpers auf einer schiefen Ebene. Es befinde sich ein Körper auf einer Ebene, welche mit der Verticalrichtung einen schiefen Winkel bildet, und deßhalb eine *schiefe*

Ebene genannt wird. Man lege durch den Schwerpunct G (Fig. 40) des Körpers eine Ebene vertical und gegen die schiefe Ebene senkrecht, und es sey AB der Durchschnitt beider Ebenen. Zieht man durch einen beliebigen Punct A dieses Durchschnittes in genannter Verticalebene eine horizontale Gerade AC, so zeigt der Winkel BAC die Neigung der schiefen Ebene gegen jede horizontale Ebene an, und heißt der Neigungswinkel der ersteren; zieht man ferner, von einem höher als A liegenden Puncte B in der AB, die BC senkrecht auf AC, so heißt AB die Länge, AC die Basis und BC die Höhe der schiefen Ebene. Sämmtliche Schwerkräfte des Körpers reduciren sich auf eine Resultirende, deren Angriffspunct der Schwerpunct G des Körpers, deren Richtung die Verticallinie Gz und deren Größe das Gewicht Q des Körpers ist. Zerlegt man diese Kraft in zwei Componenten, deren eine R der Länge der schiefen Ebene parallel nach der Richtung Gx, die andere S senkrecht gegen die schiefe Ebene nach der Richtung Gy wirkt, so hat man, weil die Kraft S den Körper bloß gegen die schiefe Ebene drückt, die Kraft R aber bloß den Körper längs der schiefen Ebene zu bewegen sucht, diese beiden Kraftäußerungen der Schwere von einander gesondert. Man pflegt die der Länge der schiefen Ebene parallel wirkende Componente R auch die relative Schwere des Körpers zu nennen. Stellt man das Gewicht Q durch die längs Gz angenommene Linie GH vor, und zieht HL parallel zu AB, so zeigt GL die Größe der drückenden Kraft S und LH die Größe der relativen Schwere R an. Aus der Aehnlichkeit der rechtwinkligen Dreiecke GLH, ACB folgt

$$LH : GL : GH = BC : AC : AB,$$

mithin ist

$$R : S : Q = BC : AC : AB,$$

eine Proportion, die offenbar dem in 99. 2) aufgestellten Satze entspricht. Bedient man sich also der Länge der schiefen Ebene zur Versinnlichung des Gewichtes eines Körpers, so zeigt die Höhe der schiefen Ebene die relative Schwere, und die Basis den Druck des Körpers gegen die schiefe Ebene an. Setzt man den Neigungswinkel $BAC = \alpha$, so ist

$$BC : AC : AB = \sin\alpha : \cos\alpha : 1,$$

mithin bestehen die Gleichungen

$$R = Q\sin\alpha \quad \text{und} \quad S = Q\cos\alpha.$$

Es wächst daher die relative Schwere, wenn der Neigungswinkel zunimmt, der Druck des Körpers gegen die schiefe Ebene aber nimmt dabei ab.

Soll ein Körper, bei welchem der Einfluß der Reibung in gar keine Betrachtung kommt oder doch vernachläßigt werden darf, z. B. eine Kugel, ein auf Walzen oder Rädern gehender Körper u. dgl., auf einer schiefen Ebene im Gleichgewichte erhalten werden, so muß die zu diesem Behufe angewandte Kraft P mit dem nach Gz wirkenden Gewichte des Körpers eine Resultirende erzeugen, welche senkrecht gegen die schiefe Ebene einwirkt, mithin durch die Festigkeit dieser Ebene aufgehoben wird, und überdieß muß die Richtung genannter Resultirenden die schiefe Ebene in einem Puncte treffen, welcher innerhalb der Grund-

fläche des Körpers liegt, weil sonst der Körper auf der schiefen Ebene umschlagen würde. In dem besondern Falle, wenn die Richtung der Kraft P der schiefen Ebene parallel ist, hat sie lediglich die relative Schwere R des Körpers aufzuheben; sie muß also dieser gleich und entgegengesetzt seyn, mithin sich zu Q verhalten wie die Höhe der schiefen Ebene zur Länge. Verlangt man dagegen, daß die Kraft P horizontal wirke, so stehen die Richtungen der Kräfte P, Q und ihrer Resultirenden auf BC, AC und AB senkrecht, mithin muß nach 99. 1) die Proportion $P : Q = BC : AC$ statt finden, es verhält sich sonach die Kraft P zu Q wie die Höhe der schiefen Ebene zur Basis. In so eben betrachteter Hinsicht spielt die schiefe Ebene die Rolle einer einfachen Maschine, an welcher die Kraft P der Last Q das Gleichgewicht hält, und erscheint dem Keile [111. 4)] am nächsten verwandt. Das in 113. angegebene allgemeine Gesetz findet auch bei der schiefen Ebene seine Anwendung.

Von dem Drucke S rührt die zwischen dem Körper und der schiefen Ebene bestehende Reibung her. Ist ρ der Betrag des Reibungscoefficienten, so ist die Größe der Reibung $= \rho S = \rho Q \cos\alpha$ So lange der Winkel α nicht so groß ist, daß die relative Schwere größer wird als die Reibung, bleibt der Körper auf der schiefen Ebene liegen; im entgegengesetzten Falle gleitet er von der Ebene herab. Der Uebergang von dem Zustande der Ruhe in jenen der Bewegung tritt ein, wenn $R = \rho S$, d. i. $Q \sin\alpha = \rho Q \cos\alpha$ oder $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \rho$, also $\tang\alpha = \rho$ geworden ist. Hiernach ließe sich selbst der Reibungscoefficient ρ bestimmen.

161. Bewegung eines Körpers auf einer schiefen Ebene. Steht der Bewegung eines auf einer schiefen Ebene befindlichen Körpers kein Hinderniß entgegen, und kann die Reibung als unbeträchtlich vernachlässigt werden, so gleitet der Körper in Folge der ihn stets mit derselben Intensität afficirenden relativen Schwere mit gleichförmig zunehmender Geschwindigkeit längs der schiefen Ebene hinab, d. h. er nimmt eine gleichförmig beschleunigte Bewegung an. Da die bewegende Kraft hiebei in dem Verhältnisse des Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene zur Einheit kleiner ist als das Gewicht des Körpers, so ist auch die Acceleration g' bei der Bewegung auf der schiefen Ebene in demselben Verhältnisse kleiner, als die Acceleration g bei dem freien Falle, d. h. es ist $g' = g \sin\alpha$. Bezeichnet man daher mit t, v, s die Zeit, die entsprechende Geschwindigkeit und den zurückgelegten Weg im freien Falle, und mit t', v', s' die analogen Größen bezüglich der Bewegung auf der schiefen Ebene, so hat man, vorausgesetzt, daß die Bewegung in beiden Fällen von der Ruhe an beginnt, mithin für $t = 0$ auch v, s, v', s' verschwinden, nach 122. die Formeln:

$$v = gt = \sqrt{2gs}, \qquad s = \tfrac{1}{2}gt^2,$$

$$v' = gt' \sin\alpha = \sqrt{2gs' \sin\alpha}, \quad s' = \tfrac{1}{2}gt'^2 \sin\alpha,$$

mittelst welcher sich die Bewegung auf der schiefen Ebene mit dem freien Falle leicht vergleichen läßt. Aus denselben folgt:

1) für $t' = t$: $v' = v \sin\alpha$, $s' = s \sin\alpha$;
2) für $v' = v$: $s' \sin\alpha = s$, $t' \sin\alpha = t$;
3) für $s' = s$: $v' = v\sqrt{\sin\alpha}$, $t'\sqrt{\sin\alpha} = t$.

Zieht man (Fig. 41) am rechtwinkligen Dreiecke ABC, AD auf AB senkrecht, so ist der Winkel $ADB = BAC = \alpha$, mithin

$$BA = BD \sin\alpha \quad \text{und} \quad BC = BA \sin\alpha.$$

Ist also $t' = t$, und setzt man $BA = s'$, so zeigt sich $BD = s$; ist aber $v' = v$ und setzt man $BA = s'$, so zeigt sich $BC = s$. Während also der vom Puncte B an seine Bewegung beginnende Körper auf der schiefen Ebene bis A kommt, erreicht er im freien Falle den Punct D, und die Geschwindigkeit, die er auf der schiefen Ebene in A besitzt, hat er im freien Falle schon im Puncte C. Das letztere Resultat zeigt, daß die Geschwindigkeit, welche die Schwere einem auf was immer für einer schiefen Ebene herabgleitenden Körper beibringt, lediglich von der Tiefe des erreichten Standpunctes unter dem Anfangspuncte der Bewegung abhängt.

Dieser Satz läßt sich auch auf die Bewegung eines Körpers auf jeder stetig krummen Bahn ausdehnen. Denn betrachtet man eine solche Bahn als eine Folge unendlich vieler schiefen Ebenen von unendlich kleiner Länge, deren je zwei benachbarte sich an einander unter einem von zwei Rechten unendlich wenig verschiedenen Winkel anschließen, so erleidet die Geschwindigkeit des Beweglichen durch den Uebergang von einem solchen Bahnstückchen auf das nächstfolgende keinen angebbaren Verlust (127); diese Geschwindigkeit wird daher um den vollen Betrag derjenigen vermehrt, welche die Schwere während der Bewegung auf dem betreffenden schiefen Bahnstückchen zu erzeugen vermag, d i. um die Geschwindigkeit, welche bei dem freien Falle durch die Höhe dieses Stückchens erlangt worden wäre. Anders verhält sich die Sache an einer Stelle, wo die Bahn ein scharfes Eck bildet, mithin eine plötzliche Aenderung in der Bewegungsrichtung eintreten muß; dort geht immer ein Stoß und in Folge dessen ein Verlust an Geschwindigkeit vor sich. »Es ist also die Geschwindigkeit eines auf was immer »für einen stetigen Bahn bloß durch die Schwere bewegten Körpers »in jedem Augenblicke diejenige, welche der zurückgelegten Fallhöhe »entspricht« Heißt die Fallhöhe h, die Geschwindigkeit v, so ist $v = \sqrt{2gh}$, wobei g die Acceleration bei dem freien Falle bedeutet.

162. **Einfaches Pendel.** Denkt man sich einen schweren materiellen Punct A (Fig. 42) durch eine nicht schwere und auch nicht träge Linie von unveränderlicher Länge mit einem fixen Puncte C verbunden, um welchen sich der Punct A bewegen kann, so hat man ein sogenanntes einfaches Pendel vor sich. Da der Punct A stets in derselben Entfernung von C zu bleiben genöthiget ist, so kann er sich im Allgemeinen nur auf einer Kugelfläche bewegen, welche den Punct C zum Mittelpuncte hat, und deren Halbmesser $= CA$ ist. Die Linie CA wird als nicht träge gedacht, damit zu ihrer Bewegung keine Kraft nöthig sey. Offenbar erreicht man diesen Zweck auch, wenigstens

so lange der schwere Punct A nicht höher steigen soll, als C liegt, wenn man sich denselben auf die innere Fläche eines festen Kugelabschnittes BB′ gelegt, und darauf ohne Reibung beweglich vorstellt. Die Länge der Linie CA heißt die *Länge* des einfachen Pendels; kommt dasselbe in eine Lage CM, welche mit der Verticalrichtung CAz einen Winkel MCA bildet, so heißt dieser die *Elongation* des Pendels. Befindet sich der schwere Punct in M, so kann man die ihn nach der Verticalrichtung Mu abwärts treibende Schwerkraft Q in zwei Componenten zerlegen, wovon die eine R nach der Richtung Mx tangentiell zum Kreisbogen MA, und die andere S nach der Verlängerung My der Linie CM wirkt. Die letztere Componente trägt nichts zur Bewegung des materiellen Punctes bei und wird durch den Widerstand des Punctes C aufgehoben; die erstere strebt mit ihrer vollen Intensität den Punct M gegen A hin zu bewegen. Nach 99. 2) hat man, wenn man MH senkrecht gegen CA zieht,

$$R : S : Q = MH : CH : CM,$$

die Kräfte R und S ändern sich daher mit der Stellung des Punctes M gegen A, d. h. mit der Elongation. Die Kraft R ist in der Stellung A des Pendelpunctes, in welcher ihn die Schwere mit voller Kraft nach Az zieht, gleich Null. Nur in dieser Stellung kann das Pendel ruhen. In jeder andern Lage ist die Kraft R dem Abstande des Beweglichen von der Linie CA, nämlich der MH proportional; wird der materielle Punct bis B gehoben, und dann sich selbst überlassen, so beschreibt er, weil kein Grund vorhanden ist, aus der Ebene BCA herauszugehen, den Kreisbogen BA mit *ungleichförmig beschleunigter* Bewegung, in welcher die Acceleration fortwährend abnimmt und bei der Ankunft in A Null ist. Dort hat das Bewegliche die größte Geschwindigkeit und setzt daher seine Bewegung im Kreisbogen AB′ fort, wobei seine Geschwindigkeit durch die Gegenwirkung der nun immer stärker auftretenden Kraft R auf dieselbe Weise verringert wird, wie sie bei dem Herabsinken von B bis A vergrößert wurde. Abgesehen von Hindernissen der Bewegung steigt also das Bewegliche bis B′ hinauf, so daß AB′ = AB ist; dort kehrt es um, und geht auf dieselbe Art, wie vorhin, wieder nach B, und so bewegt es sich ohne Ende fort hin und her. Man bezeichnet diese Bewegung mit dem Worte *Pendelschwingung*. Sie läßt sich nur mit Hilfe der höhern Analysis vollständig berechnen; doch kann der für unsere Zwecke genügende Fall, wenn die Elongation des Pendels fortwährend sehr klein bleibt, mit den hier zu Gebote stehenden Hilfsmitteln hinreichend genau behandelt werden.

Ist nämlich der Winkel ACB, also um so mehr der Winkel ACM, sehr klein, so kann man den Bogen AM an die Stelle des Perpendikels MH setzen, und dann gibt die obige Proportion:

$$R : Q = AM : CM.$$

Es sey AM = s und die Länge des Pendels CA = CM = l, so hat man $R : Q = s : l$, folglich $R = \frac{Qs}{l}$. Heißt die Masse des Pen-

delpunctes m, und die Acceleration der Schwere g, so ist $Q = mg$, also $R = \frac{gms}{l}$. Da diese Kraft dem Abstande s des Beweglichen von der Ruhelage A direct proportional ist, so gehört die durch selbe erzeugte Bewegung zu jenen, deren allgemeines Gesetz in 125. betrachtet wurde, und es ist die Größe, welche dort k genannt wurde, hier $= \frac{g}{l}$. Hieraus folgt sogleich die Dauer einer ganzen Pendelschwingung, an deren Kenntniß vorzüglich gelegen ist, d. h. die zu einem Hin- und Hergange des Pendels nöthige Zeit

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

wobei $\pi = 3{,}14159$ .. das bekannte Kreisverhältniß vorstellt. Nennt man aber, wie es gewöhnlich geschieht, die zu einem Hin- oder Hergange allein nöthige Zeit »Schwingungsdauer des Pendels,« dann ist diese Zeit t die Hälfte der vorgenannten, mithin

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Wir wollen, in so fern gerade nur von einem Pendel die Rede ist, zur Vermeidung von Mißverständnissen, dem allgemein herrschenden Sprachgebrauche folgen, und uns daher an letztere Formel halten.

Bezeichnet man die Schwingungsdauer und Länge eines andern einfachen Pendels mit t' und l', so hat man auch $t' = \pi\sqrt{\frac{l'}{g}}$, mithin $t : t' = \sqrt{l} : \sqrt{l'}$ oder $t^2 : t'^2 = l : l'$. »Es verhalten sich daher bei »gleicher Intensität der Schwere die Quadrate der Schwingungszeiten »zweier einfachen Pendel gerade wie ihre Längen.«

Ein einfaches Pendel ist eine bloße Fiction, deren Nutzen aus dem folgenden Artikel erhellen wird, und läßt sich in der Wirklichkeit nicht darstellen; indessen kann man doch eine an einem feinen Faden aufgehängte kleine Metallkugel annäherungsweise für ein einfaches Pendel gelten lassen, und daran die Richtigkeit des so eben aufgestellten Gesetzes in Versuchen erproben. Der Widerstand der Luft vermindert die Elongation eines solchen Pendels fortwährend, und bringt es endlich zur Ruhe Ist die anfängliche Elongation gering, beträgt sie nämlich nicht mehr als 5 Grade, so hat dieser Widerstand auf die Schwingungsdauer des Pendels keinen merklichen Einfluß; die Zeit, welche es zur aufsteigenden Bewegung braucht, wird dadurch um eben so viel verkürzt, als die Dauer des Sinkens zunimmt.

Wirkt auf das Pendel bei dem Anfange seiner Bewegung eine Kraft, deren Richtung nicht in die Ebene des Elongationswinkels fällt, so bleibt dasselbe nicht fortwährend in einerlei Ebene, sondern die Pendellinie beschreibt kegelförmige Flächen und der Endpunct derselben krumme Linien auf der Kugelfläche, an die er gebunden ist.

163. Zusammengesetztes Pendel. Ein fester Körper, welcher bloß um eine durch seinen Schwerpunct gehende oder um eine andere jedoch verticale fixe Axe beweglich ist, bleibt in jeder beliebigen Lage im Gleichgewichte, weil die Schwere kein Bestreben äußert, ihn um seine Axe zu drehen. Geht aber die Axe nicht durch den Schwer-

punct des Körpers und ist sie auch nicht vertical, so nimmt derselbe im stabilen Gleichgewichte eine solche Lage an, daß die durch den Schwerpunct aufwärts geführte Verticallinie die Axe trifft. Wird der Körper aus dieser Lage gebracht, so geräth er in eine schwingende Bewegung und stellt also gleichfalls ein Pendel dar; man nennt ein solches, im Gegensatze mit dem oben betrachteten einfachen, ein zusammengesetztes Pendel, weil man es als einen Inbegriff unzähliger mit einander unveränderlich verbundenen einfachen Pendel betrachten kann, da jedes einzelne Theilchen des schwingenden Körpers in seinem Zusammenhange mit der Axe für sich genommen gleichsam als ein einfaches Pendel erscheint. Diese einfachen Pendel haben verschiedene Längen und fordern daher verschiedene Schwingungszeiten, auch sind ihre Positionen verschieden; deßhalb üben sie während der Schwingungen des Körpers auf einander eine Wechselwirkung aus: die kürzeren Pendel beschleunigen den Gang der längeren, letztere verzögern den Gang der ersteren; die im Sinken begriffenen und noch nicht in der tiefsten Lage angekommenen Theilchen streben diese Lage zu erreichen, während andere, die den tiefsten Stand bereits überschritten haben, die entgegengesetzte Bewegung anregen; aus diesem Complex von Bestrebungen geht, in Folge der durch die Verknüpfung sämmtlicher Pendeltheilchen gegebenen Nöthigung zu gleichzeitiger Schwingung, eine mittlere Bewegung hervor, welche lediglich durch die Art der Vertheilung der Pendelmasse hinsichtlich der Drehungsaxe bedingt wird. Da die Verzögerung der Schwingungen, in welche die der Axe nächsten Pendeltheilchen gerathen würden, wenn sie bloß mit der Axe, nicht aber mit den übrigen Theilchen verbunden wären, für die von der Axe entfernteren Theilchen immer geringer wird, und bei den entferntesten in Beschleunigung übergeht, so muß es Theilchen im Pendel geben, welche in der Verbindung mit der übrigen Pendelmasse nichts anders schwingen, als sie bei gleichem Abstande von der Axe für sich allein schwingen würden. Man nennt sie Schwingungspuncte. Sie liegen offenbar in der Ebene, welche die Axe und den Schwerpunct des Pendels enthält, und zwar in einer zur Axe parallelen Linie; in der Ruhelage des Pendels befinden sich alle Schwingungspuncte in der durch die Axe gehenden Verticalebene; derjenige, welcher dabei in der durch den Schwerpunct gezogenen Verticallinie erscheint, heißt vorzugsweise der Schwingungspunct des Pendels. Es ist kein Grund vorhanden, der Axe eines Pendels eine andere als eine horizontale Lage zu geben, welche wir daher stets voraussetzen. Die Entfernung des Schwingungspunctes von der Axe zeigt in diesem Falle die Länge des einfachen Pendels an, dessen Schwingungen genau so erfolgen, wie die des zusammengesetzten; wir nennen sie die reducirte Länge des letzteren; kennt man dieselbe, so ist mit Hilfe der Theorie der Bewegung eines einfachen Pendels auch die Bewegung des zusammengesetzten vollständig gegeben.

Die Reduction eines zusammengesetzten Pendels auf ein einfaches beruht auf folgender Betrachtung: Bei der vorausgesetzten horizontalen

Lage der Drehungsaxe bleibt der Schwerpunct des Pendels fortwährend in der Ebene, welche durch ihn senkrecht gegen die Axe geht; es sey C (Fig. 43) der Durchschnittspunct dieser verticalen Ebene mit der Axe, A der Ort des Schwerpunctes in der Ruhelage, G dessen Ort in einem bestimmten Augenblicke während der Bewegung; man setze $CG = CA = a$, die von G auf CA gefällte Senkrechte $GH = p$ und die Masse des Pendels $= M$, so ist Mg das Gewicht des Pendels und Mgp das Drehungsmoment desselben in der ins Auge gefaßten Lage. Bedeutet ω die in dem entsprechenden Augenblicke während der unendlich kleinen Zeit τ erzeugte Aenderung der bereits bestehenden Winkelgeschwindigkeit des Pendels, welche Aenderung eine Folge der Action der in G nach der verticalen Richtung Gu wirkenden Kraft Mg ist, so wird dadurch auf jedes Pendeltheilchen m, dessen Abstand von der Drehungsaxe r ist, die Geschwindigkeit $r\omega$, die bewegende Kraft $\frac{mr\omega}{\tau}$ (124.), und folglich das Drehungsmoment $\frac{mr^2\omega}{\tau}$ übertragen: nennt man das Trägheitsmoment (140.) des Pendels K, so geht daraus für das ganze Pendel das Drehungsmoment $\frac{K\omega}{\tau}$ hervor, und daher besteht die Gleichung $Mgp = \frac{K\omega}{\tau}$. Es sey E die Position des Schwingungspunctes in der Geraden CG, mithin $CE = l$ die reducirte Länge des Pendels, ferner die in E concentrirt gedachte Masse $= \mu$ und das Perpendikel $EF = q$, so hat man aus demselben Grunde die Gleichung $\mu gq = \frac{\mu l^2\omega}{\tau}$ oder $gq = \frac{l^2\omega}{\tau}$. Aber es ist

$EF : GH = CE : CG$ oder $q : p = l : a$, folglich $q = \frac{pl}{a}$.

Hiedurch verwandelt sich jene Gleichung in $\frac{gpl}{a} = \frac{l^2\omega}{\tau}$, woraus $l = \frac{gp\tau}{a\omega}$ folgt. Die frühere Gleichung gibt $\frac{gp\tau}{\omega} = \frac{K}{M}$, mithin ist $l = \frac{K}{Ma}$, durch welche Formel folgender wichtige Lehrsatz ausgesprochen wird: »Die reducirte Länge eines zusammengesetzten Pendels ist der Quotient »seines Trägheitsmomentes bezüglich der Drehungsaxe, getheilt durch »das Product seiner Masse mit dem Abstande seines Schwerpunctes »von der Axe.«

Ist das zusammengesetzte Pendel eine dünne gleichartige Stange, und befindet sich die Axe am Ende derselben, so ist, wenn L die Länge der Stange vorstellt, $K = \frac{1}{3}ML^2$ (141.). Der Schwerpunct einer solchen Stange liegt offenbar in ihrer Mitte, daher ist $a = \frac{1}{2}L$; man hat also in diesem Falle $l = \frac{2}{3}L$. Eine dünne am Ende aufgehängte Stange schwingt also wie ein einfaches Pendel, dessen Länge zwei Drittheile ihrer Länge beträgt.

Es ist leicht zu zeigen, daß l immer größer ist als a. Es sey nämlich U (Fig. 44) irgend ein mit der Masse m versehenes Theilchen des Pendels; man lege durch dasselbe eine Ebene senkrecht gegen die Pendelaxe und

es sey C der Punct, in welchem diese Ebene die Axe und G der Punct, in welchem sie eine durch den Schwerpunct parallel zur Axe gezogene Gerade trifft; man ziehe CU, GU, CG und von U die UJ auf CG senkrecht. Offenbar ist CG = a; man setze CU = r, GU = R und JG = ρ. In dem Dreiecke CUG ist $CU^2 = CG^2 + GU^2 - 2CG.JG$, d. h. $r^2 = a^2 + R^2 - 2a\rho$, folglich hat man $mr^2 = ma^2 + mR^2 - 2ma\rho$. Setzt man für jedes Pendeltheilchen eine solche Gleichung an, und addirt alle diese Gleichungen, so geben die durch mr^2 repräsentirten Glieder das Trägheitsmoment K des Pendels hinsichtlich seiner Axe zur Summe; die Glieder von der Form ma^2 geben das Product der Pendelmasse M mit a^2; die Glieder von der Form mR^2 geben das Trägheitsmoment K_1 des Pendels hinsichtlich der vorerwähnten durch den Schwerpunct parallel zur Pendelaxe gehenden Geraden, und alle Glieder von der Form $2ma\rho$, welche als das Product des gemeinschaftlichen Factors 2a mit der Summe aller Werthe von $m\rho$ erscheinen, tilgen einander in Folge der in 137. bewiesenen Eigenschaft des Schwerpunctes oder Mittelpunctes der Masse, weil ρ auch den Abstand des Theilchens U von einer durch den Schwerpunct senkrecht gegen CG geführten Ebene anzeigt. Sonach ist $K = K_1 + Ma^2$, mithin gewiß $K > Ma^2$. Hieraus folgt $\frac{K}{Ma} > \frac{Ma^2}{Ma}$, d. h. $l > a$. Der Schwingungspunct liegt demnach stets unter dem Schwerpuncte.

164. **Anwendungen des Pendels.** Das Pendel gestattet zwei für die Naturforschung höchst wichtige Anwendungen; es dient als Zeitmesser, und es ist zugleich das schärfste Untersuchungsmittel der Intensität der Schwerkraft.

Eine Uhr ist ein Räderwerk, dessen durch den Zug eines Gewichtes oder einer zusammengerollten Feder hervorgerufene und mittelst der Zeiger am Zifferblatte ersichtlich gemachte Bewegung dadurch einen gleichförmigen Gang erhält, daß ein schwingender Körper (Regulator) in gleichmäßigen Zeitabschnitten in dasselbe eingreift, und es wieder frei läßt. Bei den Uhren, welche durch Gewichte getrieben werden, wozu die astronomischen und in der Regel die Wanduhren gehören, wie auch bei den durch Federkraft bewegten Stockuhren ist der Regulator ein Pendel; nur die als Taschenuhren allgemein bekannten tragbaren Federuhren haben zum Regulatur ein Schwungrad (Unruhe), welches gleichfalls durch eine Feder (Spiralfeder) in oscillirender Bewegung erhalten wird, und mittelst seiner Axe auf das Räderwerk einwirkt. Die genauesten Uhren sind unstreitig die Pendeluhren; nur aus den Händen der geringen Anzahl großer Meister in der Uhrmacherkunst sind bis jetzt Federuhren hervorgegangen, deren Gang die Regelmäßigkeit der Pendeluhren erreichte, und welche durch die Benennung »Chronometer« ausgezeichnet zu werden verdienen. Besteht die Pendelstange einer Uhr aus einem Materiale, welches sich bei dem Wechsel der Temperatur mehr ausdehnt und zusammenzieht, und in Folge dessen auf die Schwingungsdauer einen größern Einfluß ausübt, als es die in der Zeitmessung beabsichtigte Genauigkeit gestattet, so kann jedem aus dieser Quelle entspringenden Fehler dadurch begegnet werden, daß man an dem Pendel Theile anbringt, welche durch die mit der Erwärmung verbundene Ausdehnung einen höhern, durch Zusammenziehung in der

Kälte aber einen niedrigeren Stand erhalten, und so regulirt sind, daß die Entfernung des Schwingungspunctes von der Axe ungeändert bleibt. Eine solche Einrichtung des Pendels wird Compensation genannt.

Ist l die reducirte Länge eines Pendels, t die Schwingungsdauer und g die Acceleration der Schwere, so ist für sehr kleine Elongationen, wie selbe bei der Anwendung des Pendels stets vorkommen,

$$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \text{mithin} \quad g = \frac{\pi^2 l}{t^2}.$$

Diese Formel gibt die Acceleration der Schwere, sobald man l und t genau kennt. Ist λ die reducirte Länge desjenigen Pendels, dessen Schwingungsdauer der Zeiteinheit gleich kommt, so hat man, wenn die Secunde als Einheit dient, $g = \pi^2\lambda$, oder wegen $\pi = 3{,}14159265$, $g = 9{,}869604\lambda$. Man fand aus Versuchen in Wien die Länge des Secundenpendels $\lambda = \frac{l}{t^2} = 3{,}144021$ Fuß, mithin ist da $g = 31{,}0302$ Fuß.

Die Zeit t einer Schwingung findet man sehr genau, wenn man die Anzahl n der Schwingungen beobachtet, welche ein Pendel während einer langen Zeit Z vollbringt; es ist nämlich $t = \frac{Z}{n}$. Die reducirte Pendellänge l findet man am genauesten mittelst des Satzes, daß die reducirte Länge eines Pendels ungeändert bleibt, wenn man die Gerade, in welcher die Schwingungspuncte liegen, zur Aufhängeaxe macht. Um dieß zu zeigen, sey, mit Beibehaltung der frühern Bezeichnungen, E der in der Ebene CGU liegende Schwingungspunct, also $CE = l$, ferner l' die reducirte Länge des Pendels, wenn die Axe durch E geht, K' das entsprechende Trägheitsmoment und $EU = r'$, $CJ = q$. Man hat hier die Gleichung

$EU^2 = CU^2 + CE^2 - 2CE.CJ$, d. h. $r'^2 = r^2 + l^2 - 2lq$,

folglich $mr'^2 = mr^2 + ml^2 - 2l.mq$. Addirt man die analogen auf sämmtliche Pendeltheilchen sich beziehenden Gleichungen, so erhält man mit Rücksicht auf 137: $K' = K + Ml^2 - 2l.Ma$ oder weil $K = Mal$ ist, $K' = Mal + Ml^2 - 2Mal = Ml^2 - Mal = Ml(l-a)$, daher $l' = \frac{K'}{M(l-a)} = l$. Bringt man demnach an einer Stange zwei verschiebbare Axen an, und richtet dieselben so gegen einander, daß die Stange dieselbe Schwingungszeit darbietet, man mag sie um die eine oder die andere Axe schwingen lassen, und stehen diese Axen nicht symmetrisch gegen die Enden der Stange, so ist sicher die eine von der andern um die reducirte Länge des Pendels entfernt. Man nennt ein so eingerichtetes Pendel ein Reversionspendel.

165. Verschiedenheit der Schwere auf der Erdoberfläche und Abhängigkeit derselben von der Gestalt und Axendrehung der Erde. Die Schwingungsdauer eines und desselben Pendels bleibt, wie genaue Beobachtungen gelehrt haben, nicht an allen Orten der Erde gleich groß, oder was dasselbe heißt, die Länge des einfachen Secundenpendels ändert sich bei dem Uebergange von einem Orte zum andern. Der Grund dieser Thatsache liegt in der Axendrehung und der dadurch bedingten Abweichung der Erde von einer genauen Kugelform. Folgende Betrachtungen werden diesen Zusammenhang in das gehörige Licht setzen:

1) Unsere Erde ist ein im Weltraume freier, kugelähnlicher Körper. Die dem flüchtigen Augenscheine entnommene Meinung, daß die Erdfläche ihrer Hauptform nach eben, und die Erde selbst eine unbewegliche feste Masse von unermeßlicher Ausdehnung sey, auf welche sich das Himmelsgewölbe in dem Gesichtskreise (Horizont) stützt, konnte kaum in der Kindheit geistiger Entwickelung des Menschengeschlechtes Wurzel fassen und mußte längst einer aufmerksameren Betrachtung der Erscheinungen weichen. Die nach allen Richtungen vielfach ausgeführten Reisen um die Erde bieten den schlagendsten Beweis dar, daß die Erde ein im Weltraume freier Körper ist. Die kugelähnliche Wölbung der Erdfläche erhellet deutlich aus der Art, wie die vom Meeresufer sich entfernenden Schiffe dem Auge allmälig entschwinden, die herankommenden sichtbar werden, und aus dem ähnlichen Anblicke, welchen die Gegenstände auf dem Lande dem Beobachter auf einem Schiffe gewähren. Entfernt sich z. B. ein Schiff vom Gestade, so verliert man zuerst die untern Theile desselben aus dem Gesichte, während die oberen, zumal mit Hilfe eines Fernrohres, vollkommen deutlich sichtbar sind; je mehr sich das Schiff entfernt, desto weniger sieht man von den obersten Theilen, bis zuletzt auch die Spitzen der Masten verschwinden. Auf einem höhern Standpuncte dagegen kann ein Theil des Schiffes, ja sogar das ganze Schiff auch dann noch gesehen werden, wenn am Ufer nichts davon wahrzunehmen ist. Auf ähnliche Weise entschwinden einem Beobachter auf dem Schiffe die Thürme, Berge ꝛc. am Gestade, und kommen bei der Bewegung des Schiffes gegen das Land in verkehrter Ordnung zum Vorschein. Alles zeigt sich so, wie es bei einer gewölbten Form der Meeresfläche erscheinen muß. Denn ist AO (Fig. 45) die dem Puncte A der Erd- oder Meeresfläche entsprechende Verticalrichtung, O der Standpunct des Beobachters, BC ein verticaler Gegenstand, welcher in die Lagen B′C′, B″C″ ꝛc. kommt, so fangt derselbe an durch die Wölbung des Meeres verdeckt zu werden, so bald seine Entfernung vom Auge O über jene des Berührungspunctes D der von O zur Meeresfläche gelegten Tangente hinausgeht, und der Gegenstand ist unsichtbar, sobald er sich, wie in B″C″, ganz unter dieser Tangente befindet. Die kugelähnliche Gestalt der Erde zeigt sich am augenscheinlichsten an ihrem Schatten, der bei Gelegenheit einer Mondesfinsterniß auf dem Monde wahrgenommen wird. Es ist nämlich der Mond so wie unsere Erde ein dunkler, sein Licht bloß von der Sonne empfangender Körper. Hierüber läßt der von der Stellung des Mondes gegen die Sonne und die Erde abhängende Wechsel seiner Lichtgestalten, wobei er die beleuchtete Seite stets der Sonne zukehrt, nicht den mindesten Zweifel. Kommt nun die Erde gerade zwischen die Sonne und den Mond zu stehen, was offenbar nur zur Zeit des Vollmondes geschehen kann, so hält die Erde das Sonnenlicht vom Monde ab, d. h. sie wirft ihren Schatten auf den Mond. Dieser Schatten zeigt sich stets kreisrund, was nur dann bei jeder Lage des Erdkörpers eintreten muß, wenn die Erde wirklich eine kugelähnliche Gestalt besitzt.

2) Die Erde dreht sich unabläſſig mit constanter Geſchwindigkeit um eine durch ihren Mittelpunct der Maſſe gehende Axe. Zur Erkenntniß dieſer Thatſache gelangt man zunächſt durch richtige Beurtheilung der täglichen Erſcheinungen des geſtirnten Himmels. Faſſen wir dieſe Erſcheinungen ſo auf, wie ſie ſich unſern Augen darſtellen, ſo ſind ſämmtliche Geſtirne fortwährend in einer gemeinſchaftlichen Bewegung begriffen, gerade ſo, als wären ſie an die innere Fläche einer die Erde umgebenden Hohlkugel, der ſogenannten Himmelsſphäre gebunden, und als drehte ſich dieſe Hohlkugel mit gleichförmiger Winkelgeſchwindigkeit täglich einmal um eine durch das Auge des Beobachters gehende Axe. Dieſe Axe heißt die Weltaxe; die Puncte, in welchen ſie der Himmelsſphäre begegnet, heißen die Weltpole; der in unſern Gegenden über dem Horizonte befindliche Pol wird der Nordpol, der andere für uns unſichtbare der Südpol genannt. Als Horizont gilt hier der größte Kreis, in welchem eine durch das Auge des Beobachters (als ſcheinbaren Mittelpunct der Himmelsſphäre) horizontal gelegte Ebene dieſe Sphäre trifft. Eine Verticallinie durch das Auge bezeichnet an der Himmelsſphäre einen Punct über und einen zweiten unter dem Horizonte; der erſtere heißt Zenith, der letztere Nadir: ſie ſind die Durchſchnittspuncte ſämmtlicher dem Beobachtungsorte entſprechenden Verticalkreiſe. Derjenige Verticalkreis, welcher die Weltpole in ſich faßt, heißt der Meridian des Beobachtungsortes; er durchſchneidet den Horizont in zwei Puncten, wovon der dem Nordpole nähere Nordpunct und der entgegengeſetzte Südpunct heißt: die Verbindungslinie beider, d. i. die Durchſchnittslinie der Ebenen des Meridians und Horizontes, heißt Mittagslinie. Die Neigung der Weltaxe gegen die Ebene des Horizontes hängt von der Lage des Beobachtungsortes auf der Erdkugel ab; dieſe Neigung wird durch den Winkel der Weltaxe mit der Mittagslinie angegeben, deſſen Maß der Bogen des Meridians zwiſchen dem Nordpole und dem Nordpuncte des Horizontes iſt: dieſer Winkel oder Bogen heißt die Polhöhe. Jede gegen die Weltaxe ſenkrecht geführte Ebene ſchneidet die Himmelsſphäre in einem Kreiſe, deſſen Mittelpunct in der Weltaxe liegt; jeder ſolche Kreis wird ein Parallelkreis genannt: der größte Parallelkreis, nämlich der Kreis, in welchem eine durch den Mittelpunct der Himmelsſphäre ſenkrecht gegen die Weltaxe gelegte Ebene das Himmelsgewölbe ſchneidet, heißt der Aequator. Der Aequator theilt die Himmelsſphäre in die nördliche (den Nordpol enthaltende) und in die ſüdliche Hemiſphäre; er ſelbſt wird vom Horizonte halbirt: jener Durchſchnittspunct des Aequators und Horizontes, welcher einem gegen Nord gekehrten Beobachter zur Rechten liegt, heißt der Oſtpunct, der entgegengeſetzte der Weſtpunct des Horizontes. Den Aequator ausgenommen, wird in unſern Gegenden jeder Parallelkreis, deſſen Abſtand vom nächſten Weltpole, längs dem Meridiane gemeſſen, die Polhöhe überſchreitet, vom Horizonte in ungleiche Theile getheilt, wovon das größere oder kleinere Stück über dem Horizonte liegt, je

nachdem der in Rede stehende Parallelkreis der nördlichen oder der südlichen Hemisphäre angehört. Die übrigen (kleineren) Parallelkreise der nördlichen Hemisphäre liegen ganz über, die der südlichen Hemisphäre ganz unter dem Horizonte. In Folge der täglichen Bewegung erheben sich die Gestirne an der Ostgegend über den Horizont (sie gehen auf), erreichen in dem Meridiane ihre größte Höhe (culminiren), und senken sich gegen West unter den Horizont hinab (gehen unter). Die mehr oder weniger hell funkelnden, durch gute Fernröhre auch bei den stärksten Vergrößerungen nur als Lichtpuncte erscheinenden Sterne, welche in zahlloser Menge über das Himmelsgewölbe ausgestreut sind, behalten, wie die Vergleichung der ältesten Beobachtungen mit allen nachfolgenden lehrt (abgesehen von geringen, nur durch die schärfsten Beobachtungen wahrnehmbaren, theils wirklichen, theils scheinbaren periodischen Verschiebungen, von denen später die Rede seyn wird), fortwährend dieselbe relative Anordnung; sie sind gleichsam an der rotirenden Himmelssphäre fest, und heißen deßhalb *Fixsterne*. Der leichtern Uebersicht wegen hat man sie seit Langem in Gruppen, *Sternbilder* genannt, zusammengefaßt, und diese mit eigenen Namen belegt, dergleichen auch die auffallenderen Fixsterne führen, während andere bloß mit Buchstaben bezeichnet werden, worüber die Sternkarten und Sternverzeichnisse Auskunft geben. Die Fixsterne beschreiben der täglichen Bewegung gemäß Parallelkreise; die dem Nordpole näheren Sterne, deren Bahnen ganz über dem Horizonte liegen, heißen *Circumpolarsterne*; jeder derselben tritt während seines Umlaufes zweimal in den Meridian, und bietet sonach zwei Culminationen dar, eine *obere* und eine *untere*. Das arithmetische Mittel der beiden Culminationshöhen eines Circumpolarsternes gibt offenbar die Polhöhe des Beobachtungsortes an; sie beträgt für die Wiener Sternwarte 48° 12′ 36″. Die Bewegung der Fixsterne in ihren täglichen Bahnen erscheint auch bei der schärfsten Untersuchung als eine vollkommen gleichförmige, und es hat sich die Dauer eines Umschwunges der Himmelssphäre, der sogenannte *Sterntag*, seit den ältesten Erfahrungen um kein merkliches Zeittheilchen geändert. Die Vergleichung mit der Bewegung des gestirnten Himmels ist sonach das schärfste Mittel zur Prüfung des gleichförmigen Ganges der Uhren. Anders als die Fixsterne verhalten sich die *Planeten* (zu denen auch der Mond zu zählen ist) und die *Kometen*: die Planeten sind nur in geringer Zahl vorhanden, zeigen ein veränderliches und meistens matteres Licht als die Fixsterne, und durch gehörig vergrößernde Fernröhre einen merklichen Durchmesser; die Kometen, deren es eine beträchtliche Menge gibt, treten nur von Zeit zu Zeit am Himmel auf, und sind durch den ihnen eigenen Lichtschweif ausgezeichnet; beide Arten von Gestirnen ändern beständig ihre Positionen gegen die Fixsterne, und haben sonach eine eigene Bewegung an der Himmelssphäre; dessen ungeachtet unterliegen sie dem Gesetze der täglichen Bewegung, gleichsam als wären auch sie an die Himmelssphäre gebunden, von welcher sie, ihrer eigenen Bewegung unbeschadet, mit fortgeführt werden. Die *Sonne*

ist ebenfalls hievon nicht ausgenommen; ihr Aufgang, ihre Culmination, ihr Untergang gehören ganz der täglichen Rotation der Himmelssphäre an, nur verschiebt sich die Sonne mit den Fixsternen verglichen, fortwährend in einem der täglichen Bewegung entgegengesetzten Sinne, weßwegen ein Sonnentag, d. i. die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen der Sonne durch den Meridian (zwischen einem Mittag und dem nächstfolgenden) länger ausfällt als der Sterntag, und die Stellung des gestirnten Himmels in einerlei Stunden der Nacht sich mit dem Fortschreiten der Jahreszeit ändert. Die Sonnentage sind nicht gleich lang; im Mittel ist ein Sonnentag um 3 Minuten $56^1/_2$ Secunden Sternzeit länger als ein Sterntag, oder ein Sterntag beträgt nur 23 Stunden 56 Minuten 4 Secunden mittlerer Sonnenzeit. Der mittlere Sonnentag liegt der gewöhnlichen Zeitrechnung zum Grunde.

Die so eben beschriebenen Erscheinungen lassen eine zweifache Erklärung zu: es ist die tägliche Umwälzung des gestirnten Himmels entweder eine wirkliche Bewegung oder bloß eine scheinbare, d. h. eine Täuschung, hervorgerufen durch eine der Erde selbst zukommende Axendrehung. Wollte man die erste Annahme zugeben, die sich, eben weil sie mit dem Augenscheine harmonirt, zunächst aufdringt, so ist zu bemerken, daß gar kein Grund vorliegt, die Gestirne nicht für materielle Dinge, für Körper zu halten, die so wie unsere Erde frei im Weltraume existiren. Man nennt die Gestirne deßhalb auch ganz passend Himmelskörper. Die Entfernungen dieser Körper von der Erde müssen im Vergleiche mit den Abmessungen der Erde selbst ungemein groß seyn, weil die Weltaxe, die doch nur Eine bestimmte Linie seyn kann, an jedem Orte der Erde durch das Auge des Beobachters zu gehen scheint, ein klarer Beweis, daß die Erde gegen die Himmelssphäre nur als ein Pünctchen zu betrachten ist. Wenn es den Anschein hat, als befänden sich die Gestirne insgesammt an der Fläche einer Kugel, so rührt dieß nur von der Unmöglichkeit her, so große Distanzen mit bloßem Auge unter einander zu vergleichen, weßwegen wir alle Gestirne in einerlei Entfernung hinaus versetzen. Die Erfahrung, daß der Mond die übrigen Planeten, und diese die Fixsterne bedecken, beweiset augenscheinlich, daß uns erstere Himmelskörper näher stehen als die letzteren; aber auch die Entfernungen der Fixsterne von der Erde sind ohne Zweifel unter einander sehr verschieden. Als Körper unterliegen die Gestirne dem Gesetze der Trägheit; sollen sie nun, der Voraussetzung gemäß, sich in krummlinigen Bahnen bewegen, so kann dieß nur durch unablässige Ablenkung von der Richtung, der sie ihrer Trägheit wegen zu folgen genöthigt wären, also nur durch continuirlich wirkende Kräfte geschehen. Weil jeder Himmelskörper bei der täglichen Rotation der Himmelssphäre die Peripherie eines Kreises, dessen Mittelpunct in der Weltaxe liegt, mit constanter Geschwindigkeit durchläuft, oder falls er eine andere Bewegung hat, doch die tägliche Bewegung als Componente seiner Totalbewegung besitzt, so ist die tägliche Kreisbewegung eine Centralbewegung, und der Mittelpunct der

Kreisbahn jedes Gestirnes der entsprechende Centralpunct (130.). Es bezeichne m die Masse eines Gestirnes, r den Halbmesser seines Parallelkreises, T seine Umlaufszeit, so wird die Größe der zur Erhaltung solcher Bewegung nöthigen Centralkraft durch die Formel $\frac{4\pi^2 m r}{T^2}$ ausgedrückt (132.), und da die Umlaufszeit, nämlich der Sterntag, für alle Gestirne gleich groß ist, so verhalten sich, der angeführten Formel gemäß, die Centralkräfte, welche verschiedene Himmelskörper von den ihren Parallelkreisen als Mittelpuncte zugehörenden Puncten der Weltaxe erfahren, wie die Producte aus den Massen dieser Himmelskörper mit ihren Abständen von der Weltaxe. Es ist aber gegen alle Analogie mit den Ergebnissen unserer Erfahrung, daß von nicht materiellen Puncten, wie jene der Weltaxe sind, bewegende Kräfte gegen materielle Dinge ausgeübt werden, und eben so wenig wahrscheinlich ist es, daß derlei Kräfte um so energischer wirken, je weiter die Körper, welche sie afficiren, von der Kraftquelle entfernt sind. Es erscheint sonach die Realität der täglichen Rotation der Himmelssphäre nicht zulässig.

Ganz anders stellt sich die Sache dar, wenn man annimmt, die Erde selbst befinde sich in drehender Bewegung um eine freie Axe. Ist einmal eine solche Bewegung an einem sich selbst überlassenen Körper vorhanden, so muß sie in Folge der Trägheit fortbestehen, und der rotirende Körper muß die empfangene Winkelgeschwindigkeit unverändert beibehalten. Da ferner Ortsveränderung als solche (absolute Bewegung) kein Gegenstand unserer Wahrnehmung ist, sondern wir nur Veränderungen der gegenseitigen Stellung der Körper (relative Bewegung) wahrzunehmen vermögen, so schreiben wir, indem wir, und die uns umgebenden irdischen Körper mit uns, in Folge der Axendrehung der Erde, ohne daß wir uns dieses Herganges bewußt werden können, im Raume fortgeführt werden, den Gestirnen, gegen welche das Stück der Erdfläche, worauf wir uns befinden, seine Lage ändert, die entgegengesetzte Bewegung zu, gerade so, wie uns bei schneller Fahrt zu Lande oder zu Wasser die uns umgebenden relativ ruhenden Gegenstände sich im entgegengesetzten Sinne zu bewegen scheinen. Es ist somit wohl nicht daran zu zweifeln, daß die Erde sich im Sinne von West gegen Ost um eine freie, mithin durch ihren Mittelpunct der Masse gehende Axe gleichförmig drehe, und während eines Sterntages einen Umschwung vollbringe.

3) *Die Gestalt der Erde weicht von der Kugelform ab; die Erde ist ein abgeplattetes Sphäroid, dessen kleinere Axe die Richtung der Weltaxe hat.* Die Richtigkeit dieser Thatsache folgt aus den an verschiedenen Orten der Erdfläche angestellten Messungen ihrer Krümmung, wozu wieder der gestirnte Himmel behilflich ist. Vor allem muß bemerkt werden, daß bei der Betrachtung der Gestalt der Erde von den auf ihrer Oberfläche vorfindigen Erhöhungen und Vertiefungen abstrahirt wird. Die Strekken, welche wir stets nach einerlei Richtung fortschreitend auf der Erde

zurücklegen können, verglichen mit den Höhen der höchsten Berge, zeigen uns schon, daß diese Höhen gegen die Dimensionen des Erdkörpers sehr klein sind. Wir können daher, wenn es auf die Bestimmung der Gestalt der Erde im Ganzen ankommt, die Berge und Thäler eben so außer Acht lassen, wie wir die aus der Porosität entspringenden Rauhigkeiten der Oberflächen kleinerer Körper, deren Gestalt wir untersuchen, bei Seite setzen. Die Gestalt der Erde tritt am deutlichsten an der Meeresfläche hervor, zumal da der größere Theil der Erdfläche (nahe zwei Drittheile derselben) vom Meere bedeckt ist. Der Erfahrung zu Folge hat die Oberfläche jedes ruhenden Gewässers eine solche Lage, daß die Richtungen der Schwere dagegen normal stehen, was von der leichten Verschiebbarkeit der Wassertheile herrührt, welcher gemäß jeder gegen die Wasserfläche schiefe Zug eine Bewegung der Wassertheilchen längs dieser Fläche hervorbringen würde. Man kann dieses Resultat auf die ganze Erdfläche ausdehnen, und somit die Lage einer horizontalen Ebene an jedem Orte als die Lage der diesem Orte entsprechenden Berührungsebene der Erdfläche, oder was dasselbe heißt, die Verticalrichtung als eine Normallinie der Erdfläche betrachten. Dieß vorausgesetzt seyen A und B (Fig. 46) zwei Orte auf der Erde; A x und B y die zugehörenden Verticallinien. Sind diese Orte nicht so weit von einander entfernt, daß A x und B y einen beträchtlichen Winkel bilden, so werden diese Geraden, falls sie sich nicht schneiden, doch so nahe an einander vorbei gehen, daß man jeden Punct ihrer kürzesten Distanz für ihren Durchschnittspunct gelten lassen kann, und man wird, wenn C ein solcher Punct ist, die kürzeste auf der Erdfläche von A nach B mögliche Linie als einen Kreisbogen, welcher C zum Mittelpuncte hat, betrachten dürfen. Die Krümmung dieses Bogens, welche mit dem Halbmesser A C in verkehrtem Verhältnisse steht, zeigt die Krümmung der Erde bei A nach der Richtung von A gegen B an. Es sey α die Anzahl Grade des Winkels A C B, so hat man, weil $2\pi AC$ die Länge der Peripherie des mit dem Halbmesser A C beschriebenen Preises ist, die Proportion

$$AB : 2\pi AC = \alpha : 360, \quad \text{woraus} \quad AC = \frac{180\,AB}{\pi\alpha}$$

folgt. Der Quotient $\frac{AB}{\alpha}$ drückt die Länge eines Grades in dem erwähnten Kreise aus; daher ist die Krümmung der Erde an jedem Orte nach gegebener Richtung der Länge eines nach dieser Richtung gemessenen Bogengrades verkehrt proportionirt. Die Länge des Bogens A B läßt sich mit Hilfe geometrischer Methoden finden; der Winkel α der zu A und B gehörenden Verticallinien ist ein Ergebniß der Positionen dieser Orte auf der Erde, und wird mit Zuziehung astronomischer Beobachtungen ausgemittelt. Bei der Beurtheilung der Gestalt der Erde kommt es hauptsächlich auf die Vergleichung der Krümmungen eines und desselben Erdmeridians an verschiedenen Puncten an; in diesem Falle ist der Winkel α dem Unterschiede der Polhöhen an diesen Puncten gleich. Folgendes wird die Richtigkeit dieser Behauptung beweisen:

Unter einem Erdmeridian hat man die Verbindungslinie aller Orte der Erdfläche zu verstehen, deren Verticallinien aufwärts verlängert das Himmelsgewölbe in der Peripherie eines und desselben die Weltaxe in sich fassenden Kreises treffen; also kurz gesprochen die Folge der Orte, welche sämmtlich unter einerlei Himmelsmeridian liegen. In gleichem Sinne heißen die Puncte der Erde, welche unter den Weltpolen liegen, in denen sich also sämmtliche Erdmeridiane durchschneiden, die Erdpole, und die Linie, deren Puncte sich sämmtlich unter dem Aequator der Himmelssphäre befinden, heißt der Erdäquator. Wäre die Erde eine mit der Himmelssphäre concentrische Kugel, so wären die Erdmeridiane und der Erdäquator die größten Kreise, in welchen die Ebenen der gleichnamigen Kreise der Himmelssphäre die Erdkugel schneiden. Hat aber die Erde, in größter Schärfe betrachtet, eine unregelmäßige Gestalt (was sich aus den hierüber geführten Untersuchungen zu erkennen gibt), so können die Erdmeridiane und der Erdäquator sogar Linien seyn, deren Theile nicht in einerlei Ebene liegen (Linien von doppelter Krümmung). Indessen darf man ohne merklichen Fehler ein kurzes Stück eines Erdmeridians für eine ebene krumme Linie gelten lassen. Ob zwei Orte auf der Erde zu demselben Meridiane gehören, oder nicht, wird entschieden, wenn man untersucht, ob die von der Culmination eines und desselben Punctes der Himmelssphäre gezählte Sternzeit an beiden Orten in demselben absoluten Augenblicke dieselbe ist, oder nicht. Ergibt sich ein Unterschied t in der relativen Zeitangabe an beiden Orten für einerlei absoluten Zeitpunct, d. h. culminirt überhaupt jeder bestimmte Punct der Himmelssphäre an dem einen Orte um das absolute Zeitintervall t früher als an dem andern, so bilden die Ebenen der den beiden Orten angehörenden Himmelsmeridiane mit einander einen Winkel γ, den man, der Gleichförmigkeit der Rotation der Himmelssphäre wegen, mittelst der Proportion $\gamma : 360 = t : 24$ findet, und es liegt der Ort, für welchen die erwähnte Culmination früher eintritt, in Bezug auf den andern östlich. Der Winkel γ heißt der Längenunterschied beider Orte. Das Zeitintervall t ergibt sich durch Bestimmung der relativen Sternzeit, um welche ein in demselben Augenblicke an beiden Orten sichtbares irdisches oder himmlisches Phänomen wahrgenommen wird (Blickfeuer, Anfang und Ende einer Finsterniß unseres Mondes, wie auch der Monde des Jupiter, Sternbedeckungen durch den Mond, Distanzen bekannter Sterne vom Monde u. s. w.); am einfachsten aber, wenn man eine gute, d. i. gleichförmig gehende tragbare Uhr (Chronometer) ohne Störung ihres Ganges von dem einen Orte an dem andern überträgt, die Culminationszeit eines und desselben Fixsternes an beiden Orten nach dieser Uhr bestimmt, und die gefundene Zeitdifferenz nach dem Resultate der Vergleichung des Ganges der Uhr mit der Rotation der Himmelssphäre in Sternzeit verwandelt. Zeigt sich $t = 0$, so liegen die Beobachtungsorte in demselben Meridiane.

Es seyen nun A und B (Fig. 47) zwei Orte in einerlei Erdmeridian, HAH', KBK' die entsprechenden Tangenten dieses Meridians,

oder die Mittagslinien beider Orte, AP, BQ die Richtung der Weltaxe, wie sie in A und B erscheint, so sind die Winkel PAH, QBK die Polhöhen für diese Orte. Wegen der unermeßlichen Distanz des Himmelspoles von der Erde sind die Geraden AP, BQ parallel; zieht man durch den Durchschnittspunct C der zu A und B gehörenden Verticallinien die EE' rechtwinklig gegen AP und BQ, so hat man die Winkel ACE = PAH, BCE = QBK.

Aber es ist

ACB = BCE — ACE,

folglich ist auch ACB = QBK — PAH.

Es gilt also der Satz: »Der Winkel der Verticallinien an zwei Orten »desselben Erdmeridians ist dem Unterschiede der Polhöhen dieser Orte »gleich.« In so fern man sich erlauben darf die Erde als eine Kugel zu betrachten, wäre C der Erdmittelpunct und EE' die Durchschnittslinie des Erdäquators mit dem Meridiane der Orte A, B. Der Winkel ACE hat unter dieser Voraussetzung den Bogen AE des Meridianes zwischen dem Orte A und dem Aequator zum Maße; dieser Winkel oder Bogen führt den Namen geographische Breite, und stimmt nach dem Obigen mit der Polhöhe überein. Wählt man einen bestimmten Erdmeridian als ersten, so gibt der Winkel, den der Meridian eines Ortes mit dem ersten Meridiane bildet, die geographische Länge dieses Ortes, und Länge und Breite, mit dem Beisatze, ob die Länge östlich oder westlich vom ersten Meridian, die Breite nördlich oder südlich vom Aequator anzunehmen sey, endlich die Höhe über der Meeresfläche, positiv oder negativ genommen, bestimmen die Position jedes Ortes auf der Erde vollkommen.

Nach der so eben erklärten Methode hat man gefunden, daß die Krümmung der Erdmeridiane von dem Aequator gegen die Pole hin fortwährend abnimmt, daß also die Erde ein an den Polen abgeplattetes Spharoid ist. Die sorgfältigsten Gradmessungen zeigen, daß dieses Spharoid kein regelmäßiges ist; indessen nähert man sich der Wahrheit mit einer für die meisten Untersuchungen hinreichenden Genauigkeit, wenn man der Erde die Gestalt eines durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entstehenden Sphäroides zuschreibt. Die kleinere Halbaxe dieser Ellipse ergibt sich nach Bessel's auf die besten Gradmessungen sich stützenden Rechnung = 3261139,33 Toisen oder 856,5637 geographischen Meilen, und die größere Halbaxe (der Halbmesser des Aequators) = 3272077,14 Toisen oder 859,4367 geographischen Meilen, wenn man nämlich einen Grad oder den 360sten Theil des Umfanges des Aequators gleich 15 geographischen Meilen rechnet, wodurch eine geographische Meile = 3807,2346 Toisen = 3912,4665 Wiener Klafter wird. Der Unterschied des Durchmessers des Aequators und der Erdaxe (= 21875,62 Toisen oder 5,7460 geographische Meilen) getheilt durch den Durchmesser des Aequators heißt kurzweg die Abplattung der Erde; sie ist nach diesen Resultaten = $\frac{1}{299}$. Es weicht daher die Erde im Ganzen nicht viel von der Kugelform ab. Die Länge des Erdmeridianquadranten ergibt sich darnach=5131179,81

Toisen, d. i. 1350,3711 geographische Meilen oder 10000874,70 Meter. Bei der Einführung des Meters beabsichtigte man denselben gleich dem zehnmillionsten Theile des Erdmeridianquadranten zu nehmen. Der Halbmesser des Kreises, dessen Peripherie 40 Millionen Meter beträgt, ist = 6366197,724 Meter.

4) Die Schwere auf der Erdfläche nimmt vom Aequator gegen die Pole hin zu. Diese Thatsache wird durch Pendelversuche erwiesen; es zeigt sich nämlich die aus solchen Versuchen abgeleitete Länge des einfachen Secundenpendels für Orte, die vom Erdäquator weiter entfernt sind, größer als für diejenigen, die dem Aequator näher liegen, und in demselben Verhältnisse ist daher auch die Acceleration der Schwere an ersteren Orten größer als an letzteren (164). So hat man z. B. die Länge des Secundenpendels unter dem Aequator = 990,958 Millimeter, in Paris = 993,867 M. M., in Spitzbergen = 996,036 gefunden, und eine ähnliche Zunahme der Länge des Secundenpendels vom Aequator wegwärts zeigt sich auch auf der südlichen Erdhälfte.

Sämmtliche über diesen Gegenstand angestellte Beobachtungen führen zu dem Gesetze, daß der Zuwachs, den die Schwere über ihre am Aequator statt findende Größe bei dem Fortschreiten gegen die Pole hin erhält, der zweiten Potenz des Sinus der geographischen Breite proportionirt sey. Man kann also aus den an zwei Orten von bekannter Lage an der Erdfläche bestimmten Intensitäten der Schwere die Intensität dieser Kraft für jeden andern Ort der Erdfläche ableiten. Die Zunahme der Schwere an den Polen selbst, verglichen mit ihrer Größe am Aequator, ist nahe $= \frac{1}{190}$; derselbe Körper übt also an den Polen der Erde einen um den zweihundertsten Theil größeren Druck auf eine horizontale Unterlage aus, als am Aequator.

5) Die Abplattung der Erde, wie auch die Verringerung der Schwere am Aequator im Vergleiche mit ihrer Stärke an den Polen ist eine nothwendige Folge der Axendrehung der Erde. Es entwickelt sich nämlich durch die Rotation der Erde eine Fliehkraft, welche an Orten, die dem Aequator näher liegen, stärker ist, und der Schwere directer entgegenwirkt, als an den Polen. Ein Körper, welcher, wie das die Erde an den Polen und am Aequator bedeckende Wasser, solchem Zuge leicht folgt, mußte sich daher gegen den Aequator hindrängen, und so die abgeplattete Form der Erde bedingen. Aehnliches zeigen biegsame rotirende Körper, wie Versuche an der Centralmaschine vor Augen stellen.

Die Schwere der irdischen Körper erscheint sonach als das Ergebniß zweier einander entgegen wirkenden Kräfte, der Anziehung der Erde und der aus ihrer Rotation entspringenden Fliehkraft. Da jedes Theilchen eines aus der Erde genommenen Körpers gegen die Erde zu fallen strebt, die Erde selbst aber nichts anderes ist, als der Inbegriff der auf und in ihr befindlichen Körper, so muß offenbar die Kraft, welches jedes Körpertheilchen gegen die Erde treibt, als die Resultirende aller Anziehungen betrachtet werden, welche genanntes Theilchen

von allen Theilchen der Erde erfährt. Allein hiebei tritt nur in den Puncten, welche in der Rotationsaxe der Erde liegen, die reine Wirkung dieser Anziehung auf; an allen übrigen Orten wird dieselbe durch die Fliehkraft, welche eine Folge des Umschwunges ist, der Größe und Richtung nach abgeändert. Es sey nämlich PQ (Fig. 48) die Rotationsaxe der Erde, M ein Punct der Erde außerhalb dieser Axe, und Mx die Richtung der Totalanziehung, welche die Erde auf ein Körpertheilchen in M ausübt, und die als Schwere erscheinen würde, wenn die Erde in Ruhe wäre. Zieht man MH senkrecht auf PQ und verlängert diese Senkrechte in entgegengesetztem Sinne von M gegen y, so ist, weil der Punct M bei der Axendrehung der Erde einen Kreis beschreibt, dessen Mittelpunct in H liegt, My die Richtung der durch die Axendrehung erzeugten Fliehkraft. Die Kraft, welche sich uns als Schwere darstellt, ist sonach die Resultirende der beiden nach Mx und My wirkenden Kräfte, und die Gestalt der Erdoberfläche bei M muß so beschaffen seyn, daß sie die zwischen Mx und My fallende Richtung Mz jener Resultirenden zur Normallinie hat.

Um den Einfluß der Fliehkraft auf die Intensität der Schwere einiger Maßen zu beurtheilen, denken wir uns die Erde als eine homogene oder aus concentrischen homogenen Schichten bestehende solide Kugel, an deren Oberfläche daher, wenn die Kugel ruht, die Resultirende der von allen Kugeltheilchen ausgeübten Schwerkräfte aller Orten die Richtung des Halbmessers hat und dieselbe Intensität G besitzt. Es rotire diese Kugel, deren Halbmesser wir durch r vorstellen, um die Axe PQ (Fig. 49), und es sey t die Umlaufszeit, so ist am Aequator bei E, die nach Eu in der Verlängerung des Halbmessers CE wirkende Fliehkraft auf die Masse 1 bezogen $= \frac{4\pi^2 r}{t^2}$, mithin hat, weil diese Kraft, welche wir f nennen wollen, der Schwere gerade entgegengesetzt ist, die effective Schwere, die an den Polen P und Q die Intensität G besitzt, am Aequator nur die Intensität $g = G - f$. Zwischen dem Aequator und den Polen, z. B. bei M, hat die Fliehkraft die Richtung My, nach der Verlängerung der auf PQ senkrechten HM, und ihre Größe ist $\frac{4\pi^2 \cdot MH}{t^2}$. Es stelle die Linie MN diese Fliehkraft vor; man zerlege sie in zwei Kräfte, wovon die eine MK nach der Verlängerung des Halbmessers CM, also der ursprünglichen Schwere gerade entgegen, die andere ML senkrecht gegen MC, oder tangentiell zur Kugel wirkt. Man kann MK, wenigstens näherungsweise, als die Verminderung betrachten, welche die Schwere bei M erfährt; nun ist $MK : MN = MH : MC$, also $MK = \frac{MN \cdot MH}{r}$, oder mit Rücksicht auf die Bedeutung von MN, $MK = \frac{4\pi^2 \cdot MH^2}{t^2 r}$. Der Winkel MCE gibt die geographische Breite des Ortes M an; bezeichnen wir dieselbe mit β, so haben wir, wegen der Gleichheit der Winkel HMC und MCE und wegen der Proportion

$$MH : MC = \cos HMC : 1, \quad MH = r\cos\beta.$$

Hiedurch wird

$$MK = \frac{4\pi^2 r\cos\beta^2}{t^2} = f\cos\beta^2,$$

und die effective Schwere an dem Orte M ist $g' = G - f\cos\beta^2$. Der Ueberschuß der effectiven Schwere bei M über jene am Aequator wird sonach durch $g' - g = f - f\cos\beta^2 = f\sin\beta^2$ ausgedrückt, was mit dem in der Erfahrung sich kundgebenden Gesetze, nach welchem die Schwere vom Erdäquator gegen die Pole hin dem Quadrate des Sinus der geographischen Breite proportional zunimmt, harmonirt. Bezeichnet λ die Länge des einfachen Secundenpendels am Aequator, so ist $g = \pi^2\lambda$ (164.), mithin $\frac{g}{f} = \frac{t^2\lambda}{4r}$. Nehmen wir $r = 6366200$ Meter, $\lambda = 991$ Millimeter, $t = 86164$ Secunden mittlerer Sonnenzeit, so zeigt sich der Quotient $\frac{g}{f} = 289 = 17^2$. Würde also die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde 17mal größer, so würde die Fliehkraft am Aequator der Schwerkraft gleich. Nach dem Ergebnisse der Pendelbeobachtungen ist $\frac{g}{f} = 200$. Diese Abweichung von dem Resultate der obigen Rechnung rührt vornehmlich von der sphäroidischen Gestalt der Erde her, während jene Rechnung eine genau sphärische Gestalt voraussetzt.

In so fern es gestattet ist von dem Vorhandenseyn der Folgen einer Ursache auf die Existenz der Ursache selbst zu schließen, beweiset die Abnahme der Schwere am Aequator und die Abplattung der Erde ihre Arendrehung. Man hat gesucht dieselbe noch durch eine andere Erscheinung zu bekräftigen. Dreht sich nämlich die Erde wirklich um eine Axe, so haben höher liegende Puncte in derselben Verticallinie eine größere Geschwindigkeit als tiefer liegende, weil erstere binnen derselben Zeit einen längern Weg durchlaufen als letztere. Da ein frei fallender Körper die horizontale Geschwindigkeit, die er in Folge der Rotation der Erde im ersten Augenblicke seines Falles hatte, ungeändert beibehält, so muß er an der Erde um so weiter ostwärts von der durch den Ausgangspunct gehenden Verticallinie ankommen, je größer die Höhe ist, von welcher er herabfiel. Genaue von mehreren Naturforschern angestellte Versuche haben diese östliche Abweichung wirklich nachgewiesen. Für die Arendrehung der Erde spricht auch noch die Analogie. An mehreren Planeten, auch an der Sonne, hat man eine Arendrehung mit Bestimmtheit wahrgenommen, und Jupiter, welcher Planet sich mehr wie noch einmal so schnell als die Erde um seine Axe dreht, zeigt eine deutliche Abplattung.

166. **Abhängigkeit der Intensität der Schwere von der Entfernung der Körper von der Erde.** Das Bestreben der Körper gegen die Erde zu fallen äußert sich nicht nur in jeder uns zugänglichen Höhe über der Erdfläche, sondern auch in Höhen, zu welchen wir nicht gelangen können, sobald Körper dort vorhanden sind; so

fallen zuweilen Meteormassen aus ungeheuren Höhen herab: man kann daher nicht zweifeln, daß die Schwerkraft der Erde weit in den Raum hinausreicht. Es entsteht nun die Frage, welchen Einfluß die Distanz, in welcher diese Kraft ihre Wirkung ausübt, auf ihre Intensität habe. Einen Anhaltspunct zur Beantwortung dieser Frage bietet uns die Bewegung des Mondes um die Erde dar. Es ändert nämlich dieser Himmelskörper von Tag zu Tag seine Stellung gegen die Fixsterne im Sinne von West gegen Ost; sein Durchgang durch den Meridian erfolgt nahe 50 Minuten später als die Culmination der Fixsterne, welche den Tag vorher mit dem Monde gleichzeitig culminirten, so daß er binnen 24 Stunden nahe 13 Grade an der Himmelssphäre zurücklegt. Das gesammte Verhalten des Mondes gibt zu erkennen, daß er fortwährend die Erde umkreiset, und aus einer großen Anzahl von Beobachtungen hat man gefunden, daß er während 27 Tagen 7 Stunden 43 Minuten einen Umlauf vollbringt. Eine solche Bewegung läßt sich aber nur aus dem Wirken einer Kraft erklären, welche den Mond continuirlich von seiner jedesmaligen Richtung ablenkt, und da man den Sitz dieser Kraft nur in der Erde suchen kann, so liegt die Vermuthung sehr nahe, daß die in Rede stehende Kraft keine andere als die Schwere sey. Die Bewegung des Mondes um die Erde stellt sich sonach als eine Centralbewegung dar, und die Intensität der Kraft, welche die Erde auf den Mond ausübt, wird durch die Größe der zu dieser Bewegung erforderlichen Centralkraft bestimmt. Die Entfernung des Mondes von der Erde verändert sich innerhalb gewisser Grenzen, wie aus der Veränderung des Winkels zu entnehmen ist, unter welchem sein Durchmesser erscheint; doch sind diese Aenderungen nicht sehr groß, und man kann, wenigstens für den vorliegenden Zweck, die Bahn des Mondes näherungsweise als einen Kreis betrachten, dessen Mittelpunct mit jenem der Erde zusammenfällt. Bedeutet R den Halbmesser der Mondesbahn, T die Umlaufszeit des Mondes um die Erde, und F die Kraft, welche die Erde auf die Masseneinheit am Monde äußert, oder den Zahlwerth der Geschwindigkeit, welche diese Kraft während der Zeiteinheit zu erzeugen vermag, so ist $F = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$. Sobald also R gegeben ist, läßt sich F nach dieser Formel berechnen und mit der Acceleration g der Schwere an der Erdfläche vergleichen. Stellt λ die Länge des einfachen Secundenpendels an der Erdfläche vor, so ist wegen $g = \pi^2 \lambda$, $F : g = \frac{4R}{T^2} : \lambda = 1 : \frac{\lambda T^2}{4R}$. Die Entfernung R des Mondes vom Erdmittelpuncte hat man durch gleichzeitige Beobachtung der Zenithdistanzen des Mondes bei der Culmination an zwei weit von einander entfernten, unter demselben Meridian liegenden Orten der Erde ausgemittelt. Sind nämlich A und B (Fig. 50) diese Orte, und ist C der Mittelpunct der Erde, M jener des Mondes, so kennt man durch die Polhöhen von A und B den Winkel der beiden Verticallinien C A x und C B y, ferner aus den correspondirenden Beobachtungen der Culminationshöhen des Mondes in A und B die Win-

kel MAx und MBy, wodurch die Gestalt des Viereckes MACB und daher auch das Verhältniß von CM = R zum Erdhalbmesser CA = r gegeben ist. Auf diesem Wege hat man die Entfernung des Mondes vom Erdmittelpuncte im Durchschnitte = 60 Erdhalbmessern, d. i. R = 60 r gefunden. Die Vergleichung von F mit g wird am bequemsten mit Hilfe des metrischen Maßes vollzogen. Es ist die Peripherie eines Erdmeridianes $2\pi r = 4.10^7$ Meter, folglich

$$r = \frac{2.10^7}{\pi} \text{ und } R = \frac{120.10^7}{\pi},$$

ferner ist T = 39343 Minuten = 39343.60 Secunden, daher hat man

$$\frac{\lambda T^2}{4R} = \frac{(39343)^2 . 3\pi\lambda}{4.10^9} = 3647\lambda, \text{ folglich,}$$

wenn man $\lambda = 0{,}996$ Meter seyn läßt, $\frac{\lambda T^2}{4R} = 3632$. Es ist sonach F : g = 1 : 3632. Dieses Verhältniß entfernt sich so wenig von $1 : (60)^2$, daß man in dieser, wenn auch nur näherungsweise geführten Rechnung, die Andeutung des Gesetzes

$$F : g = r^2 : R^2 = \frac{1}{R^2} : \frac{1}{r^2}$$

nicht verkennen kann. Dieses von Newton entdeckte Gesetz erhält sowohl durch eine schärfere Rechnung, wie auch durch alle verwandten Untersuchungen, deren einige im Folgenden berührt werden, seine vollste Bestätigung; es gilt also der Satz: »Die von der Erde ausgeübte »Schwerkraft ist dem Quadrate der Entfernung des Körpers, auf wel»chen sie wirkt, vom Erdmittelpuncte verkehrt proportionirt.«

167. **Action einer homogenen Kugel auf einen Punct nach dem Newton'schen Gravitationsgesetze.** Das im Vorhergehenden hinsichtlich der Totalaction der Erde auf einen entfernten Körper ausgesprochene Gesetz ist eine nothwendige Folge des von Newton aufgestellten allgemeineren Gesetzes, daß die Anziehungskraft, welche je zwei materielle Theilchen gegen einander äußern, sich gerade verhält wie die Massen der Theilchen und verkehrt wie das Quadrat ihrer Entfernung. Dieses vorausgesetzt, und angenommen, daß die Erde eine solide oder auch hohle, gleichförmig mit Materie erfüllte Kugel sey oder aus concentrischen homogenen Schichten bestehe, läßt sich beweisen, daß die Totalaction aller Theile der Kugel auf einen äußeren Punct so beschaffen seyn müsse, als ob bloß der Mittelpunct der Kugel auf den genannten Punct anziehend wirkte, jedoch ersterer mit der ganzen anziehenden Masse der Kugel versehen wäre. Nach eben diesem Gesetze lassen sich auch für die Totalaction aller Kugeltheile auf einen inneren Punct einfache Lehrsätze zu Stande bringen. Man gelangt hiezu mittelst folgender Betrachtungen:

1) *Action einer gleichförmig mit Materie besetzten Kugelfläche auf einen äußeren Punct.* Es sey C (Fig. 51) der Mittelpunct einer Kugelfläche, deren sämmtliche Puncte wir uns materiell denken, aber so, daß gleiche Flächenstückchen gleiche Massen an sich tragen. Jedes unendlich kleine Theilchen der Kugel-

fläche wirke auf den außerhalb derselben liegenden Punct A anziehend, im geraden Verhältnisse mit der Masse des Theilchens und im verkehrten des Quadrates seiner Distanz vom Puncte A. Die Resultirende sämmtlicher Actionen der Theilchen der Kugelfläche auf den Punct A hat die Richtung AC, weil diese Linie ringsum symmetrisch mit der anziehenden Masse umgeben ist; es handelt sich nur noch um die Größe dieser Resultirenden, d. i. um den Betrag der Totalaction der Kugelfläche auf A. Zerlegen wir die Anziehung jedes Theilchens der Kugelfläche in zwei Componenten, deren eine senkrecht gegen AC, die andere längs AC gerichtet ist, so wird die Summe sämmtlicher Componenten letzterer Art nothwendig die verlangte Resultirende seyn. Es sey der Kreis MM'I, der Durchschnitt der Kugelfläche mit einer durch die Puncte A, C gelegten Ebene; man ziehe durch den Punct A eine Folge gerader Linien zu diesem Kreise, deren je zwei benachbarte einen unendlich kleinen Winkel bilden, so wird dadurch die Peripherie des Kreises in unendlich viele unendlich kleine Stückchen zertheilt. Betrachten wir zwei auf einander folgende genannter Linien, z. B. AMM' und ANN', welche auf der Kreisperipherie die unendlich kleinen Bogen MN und M'N' begrenzen. Denkt man sich den Kreis um die Axe AC herumgedreht, so beschreibt seine Peripherie die gegebene Kugelfläche selbst, und die Bogen MM', NN' beschreiben zwei von parallelen Kreislinien begrenzte Stücke oder Zonen dieser Kugelfläche von unendlich geringer Breite. Da sämmtliche Theilchen einer solchen Zone, z. B. der durch den Bogen MN erzeugten, von A gleich weit entfernt sind, so verhält sich die Action jedes Theilchens auf A gerade wie die Masse des Theilchens und verkehrt wie das Quadrat von AM, und wenn man MP senkrecht auf AC zieht, so verhält sich die nach AC gerichtete Componente dieser Action zur genannten Action selbst wie AP zu AM. Es ist sonach die Action der gesammten von dem Kreistheilchen MN beschriebenen Kugelzone gegen A dem Producte proportional, welches die Masse dieser Zone, getheilt durch das Quadrat von AM, mit dem Bruche $\frac{AP}{AM}$ gibt. Die Fläche genannter Zone ist $= 2\pi MP.MN$; bezeichnet man nun mit k die Masse, welche nach der Vertheilungsweise der Materie auf der Kugelfläche der Flächeneinheit entspricht, und mit μ die Anziehung, welche die in einem Puncte concentrirte Masseneinheit in der Entfernung 1 auf A ausüben würde; endlich die Action der in Rede stehenden Kugelzone auf A mit z, so hat man

$$z = \mu k \cdot \frac{2\pi MP.MN}{AM^2} \cdot \frac{AP}{AM} \quad \text{oder} \quad z = 2\pi\mu k \cdot \frac{MP.AP.MN}{AM^3}.$$

Man ziehe CE senkrecht auf AM', verbinde C mit M, und beschreibe aus A mit den Halbmessern AM, AM' die Kreisbogen Mn, M'n'. Wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke AMP und ACE ist

$$MP : AM = CE : AC$$

und $$AP : AM = AE : AC$$

ferner wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke MNn und MCE ist

$$MN : Nn = CM : CE,$$

folglich, durch Multiplication dieser Proportionen,

$$MP.AP.MN : AM^2.Nn = AE.CM : AC^2,$$

woraus man $\frac{MP.AP.MN}{AM^2} = \frac{AE.CM.Nn}{AC^2}$, und wenn man AC=a und den Halbmesser der Kugelfläche $CM = r$ setzt,

$$z = \frac{2\pi\mu kr}{a^2} \cdot \frac{AE.Nn}{AM} \text{ erhält.}$$

Da die Dreiecke MNn, M′N′n′ ähnlich sind, so ist $Nn : N'n' = Mn : M'n'$ und weil die Bogen Mn, M′n′ zu einerlei Winkel gehören, ist $Mn : M'n' = AM : AM'$, mithin auch $Nn : N'n' = AM : AM$, woraus $Nn : Nn + N'n' = AM : AM + AM'$, d. h.

$$\frac{Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{AM + AM'} \text{ folgt.}$$

Aus $AM = AE - ME$ und $AM' = AE + EM' = AE + ME$ ergibt sich durch Addition

$$AM + AM' = 2AE,$$

daher ist $\frac{Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{2AE}$ und $\frac{AE.Nn}{AM} = \frac{Nn + N'n'}{2}$.

Hiedurch wird $z = \frac{\pi\mu kr}{a^2}(Nn + N'n')$. Auf gleiche Weise erhält man für die Action der dem Bogen M′N′ entsprechenden Kugelzone auf A den Ausdruck $z' = \frac{\pi\mu kr}{a^2}(Nn + N'n')$; mithin ist die Summe beider Actionen $z + z' = \frac{2\pi\mu kr}{a^2}(Nn + N'n')$. Die Summe $Nn + N'n'$ gibt an, um wie viel die Sehne MM′ kürzer ist als NN′; denkt man sich nun auf ähnliche Weise die Actionen bestimmt, welche die auf jedes andere Paar der von A auslaufenden Linien sich beziehenden Kugelzonen gegen A äußern, und alle so erhaltenen Ausdrücke addirt, so ergibt sich, weil in sämmtlichen Ausdrücken der gemeinschaftliche Factor $\frac{2\pi\mu kr}{a^2}$ vorkommt, und die Summe der anderen Factoren die Summe der Unterschiede zwischen je zwei benachbarten gegen A hin gerichteten Sehnen des Halbkreises FMM′G ist, also dem Unterschiede zwischen der längsten und der kürzesten Sehne dieses Halbkreises gleichkommt, mithin den Werth $2r - 0 = 2r$ hat, für die Anziehung Z, welche der Punct A von der ganzen Kugelfläche erfährt, der Ausdruck

$$Z = \frac{4\pi\mu kr^2}{a^2}.$$

Aber $4\pi r^2$ ist der Inhalt der in Rede stehenden Kugelfläche, also $4\pi kr^2$ ihre Masse und $\frac{4\pi\mu kr^2}{a^2}$ die Größe der Anziehung, welche die in einen Punct vereinigt gedachte Masse $4k\pi r^2$ in der Entfernung a äußert; daher gilt der Satz: »eine gleichförmig mit Materie besetzte »Kugelfläche zieht einen außerhalb des von ihr begrenzten Raumes be»findlichen Punct gerade so an, als ob ihre gesammte Masse in ihrem »Mittelpuncte concentrirt wäre.«

2) Die Action einer gleichförmig mit Materie besetzten Kugelfläche auf jeden innerhalb derselben liegenden Punct bei dem hier vorausgesetzten Attractionsgesetze ist Null, d. h. die von allen Theilen der Kugelfläche ausgehenden, dem Quadrate der Distanz verkehrt proportionalen Kräfte halten einander in jedem Puncte des Raumes, den die Kugelfläche umschließt, das Gleichgewicht. Beweis. Es sey A (Fig. 52) ein materieller Punct innerhalb der Kugelfläche. Legt man durch denselben eine Ebene DE, so zerfällt die Kugelfläche in zwei Partien, wovon die eine diesseits, die andere jenseits genannter Ebene liegt. Man theile eine dieser Partien in unendlich kleine Stückchen, und lasse eine durch A gehende gerade Linie sich längs des Umfanges jedes solchen Flächenstückchens bewegen, so beschreibt diese auf der andern Kugelpartie eben so viele den vorgenannten stückweise gegenüberliegende Flächenstückchen. Man kann je zwei einander correspondirende Flächenstückchen, wie MN, M'N', als die Grundflächen zweier Kegel oder Pyramiden MAN, M'AN' betrachten, welche, da sie am Scheitel A einander gerade entgegenstehen, und ihre Grundflächen gegen die eine Sehne der Kugel ausmachenden Seiten AM, AM' oder AN, AN' u. s. w. beziehungsweise gleiche Neigungen haben, einander ähnlich sind. Es verhalten sich demnach die Grundflächen dieser Kegel oder Pyramiden wie die Quadrate der homologen Seiten, d h. es ist

$$MN : M'N' = AM^2 : AM'^2 \quad \text{oder} \quad \frac{MN}{AM^2} = \frac{M'N'}{AM'^2}.$$

Aber diese einander gleichen Quotienten sind nach dem Newton'schen Anziehungsgesetze den Actionen proportionirt, welche die Flächentheilchen MN und M'N' auf A ausüben; mithin sind auch diese Actionen einander gleich, und da sie einander gerade entgegengesetzt sind, so heben sie sich auf. Da nun solchergestalt die Actionen der Theilchen der Kugelfläche auf A sich paarweise tilgen, so ist die Action der ganzen Kugelfläche auf A gleich Null.

3) Eine gleichförmig mit Masse erfüllte, oder aus homogenen concentrischen Schichten bestehende solide oder hohle Kugel wirkt auf jeden äußeren Punct gerade so, als ob ihre Masse in ihrem Mittelpuncte vereinigt wäre, und die Action einer hohlen Kugel dieser Art auf jeden Punct innerhalb der Höhlung ist Null. Die Richtigkeit dieser Sätze wird sogleich einleuchtend, wenn man die Kugel mittelst concentrischer Kugelflächen in unendlich dünne Kugelschichten theilt, und bedenkt, daß diese Sätze nach dem so eben Bewiesenen von der Wirkung jeder einzelnen Schichte gegen den gewählten Punct gelten.

4) Die Action einer soliden Kugel von durchgehends gleichförmiger Dichte auf einen Punct im Inneren ist dem Abstande dieses Punctes vom Centrum gerade proportionirt. Beweis. Es sey A (Fig. 53) der Punct innerhalb der Kugel, und C der Mittelpunct. Eine mit dem Halb-

messer CA beschriebene Kugelfläche theilt die Kugel in zwei Stücke, in die Hohlkugel H und in die solide Kugel K. Rücksichtlich der ersteren ist A als ein innerhalb der Höhlung befindlicher Punct zu betrachten; die Wirkung der Kugelpartie H auf A ist somit Null. Es reducirt sich demnach die Kraft der ganzen Kugel gegen A auf diejenige, welche die kleinere Kugel K ausübt. Letztere ist, weil A hinsichtlich der Kugel K als äußerer Punct erscheint, gerade so groß, als wenn die Masse von K im Puncte C vereinigt wäre, folglich dieser Masse direct und dem Quadrate der Distanz CA verkehrt proportional. Aber die Masse K verhält sich direct wie der Cubus von CA, daher ist die in Rede stehende Kraft der einfachen Distanz CA direct proportionirt. Die Action, welche die Kugel auf ihren Mittelpunct ausübt, ist demnach $= 0$, was schon für sich einleuchtet.

Es ist klar, daß die hier bewiesenen Sätze sich auch auf den Fall übertragen lassen, wenn sämmtliche Theilchen einer Kugel einen Punct so abstoßen, daß die ins Spiel tretenden Kräfte den Massen der betreffenden Theilchen direct und den Quadraten ihrer Distanzen von dem genannten Puncte verkehrt proportionirt sind.

Obgleich diese Sätze in aller Strenge nur für die Action einer homogenen Kugel auf einen äußeren oder inneren materiellen Punct Giltigkeit haben, so wird man sie doch, wenigstens näherungsweise, auch auf die Action von Körpern ausdehnen dürfen, deren Gestalt von der Kugelform nicht bedeutend abweicht, und deren Masse in dem Volum nahe gleichförmig oder in gleichförmige concentrische Schichten vertheilt ist. Uebrigens ist leicht einzusehen, daß die Action eines abgeplatteten elliptischen homogenen Sphäroides auf einen äußeren Punct in der Ebene des Aequators etwas stärker, und in der Richtung durch die Pole etwas schwächer ist, als wenn die ganze Masse des Sphäroids in seinem Mittelpuncte vereinigt wäre; in mittleren Richtungen wirkt also ein nur wenig abgeplattetes homogenes Sphäroid nahe nach demselben Gesetze wie eine Kugel von gleicher Masse.

168. **Action zwischen zwei homogenen kugelförmigen Körpern nach dem Newton'schen Gesetze.** Man kann die Anziehung, welche zwischen zwei materiellen Theilchen herrscht (und eben so die Abstoßung, wenn eine solche vorhanden ist), nicht anders als eine wechselseitige Kraftäußerung betrachten, so nämlich, daß das eine Theilchen von dem andern mit einer Kraft afficirt wird, welche derjenigen gleich und gerade entgegengesetzt ist, mit welcher es selbst auf das andere wirkt, und umgekehrt. Ziehen sich nun je zwei Theilchen zweier soliden oder hohlen homogenen oder aus concentrischen homogenen Schichten bestehenden kugelförmigen Körper mit einer dem Producte ihrer Massen direct, und dem Quadrate ihres Abstandes verkehrt proportionalen Kraft an, so kann man nach dem vorhergehenden Lehrsatze die Action der einen Kugel gegen jedes beliebige Theilchen der andern durch die äquivalente Kraft ersetzen, welche der mit der gesammten Masse der ersteren Kugel begabte Mittelpunct derselben im verkehrten Verhältnisse des Quadrates der Distanz auf das ins Auge gefaßte Theilchen der zweiten Kugel ausüben würde. Man hat also nur noch die Wirkung der zweiten Kugel auf den Mittelpunct der ersten

in die entsprechende Resultirende zusammenzufassen. Da nun hier wieder derselbe Lehrsatz angewendet werden kann, so gelangt man zu der Schlußfolge, »daß nach dem von Newton aufgestellten Gesetze der »Action je zweier Körpertheilchen zwei Kugeln von der vorausgesetzten »Beschaffenheit auf einander so wirken, als ob die Masse jeder derselben in dem entsprechenden Mittelpuncte vereinigt wäre.«

Nennen wir die Masse der einen Kugel M, die der andern M', die Distanz der Mittelpuncte beider a und die Intensität der Kraft, mit welcher zwei Kugeln, deren jede die Masse 1 hat, und deren Mittelpuncte um die Längeneinheit von einander entfernt sind, auf einander wirken, μ, so hat man sonach für die Action zwischen den beiden gegebenen Kugeln den Ausdruck $\frac{\mu M M'}{a^2}$. Können beide Kugeln ihrer gegenseitigen Anziehung Folge leisten und wirkt keine andere Kraft auf sie, so verhalten sich die in jedem einzelnen Zeittheilchen beschriebenen Wege offenbar wie die Quotienten aus der Division der gemeinschaftlichen Kraft durch die bewegte Masse. Diese Quotienten haben bezüglich der Kugeln M und M' die Werthe $\frac{\mu M'}{a^2}$ und $\frac{\mu M}{a^2}$; das Verhältniß der in einerlei unendlich kleinen Zeittheilchen und daher auch der in irgend einer endlichen Zeit zurückgelegten Wege ist somit M' : M, also das verkehrte Verhaltniß der bewegten Massen. Beide Kugeln werden daher in einem Puncte zusammenstoßen, dessen Entfernung x von dem Ausgangspuncte des Centrums der ersten Kugel, wenn R und R' die Halbmesser der Kugeln bedeuten, durch die Proportion

$$x - R : a - x - R' = M' : M$$

angegeben wird, wofür man, wenn R und R' im Vergleiche mit a sehr klein sind, die einfachere Proportion $x : a - x = M' : M$ setzen kann, welche $x = a . \frac{M'}{M + M'}$ gleich der Distanz des Mittelpunctes der Massen beider Kugeln in ihrer anfänglichen Position von dem Centrum der ersteren gibt. Jedenfalls behält dieser Mittelpunct der Massen während der Bewegung der Kugeln stets denselben Ort bei.

169. **Schärfere Bestimmung der Gesetze der Schwere irdischer Körper.** Mit Hilfe der vorangehenden Lehren können die am Eingange dieses Hauptstückes (152.) aus den zunächst sich darbietenden Erfahrungen abgeleiteten Gesetze ergänzt und gewisser Maßen berichtiget werden. Da die Richtungen der Schwerkraft an verschiedenen Orten gegen den Mittelpunct der Erde convergiren, so sind die Verticallinien einander nicht parallel; auch ist die Intensität der Schwerkraft in derselben Verticallinie an Puncten, welche über der Erdfläche höher liegen, geringer als an tieferen: man kann daher strenge genommen die Theorie der Zusammensetzung paralleler Kräfte auf die Schwerkräfte nicht anwenden, daher nicht sagen, das Gewicht eines Körpers sey die Summe der Gewichte seiner Theile; eben so wenig kann man die Gewichte der Theile lediglich ihren Massen proportional annehmen, und daher auch nicht den Schwerpunct eines Körpers und den Mittelpunct seiner Masse für einen und denselben Punct erklären. Nur wegen der Geringfügigkeit der Dimensionen der Körper, auf welche sich unsere Versuche erstrecken, dürfen wir von der mathematischen Schärfe

abgehen, indem aus der Vernachläßigung derselben kein merklicher Fehler entspringt. Berücksichtigen wir noch, daß an der Erdfläche die Schwere sich mit der geographischen Breite ändert, so zeigt es sich, daß das Gewicht eines und desselben Körpers eine sehr veränderliche Größe ist, und kein Bestimmungsmittel der Masse abgeben könnte, wenn nicht glücklicher Weise hier bloß Verhältnisse der Massen unter einander ins Spiel kämen, weil die Schwere der Gewichtseinsätze an unseren gewöhnlichen Wagen derselben Aenderung unterworfen ist, wie die der abzuwägenden Körper. An Kraftmessern, deren Indicationen von der Schwere unabhängig sind, z. B. an genauen Federwagen, müßte sich die Variation des Gewichtes eines Körpers in Folge geänderter Schwere allerdings offenbaren. Endlich ist der freie Fall eines Körpers selbst im luftleeren Raume keine gleichförmig beschleunigte Bewegung, denn während ein Körper von einer gewissen Höhe über der Erdfläche herabfällt, nimmt die Beschleunigung continuirlich zu, und zwar steht sie im verkehrten Verhältnisse des Quadrates seiner Entfernung vom Erdmittelpuncte; dringt aber ein Körper in das Innere der Erde ein, z. B. fällt er in einem tiefen Schachte, so nimmt die Beschleunigung in demselben Verhältnisse ab, in welchem der Körper dem Erdmittelpuncte näher kommt.

Um zu beurtheilen, in welchem Maße sich die Verringerung der Schwere an hoher liegenden Orten an dem empfindlichsten Prüfungsmittel ihrer Intensität, nämlich am Pendel kund gibt, sey r der Halbmesser der Erde, ρ die Höhe des Beobachtungsortes über der Erdfläche, n die Anzahl der Schwingungen eines und desselben Pendels an der Erdfläche während einer bestimmten Zeit, und g die Intensität der Schwere daselbst, ferner $n - \nu$ und $g - \gamma$ die gleichnamigen Größen an dem höhern Orte, so hat man $n^2 : (n-\nu)^2 = g : g - \gamma$ und $g : g - \gamma = (r+\rho)^2 : r^2$, mithin $n^2 : (n-\nu)^2 = (r+\rho)^2 : r^2$, also

$$n : n - \nu = r + \rho : r,$$ woraus $$n : \nu = r + \rho : \rho$$ oder $$\frac{\nu}{n} = \frac{\rho}{r+\rho}$$

folgt, wofür man, wenn ρ gegen r nur klein ist, auch $\frac{\nu}{n} = \frac{\rho}{r}$ setzen kann. Wäre also ρ z. B. der 10000ste Theil von r, so würde auch ν der 10000ste Theil von n seyn. Eine Uhr, deren Pendel an der Erdfläche Secunden schlägt, geht daher in einer Höhe von 336 Klafter über der Meeresfläche während 24 Stunden nahe um 9 Secunden zu spät.

170. Allgemeine Schwere. Nicht bloß die Erde zieht alle in ihrem Bereiche befindliche Körper an, sondern zwischen je zwei Himmelskörpern besteht eine Anziehung, welche den auf einander wirkenden Massen direct, und dem Quadrate ihrer Distanz verkehrt proportionirt ist, und zwar ist dieselbe an allen Himmelskörpern, deren Wechselwirkung bis jetzt Gegenstand unserer Wahrnehmung gewesen ist, von durchgehends gleicher Art, so daß Theilchen, welche gleiche Massen an sich tragen, in einerlei Entfernung von irgend einem Angriffspuncte ihrer Action auf denselben einerlei Kraft äußern, welches auch sonst ihre materielle Beschaffenheit seyn mag. Dieses von Newton (geb. 1664, gest. 1727) zuerst und in seiner Allgemeinheit ausgesprochene

Gesetz, einer der schönsten und wichtigsten Funde auf dem Felde der Naturlehre, ist eine nothwendige Folge der durch die Erfahrung bewährten Bewegungsgesetze der Planeten und Kometen. Schon Copernicus (geb. 1472, gest. 1543) erkannte, daß die alte Lehre, die man dem Ptolemäus (140 J. n. Chr.) zuschreibt, welcher zufolge die Sonne und die Planeten sich um die Erde bewegen sollten, die Erscheinungen dieser Himmelskörper nur auf das Gezwungenste, mit unwahrscheinlichen Hilfshypothesen erkläre, während alle diese Phänomene sich auf das Einfachste begreifen lassen, wenn man die Sonne als den Centralkörper des ganzen Planetensystems betrachtet, um welchen nicht bloß die Planeten sich herumbewegen, sondern selbst die Erde circulirt. Kepler (geb. 1571, gest. 1630) entdeckte die wahre Beschaffenheit der vordem für kreisförmig gehaltenen Planetenbahnen, und die Hauptgesetze, nach welchen die Bewegung in selben vor sich geht. Indem er die Methoden, welche die Geometrie zur Ausmittelung der Distanzen und anderer Positionsverhältnisse unzugänglicher Objecte an die Hand gibt, mit unübertrefflichem Scharfsinne auf die Erscheinungen der Planeten anwandte, erkannte er folgende Gesetze: 1) Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpuncte die Sonne steht. 2) Die Flächenräume, welche der von der Sonne zu einem Planeten gehende Radius-vector während beliebiger Zeiten durchstreicht, verhalten sich wie diese Zeiten. 3) Die Quadrate der Umlaufszeiten je zweier Planeten um die Sonne verhalten sich wie die Würfel ihrer mittleren Distanzen von der Sonne, d. i. wie die Würfel der halben größeren Axen ihrer Bahnen. Newton, der Begründer der Lehre von der Centralbewegung und überhaupt der Mechanik des Himmels, leitete aus den Kepler'schen Gesetzen das Gesetz der Kraft ab, welche die Planeten ihren elliptischen Bahnen zu folgen nöthiget. Da nämlich das zweite der angeführten Gesetze das charakteristische Merkmal der Centralbewegung ausspricht (vergl. 129. Anm.), so wird die krummlinige Bewegung der Planeten nothwendig durch eine Kraft bewirkt, welche diese Himmelskörper, die sonst vermöge der Trägheit in ihrer jedesmaligen seitwärts gehenden Richtung beharren würden, continuirlich gegen die Sonne hintreibt, eine Kraft, deren Grund nur in einer Beziehung zwischen der Sonne und den Planeten gesucht werden kann, die wir durch das Wort »Anziehung« bezeichnen. Aus dem ersten Kepler'schen Gesetze folgt ferner, daß die von der Sonne auf jeden Planeten ausgeübte Centralkraft F durch die Formel $F = \frac{4\pi^2 m a^3}{T^2 r^2}$ ausgedrückt werde, worin m die Masse der Planeten, a die halbe größere Axe seiner Bahn, T die Umlaufszeit und r die Länge des von der Sonne zum jedesmaligen Orte des Planeten gehenden Radiusvectors vorstellt. Diese Kraft ist sonach der Masse m des Planeten direct und dem Quadrate seiner Distanz r vom Centralkörper verkehrt proportionirt. Setzt man $m = 1$ und $r = 1$, so geht obiger Ausdruck für F in

$\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ über; es zeigt also der Ausdruck $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ die Kraft an, welche jeder der Masseneinheit gleiche in einen Punct concentrirt gedachte Theil des Planeten in der Distanz = 1 von dem mit der Gesammtkraft der Sonnenmasse begabten Mittelpuncte der Sonne erfahren würde. Nach dem dritten Kepler'schen Gesetze endlich hat der Quotient $\frac{a^3}{T^2}$ für sämmtliche Planeten einerlei Werth; es ist also auch die so eben bezeichnete Kraft, welche man die specifische Anziehung der Sonne gegen die Planeten nennen könnte, durchgehends dieselbe. Aber nicht bloß die um die Sonne sich bewegenden Planeten, sondern auch die um einige dieser Planeten circulirenden Monde oder Satelliten, ferner die Kometen sind dem oben ausgesprochenen Anziehungsgesetze unterworfen, welches eben die Bewegung dieser Himmelskörper bedingt. Von mehreren Kometen weiß man mit Bestimmtheit, daß sie die Sonne in elliptischen Bahnen umkreisen; von andern aber kennt man nur den der Sonne zunächst liegenden Theil der Bahn, auf diesen paßt die Voraussetzung einer parabolischen Gestalt, deren Brennpunct in die Sonne fällt, mit hinreichender Genauigkeit. Derlei Kometenbahnen sind also entweder so lang gestreckte Ellipsen, daß die Krümmung des uns bekannten, verhältnißmäßig sehr kleinen Stückes am Scheitel der Bahn von einer Parabel nicht zu unterscheiden ist, oder es bewegen sich einige Kometen wirklich in Parabeln; ja man vermuthet, daß es Kometen gebe, welche um die Sonne hyperbolische Bahnen beschreiben, mithin in dem einen wie in dem andern Falle, nachdem sie uns einmal zu Gesichte gekommen sind, sich für immer von der Erde entfernen. Die Annahme einer parabolischen sowohl, wie einer hyperbolischen Bahn ist mit der dem Quadrate der Distanz verkehrt proportionalen Anziehung der Sonne gegen die Kometenmasse verträglich, da ein Bewegliches, bei diesem Gesetze der Centralkraft, jede Kegelschnittslinie beschreiben kann, und es nur von gewissen Größenverhältnissen abhängt, ob der Bahn diese oder jene Form zu Theil wird. (Vergl. 132. Anm.) Es verdient somit die von Newton entdeckte Anziehung der Materie, zu welcher sich die Schwere der Erdkörper nur als specieller Fall verhält, mit Recht den Namen der allgemeinen Anziehung oder der Gravitation. Zur gründlichen Behandlung des wichtigen Gegenstandes erübriget uns noch die empirische Nachweisung der oben angegebenen Bewegungsweise der Planeten.

171. **Jährliche Bewegung der Erde.** Die Erde besitzt nicht bloß die bereits im Vorhergehenden nachgewiesene drehende Bewegung um ihre Axe, sondern sie befindet sich überdieß in einer fortschreitenden Bewegung um die Sonne. Die Nachweisung dieser Thatsache beruht auf folgenden Betrachtungen: 1) Beobachtet man von Tag zu Tag die Mittagshöhe der Sonne, vergleicht man ihre Culminationszeit mit jener der Fixsterne, und mißt man ihren scheinbaren Durchmesser, so findet man, daß diese drei Stücke sich fortwährend ändern. Die Mittagshöhe der Sonne wächst bis zu einer gewissen Grenze, indem die

Sonne von Tag zu Tag in einen dem Nordpole näheren Parallelkreis eintritt, womit zugleich die Orte ihres Auf- und Unterganges am Horizonte sich gegen Norden verschieben, und die gewöhnlich sogenannte Tageslänge, d. i. die Zeit, während welcher die Sonne über dem Horizonte verweilt, zunimmt. Dieß geht so fort, bis die Sonne sich um 23° 27′ vom Aequator entfernt, und somit den nördlichsten Parallelkreis erreicht hat, welcher der nördliche Wendekreis (Wendekreis des Krebses) genannt wird. Nunmehr nimmt die Mittagshöhe wieder ab, der Aufgangs- und Untergangsort rückt gegen Süden, die Tageslänge wird kleiner. Im Verlaufe dieser Aenderungen tritt die Sonne in den Aequator, wobei sie genau in Ost auf- und in West untergeht, und Tag und Nacht einander gleich werden: hierauf entfernt sie sich südlich vom Aequator, und erreicht bei abermaliger Abweichung von demselben um 23° 27′, in den südlichen Wendekreis (des Steinbocks) tretend, ihre geringste Mittagshöhe, geht am meisten südwärts auf und unter, und der Tag ist am kürzesten, worauf sie sich wieder dem Aequator nähert, und wie früher bis zum andern Wendekreise fortschreitet. Von der so eben besprochenen hin- und hergehenden Bewegung der Sonne parallel dem Meridiane hängt die Verschiedenheit der Jahreszeiten ab. Kommt nämlich die Sonne bei ihrer Bewegung nordwärts in den Aequator, so beginnt, astronomisch gesprochen, der Frühling; der Eintritt in den nördlichen Wendekreis bestimmt den Anfang des Sommers; bei der Rückkehr in den Aequator beginnt der Herbst, und bei dem Eintritte in den südlichen Wendekreis der Winter. Nebstdem zeigt die Sonne noch eine stets im Sinne von West gegen Ost fortschreitende Bewegung parallel dem Aequator. Culminirt nämlich die Sonne an einem Tage zugleich mit einem Fixsterne, so culminirt sie am nächstfolgenden Tage schon später, und so nimmt das Zeitintervall zwischen der Culmination des Sternes und der Sonne fortwährend zu, bis endlich die Sonne diesen Stern wieder erreicht, d. h. sich mit ihm in einerlei durch die Weltpole gehendem (größten) Kreise, Abweichungskreis oder Stundenkreis genannt, befindet, und zwar in derselben relativen Lage, wie früher. Die Zeit, welche zwischen dem Eintreten der Sonne in eine gewisse Stellung am Himmelsgewölbe und der nächsten Wiederkehr derselben Stellung verfließt, heißt überhaupt ein Jahr; die Dauer desselben beträgt nahe $365^1/_4$ Tage; in der Folge wird dieselbe, nach schärferer Bestimmung des Begriffes »Jahr,« genauer angegeben. Verbindet man die Bewegung der Sonne parallel dem Meridiane und dem Aequator, nach dem Ergebnisse der täglichen Erfahrung, zu einer Resultirenden, so erhält man die Bahn der Sonne oder vielmehr des Sonnenmittelpunctes an der Himmelssphäre. Man findet so, daß sich diese Bahn daselbst als ein gegen den Aequator unter dem Winkel von 23° 27′ geneigter größter Kreis darstellt, welcher die Ekliptik heißt; ihr Neigungswinkel gegen den Aequator wird die Schiefe der Ekliptik genannt. Die Durchschnittspuncte der Ekliptik und des Aequators heißen Aequinoctial- oder Nachtgleichepuncte;

derjenige, durch welchen die Sonne aus der südlichen Hemisphäre in die nördliche übergeht, heißt der Frühlingspunct, der andere der Herbstpunct. Die Bewegung der Sonne in der Ekliptik ist keine gleichförmige; sie verweilt nahe 8 Tage länger auf dem Wege vom Frühlingspuncte zum Herbstpuncte als bei dem umgekehrten Gange. Die Größe des scheinbaren Sonnendurchmessers, d. h der Winkel, welchen die vom Auge des Beobachters zu den Endpuncten eines Sonnendurchmessers gezogenen geraden Linien bilden, hängt mit der Geschwindigkeit des Fortrückens der Sonne in der Ekliptik zusammen; jener Durchmesser erscheint am größten, wenn diese Geschwindigkeit am größten ist, und nimmt mit ihr ab und zu. Die Vergleichung der von der Sonne während einer kurzen Zeit, etwa während eines Tages, an verschiedenen Stellen der Ekliptik zurückgelegten Bogen mit den gleichzeitig beobachteten Durchmessern der Sonne lehrt, daß sich jene Bogen wie die Quadrate der entsprechenden Durchmesser verhalten. Die Verschiedenheit der scheinbaren Größe der Sonne kann nur eine Folge ihrer verschiedenen Distanz von der Erde seyn, und es ist diese Distanz wegen der Kleinheit des Winkels, unter welchem die Sonne erscheint, der scheinbaren Größe der Sonne verkehrt proportional. Daher verhalten sich die Geschwindigkeiten der Sonne in der Ekliptik verkehrt wie die Quadrate der zugehörenden Distanzen der Sonne von der Erde.

2) Denkt man sich eine Ellipse verzeichnet, in welcher die Abstände der Endpuncte der großen Axe von einem Brennpuncte sich wie die kleinste und größte Entfernung der Sonne von der Erde verhalten, also gleichsam diese Entfernungen vorstellen, welche Ellipse nach den Daten der Beobachtung nur eine geringe Excentricität (kaum $\frac{1}{50}$ der halben großen Axe) hat, und läßt man einen sich bewegenden Punct den Umfang dieser Ellipse binnen eines Jahres dergestalt beschreiben, daß die Flachen, welche der aus vorgedachtem Brennpuncte zu dem Beweglichen geführte Radiusvector durchstreicht, den zugehörenden Zeiten proportionirt sind, so hat man ein treues Bild der jährlichen Bewegung der Sonne in der Ekliptik vor Augen. Die Winkel der Radienvectoren, oder wenn man lieber will, die diesen Winkeln entsprechenden Bogen des aus dem Brennpuncte mit dem Halbmesser = 1 verzeichneten Kreises, repräsentiren die von der Sonne an der Himmelssphäre zurückgelegten Bogen, und die Längen der Radienvectoren der Ellipse geben die Verhältnisse der den verschiedenen Positionen der Sonne zugehörenden Distanzen derselben von der Erde an. Denn ist O (Fig. 54) der Brennpunct der Ellipse, und zugleich um diesen Punct mit dem Radius OD = 1 ein Kreis beschrieben; sind ferner MN, M′N′ während gleicher sehr kleinen Zeiten längs der Ellipse zurückgelegte Wege, so sind nach der Voraussetzung die Flächenräume MON, M′ON′ einander gleich. Beschreibt man aus O mit den Halbmessern OM, OM′ die Bogen ML, M′L′, so kann man, wegen der Kleinheit der Dreiecke NML, N′M′L′ im Vergleiche mit MON, M′ON′ (erstere Dreiecke haben zwei sehr kleine Abmessungen, während die letzteren nur eine sehr kleine Abmessung enthalten) sich erlauben, die Flächen der

Sectoren MOL, M'OL' an die Stelle der Flächenräume MON, M'ON' zu setzen, und man hat somit MOL = M'OL', oder weil MOL = ½ML.OM und M'OL' = ½M'L'.OM' ist, ML.OM = M'L'.OM'. Aber es ist ML : DE = OM : OD, mithin wegen OD = 1, ML = DE.OM, und eben so M'L' = D'E'.OM'; daher gibt die vorhergehende Gleichung DE.OM² = D'E'.OM'² also DE : D'E' = OM² : OM'². Die auf den Kreis DED'E' bezogenen in gleichen Zeiten zurückgelegten Bogen verhalten sich sonach wirklich verkehrt wie die Quadrate der Distanzen des Beweglichen vom Brennpuncte der Ellipse, wie es die Erfahrung angibt.

3) Diese Betrachtung beweiset, daß die jährliche Bewegung der Sonne in der Ekliptik dem ersten und zweiten Kepler'schen Gesetze Genüge leistet; allein es wird hierdurch gar nicht entschieden, ob die Sonne sich wirklich um die Erde, oder vielmehr letztere sich um erstere bewegt. Die Erscheinungen bleiben ganz dieselben, wenn die Sonne in Beziehung zur Erde als ruhend angenommen wird, und die Erde die oben bezeichnete Ellipse nach dem angeführten Gesetze um die Sonne durchlauft; der Augenschein kann also bei der Erklärung dieser Erscheinungen eben so wenig zur Richtschnur dienen, als bei der Erklärung des Phänomens der täglichen Umwälzung der Himmelssphäre um die Weltare. Zur Entscheidung der Frage müssen sonach andere Gründe zu Hilfe genommen werden. Sicher ist hier eine Centralbewegung vorhanden; es wird von einem der beiden Himmelskörper, Sonne oder Erde, um den andern herum eine Ellipse beschrieben, in deren Brennpunct der letztere seinen Sitz hat, und die Kraft, welche dieß bewirkt, ist, wie aus den bereits erklärten Principien folgt, nothwendig eine zwischen Sonne und Erde bestehende, dem Quadrate der Distanz verkehrt proportionale Anziehung. Hiebei darf aber eine wesentliche Betrachtung nicht außer Acht gelassen werden. Die Sonne und die Erde sind beide im Weltraume freie, also bewegliche Körper, und es kann einer derselben den andern nicht anziehen, ohne daß dieser auf jenen zurückwirkt. Daher wird im Grunde jeder der genannten zwei Körper um den andern bewegt. Nach dem in 144. und 145. bewiesenen allgemeinen Bewegungsgesetze muß der Mittelpunct der Masse des Systemes beider Körper sich dergestalt bewegen, als ob in ihm die Massen der Sonne und der Erde vereiniget wären, und alle vorhandenen bewegenden Kräfte auf ihn wirkten. Aber die aus der Wechselseitigkeit der Anziehung zwischen Sonne und Erde hervorgehenden Kräfte, nämlich die Action und Reaction, heben einander an diesem Mittelpuncte auf: es kann daher der gemeinschaftliche Mittelpunct der Massen der Sonne und Erde, d. h. derjenige Punct in der Verbindungslinie der Mittelpuncte beider, dessen Abstände von letzteren Mittelpuncten sich verkehrt verhalten wie die Massen der betreffenden Körper (136.) durch ihre bloße gegenseitige Anziehung keine Verschiebung im Raume erleiden; d. h. beide Körper, Sonne und Erde, bewegen sich um den gemeinschaftlichen Mittelpunct ihrer Massen herum.

4) Die Masse der Sonne ist gegen die Masse der Erde sehr groß. Um beide Massen mit einander zu vergleichen, bemerke man, daß wenn μ die Größe der Anziehung zwischen zwei Puncten, deren jeder die Masse 1 an sich trägt, in der Distanz 1, ferner M die Masse der Sonne, m die Masse der Erde und r den Abstand dieser Körper bezeichnet, die Größe der Anziehung zwischen Sonne und Erde durch $\frac{\mu M m}{r^2}$ ausgedrückt wird. Die Kraft, womit die Sonne auf jeden Theil der Erde, dessen Masse $= 1$ ist, in der Entfernung r wirkt, ergibt sich sonach $= \frac{\mu M}{r^2}$ und die Kraft, womit die Erde auf die Masseneinheit in der Sonne zurückwirkt, $= \frac{\mu m}{r^2}$. Wenn es sich nur, wie es hier der Fall ist, um relative Bewegung handelt, so kann man welchen der zwei Körper man will als fix betrachten, wofern man nur die diesem Körper eigene Bewegung auf den andern überträgt, d. h. jeder Masseneinheit des letzteren noch die Kraft zutheilt, die auf eine Masseneinheit des ersteren kommt. Die relative Bewegung der Sonne um die Erde oder der Erde um die Sonne, sey sie nun eine wirkliche oder bloß scheinbare, geht also so vor sich, als ob auf eine Masseneinheit des in Bewegung vorausgesetzten Körpers in der Distanz r vom unbeweglich gedachten, in der Richtung gegen letzteren hin, ohne Unterlaß die Kraft $\frac{\mu M}{r^2} + \frac{\mu m}{r^2} = \frac{\mu (M+m)}{r^2}$ wirkte. Aber diese Bewegung erscheint als Centralbewegung in einer elliptischen Bahn, deren Brennpunct der als unbeweglich gedachte Körper einnimmt; jeder Masseneinheit des Beweglichen entspricht daher nach 132 die Kraft $\frac{4\pi^2 a^3}{T^2 r^2}$, wobei a die halbe Axe der Ellipse und T die Umlaufszeit, d. i. das Jahr vorstellt; es gilt sonach die Gleichung:

$$\mu(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}.$$

Es ist kein Grund vorhanden die Kraft, welche die Erde auf die Sonne ausübt, von jener, womit sie auf den Mond und die auf der Erdfläche befindlichen Körper wirkt, für specifisch verschieden, also μ für eine veränderliche Größe zu halten. Die Kraft, welche die Erde gegen die Masse 1 an ihrer Oberfläche äußert, ist also, wenn R den Erdhalbmesser bedeutet, $= \frac{\mu m}{R^2}$ (167.). Da diese Kraft durch die bekannte Acceleration g der Erdschwere gemessen wird (wobei jedoch die Fliehkraft nicht in Rechnung kommt), so hat man $\frac{\mu m}{R^2} = g$ oder $\mu m = g R^2$. Dividirt man die oben aufgestellte Gleichung durch diese letztere, so erhält man $\frac{M+m}{m} = \frac{M}{m} + 1 = \frac{4\pi^2 a^3}{g T^2 R^2}$, also das Verhältniß der Masse der Sonne zu jener der Erde

$$\frac{M}{m} = \frac{4\pi^2 a^3}{g T^2 R^2} - 1.$$

Die Vergleichung correspondirender, an weit von einander entfernten, unter einerlei Meridian liegenden Orten angestellten Beobachtungen der Position der Sonne hat gezeigt, daß die Entfernung der Sonne von der Erde gegen den Halbmesser der letzteren viel zu groß ist, um diese Entfernung nach der in 166. erklärten, auf den Mond immerhin anwendbaren Methode mit Verläßlichkeit zu bestimmen. Schon hieraus läßt sich nach obiger Formel auf die bedeutende Größe des Quotienten $\frac{M}{m}$ schließen. Mit Hilfe scharfsinniger geometrisch-astronomischer Verfahrungsweisen, welche von der Entscheidung der Frage über die Realität der Bewegung der Sonne in der Ekliptik gänzlich unabhängig sind, in deren Auseinandersetzung hier jedoch nicht eingegangen werden kann, hat man gefunden, daß in einem rechtwinkeligen Dreiecke, dessen Katheten der Erdhalbmesser R und die Distanz a der Sonne vom Erdmittelpuncte sind, der der ersteren Kathete gegenüber liegende Winkel sicher weniger als 9 Secunden, etwa 8,5 bis 8,6 Secunden beträgt. Es ist dieß der Winkel, unter welchem der Erdhalbmesser von der Sonne aus gesehen würde, oder mit andern Worten, der Winkel, welcher die scheinbare Ortsdifferenz des Mittelpunctes der im Horizonte stehenden Sonne angibt, wenn sie nicht bloß von der Erdfläche, sondern auch vom Erdmittelpuncte betrachtet werden könnte. Man nennt diesen Winkel die (horizontale) *Parallare* der Sonne. Bezeichnen wir ihn, in Secunden ausgedrückt, mit ω, so ist die Länge des ihm entsprechenden mit dem Halbmesser 1 beschriebenen Bogens $= \frac{2\pi\omega}{360.60.60}$. Aber jenes rechtwinklige Dreieck gibt

$$a : R = 1 : \frac{2\pi\omega}{360.60.60}, \text{ mithin ist}$$

$$a = \frac{360.60.60.R}{2\pi\omega} = \frac{206265\,R}{\omega}.$$

Für $\omega = 8{,}6$ wird $a = 23984\,R$. Mittelst dieses Werthes und der bekannten Größen von R, T, g erhält man in runder Zahl

$$\frac{M}{m} > 350000.$$

In Folge dieser gewaltigen Ueberlegenheit der Sonnenmasse über die Erdmasse ist der Abstand des gemeinschaftlichen Massenmittelpunctes beider Körper vom Mittelpuncte der Sonne kleiner, als der 350000ste Theil der Distanz der Sonne und Erde; jener gemeinschaftliche Mittelpunct ihrer Massen liegt also in der Sonne selbst. Sonach bewegt sich nothwendiger Weise die Erde um die Sonne, und nicht die Sonne um die Erde. Ein anderer nicht minder schlagender Beweis für die progressive Bewegung der Erde wird in der Lichtlehre vorkommen.

Sowohl wegen der Ungleichförmigkeit der scheinbaren Bewegung der Sonne in der Ekliptik, als auch wegen der Neigung der Ekliptik gegen den Aequator folgen die Culminationen der Sonne nicht in gleichen Zeitabschnitten auf einander, d. h. die Sonnentage sind nicht gleich lang. Eine mechanische Uhr, welche um so besser ist, je gleichförmi-

ger sie geht, kann daher unmöglich mit der Sonnenzeit in Harmonie bleiben. Aber ein Zeitmaß, welches den Anforderungen des gemeinen Lebens genügen soll, muß sich auf die Bewegung der Sonne gründen, denn unsere tägliche Lebensordnung richtet sich nach dem Sonnenstande. Um nun ein solches und dennoch gleichförmiges Zeitmaß zu erhalten, denkt man sich eine in der Ekliptik gleichförmig einherschreitende Sonne, welche gleichzeitig mit der wahren Sonne in die den Scheitelpuncten (Apsiden) der Erdbahn entsprechenden Puncte eintritt; ferner stellt man sich vor, eine dritte Sonne bewege sich gleichförmig längs dem Aequator, und gehe zugleich mit der vorgenannten zweiten Sonne durch die Nachtgleichepuncte. Da diese dritte Sonne, wenn sie vorhanden wäre, in gleichen Zeitintervallen culminiren würde, so kann ihre ideale Bewegung zum Zeitmaße dienen. Hiernach ergibt sich die Bestimmung des mittleren Tages, von welchem bereits früher die Rede war, und der nicht bloß der bürgerlichen, sondern in der Regel auch der astronomischen Zeitmessung zum Grunde gelegt wird. Der Augenblick der Culmination dieser fingirten Sonne heißt der mittlere Mittag, zum Unterschiede von dem wahren Mittage, als dem Zeitpuncte des wirklichen Eintrittes der Sonne in den Meridian des Beobachtungsortes.

Wahre Sonnenzeit wird durch eine Sonnenuhr angezeigt. Um eine solche Uhr zu construiren, bringt man an einer wie immer gestalteten Fläche, welche eine fixe Lage hat (wie z. B. die Wand eines Hauses), oder doch der Sonne jedes Mal in einer bestimmten Lage gegen die Weltgegenden dargeboten wird (tragbare Sonnenuhren), einen Stab oder eine Kante eines geradlinigen Dreieckes (Zeiger), der Weltaxe parallel an, dessen Schatten an dem auf dieser Fläche als Zifferblatt verzeichneten Liniensysteme die vorhandene Sonnenzeit angibt. Die Linien, in welche der Schatten am Ende jeder einzelnen Stunde fällt, erhält man, wenn man die Durchschnittslinien des Zifferblattes mit einer durch den Zeiger gelegten Ebene bestimmt, die von der Lage des Meridianes angefangen zu beiden Seiten desselben jedes Mal um den Winkel von $\frac{360}{24} = 15$ Graden weiter gedreht wird. Da sich nämlich die Sonne bei dem Eintritte jeder Stunde vor und nach ihrer Culmination in einer solchen Ebene befindet, so muß der Schatten des Zeigers die Lage der erwähnten Durchschnittslinien haben. Die Linien für die Unterabtheilungen der Stunde entsprechen den Zwischenlagen der vorerwähnten um die Weltaxe gleichmäßig gedrehten Ebene. Die einfachste Sonnenuhr ist die Aequatorialuhr; sie besteht aus einem Kreise oder Ringe, dessen Umfang in 24 gleiche Theile getheilt und in dessen Mittelpuncte der Zeiger senkrecht auf die Kreisebene aufgestellt ist. Das Zifferblatt wird bei dem Gebrauche der Uhr in eine dem Aequator parallele Lage gebracht, so daß der mit 12 bezeichnete Theilstrich in den Meridian und nordwärts zu liegen kommt. Im Herbste und Winter, wo die Sonne unter dem Aequator steht, functionirt die untere Fläche des Zifferblattes.

Aus dem oben Gesagten erhellet hinreichend, daß eine gute mechanische Uhr mit einer Sonnenuhr nicht fortwährend übereinstimmen kann, und es vergebliche Mühe ist, erstere durch Regulirung ihres Ganges mit letzterer in bleibenden Einklang bringen zu wollen. Der Unterschied zwischen der wahren und mittleren Zeit heißt die Zeitgleichung. Kennt man diese für die verschiedenen Tage des Jahres (man hat Tabellen für selbe), so kann man mittelst einer gut construirten Sonnenuhr, ja selbst mittelst einer richtig gezogenen Mittagslinie den Gang einer Uhr, die mittlere Zeit weisen soll, z. B. einer Thurmuhr, mit

einer für die gewöhnlichen Zwecke hinreichenden Näherung controlliren und in Ordnung erhalten. Die mittlere Zeit fällt viermal im Jahre mit der wahren zusammen, nämlich den 15. April, 15. Juni, 1. September und 25. December. Die größten Differenzen ergeben sich um die Mitte Februars, wo die mittlere Zeit der wahren bis 14½ Minuten voreilt, und zu Anfang Novembers, wo jene gegen diese um 16 Minuten zurückbleibt.

172. Bewegung der Planeten um die Sonne. Nebst der Erde kennt man noch zehn um die Sonne sich bewegende Planeten; sie heißen, von dem der Sonne nächsten angefangen: Merkur, Venus, Mars, Vesta, Juno, Ceres, Pallas, Jupiter, Saturn und Uranus. Die Erde steht in dieser Reihe zwischen Venus und Mars. Um Jupiter bewegen sich vier Satelliten (Trabanten, Monde), um Saturn sieben und um Uranus sechs. Saturn ist überdieß von einem freischwebenden, aus mehreren concentrischen Theilen bestehenden Ringe umgeben. Wir zählen daher in unserem Sonnensysteme, die Erde und ihren Mond mitgerechnet, 11 Haupt- und 18 Nebenplaneten. Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn sind mit bloßem Auge sichtbar, und waren schon im Alterthume bekannt; die übrigen Hauptplaneten, so wie die Satelliten, konnten erst nach Erfindung der Fernröhre entdeckt werden.

Faßt man die Bewegungen der Planeten an der Himmelssphäre nur so auf, wie sie sich unseren Augen darstellen, so erscheinen sie äußerst verwickelt. Jeder Planet ändert seine Stellung gegen die Fixsterne, bald wie die Sonne in der Richtung von West gegen Ost, bald in entgegengesetztem Sinne, und zugleich ändert sich sein scheinbarer Durchmesser; vor dem Uebergange von dem einen Bewegungszustande in den andern verlangsamt sich sein Fortrücken, und der Planet scheinet zuletzt stille zu stehen: im Ganzen erlangt aber doch die Bewegung von West gegen Ost das Uebergewicht. Jeder Planet macht auf diese Weise einen Umlauf am Himmel, wobei er die Ekliptik zweimal durchschneidet. Die meisten Planeten, insbesondere die längst bekannten, bleiben dabei stets in der Nähe der Ekliptik, nur Juno, Ceres und Pallas weichen von derselben mehr ab; dieß veranlaßte schon die Alten einen 20 Grade breiten Gürtel um die Himmelssphäre, in dessen Mitte die Ekliptik liegt, den sogenannten Zodiakus (Thierkreis), als den Aufenthaltsort der Sonne und der Planeten zu betrachten. Er wird in zwölf Theile, deren jeder 30 Grade der Ekliptik enthält, eingetheilt; diese Theile heißen im Allgemeinen Himmelszeichen und erhalten ihre besonderen Namen von den darin befindlichen Sternbildern (Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Scorpion, Schütz, Steinbock, Wassermann, Fische): sie werden häufig, zumal in den Kalendern, durch eigene Symbole vorgestellt.

Die Beziehung, in der die Planetenbewegung zur Ekliptik erscheint, veranlaßte die Positionen dieser Himmelskörper auf genannte Ebene zurückzuführen. Man nennt den von dem Orte eines Planeten oder auch irgend eines andern Gestirnes an der Himmelssphäre senkrecht zur Ekliptik gezogenen Bogen die Breite, und das zwischen die-

sem Bogen und dem Frühlingspuncte enthaltene Stück der Ekliptik die Länge des Gestirnes. Man unterscheidet nördliche (positive) und südliche (negative) Breite; die Länge wird vom Frühlingspuncte im Sinne von West gegen Ost (nach der Ordnung der Himmelszeichen) von 0 bis 360° gezählt. Diese Bestimmungsstücke der Position sind kein Gegenstand unmittelbarer Beobachtung, sondern sie werden aus andern durch Beobachtung dargebotenen Bestimmungsstücken, als: Höhe, d. i. Abstand des Gestirnes vom Horizonte, und Azimuth, d. i. Bogen des Horizontes vom Südpuncte westwärts bis zum Höhenkreise; oder auch: Declination, d. i. Abstand vom Aequator, und Rectascension, d. i. Bogen des Aequators vom Frühlingspuncte ostwärts bis zum Declinationskreise, erst durch trigonometrische Rechnung abgeleitet. Bewegt sich ein Planet in Bezug auf die Fixsterne von West gegen Ost oder in der Ordnung der Zeichen, d. h. nimmt seine Länge zu, so heißt seine Bewegung direct (rechtläufig), im entgegengesetzten Falle retrograd (rückläufig); bei dem Uebergange von dem einen Bewegungszustande zum andern erscheint der Planet stationär (stillstehend). Hat ein Planet oder ein anderer Himmelskörper mit der Sonne oder mit einem anderen Gestirne gleiche Länge, so findet Conjunction beider Himmelskörper statt; sind die Längen derselben um 180° unterschieden, so heißt die Stellung Opposition, und wenn der Unterschied der Längen = 90° ist, Quadratur. Die Zeit zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Conjunctionen eines Planeten mit der Sonne (oder auch Oppositionen, wenn es solche gibt) bestimmt die synodische Umlaufszeit des Planeten. Die eigentlich so zu nennende Umlaufszeit, die siderische, ist die kürzeste Zeit, binnen welcher der Planet nach vollbrachtem Umlaufe wieder zu demselben Puncte seiner Bahn gelangt. Die zwei in die Ebene der Ekliptik fallenden Puncte einer Planetenbahn heißen ihre Knoten, und zwar heißt derjenige, durch welchen der Planet geht, wenn er sich dem Nordpole nähert, der aufsteigende, der andere der absteigende Knoten. Die Verbindungslinie der Knoten, welche, in so fern die Bahn sich als eine ebene Curve darstellt, die Durchschnittslinie ihrer Ebene mit der Ebene der Ekliptik ist, heißt die Knotenlinie.

Wie complicirt auch immer die Bewegungen der Planeten erscheinen mögen, wenn man bloß die mannigfaltig verschlungenen Linien im Auge hat, die sie an der Himmelssphäre beschreiben, so bedarf es doch nur einer aufmerksamen Erwägung aller einzelnen Umstände ihrer Bewegungsphänomene, um einzusehen, daß sämmtliche Hauptplaneten sich, wie die Erde, um die (relativ ruhende) Sonne bewegen, und ihre Bewegungen sich uns nur deßhalb so verwickelt darstellen, weil wir selbe von einem Standpuncte betrachten, dessen eigene Bewegung wir unwillkürlich nach gerade entgegengesetzter Richtung auf die Planeten und auf die Sonne übertragen. Wir versetzen nämlich jeden Himmelskörper längs der geraden Linie, welche von unserem Auge zu demselben geht, an die als unendlich weit entfernt anzusehende Himmelssphäre. Die Distanzen der Fixsterne von der Erde sind so groß, daß

die von allen Puncten der Erdbahn zu einem Fixsterne geführten geraden Linien keinen an unseren Meßwerkzeugen mit Sicherheit wahrnehmbaren Winkel bilden. Dieß erhellet daraus, daß die Fixsterne bei jeder Stellung der Erde in ihrer Bahn, abgesehen von einer später zu besprechenden bloß scheinbaren Verschiebung, genau dieselben relativen Stellungen beibehalten. Man kann also die Fixsterne, von der Erde angesehen, als Puncte der Himmelssphäre selbst annehmen. Anders verhält sich die Sache bezüglich der Sonne und der Planeten, deren Distanzen von der Erde mit jenen der Fixsterne nicht vergleichbar sind. Hierauf gründet sich eben die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne, und aus derselben Ursache tragen auch die Bewegungen der Planeten, nebst ihren eigenen Ortsveränderungen noch das Gepräge der Bewegung der Erde an sich. Zerlegt man nämlich eine kleine während eines und desselben Zeittheiles vor sich gehende Verschiebung, sowohl des Planeten als auch der Erde, senkrecht gegen die von der Erde durch den Planeten gezogene Gerade, und legt dem Planeten nebst seiner eigenen noch die der Erde zukommende Componente in gerade entgegengesetztem Sinne bei, so ist die Resultirende beider die an der Himmelssphäre erscheinende Bewegung des Planeten. Heben sich beide Componenten auf (in welchem Falle die Bewegungen der Erde und des Planeten in einerlei Sinne vor sich gehen), so zeigt sich der Planet stationär; sind diese Componenten zwar entgegengesetzt, aber ungleich, so erscheint ihre Differenz; stimmen ihre Richtungen überein (in welchem Falle die Bewegung der Erde jener des Planeten entgegengesetzt ist), so erscheint ihre Summe an der Himmelssphäre. Bei den mit verschiedener Winkelgeschwindigkeit statt findenden Bewegungen der Erde und jedes Planeten in geschlossenen Bahnen um einen und denselben Centralkörper combiniren sich bald übereinstimmende, bald entgegengesetzte, zur Sehlinie von der Erde zum Planeten senkrechte Verschiebungen, was augenscheinlich den oben erwähnten Wechsel der directen mit der retrograden Bewegung hervorbringt.

Da Merkur und Venus nie mit der Sonne in Opposition kommen (ersterer Planet entfernt sich nie über 30°, letzterer nie über 48° von der Sonne), sondern beide gleichsam die Sonne auf ihrer Wanderung längs der Ekliptik begleiten, ihr bald in directer Bewegung vorauseilend, bald stationär werdend und hierauf in Folge retrograder Bewegung hinter ihr zurückbleibend (Venus als Abend- und Morgenstern), so läßt sich schon daraus vermuthen, daß diese Planeten sich um die Sonne bewegen, aber ihre Bahnen innerhalb der Erdbahn liegen. Man nennt deßhalb Merkur und Venus *untere* Planeten. Diese schon im Alterthume ausgesprochene Vermuthung wurde durch die Erfindung der Fernröhre zur Gewißheit erhoben, sobald man die großen Veränderungen des scheinbaren Durchmessers dieser Planeten und die damit in genauer Verbindung stehenden Lichtwechsel (Phasen) wahrnahm. So erscheint Venus, wenn sie eben als Abendstern auftritt, klein und mit ganz beleuchteter Scheibe wie der Vollmond; in dem Maße als sie sich von der Sonne entfernt, und daher später untergeht, wächst ihr Durchmesser und sie zeigt die Lichtgestalt des abneh-

menden Vollmondes; bei ihrer größten Elongation hat sie das Aussehen des Mondes im letzten Viertel, ihre beleuchtete Hälfte gegen die Sonne kehrend; hierauf nähert sie sich wieder der Sonne, ihr Durchmesser wächst noch mehr und der beleuchtete Theil wird noch kleiner; während dieses Vorganges erreicht Venus, da die größere Nähe an der Erde die durch die Verringerung des leuchtenden Theils ihrer Fläche herbeigeführte Abnahme ihrer Helligkeit reichlich compensirt, ihren größten Glanz; endlich aber, wenn die Venus wieder bis zur Sonne heranrückt, verkleinert sich ihr beleuchteter Theil bis zur feinsten Sichel, ihr scheinbarer Durchmesser aber erreicht sein Maximum. Nun tritt Venus auf die andere Seite der Sonne, sie wird Morgenstern, und es zeigen sich dieselben Erscheinungen in verkehrter Ordnung. Bei diesem Gange auf die andere Seite der Sonne kann es geschehen, daß Venus als dunkles Scheibchen vor der Sonnenscheibe vorüberzieht (Durchgang der Venus), ein seltenes Phänomen, welches, da es an verschiedenen Standpuncten auf der Erde sich sehr verschieden zeigt, das vorzüglichste Mittel zur Bestimmung der Sonnenparallaxe abgibt. Merkur, welcher Planet wegen seiner Nähe an der Sonne mit bloßem Auge schwer zu sehen ist, verhält sich in Allem wie Venus, nur ist die Periode seiner Erscheinungen kürzer; seine synodische Umlaufszeit beträgt nur höchstens 130 Tage, während sie bei Venus 584 Tage umfaßt. Alle übrigen Planeten kommen mit der Sonne in Opposition, zeigen aber keine Lichtwechsel und gehen nie zwischen Sonne und Erde hindurch; ihre Bahnen umschließen jene der Erde und sie heißen daher *obere* Planeten. Je langsamer der Gang eines solchen Planeten ist, und je geringer die Veränderungen sind, welche sein scheinbarer Durchmesser zeigt, um so weiter ist er von der Sonne entfernt; hiernach ergibt sich von selbst die von den Alten, und zwar nur aus dem ersteren Grunde gemachte Schlußfolge, daß Mars der Sonne näher stehe als Jupiter, und dieser näher als Saturn.

Völlig strenge wird die Wirklichkeit der Bewegung eines Planeten um die Sonne nur durch geometrische Vergleichung der relativen Positionen beider Himmelskörper bewiesen, welches auch der Weg ist, zur Kenntniß der Gesetze dieser Bewegung zu gelangen. Es läßt sich die relative Bewegung jedes Planeten bezüglich der Sonne unabhängig von irgend einer Hypothese aus bloßen Daten der Beobachtung geometrisch ableiten, nämlich angeben, wie die Bewegung des Planeten erscheinen würde, wenn sie von der Sonne aus betrachtet werden könnte, und in welcher Distanz von der Sonne der Planet sich in jeder einzelnen seiner Stellungen befindet. Um von dem hiezu dienenden Verfahren einiger Maßen einen Begriff zu geben, wollen wir von der Neigung der Bahn des Planeten gegen die Ekliptik abstrahiren, oder seine Breite vernachlässigen, so daß die Projection des Planeten auf die Ebene der Ekliptik für den Planeten selbst gilt. Dieß vorausgesetzt, sey (Fig 55) E die Erde, S die Sonne, P der Planet. Von der Erde aus gesehen erscheint derselbe in der Verlängerung der Geraden EP; von der Sonne aus gesehen in der Verlängerung der SP am Him-

melsgewölbe. Der Punct x, in welchem erstere Gerade die Himmelssphäre trifft, heißt der geocentrische Ort des Planeten, und der Punct y, in welchem letztere Gerade mit der Himmelssphäre zusammenkommt, sein heliocentrischer Ort. Beide Orte sind im Allgemeinen verschieden; sie fallen aber zusammen, wenn der Planet mit der Sonne entweder in Conjunction oder in Opposition steht, d. h. sich längs der Geraden ES, z. B. in P' oder in P'' befindet. Die Geraden EW, SW, welche von E und S zum Frühlingspuncte an der Himmelssphäre gehen, bilden, wegen der unendlichen Größe des Halbmessers dieser Sphäre, bei jeder Lage der Erde und Sonne, einen verschwindend kleinen Winkel, daher ist EW oder SW (abgesehen von der sehr geringen Verschiebung des Frühlingspunctes selbst, wovon später die Rede seyn wird und die übrigens in Rechnung gebracht werden kann) eine und dieselbe im Raume fixe Richtung. Der Winkel PEW stellt die geocentrische, und der Winkel PSW die heliocentrische Länge des Planeten dar. In der Conjunction des Planeten mit der Sonne sind beide Längen gleich, in der Opposition um 180° verschieden, mithin ist in diesen Fällen die heliocentrische Länge durch die geocentrische gegeben. Angenommen, daß die Erde, die Sonne und der Planet sich auf irgend eine uns unbekannte Weise bewegen, so wird bei den sich im Laufe der Zeit ergebenden Conjunctionen und Oppositionen die Gerade P'SEP'' die verschiedensten Positionen im Raume annehmen, während die Richtungen EW, SW ungeändert bleiben; man wird also durch fortgesetzte Beobachtungen nach und nach bei sehr verschiedenen Stellungen des Planeten gegen die Sonne seine heliocentrische Länge und den Zeitpunct derselben kennen lernen. Je mehr Beobachtungen der Conjunctionen und Oppositionen man zusammen nimmt, desto genauer wird die relative Bewegung des Planeten hinsichtlich der Sonne bekannt seyn, denn diese Bewegung ist nichts anderes als die Reihenfolge seiner heliocentrischen Längen mit Beziehung auf die Zeit. Man findet auf diese Weise, daß die heliocentrische Länge jedes Planeten fortwährend in demselben Sinne zunimmt, mithin rücksichtlich des Standpunctes der Sonne kein Wechsel der directen Bewegung mit der retrograden obwaltet; ein klarer Beweis, daß die Planeten sich um die Sonne bewegen. Insbesondere wird durch solche Beobachtungen die Umlaufszeit des Planeten, d. h. die Rückkehr derselben Länge gegeben. Da man nun solchergestalt für jeden Zeitpunct, z. B. wenn sich der Planet in P befindet, im Besitze der Kenntniß seiner heliocentrischen Länge PSW ist, und aus unmittelbarer Beobachtung auch die geocentrische Länge PEW nebst der Länge der Sonne SEW kennt, so sind im Dreiecke ESP die Winkel PES und EPS gegeben, denn es ist PES = PEW — SEW und EPS = PSW — PEW = PSW — PEW, woraus sich auch das Verhältniß von PS (der Distanz des Planeten von der Sonne) zu ES (der Distanz der Erde von der Sonne) ergibt. Man wird sonach in den Stand gesetzt die Bahn des Planeten auf der Ebene der Ekliptik zu verzeichnen. Dieses Verfahren gibt bei Planeten, deren

Bahn gegen die Ekliptik nur wenig geneigt ist, z. B. bei Mars, schon eine bedeutende Annäherung an die Wahrheit, und läßt sich auch ohne Schwierigkeit auf die Fälle ausdehnen, in welchen die Breite eines Planeten nicht vernachlaßiget werden darf. Es handelt sich dabei zunächst um die Ausmittelung der Knoten (wobei man sich stets überzeugt, daß die Knotenlinie durch die Sonne geht) und um die Bestimmung des Neigungswinkels der Bahn gegen die Ekliptik, in welche Gegenstände wir jedoch hier nicht weiter eingehen können. In der Construction der Bahnen der Planeten, in ihrer Bewegungsweise in denselben und in ihren Umlaufszeiten finden die Kepler'schen Gesetze ihre empirische Begründung, auf welchen, wie in 170. gezeigt wurde, das Fundament des allgemeinen Gravitationsgesetzes beruht.

Aus der in 171. 4) gemachten Bemerkung ergibt sich, daß das dritte Gesetz Kepler's nur annäherungsweise, nämlich nur in so fern richtig seyn kann, als die Differenz der Massen zweier Planeten gegen die Masse der Sonne vernachlaßiget werden darf. Denn nennen wir M die Masse der Sonne, m, m′ die Massen zweier um dieselbe sich bewegenden Planeten, a, a′ deren mittlere Entfernungen von der Sonne, T, T′ ihre Umlaufszeiten, und μ die Intensität der Gravitation für zwei Massen, deren jede = 1 ist, in der Entfernung 1, so bestehen die Gleichungen

$$\mu(M+m) = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}, \quad \mu(M+m') = \frac{4\pi^2 a'^3}{T'^2},$$

woraus $\frac{M+m}{M+m'} = \frac{a^3}{T^3} : \frac{a'^3}{T'^2}$ folgt. Nur wenn man $m - m'$ gegen M vernachläßigen, also $\frac{M+m}{M+m'} = 1$ setzen darf, erhält man

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{a'^3}{T'^2},$$

wie es das dritte Kepler'sche Gesetz fordert. Auf die genauere Gleichung läßt sich eine Methode gründen, die Massen der Planeten mit der Masse der Sonne zu vergleichen.

Diese schärfere Bestimmung des dritten Kepler'schen Gesetzes kann als Beleg des Vorzuges dienen, den die theoretische Ableitung eines Naturgesetzes aus seiner wahren Quelle vor einer bloß empirischen Nachweisung desselben voraus hat. Ist es gelungen, sich von empirisch bestimmten Gesetzen zu dem obersten Principe der Erscheinungen, hier zum Gravitationsgesetze zu erheben, so kann man von diesem ausgehend, jedem einzelnen Gesetze den Umfang seiner Giltigkeit und seine wahre Bedeutung anweisen. Das dritte Kepler'sche Gesetz ist also, so wie, was sich später herausstellen wird, die ganze elliptische Bewegung der Planeten, bloß eine erstere Annäherung an die Wahrheit. Indessen kann man sich dieses Gesetzes doch mit großem Vortheile zur Vergleichung der Distanzen der Hauptplaneten von der Sonne oder der Nebenplaneten von ihrem Hauptplaneten bedienen. Die Entdeckung der neueren Planeten bot die seltene Gelegenheit dar, hievon zur Ausmittelung der ganz unbekannten Entfernungen derselben von der Sonne Gebrauch zu machen. Uranus hat seit seiner Entdeckung im Jahre 1781 durch Herschel bis jetzt (1843) noch keinen Umlauf um die Sonne vollbracht, denn hiezu sind 84 Jahre nöthig; aber schon der kurze Zeitraum von etwas mehr als einem Jahre reichte hin, aus zwei Oppositionen des Planeten mit der Sonne, welche die Größe eines von ihm an der Himmelssphäre heliocentrisch zurückgelegten Bogens und die dazu verwen-

dete Zeit darboten, auf seine Umlaufszeit und aus dieser auf seine mittlere Entfernung von der Sonne zu schließen, und schon gegenwärtig kennt man diese Größen aus den fortgesetzten Beobachtungen seines Ganges und aus einigen in älteren Sternverzeichnissen, welche den Planeten unter den Fixsternen anführen, enthaltenen Daten, bereits mit größter Schärfe. Es ist immerhin ein bemerkenswerthes Resultat der Theorie der Centralbewegung nach dem Gravitationsgesetze, daß die Umlaufszeit bloß von der mittleren Entfernung des Beweglichen vom Centralpuncte abhängt, und bei gleicher Größe der halben Axe der Bahn dieselbe bleibt, die Gestalt der Ellipse mag welche immer seyn.

Nachstehende Tabelle enthält die wichtigsten Bestimmungsstücke der Bewegung und die Größen der Hauptplaneten unseres Sonnensystemes.

Name.	Siderische Umlaufszeit in Tagen.	Größere halbe Axe der Bahn.	Excentricität der Bahn.	Neigung der Bahn gegen die Ekliptik.	Durchmesser des Planeten.	Masse des Planeten.
Merkur	87,969	0,387	0,2055	7° 0′	0,39	0,16
Venus	224,701	0,723	0,0069	3° 23′	0,97	0,92
Erde	365,256	1,000	0,0168	0° 0′	1,00	1,00
Mars	686,980	1,524	0,0933	1° 51′	0,56	0,13
Vesta	1335,205	2,373	0,0891	7° 8′	—	—
Juno	1590 998	2,667	0,2578	13° 4′	—	—
Ceres	1681 539	2,767	0,0784	10° 37′	—	—
Pallas	1681,709	2,768	0,2416	34° 35′	—	—
Jupiter	4332,596	5,203	0,0482	1° 19′	11 56	340
Saturn	10758,970	9,539	0,0562	2° 30′	9 61	98
Uranus	30688,713	19,183	0,0467	0° 46′	4,26	17

Wird der Durchmesser und die Masse der Erde = 1 gesetzt, so ist der Durchmesser der Sonne = 110, ihre Masse = 354936; der Durchmesser unseres Mondes aber = $\frac{3}{11}$ und seine Masse = $\frac{1}{70}$.

173. **Präcession der Nachtgleichen.** Die Polhöhe oder geographische Breite jedes Ortes auf der Erdfläche hat sich bei den schärfsten darüber angestellten Untersuchungen als eine sich vollkommen gleichbleibende Größe erwiesen; es dreht sich also unsere Erde fortwährend um einerlei Axe. Aber die Stellung der Weltpole an der Himmelssphäre ist, wie schon den alten Astronomen bekannt war, veränderlich, und hängt mit einer Veränderung der Lage der Durchschnittspuncte des Aequators und der Ekliptik zusammen, welche darin besteht, daß die Nachtgleichepuncte auf der Ekliptik allmälig im Sinne von Ost gegen West fortrücken, so daß die Länge jedes Fixsternes um einerlei Größe zunimmt, während seine Breite ungeändert bleibt. Diese Bewegung der Nachtgleichepuncte, welche die Präcession genannt wird, beträgt jährlich im Durchschnitte nur 50 Secunden, oder in 72 Jahren einen Grad; es brauchen also die Aequinoctialpuncte zur Durchwanderung der ganzen Ekliptik beinahe 26000 Jahre. Da die Weltaxe, oder was dasselbe heißt, die Erdaxe zur Ebene des Aequators senkrecht ist, so beschreibt diese Axe in Folge der so eben angegebenen Aenderung der Stellung des Aequators eine Kegelfläche, deren

Axe auf der Ebene der Ekliptik senkrecht steht. Nennt man die Durchschnittspuncte der auf die Ekliptik senkrechten Geraden mit der Himmelssphäre die Pole der Ekliptik, so äußert sich die Präcession der Nachtgleichen dadurch, daß die Weltpole um die Pole der Ekliptik einen Kreis beschreiben, dessen Halbmesser an der Himmelssphäre betrachtet der Schiefe der Ekliptik gleich ist. Diese Angabe ist jedoch nur näherungsweise richtig. Bei erwähnter Bewegung der Erdaxe findet nämlich noch ein periodisches Schwanken statt; es durchlaufen die Weltpole binnen 19 Jahren, in retrogradem Sinne, den Umfang einer kleinen Ellipse, deren Mittelpunct es eigentlich ist, welcher den vorhin angegebenen Kreis um die Pole der Ekliptik beschreibt. Die größere Axe dieser Ellipse ist stets gegen den Pol der Ekliptik gerichtet; sie beträgt nur 19 Secunden, die kleinere Axe 14 Secunden. Dieses Schwanken der Erdaxe heißt die Nutation, und bringt eine kleine periodische Ungleichförmigkeit in dem Gange der Präcession und in der Schiefe der Ekliptik hervor.

Die Ursache der Präcession und Nutation liegt in der Anziehung der Sonne und des Mondes gegen die um ihre Axe rotirende abgeplattete Erde. Vermöge der Trägheit strebt die Drehungsaxe des Erdsphäroids ihrer ursprünglichen Lage parallel zu bleiben. Man kann ein solches abgeplattetes Sphäroid aus zwei Theilen bestehend denken, aus einer demselben eingeschriebenen Kugel, welche das Sphäroid an den Endpuncten seiner kleineren Axe, die in dem vorliegenden Falle die Pole der Rotation sind, berührt, und aus einer diese Kugel umgebenden Hülle, deren Dicke von den Polen angefangen, wo sie Null ist, gegen den Aequator hin, wo sie am größten ist, fortwährend zunimmt. Die Action der Sonne auf den kugelförmigen Theil erzeugt eine durch den Mittelpunct seiner Gestalt, der zugleich der Mittelpunct seiner Masse ist, gehende Resultirende, die daher bloß eine progressive, aber keine drehende Bewegung hervorzubringen vermag. Die Hülle der Kugel hat in der Nähe der Pole eine unbeträchtliche Masse; man kann sie dem zu Folge der Hauptsache nach als einen um den Aequator der Kugel gelegten Gürtel betrachten. Die Sonne übt auf die ihr zugewendete Hälfte dieses Gürtels, der geringeren Distanz wegen, eine größere Kraft aus, als auf die von ihr weggewendete Hälfte desselben, und strebt demnach den Aequator des Sphäroids, welcher mit der Ebene der Ekliptik den bekannten Winkel bildet, in diese Ebene mit einer Kraft hineinzuziehen, die von der Stellung des Erdsphäroids in der Ekliptik abhängt. Sie ist in den Solstitialpuncten der Erdbahn am größten und nimmt von diesen an gegen die Aequinoctialpuncte hin ab, wo sie $= 0$ ist. Wäre die Erde in keiner Axendrehung begriffen, so müßte sie in Folge dieser Action wie ein Pendel dießseits und jenseits der Ebene der Ekliptik hin und her schwingen. Weil sich aber die Erde um ihre Axe dreht, so ist der Erfolg ein ganz anderer. Es sey EFGF′ (Fig. 56) der Durchschnitt der Ebene der Ekliptik mit der Erdfläche, AFBF′ der Erdäquator, FF′ die Durchschnittslinie desselben mit der Ekliptik, also die Linie, welche die Nachtgleichepuncte

mit einander verbindet. Es rotire die Erde im Sinne FAF'B und es stehe die Sonne dem Theile FAF' gegenüber. Ein Theilchen des Aequators bei M, welches in Folge der Rotation sich von der Ebene der Ekliptik weg bewegt, und ohne die Action der Sonne während einer unendlich kleinen Zeit den Weg MN beschrieben hätte, wird jetzt nach MH herabgezogen, und strebt daher den Weg MK, nämlich die Diagonale des Parallelogrammes MHKN zu durchlaufen. Wäre bloß der Theil MN des Aequators mit Masse versehen, so müßte derselbe dieser Einwirkung gemäß die Lage KMf annehmen, mithin der Winkel AFE, d. ist die Schiefe der Ekliptik, kleiner werden und der Aequinoctialpunct F nach f zurückweichen. Betrachten wir nun ein ähnlich liegendes Theilchen an derselben der Sonne zugewendeten Seite des Aequators, welches sich in Folge der Rotation gegen die Ekliptik hin bewegt. Es sey M'N' der Weg, den dieses Theilchen während der vorhin genannten unendlich kleinen Zeit wegen der bloßen Rotation zu beschreiben strebt; da es durch die Action der Sonne auf den Gürtel am Aequator nach M'H' herabgezogen wird, so strebt es den Weg M'K' zu nehmen, mithin den Winkel AF'E zu vergrößern und den Aequinoctialpunct F' nach f' vorzuschieben. Die auf die Aenderung der Neigung der Ekliptik hinzielenden Actionen der Sonne auf die Theilchen M und M' sind also einander gleich und entgegengesetzt, und daher als nicht vorhanden zu betrachten; die auf die Bewegung der Aequinoctiallinie Ff hinzielenden Actionen unterstützen einander. Da sich dasselbe von je zwei Theilchen in den Partien AF und AF' des Aequators sagen läßt, und die Betrachtung des Einflusses der den Aequator zur Ebene der Ekliptik heranziehenden Action der Sonne auf die Theilchen der Partien BF und BF' zu demselben Resultate führt, so sieht man, daß die erwähnte Action der Sonne keine Aenderung in der Neigung des Aequators gegen die Ekliptik, aber eine Drehung der Aequinoctiallinie FF' in einem der Rotation entgegengesetzten Sinne zur Folge hat, worin eben die Präcession besteht. Die Nutation, in deren nähere Betrachtung wir uns hier nicht einlassen können, ist eine Folge einer ähnlichen Einwirkung des Mondes auf die rotirende und abgeplattete Erde.

Wegen der Präcession ist die Zeit, binnen welcher die Sonne in ihrer scheinbaren jährlichen Bewegung zu demselben Aequinoctialpuncte zurückkehrt, kürzer als diejenige, nach welcher sie in dieselbe Position gegen die Fixsterne zurücktritt. Erstere Zeit heißt das tropische, letztere das siderische Jahr. Die Differenz zwischen beiden ist der Zeit gleich, während welcher die Sonne den während eines Jahres von den Aequinoctialpuncten gemachten Weg zurücklegt, d. i. 20,3 Minuten. Da aber die jährliche Präcession nicht constant ist, so denkt man sich dieselbe unter alle tropischen Jahre gleich vertheilt, und kommt so zu dem Begriffe des mittleren tropischen Jahres. Seine Dauer ist = 365,24225 mittleren Sonnentagen.

Das tropische Jahr liegt unserer Jahreszählung oder dem Kalender zum Grunde. Weil dasselbe nicht genau auf eine ganze Zahl von Tagen

ausgeht, so müssen die mit der Zeit sich anhäufenden Differenzen, welche aus unserer Zählung des Jahres nach vollen Tagen entspringen, durch Schalttage ausgeglichen werden. Wollte man das Jahr durchgehends bloß zu 365 Tagen annehmen, so würde dieß jährlich einen Abgang von 0,24225 Tagen herbeiführen, und der Kalender den wirklichen Jahreszeiten in 100 Jahren um 24 Tage voraneilen. Dieser große Fehler konnte selbst im Alterthume nicht geduldet werden; die Anordnung Julius Cäsar's, alle vier Jahre einen Tag einzuschieben, hat ihn bedeutend vermindert, denn es wird dabei das Jahr zu 365,25 Tagen gerechnet, und es ist daher nur mehr um 0,00775 Tag zu lang. Der Kalender bleibt aber hiebei in 1000 Jahren doch noch um 7 Tage hinter der wahren Stellung der Jahreszeiten zurück, was Pabst Gregor XIII., zu dessen Zeit (1582) der Fehler in dem von den Christen adoptirten Julianischen Kalender bereits auf 10 Tage angewachsen war, zur Einführung des nach ihm benannten Kalenders veranlaßte, worin am Ende von drei auf einander folgenden Jahrhunderten jedesmal der Schalttag wegbleibt, am Ende des vierten Jahrhundertes aber wieder gesetzt wird. Der Gregorianische Kalender nimmt also die Dauer des

$$\text{Jahres} = 365{,}25 - \frac{3}{400} = 365{,}25 - 0{,}0075 = 365{,}2425 \text{ Tagen}$$

an; das Jahr ist daher noch um 0,00025 Tag zu lang, welcher Fehler aber erst nach 4000 Jahren einen Tag ausmacht, den man dann nur wegzulassen haben wird, um wieder strenge Ordnung im Kalender herzustellen.

Wir haben im Vorhergehenden [165. 2.] das Zeitintervall zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Culminationen eines Fixsternes einen Sterntag genannt, und als die Dauer einer Umwälzung der Erde um ihre Axe betrachtet. Die Präcession nöthiget uns, wenn der Sterntag in mathematischer Schärfe die Rotationszeit der Erde angeben soll, denselben auf die Culmination eines Aequinoctialpunctes, z. B. des Frühlingspunctes zu beziehen. Solcher Culminationen findet während eines tropischen Jahres um eine mehr statt als Sonnenculminationen, weil die Sonne sich in der Ekliptik in dem der täglichen Bewegung des Frühlingspunctes entgegengesetzten Sinne verschiebt, und dadurch ihr Zurückbleiben nach Ablauf des Jahres auf einen Tag anwächst. Es machen demnach 365,24225 mittlere Sonnentage 366,24225 Sterntage aus, wornach man leicht mittlere Sonnenzeit in Sternzeit und umgekehrt verwandeln kann.

174. **Störungen der Bewegungen der Planeten.** Würden die Hauptplaneten bloß von der Sonne, die Nebenplaneten bloß von ihren Hauptplaneten angezogen, ohne daß diese Planeten auf einander selbst einwirken könnten, so müßten die Gesetze der elliptischen Bewegung in aller Schärfe gelten. Aber die Gravitation ist eine allgemeine Eigenschaft der Materie, daher unterliegt jeder Himmelskörper dem Einflusse aller übrigen im geraden Verhältnisse der Massen und im verkehrten der Quadrate der Distanzen. Hieraus entspringen Aenderungen der elliptischen Bewegung, welche man Störungen (Perturbationen) nennt, deren Uebereinstimmung mit den aus dem Principe der Gravitation auf theoretischem Wege abgeleiteten Folgerungen die Allgemeingiltigkeit dieses Principes in das schönste Licht setzt. Diese Aenderungen gehen entweder nach einer gewissen Zeit in die entgegengesetzten über, und kehren dann wieder in dem früheren

Sinne zurück, oder sie wachsen eine nicht bestimmbare oder doch sehr lange Zeit in einerlei Sinn an; erstere heißen *periodische*, letztere *seculäre* Störungen. Bemerkbare Störungen eines Planeten können nur von den Körpern bewirkt werden, welche ihm näher stehen, und deren Masse nicht zu gering ist; daher üben weder die Fixsterne noch die Kometen auf die Planeten einen merklichen Einfluß aus. Meistens ist es bloß Ein Körper, dessen störender Einfluß überwiegend hervortritt. So wird die Bewegung des Mondes um unsere Erde außer der abgeplatteten Form der Erde selbst vornehmlich durch die Einwirkung der Sonne gestört, erleidet aber dadurch eine bedeutende Complication, wodurch ihre Berechnung sehr schwierig wird. Es ist hier der Ort nicht in diesen Gegenstand näher einzugehen, welcher einem speciellen Studium der physischen Astronomie vorbehalten bleiben muß.

Unter den Störungen des Mondeslaufes ist besonders diejenige bemerkenswerth, welche man das *Rückwärtsgehen der Knoten* nennt, und auf ähnliche Weise, wie die Präcession der Nachtgleichen erklärt. Die Bewegung der Mondesknoten geht von Ost gegen West, aber nicht gleichförmig vor sich. Ihre tropische Umlaufszeit beträgt 6798 Tage 4 Stunden 15 Minuten, also etwas weniger als 19 Jahre; sie legen in ihrer mittleren Bewegung während 365 Tagen in Beziehung auf die Nachtgleichen einen Bogen von 19° 19′ 43½″ zurück. Die Kenntniß dieser Bewegung ist für die Bestimmung der Sonnen- und Mondesfinsternisse wichtig, welche sich nur ereignen können, wenn der Mond zur Zeit seiner Conjunction oder Opposition mit der Sonne, d. h. zur Zeit eines Neu- oder Vollmondes einem Knoten seiner Bahn nahe genug steht. Man kann darnach beurtheilen, wann dieselben relativen Stellungen der Sonne und des Mondes gegen die Erde, also die Finsternisse nahe in derselben Ordnung wiederkehren. Man findet leicht, daß dieses nahe nach 18 Jahren geschieht, weil 223 synodische Monate (zu 29 Tagen 12 Stunden 44 Min.) nahe 19 Umlaufe der Sonne in Beziehung auf die Mondesknoten (zu 346 Tagen 14 Stunden 52 Min. 13 Sec.) ausmachen. Doch ist dieß wegen der übrigen Störung des Mondeslaufes nur ein angenähertes Resultat, welches man nicht auf einen zu langen Zeitraum ausdehnen darf. Man nennt in den Kalendern die Periode von 19 Jahren *Mondescykel* (Mondeszirkel) und die Zahl, welche die Stellung jedes einzelnen Jahres in Bezug auf den Mondescyklus anzeigt, die *goldene* Zahl; sie wird von jenen Jahren an gezählt, in denen der Neumond am Neujahrtag eintritt.

175. **Ebbe und Fluth des Meeres.** Eine Wirkung der Gravitation, welche hier noch bemerkt zu werden verdient, ist das täglich zweimal sich wiederholende Sinken und Steigen des Meeres, welches man *Ebbe* und *Fluth* nennt. Es wird durch die Anziehung des Mondes und der Sonne gegen den festen Kern der Erde und das ihn bedeckende Meer hervorgebracht, wobei der Mond den überwiegenden Antheil hat. Es tritt nämlich einige Zeit, nachdem der Mond über oder unter dem Horizonte durch den Meridian eines am Meere liegenden Ortes gegangen ist, die höchste Fluth, und eine eben solche Zeit nach dem Auf- oder Untergange des Mondes die tiefste Ebbe ein, und der höchste wie der tiefste Stand des Meeres erfolgt täglich genau um die Zeit später, um welche der Mond täglich später culminirt, nämlich

um 50 Minuten. Diese Erscheinungen treten stärker auf, wenn der Mond der Erde näher, als wenn er von ihr entfernter ist; deßgleichen werden sie verstärkt, wenn Sonne und Mond in Conjunction oder Opposition, und geschwächt, wenn beide Himmelskörper in Quadratur stehen (Spring- und Nippfluthen). Nach diesem Sachverhalte kann kein Zweifel über die Abhängigkeit der Ebbe und Fluth vom Mondes- und Sonnenstande obwalten. Die Erklärung der Erscheinung ist folgende: Die Anziehung, welche der Mond gegen den ihm zugewendeten Theil der Meeresfläche äußert, ist, wegen der geringeren Distanz, stärker als die Anziehung gegen den festen Kern der Erde, und letztere ist aus demselben Grunde stärker als die Anziehung gegen die von ihm abgewendete Meeresfläche. Es rückt daher das dem Monde zugekehrte Meerwasser um ein größeres Wegstück dem Monde entgegen, als der feste Erdkörper, und das entgegengesetzt liegende Meer bleibt gegen den festen Erdkörper um ein gleiches Wegstück zurück. Hiedurch häuft sich das Wasser in den Endpuncten des gegen den Mond hinzielenden Erddurchmessers an, und sinkt an den 90° davon abliegenden Stellen. Dieß ist die Ursache der Fluth bei der obern und untern Culmination des Mondes, und der Ebbe beim Auf- und Untergange desselben. Da jedoch die durch die Rotation der Erde dem Monde entgegengeführte Wassermasse Zeit bedarf dem Zuge desselben zu folgen, so fallen die Zeitpuncte der größten Fluth nicht mit jenem der Culmination des Mondes zusammen, sondern sie treten um ein von örtlichen Verhältnissen abhängendes Zeitintervall später ein. Auf dieselbe Weise erzeugt die Sonne ihre eigene schwächere Ebbe und Fluth, und diese verbindet sich mit der vom Monde herrührenden, dieselbe bald verstärkend, bald schwächend, zu einer Resultirenden.

Obgleich die Sonne eine viele Male stärkere Anziehung auf die Erde ausübt, als der Mond (die Anziehungen der Sonne und des Mondes gegen die Erde verhalten sich den Massen und Distanzen dieser Himmelskörper gemäß nahe wie $\frac{350000}{(24000)^2} : \frac{1}{70.(60)^2} = 153 : 1$), so bringt sie dennoch eine schwächere Fluth hervor, weil der Effect hier nur von der Differenz der Anziehungen auf den Mittelpunct und die Oberfläche der Erde abhängt, welche Differenz für den Mond größer ist, als für die Sonne. Es verhalten sich nämlich die Differenzen der verkehrten Quadrate der Distanzen wie $\frac{1}{(24000)^2} - \frac{1}{(24001)^2} : \frac{1}{(60)^2} - \frac{1}{(61)^2}$ d. i. nahe wie $\frac{1}{(24000)^3} : \frac{1}{(60)^3}$, mithin die Differenzen der Anziehungen wie $\frac{350000}{(24000)^3} : \frac{1}{70\,(60)^3} = \frac{153}{24000} : \frac{1}{60} = 9180 : 24000$ oder nahe wie 3 : 8. Die fortgesetzte Beobachtung der Fluthhöhen bei verschiedenen Stellungen des Mondes gegen die Sonne kann umgekehrt als Mittel dienen, die Masse des Mondes zu bestimmen, wenn man Sorge trägt in den Resultaten die Wirkung des einen Himmelskörpers auf die Fluth von jener des andern zu sondern, was leicht geschehen kann, da Summe und Differenz beider Wirkungen durch die Erfahrung gegeben ist.

Siebentes Hauptstück.

Statik tropfbarer Körper (Hydrostatik).

176. **Allgemeiner Gesichtspunct der Betrachtung flüssiger Körper überhaupt, tropfbarer insbesondere.** Das Verhalten fester Körper unter dem Einflusse der auf sie wirkenden Kräfte wird durch die mehr oder weniger starre Verbindungsweise ihrer Theilchen bedingt; die Theilchen flüssiger Körper dagegen zeigen eine solche Verschiebbarkeit, daß sie den geringsten Kräften, welche für uns wahrnehmbar sind, weichen, sobald sie nicht durch das Vorhandenseyn einer festen Wand oder durch den Widerstand anderer Flüssigkeitstheilchen, welche nicht ausweichen können, daran gehindert werden. Die nothwendige Folge dieser Verschiebbarkeit ist die sogenannte Fortpflanzung des Druckes nach allen Seiten, d. h. die unveränderte Uebertragung des Druckes, den ein Theilchen aus irgend welchem Grunde erfährt, an alle ringsum liegende Nachbartheilchen, welcher Druck weiterhin durch die besonderen Kräfte, welche auf letztere Theilchen wirken, nach Umständen vermehrt oder verringert wird. Tropfbare Körper charakterisiren sich insbesondere einerseits durch den großen Widerstand, den sie bei vorhandenem Drucke jeder Volumsverminderung entgegensetzen, vermöge dessen man dieselben in der Regel so behandeln darf, als wären sie gar nicht zusammendrückbar, obgleich sich alle solche Flüssigkeiten, wenn nur hinreichend starke Kräfte vorhanden sind, merklich zusammendrücken lassen und dabei vollkommene Elasticität zeigen; andererseits durch die Anziehung, welche benachbarte Flüssigkeitstheilchen sowohl unter einander selbst kund geben (Cohäsion), als auch gegen die Theilchen fester Körper, mit denen sie in Berührung stehen (Adhäsion). Es sind sonach die tropfbaren Körper als unzusammendrückbare Aggregate äußerst beweglicher Theilchen zu betrachten, auf welche nebst der Schwerkraft und einem etwa vorhandenen äußeren Drucke noch ihre eigenthümliche und die von festen Körpern herrührende Molecularanziehung einwirkt. Die Auffindung der Bedingungen, unter welchen derlei Körper in den Verhältnissen, in welchen wir selbe gewöhnlich handzuhaben und zu beobachten pflegen, unter einander und in Wechselwirkung mit festen Körpern im Zustande des Gleichgewichtes erscheinen, ist der Gegenstand der nachfolgenden Untersuchungen.

177. **Voraussetzungen über die Wirkungsweise der zwischen den Molekeln eines tropfbaren Körpers bestehenden Kräfte.** Da die kleinsten Theile der Körper kein Gegenstand unserer Wahrnehmung sind, so können wir nur aus der Erfahrung auf die zwischen denselben bestehenden Beziehungen schließen, und sind daher genöthiget bei der Erklärung der Erscheinungen von gewissen Voraussetzungen auszugehen, deren Zulässigkeit in der Evidenz, mit welcher diese Erscheinungen sich daraus ergeben, ihre Rechtfertigung findet. Wir nehmen im Einklange mit den bereits früher (26.) gemachten Andeutungen folgende Voraussetzungen an: 1) Die Molekel tropfbarer Kör-

per wirken, in so ferne sie uns die Cohäsions- und Adhäsionserscheinungen vor Augen stellen, auf einander, entweder anziehend oder abstoßend, iedoch mit merklichem Erfolge nur in Distanzen, welche ihrer Kleinheit wegen unseren Sinnen gänzlich entschwinden. 2) Diese Action hängt bei tropfbaren Körpern lediglich von der Distanz der Molekel, nicht aber von der Lage ihrer Verbindungslinie innerhalb der Begrenzung des Körpers ab. Die von jedem Molekel auf ein anderes ausgehende Kraft ist also ringsum nach allen Seiten in einerlei Distanz gleich groß. Man kann sonach den Raum, auf welchen sich die wahrnehmbare Wirksamkeit zwischen zwei Molekeln erstreckt, von dem entfernteren Raume, bezüglich dessen diese Wirksamkeit als Null zu betrachten ist, durch eine Kugelfläche abgesondert denken, deren Mittelpunct eines der beiden Molekel einnimmt; sie soll die Wirkungssphäre dieses Molekels heißen. Der Halbmesser dieser Sphäre zeigt also die größte Distanz an, in welcher Wechselwirkung zweier Molekel statt findet. 3) Zwischen den einzelnen Molekeln eines und desselben tropfbaren Körpers besteht kein Unterschied; es sind daher auch ihre Wirkungssphären sämmtlich einander gleich. 4) Obgleich der Halbmesser der Molecular-Wirkungssphäre nur eine für unsere Wahrnehmung verschwindende Größe hat, so ist doch der Rauminhalt dieser Sphäre im Vergleiche mit den Abmessungen der Molekel selbst und mit den Abständen, in welchen sie im Körper neben einander stehen, so groß, daß eine sehr große Anzahl Molekel darin Platz findet. 5) Die zwischen je zwei Molekeln waltende Kraft ist der Unterschied zweier primitiven Kräfte, nämlich der Anziehungs- und der Abstoßungskraft, und es hängt der Sinn der in der Erscheinung auftretenden Action der Molekel, von der allein im Folgenden die Rede ist, nur davon ab, welche dieser zwei Componenten die andere übertrifft. 6) Bei den tropfbaren Körpern besteht zwischen zwei einander sehr nahen Molekeln Abstoßung; in größerer Entfernung waltet aber die Anziehung vor. Man kann daher die Wirkungssphäre aus zwei concentrischen Theilen bestehend denken, so daß im Bereiche des inneren Theiles rücksichtlich des im Mittelpuncte befindlichen Molekels bloß Abstoßung, im äußeren Theile dagegen bloß Anziehung herrscht. 7) Die Abstoßung wächst bei Verringerung des Abstandes zweier nächsten Molekel in einem äußerst rapiden Verhältnisse und übersteigt alle Kräfte, welche wir durch unsere mechanischen Mittel hervorzurufen im Stande sind.

178. **Wirkung eines tropfbaren Körpers auf sich selbst in Folge seiner Molecularkräfte.** Aus den obigen Voraussetzungen über die Beschaffenheit der Kräfte, welche die Molekel eines tropfbaren Körpers gegen einander äußern, fließen nachstehende Folgerungen: 1) Ist die Entfernung eines Theilchens des tropfbaren Körpers von seiner Begrenzung für uns meßbar, so sind die Actionen aller übrigen Theilchen auf ersteres im Gleichgewichte; dieses Theilchen erhält also dadurch gar keine Anregung zur Bewegung. In diesem Falle ist nämlich die kleinste Entfernung des Theilchens von der Begrenzung der Flüssigkeit größer als der Halbmesser seiner Wirkungssphäre; diese

Sphäre liegt daher ganz innerhalb der Flüssigkeit und ist mit Theilchen derselben ausgefüllt. Denkt man sich nun von irgend einem innerhalb der genannten Sphäre befindlichen Molekel zu dem Centralmolekel eine gerade Linie gezogen, und um ein ihr gleiches Stück über das Centralmolekel hinaus verlängert, so bezeichnet der Endpunct der Verlängerung ein anderes Molekel, welches von dem Centralmolekel eben so weit entfernt ist, wie das ursprünglich angenommene, mithin auf das Centralmolekel genau dieselbe Kraft, aber nur in entgegengesetzter Richtung ausübt, wie jenes, und ihm daher das Gleichgewicht hält. So heben sich alle Kräfte, welche von der Umgebung des Centralmolekels auf selbes ausgehen, paarweise auf; das Centralmolekel erfährt daher dadurch keine Anregung zur Bewegung. 2) Ist die Entfernung eines Theilchens des tropfbaren Körpers von seiner Begrenzung kleiner als der Halbmesser der ganzen Wirkungssphäre, aber doch größer als der Halbmesser desjenigen Theiles dieser Sphäre, innerhalb dessen Abstoßung herrscht, so wird das genannte Molekel durch die Action seiner Umgebung einwärts gezogen, d. h. es erfährt eine Kraft, die es von der Grenzfläche weg gegen die innere Flüssigkeitsmasse drückt, und zwar ist bei gleichem Abstande von der Grenzfläche diese Kraft, wenn die dem betrachteten Molekel zunächst liegende Partie der Begrenzung eine convere Gestalt hat, um so größer, je mehr die Grenzfläche gekrümmt ist; bei einer ebenen Begrenzung der Flüssigkeit ist genannte Kraft kleiner als bei einer converen Form, aber größer als bei einer concaven, und bei letzterer fällt die Kraft um so kleiner aus, je concaver die Fläche ist. Es sey A (Fig. 57) das Molekel, dessen Anregung zur Bewegung wir betrachten, BCD die demselben zunächst liegende convere Begrenzung der Flüssigkeit, AC die kleinste Distanz des Theilchens von dieser Fläche, AJ der Halbmesser der gesammten Wirkungssphäre, AL der Halbmesser des repulsiven Theiles derselben, und $AJ > AC$, $AL < AC$. Zieht man von jedem Puncte x des die Wirkungssphäre des Molekels A durchschneidenden Theiles BCD der Grenzfläche der Flüssigkeit durch A eine Gerade, verlängert sie bis x', so daß $xA = xA$ wird, und legt durch alle so erhaltenen Puncte eine Fläche B'C'D', so wird dadurch eine Partie der Flüssigkeit, nämlich BCDB'C'D' ausgeschieden, deren Action auf A Null ist, weil zu jedem in ihr vorhandenen Molekel, wie z. B. zu y oder z, ein Molekel y' oder z' angegeben werden kann, dessen Action auf A der des ersteren gleich und entgegengesetzt ist. Allein den innerhalb des Stückes B'J'D' der Wirkungssphäre von A befindlichen Molekeln entsprechen in BJD keine entgegenstehenden Molekel, welche die Einwirkung der ersteren auf A aufheben könnten; die Gesammtwirkung der in B'J'D' enthaltenen Molekel zieht dem zu Folge das Theilchen A gegen J' hin, d. h. dieses wird gegen die Flüssigkeit einwärts gezogen. Auch ist klar, daß das Stück B'J'D' der Wirkungssphäre, welches die eigentlich activen Molekel umfaßt, größer ausfällt, wenn die durch C gehende Fläche BCD mehr convex ist, dagegen kleiner, wenn statt BCD die plane Fläche ECF oder gar die concave GCH gesetzt wird, denn dann sind nur mehr die in E'CF'

oder gar nur die in G'C'H' enthaltenen Theilchen diejenigen, deren Einwirkung auf A nicht aufgehoben wird. 3) Ein Theilchen des tropfbaren Körpers, welches der Begrenzung desselben so nahe steht, daß sein Abstand von dieser kleiner ist, als der Halbmesser des repulsiven Theiles der Wirkungssphäre, wird nach dem Verhältnisse dieses Theiles zur ganzen Sphäre, und nach der relativen Intensität der Kräfte mehr oder weniger einwärts gezogen, und kann auch wohl eine Anregung zur Bewegung nach außen erhalten. Es sey das Flüssigkeitsmolekel A (Fig. 58) der Grenzfläche B E C F D des tropfbaren Körpers so nahe, daß A L, der Halbmesser des Theiles der Wirkungssphäre, in welchem die Molekel liegen, welche auf A abstoßend wirken, größer ist als A C, so sieht man, wenn man auf die oben angegebene Weise die Fläche B' E' C' F' D' auf der andern Seite von A in gleicher und entgegengesetzter Lage mit B E C F D setzt, daß die Actionen der innerhalb des Stückes B D B' D' liegenden Molekel auf A einander aufheben, und noch die Theilchen in E' L' F' übrig bleiben, welche A gegen J wegtreiben, ferner die Theilchen in B' E' L' F' D' J', welche A gegen J' hinziehen. Es kommt nun darauf an, welche der beiden entgegengesetzten Actionen das Uebergewicht behauptet. 4) Wendet man diese Sätze auf jeden Punct nächst der Oberfläche eines tropfbaren Körpers an, so gelangt man zu folgendem Satze: »Die gesammte Action der Molecular»kräfte eines tropfbaren Körpers reducirt sich auf einen Zug, den eine »an seiner Begrenzung liegende Schichte von verschwindend kleiner Dicke »nach innen erleidet, und auf eine an der äußersten Grenze dieser »Schichte statt findende Abstoßung der Flüssigkeitstheilchen nach außen.« Dieser Satz erklärt sowohl die Cohärenz, welche die tropfbaren Körper zeigen, als auch ihre Verdünstung an der Oberfläche, wovon im folgenden Hauptstücke die Rede seyn wird. Die an jedem einzelnen Puncte der Begrenzung des tropfbaren Körpers statt findende Intensität der Anziehung hängt nach dem oben Bewiesenen von der Gestalt der Grenzfläche ab, und ist um so größer, je mehr dieselbe convex oder je weniger sie concav ist. 5) Erscheint die Begrenzung eines tropfbaren Körpers in der Nähe eines auf ihr ins Auge gefaßten Punctes als eine stetig fortschreitende ebene oder gekrümmte Fläche, so kann man annehmen, daß die Resultirende aller Actionen der auf diesen Punct merklich einwirkenden Flüssigkeitstheilchen eine zur Fläche normal gestellte Richtung habe, denn man kann annehmen, daß diese Theilchen die Normallinie des genannten Flächenpunctes symmetrisch umgeben. Anders verhält sich die Sache an einer Stelle, wo die Stetigkeit des Fortschrittes der Oberfläche der Flüssigkeit unterbrochen ist, d. h. wo in der Aufeinanderfolge ihrer tangirenden Ebenen eine plötzliche Wendung (Sprung) statt findet, denn da fällt die obige Voraussetzung weg

179. **Gestalt der freien Oberfläche eines tropfbaren Körpers im Gleichgewichtszustande.** Die Gestalt jedes freien, d. h. nicht an einen unbeweglichen oder starren Körper grenzenden Theiles der Oberfläche einer tropfbaren Flüssigkeit ist an folgendes für sich evidente Gesetz gebunden: »Die Kräfte, welche auf die an einer freien

»Fläche eines tropfbaren Körpers liegenden Theilchen wirken, müssen »im Gleichgewichtszustande des Körpers gegen diese Fläche normal und »einwärts wirken.« Eine nicht normal gegen eine Flüssigkeitsfläche wirkende Kraft läßt sich nämlich in eine dagegen normale und in eine tangentielle Componente zerlegen; nur erstere, und zwar nur dann, wenn sie die Flüssigkeitstheilchen einwärts treibt, kann durch den Widerstand der inneren Theilchen aufgehoben werden; letztere Componente, wenn sie vorhanden ist, verschiebt die Theilchen der Flüssigkeit längs der Oberfläche, was der Voraussetzung des Gleichgewichtszustandes widerstreitet. Die Anwendung dieses Princips auf die gewöhnlich vorkommenden Fälle führt zu nachstehenden Folgerungen: 1) Die freie Oberfläche eines tropfbaren Körpers, welcher sich in einem nicht zu engen Gefäße im Zustande der Ruhe befindet, erscheint an allen den Gefäßwänden nicht zu nahen Stellen nothwendig als eine horizontale Ebene. Denn an Orten, welche einander nahe liegen, dürfen die Richtungen der Schwerkräfte, welche die Erde gegen die Körpertheilchen ausübt, als parallel angesehen werden; sie stehen daher im vorliegenden Falle auf der Oberfläche der Flüssigkeit senkrecht, und ein Gleiches gilt auch von den Richtungen der aus den Molecularkräften hervorgehenden Actionen der Flüssigkeit auf ihre oberste Schichte. 2) In der Nähe der Gefäßwände kommt die Adhäsion des tropfbaren Körpers gegen diese Wände ins Spiel und es wird daselbst nach Umständen die Flüssigkeit entweder in die Höhe gezogen, und bildet da eine concave Fläche, welche in einer gewissen Entfernung von den Wänden allmälig in eine horizontale Ebene übergeht, oder sie bleibt durchaus eben, oder endlich sie krümmt sich in der Nähe der Gefäßwände abwärts und erscheint also da conver. Die Erfahrung bietet uns jeden dieser Fälle dar, und lehrt insbesondere, daß der erste nur dann eintritt, wenn die Gefäßwände von der Flüssigkeit benetzt werden, und die beiden andern, wenn keine Benetzung statt hat. Um die Bedingung kennen zu lernen, an welche jeder dieser Fälle gebunden ist, sey A B (Fig. 59) eine verticale und ebene Wand, C D die freie Oberfläche eines an sie grenzenden tropfbaren Körpers, von welcher für einen Augenblick vorausgesetzt wird, daß sie eben und horizontal sey; wir wollen nun untersuchen, ob dieselbe bei C in Folge der auf sie einwirkenden Kräfte die horizontale Lage beibehalten könne oder nicht, und wenn das letztere sich ergibt, welche Lage sie annehmen müsse. Offenbar hat die aus der Anziehung der Wand gegen die Flüssigkeit entspringende Kraft, welche P hieße, bei C die auf A B senkrechte Richtung C E, und die Resultirende der Molecularactionen der Flüssigkeitsmasse B C D auf das Theilchen C die den Winkel B C D, dessen Ebene senkrecht gegen die Ebene der Wand gedacht wird, halbirende Richtung C F; denn die Theile der Wand liegen symmetrisch um C E, und die Theile der genannten Flüssigkeitsmasse symmetrisch um C F herum. Die nach C F wirkende Kraft läßt sich in zwei Componenten zerlegen, deren eine die Richtung C D und die andere die Richtung C B hat. Beide Componenten sind, weil C F den Winkel B C D halbirt, einander gleich, und jede derselben ist halb

so groß wie die Molecularaction, welche die Flüssigkeit auf ihre Oberfläche bei C nach der Richtung CB ausüben würde, wenn sie nicht durch die Wand unterbrochen wäre, sondern auch noch den Raum BCE ausfüllte. Nennt man letztere Action P', so ist jede der vorgedachten Componenten $= \frac{1}{2}P'$. Ist nun $P = \frac{1}{2}P'$, so heben sich die einander nach CE und CD entgegenwirkenden Kräfte auf und es bleibt bloß die nach CB wirkende Kraft $\frac{1}{2}P'$ übrig, welche die vorausgesetzte horizontale Lage der Oberfläche der Flüssigkeit nicht stört. Sind aber P und $\frac{1}{2}P'$ verschieden, so kommt es darauf an, welche von beiden Kräften die größere ist. Zeigt sich $P > \frac{1}{2}P'$, so reduciren sich die einander längs ED bekämpfenden zwei Kräfte auf eine nach CE wirkende Kraft $= P - \frac{1}{2}P'$, und diese erzeugt mit der nach CB wirkenden $\frac{1}{2}P'$ eine Resultirende, deren Richtung innerhalb des Winkels ECB, z. B. nach Cx, fällt; die Oberfläche der Flüssigkeit wird daher bei C eine Lage anzunehmen suchen, zu welcher Cx normal ist, und man ersieht aus dem Gesagten wenigstens so viel, daß diese Flüssigkeitsfläche unter den angeführten Umständen nur in einer Lage, gegen welche eine innerhalb des Winkels ECB liegende Grade normal steht, im Gleichgewichte bleiben kann, woraus nothwendig folgt, daß diese Fläche im Gleichgewichtszustande der Flüssigkeit concav seyn muß. Ist endlich $P < \frac{1}{2}P'$, so setzt sich die nach CD wirkende Kraft $\frac{1}{2}P' - P$ mit der nach CB wirkenden $\frac{1}{2}P'$ zu einer Resultirenden zusammen, welche eine innerhalb des Winkels DCB liegende Richtung Cy erhält; es muß also, wofern Gleichgewicht statt finden soll, die Oberfläche der Flüssigkeit bei C convex erscheinen. Dasselbe, was hier von der Einwirkung einer verticalen ebenen Wand auf die angrenzende Flüssigkeit gesagt wurde, gilt auch, wenn die Wand zwar vertical, aber gekrümmt, also cylindrisch ist, denn man kann sich eine solche in schmale Verticalstreifen zerlegt denken, deren jeder für sich so wirkt, als ob er eben wäre. Dieselben Schlüsse lassen sich mit den gehörigen Modificationen auch auf nicht verticale oder wie immer gekrümmte Gefäßwände ausdehnen, in welchen Gegenstand wir hier nicht weiter eingehen. Endlich sieht man aus dem Vorhergehenden, daß in einem sehr engen Gefäße die Oberfläche einer Flüssigkeit, welche ihrer speciellen Beschaffenheit zu Folge in Berührung mit den Gefäßwänden nicht eben bleiben kann, sondern eine convexe oder concave Form erhält, um so mehr gekrümmt wird, je enger das Gefäß ist. 3) In so fern die Richtungen der Schwerkräfte nicht als parallel angenommen werden dürfen, kann auch die Oberfläche eines im Gleichgewichte befindlichen tropfbaren Körpers für keine Ebene gelten. Die Oberfläche eines ausgedehnten ruhenden Gewässers nimmt deßhalb an der sphäroidischen Gestalt der Erde Theil, wie dieß bereits in vorhergehendem Hauptstücke auseinandersetzt wurde.

180. **Druck im Innern einer tropfbaren Flüssigkeit und gegen die Gefäßwände.** Da jedes Theilchen eines tropfbaren Körpers in Folge seiner Schwere abwärts gezogen wird, so übt es schon aus diesem Grunde auf die unter ihm befindlichen Theilchen einen seinem Gewichte gleichen Druck aus, und da es eben so von den über ihm

stehenden Theilchen gedrückt wird, so geht auch noch dieser Druck auf die tieferen Theilchen über. Jedes gedrückte Theilchen sucht seiner Verschiebbarkeit gemäß nach allen Seiten auszuweichen, und pflanzt so den empfangenen Druck rings um sich fort. Hieraus entspringen eigenthümliche Erscheinungen, durch welche sich ein tropfbarer Körper von einem Aggregate sehr kleiner fester Partikel, z. B. von feinem Sande, auffallend unterscheidet. Sie sollen im Folgenden in ihrer natürlichen Ordnung betrachtet werden. 1) Es sey A B D C (Fig. 60) ein aufrecht stehendes prismatisches oder cylindrisches Gefäß mit ebenem gegen die Wände senkrechten (also hier horizontalen) Boden, und bis A B mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllt. Man theile die Bodenfläche in unendlich viele einander gleiche Stückchen, so kann die ganze Flüssigkeitsmasse in eben so viele verticale einander gleiche Säulen getheilt werden, deren jede, wie u x, über einem solchen Bodenstückchen x steht, und dasselbe mit ihrem Gewichte drückt. Es erleidet sonach der ganze Boden einen Druck, welcher dem Gewichte der im Gefäße enthaltenen Flüssigkeit gleich kommt, und der Druck auf jeden Theil des Bodens verhält sich zum gesammten Drucke auf den Boden, wie der Flächeninhalt dieses Theiles zum Flächeninhalte des Bodens. 2) Nicht minder klar ist es, daß alle Partikel der Flüssigkeit, welche an gleich großen Flächenstückchen einer über dem Boden angenommenen horizontalen Ebene M N liegen, einerlei Druck erleiden, und daß der Gesammtdruck auf die Flüssigkeitsschichte M N dem Gewichte der darüber befindlichen Flüssigkeitsmasse A M N B gleichkommt, mithin in so fern man den tropfbaren Körper als unzusammendrückbar betrachtet, d. h. ihm an höheren und tieferen Stellen einerlei Dichte beilegen darf, sich zu dem Drucke auf den Boden C D verhält, wie A M : A C. 3) Fassen wir ein unendlich kleines Flächenstückchen $= \omega$ an der Seitenwand, z. B. bei M in das Auge, so erfährt dieses, weil die mit ihm in Berührung stehenden Flüssigkeitstheilchen mit derselben Kraft, mit welcher sie von oben gedrückt werden, auch seitwärts auszuweichen streben, einen Druck q nach der Richtung N M, der dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule gleich ist, welche ω zur Grundfläche und A M zur Höhe hat. Bezeichnen wir die Höhe A M mit h, so ist $h\omega$ das Volum, und nennen wir das specifische Gewicht der Flüssigkeit s, so ist $h\omega s$ (155.) das Gewicht dieser Säule, also $q = h\omega s$. Der Druck auf die Wand A C (Seitendruck) nimmt also von der Oberfläche der Flüssigkeit gegen den Boden hin im geraden Verhältnisse mit der Tiefe zu. 4) Um einen solchen veränderlichen Druck auf ein sicheres Maß zurückzuführen und darnach angeben zu können, wie groß er an jeder bestimmten Stelle, z. B. am Puncte M der Seitenwand ist, denke man sich jeden unendlich kleinen Theil der Flächeneinheit gerade so stark gedrückt, wie ein gleich großes Stückchen der Seitenwand bei M wirklich gedrückt wird. Der solchergestalt sich ergebende Totaldruck auf die Flächeneinheit ist das Maß des Druckes bei M. Man nennt ihn den *auf die Flächeneinheit reducirten* Druck. Bezeichnet man ihn mit Q, so ist der dem Flächenstückchen ω zugehörende Druck q wegen $Q : q = 1 : \omega$

offenbar $= Q\omega$ und $Q = \frac{q}{\omega} = hs$. 5) Was von der Seitenwand AC gesagt wurde, muß auch gelten, wenn irgendwo im Innern der Flüssigkeit eine verticale Wand, z. B. ux angenommen wird; der Seitendruck, den dieselbe an einer bestimmten Stelle, z. B. bei y, auszuhalten hat, ist, wenn man $uy = AM$ denkt, gerade so groß, wie der Druck bei M, und dieß ist daher auch der Seitendruck, den jede einzelne Flüssigkeitssäule ux auf die ihr zunächst stehenden Säulen ausübt, und von denselben zurück empfängt. Auf dieser Ausgleichung des Druckes nach allen Seiten beruht das hier vorausgesetzte Gleichgewicht eines tropfbaren Körpers in einem Gefäße mit verticalen Wänden und horizontalem Boden bei horizontaler Lage der freien Oberfläche der Flüssigkeit. 6) Nimmt man jetzt das für sich evidente Princip zu Hilfe, daß ein aus äußerst leicht verschiebbaren Theilchen bestehender Körper in seinem Innern nicht im Gleichgewichte seyn kann, wenn nicht jedes Stückchen einer auf was immer für eine Weise darin gedachten Fläche für sich von beiden Seiten gleich stark gedrückt wird, so sieht man leicht ein, daß der sicher vorhandene abwärts gehende Druck der Säule uy auf das Theilchen y nicht bestehen kann, ohne einen gleich großen Gegendruck des Theilchens y; es wird also dieses Theilchen nothwendig mit einer Kraft aufwärts getrieben, deren auf die Flächeneinheit reducirte Größe, mit Beibehaltung obiger Bezeichnungen $= hs$ ist. Dieser aufwärts gerichtete Druck des Theilchens y, wie auch der gleich große aller übrigen Theilchen nächst der Ebene MN, hat seinen Grund in dem Bestreben dieser Theilchen dem Seitendrucke auszuweichen, der auf selbe von den angrenzenden Flüssigkeitssäulen ausgeübt wird. 7) Man kann nun den Druck, den irgend ein Flächenstückchen x des Bodens CD von der darüber stehenden flüssigen Säule ux erleidet, auch auf das bloße Stück yx dieser Säule beziehen, indem man annimmt, daß dieses, von der benachbarten Flüssigkeit gepreßt, sich an y mit einer Kraft, die dem Gewichte des Stückes uy entspricht, anstemmt, und sowohl mit dieser Kraft als auch mit seinem eigenen Gewichte auf x abwärts wirkt. Hieraus geht nun deutlich hervor, daß an dem Drucke der Flüssigkeit ABDC auf den Boden CD nichts geändert wird, wenn man einen Theil EFHG (Fig. 61) von dieser Flüssigkeit hinwegnimmt und durch einen festen Körper ersetzt. Der Widerstand, welchen die Wand GH dem aufwärts gehenden Drucke der an sie grenzenden Flüssigkeit entgegensetzt, vertritt hier genau die Stelle des abwärts wirkenden Druckes der Flüssigkeit, welche in dem Raume EFHG Platz fände. 8) Auf dieselbe Weise überzeugt man sich, daß der Druck auf den Boden CD des bisher betrachteten Gefäßes ungeändert bleibt, wenn von der bis AB reichenden Flüssigkeit die Theile ACJ, BDL (Fig. 62) wegnimmt und an deren Stelle die wie immer gestalteten Wände CJ, DL anbringt. Jedes Stückchen des Bodens z. B. x wird von der über ihm stehenden nunmehr kürzeren Flüssigkeitssäule yx gerade so gedrückt, als wenn dieselbe bis zur erweiterten Ebene JL nämlich bis u reichte, denn die Säule yx wird von der über der Ebene

MN vorhandenen Flüssigkeit JLVU durch Vermittelung der zwischen V und y befindlichen Theilchen gerade so wie durch das Gewicht des Säulenstückes uy gepreßt. Eben so erleidet der Druck auf den Boden CD keine Aenderung, wenn man zu der Flüssigkeitsmasse ABDC die Theile ACJ', BDK' (Fig. 62) hinzusetzt, also das Gefäß oben erweitert, denn die Wirkung der hinzugekommenen Flüssigkeitssäulen erstreckt sich unmittelbar bloß auf die Wände CJ', DL' und nicht auf die Bodenfläche CD, weil die Gegenwirkung der über dem Boden selbst stehenden Säulen diese Wirkung aufhebt. Dagegen würde allerdings die seitwärts befindliche Flüssigkeit den Druck auf den Boden vermitteln, wenn das Gefäß die Gestalt Fig. 63 hätte und bis BL' mit Flüssigkeit gefüllt wäre; sobald der Boden CD die frühere Größe hat, die Flüssigkeit dieselbe ist, und ihre Oberfläche BL' über CD so hoch liegt, wie früher, bleibt auch der Druck auf den Boden der vorige. 9) Man gelangt durch diese und ähnliche Beobachtungen zu folgendem merkwürdigen Satze: »Der von der Schwere herrührende Druck eines tropfbaren Körpers auf eine bestimmte Stelle des wie immer gestalteten Bodens oder der Seitenwand eines Gefäßes hängt nicht von der Menge der Flüssigkeit in dem Gefäße, sondern nur von der Höhe der Oberfläche der Flüssigkeit über der ins Auge gefaßten Stelle und von dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit ab, und der auf die Flächeneinheit reducirte Druck wird gefunden, wenn man die genannte Höhe der Flüssigkeit mit ihrem specifischen Gewichte multiplicirt.« Man pflegt diesen Satz das hydrostatische Paradoxon zu nennen. 10) Kommt zu der hier besprochenen bloß von der Schwere der Flüssigkeit abhängenden Wirkung noch ein äußerer Druck auf die Oberfläche AB (z. B. der in der Folge näher zu betrachtende Druck der atmosphärischen Luft) hinzu, so wird der Druck an jeder Stelle im Innern der Flüssigkeit und an der ganzen inneren Fläche des sie begrenzenden Gefäßes um eine Kraft vermehrt, die sich zu dem Drucke auf AB verhält, wie der Flächeninhalt der betrachteten Stelle zum Flächeninhalte von AB. Ein Gleiches gilt von der Wirkung einer Flüssigkeit auf sich selbst in Folge der Molecularkräfte ihrer Theilchen, welche Wirkung einem auf die Oberfläche der Flüssigkeit wirkenden Drucke vergleichbar ist, doch zielt der Effect dieser Kraft, da sie ringsum an der ganzen Begrenzung der Flüssigkeit vorhanden ist, nur dahin, die Theilchen der Flüssigkeit von allen Seiten an einander zu drücken, und kann daher in Bezug auf Boden- und Seitendruck in der Regel außer Acht gelassen werden.

Auf dem hydrostatischen Paradoxon beruhen die Mittel, mit einer geringen Quantität Wasser, wofern nur die durch selbes gedrückte Fläche und die Druckhöhe groß ist, einen sehr bedeutenden Druck zu erzielen. In einem mit Wasser gefüllten Gefäße von der Form Fig. 64 a oder b, in dessen engem Halse das Wasser bis AB reicht, wird die horizontale Fläche CD mit einer Kraft gedrückt, welche dem Gewichte der prismatischen oder cylindrischen Wassermasse A'B'CD gleichkommt, deren Basis die Fläche CD und deren Höhe die verticale Entfernung der Fläche AB von CD ist. Wird auf AB noch ein äußerer Druck = P angebracht, so wird der Druck auf CD um eine Größe Q vermehrt, welche in demselben Verhältnisse größer ist als P, in welchem der Flächen-

Inhalt von CD jenen von AB übersteigt. In dieser Beziehung functionirt das Wasser in Folge der Verschiebbarkeit seiner Theilchen und der darauf sich gründenden Fortpflanzung des Druckes wie eine Maschine. Auch hiebei hat das in 113. ausgesprochene Gesetz und die auf selbes (vergl Anm. zu 154) gegründete Folgerung der Unveränderlichkeit der dynamischen Wirkung volle Giltigkeit. Denkt man sich nämlich die Fläche AB um eine Strecke = a in dem cylindrischen Halse des Gefäßes, allenfalls mittelst eines aufgesetzten Stempels herabgedrückt, so wird die Fläche CD, welche wir uns ebenfalls beweglich vorstellen, nur um eine Strecke = b gehoben, welche sich zu a verhält wie AB : CD, weil das aus dem engen Halse verdrängte Wasser in dem weiteren Gefäße als ein Cylinder erscheint, dessen Höhe im Vergleiche mit a in dem Verhältnisse kleiner seyn muß, in welchem seine jetzige Grundfläche CD kleiner ist als die frühere Grundfläche AB. Was man also an Kraft gewinnt, verliert man an Zeit, oder das Product aus Kraft und Weg (die Leistung oder Arbeitsgröße) bleibt unverändert. Hiernach läßt sich die Wirkung der Bramah'schen Presse beurtheilen. Vom hydrostatischen Drucke als bewegende Kraft macht man bei den Wassersäulenmaschinen Anwendung.

Das Zunehmen des Seitendruckes an tieferen Stellen eines mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllten Gefäßes zeigt sich an der Geschwindigkeit, mit welcher die Flüssigkeit aus einer an der Gefäßwand angebrachten Oeffnung heraustritt. Diese Geschwindigkeit ist größer, wenn der Abstand der Oeffnung von der Oberfläche der Flüssigkeit, welcher hier die Druckhöhe vorstellt, größer ist, und zwar ist die Ausflußgeschwindigkeit nicht der Druckhöhe selbst, sondern nur der Quadratwurzel der Druckhöhe proportional. Es wächst zwar die bewegende Kraft im Verhältnisse mit der Druckhöhe, aber die erzeugte Geschwindigkeit richtet sich nicht bloß nach der Intensität der Kraft, sondern auch nach der Dauer ihrer Einwirkung, und diese währt nur so lange als die Flüssigkeit sich durch die Oeffnung bewegt, und ist daher in dem Verhältnisse der erzeugten Geschwindigkeit kleiner. Sind sonach C, C′ die Geschwindigkeiten für zwei verschiedene Druckhöhen H, H′, und bezeichnet man die entsprechende Dauer der Einwirkung der Kraft mit τ, τ', so ist

$$C : C' = H.\tau : H'.\tau' \quad \text{und} \quad \tau : \tau' = \frac{1}{C} : \frac{1}{C'},$$

folglich

$$C : C' = \frac{H}{C} : \frac{H'}{C'}, \quad \text{d. h.} \quad C^2 : C'^2 = H : H' \quad \text{oder}$$

$$C : C' = \sqrt{H} : \sqrt{H'}.$$

Der Seitendruck auf die Gefäßwände kann keine Bewegung des Gefäßes erzeugen, weil jedem Drucke auf ein Wandtheilchen ein gleicher und entgegengesetzter Druck auf ein horizontal gegenüber liegendes Wandtheilchen entspricht, der den ersteren Druck aufhebt. Läßt man aber die Flüssigkeit durch eine am Gefäße seitwärts angebrachte Oeffnung heraustreten, so fällt der Druck auf den Wandtheil, dessen Stelle die Oeffnung einnimmt, weg, und es wird der Druck auf die gegenüber liegende Wand wirksam und sucht das Gefäß nach seiner Richtung, also der Richtung des Ausflusses gerade entgegen, fortzubewegen. Hierauf beruht die Einrichtung des Segner'schen Rades, eines um seine verticale Axe drehbaren cylindrischen, mit Wasser zu füllenden Gefäßes, welches unten mit seitwärts gebogenen Ausflußröhren versehen ist, und durch das nach der einen Seite herausfließende Wasser in entgegengesetztem Sinne gedreht wird.

Der aus der Molecularaction entspringende Druck der Flüssigkeiten auf sich selbst bedingt die sphärische Gestalt kleiner Mengen derselben (Tropfenbildung).

181. **Gleichgewicht tropfbarer Flüssigkeiten in Communicationsgefäßen.** Man pflegt Gefäße, die dergestalt mit einander in Verbindung stehen, daß tropfbare Flüssigkeiten aus einem in das andere gelangen können, communicirende Gefäße zu nennen. Eine solche Zusammenstellung läßt sich immer als Ein Gefäß mit mehreren Abtheilungen (Armen) betrachten, und heißt sonach auch geradezu ein Communicationsgefäß. Bei der Untersuchung der Bedingungen des Gleichgewichtes tropfbarer Körper in derlei Gefäßen ist zu unterscheiden, ob bloß einerlei, oder ob verschiedene Flüssigkeiten darin enthalten sind, und wenn einer der Arme des Gefäßes so eng seyn sollte, daß die Oberfläche der in ihm befindlichen Flüssigkeit nicht mehr für eine horizontale Ebene gelten kann, so erfordert dieser Umstand eine abgesonderte Berücksichtigung. Die Erwägung der folgenden drei Fälle wird diesen Gegenstand in das gehörige Licht setzen.

Erster Fall. In einem nicht zu engen Communicationsgefäße befinde sich bloß einerlei Flüssigkeit. Ist kein äußerer Druck vorhanden, also lediglich die Schwere der Flüssigkeitstheilchen in Betracht zu ziehen, so erfordert das Gleichgewicht, daß die Oberflächen der Flüssigkeit in sämmtlichen Armen in einer und derselben Horizontalebene liegen, oder wie man sich kurz ausdrückt, daß die Flüssigkeit in sämmtlichen Armen gleich hoch stehe. Um sich hievon auf dem einfachsten Wege zu überzeugen, stelle man sich vor, es sey ein Gefäß ABCD (Fig. 65), in dessen Höhlung das vorhandene Communicationsgefäß Platz findet, mit der Flüssigkeit gefüllt, und diese im Gleichgewichte, wobei sie eine horizontale Oberfläche AD haben wird. Man nehme nun in Gedanken von der Flüssigkeit so viele Stücke E, F, G, H hinweg und ersetze selbe durch feste Wände, daß die Gestalt des in Rede stehenden Communicationsgefäßes zum Vorschein kommt. Da hiedurch das Gleichgewicht der noch übrigen nunmehr bloß in dem Communicationsgefäße eingeschlossenen Flüssigkeit nicht gestört wird, und ihre Oberflächen JK, LM, NO in den einzelnen Armen die Lage der früher da gewesenen horizontalen Flüssigkeitsfläche AD beibehalten, so besteht bei gleich hohem Stande eines tropfbaren Körpers in den Armen eines Communicationsgefäßes wirklich Gleichgewicht. Da ferner durch Veränderung des Flüssigkeitsstandes in einem Arme der darin herrschende Druck sich ändert, und wenn die Stellung der Flüssigkeit in den andern Armen keine entsprechende Aenderung erfährt, nicht aufgehoben werden kann, so sieht man, daß das Gleichgewicht eines tropfbaren Körpers in einem Communicationsgefäße nur auf die so eben bezeichnete Weise möglich ist. Denkt man sich durch die Arme eines mit einer Flüssigkeit gefüllten Communicationsgefäßes, während darin Gleichgewicht herrscht, eine horizontale Ebene UV (Fig. 66) gelegt, so sind alle unter dieser Ebene liegenden Theile A, B, C der Flüssigkeit für sich im Gleichgewichte und die Druckkräfte der darüber liegenden Theile D, E, F halten einander durch Vermittelung der vorgenannten Theile A, B, C, durch welche hiedurch der Druck sich von einem Arme zum andern fortpflanzt, das Gleichgewicht, was mit den in 180 erhal-

tenen Resultaten genau übereinstimmt. Auch ergibt sich daraus, daß der gleich hohe Stand einer Flüssigkeit in den Armen eines Communicationsgefäßes nicht gestört wird, wenn auf der Oberfläche des Flüssigen in jedem Arme ein äußerer Druck lastet, dessen Größe mit jener der gedrückten Oberfläche in geradem Verhältnisse steht. Sowohl die aus der Molecularanziehung entspringende Einwirkung der tropfbaren Körper auf ihre durchgehends als eben zu betrachtende Oberfläche, als auch, wie sich später zeigen wird, der Druck der atmosphärischen Luft genügt dieser Bedingung; es findet daher die hier besprochene Anordnung eines tropfbaren Körpers in einem Communicationsgefäße in der Luft eben so statt, wie sie im leeren Raume erfolgen würde.

Zweiter Fall. In einem nicht zu engen Communicationsgefäße befinden sich zwei oder mehrere ungleichartige Flüssigkeiten. Es enthalte ein solches Gefäß AEHD (Fig. 67) in dem einen Schenkel eine leichtere, in dem andern eine schwerere Flüssigkeit, welche sich nicht mischen; erstere stehe bis AB, letztere bis CD, und die Trennungsfläche beider sey EF. Erweitert man diese, welche bei der vorausgesetzten Weite des Gefäßes eine horizontale Ebene ist, bis GH, so ist die unter EF und GH befindliche Flüssigkeit J für sich im Gleichgewichte, und wird auf der einen Seite von der flüssigen Säule ABFE, auf der andern von der Säule CGHD gedrückt. Zum Gleichgewichte ist also nur nöthig, daß der mittelst der Flüssigkeit J bis zur Trennungsfläche EF fortgepflanzte Druck der Säule CGHD dem entgegengesetzten Drucke der Säule AEFB auf EF gleich sey, und dieses wird statt finden, wenn der auf die Flächeneinheit reducirte Druck beider Säulen dieselbe Größe hat. Nennt man nun die Höhe der einen Säule H und das specifische Gewicht der betreffenden Flüssigkeit S, und bezeichnet man diese Größen für die andere Säule mit h und s, so muß im Falle des Gleichgewichts die Gleichung $HS = hs$ bestehen, aus welcher die Proportion $H : h = s : S$ folgt. Daher die Regel: »Die Höhen ungleichartiger Flüssigkeiten, welche in einem Communicationsgefäße im Gleichgewichte sind, über ihrer Trennungsfläche verhalten sich verkehrt wie ihre specifischen Gewichte.«

Dritter Fall. Ein Arm des Communicationsgefäßes ist so eng, daß die Oberfläche der darin befindlichen Flüssigkeit eine concave oder convere Wölbung annimmt. In diesem Falle hat die aus den Molecularkräften hervorgehende Action der Flüssigkeitstheile auf die freie Oberfläche der Flüssigkeit (welche einem der Flächengröße proportionalen Drucke von außen nach innen vergleichbar ist), auf die Einheit der Flächen reducirt, in den verschiedenen Armen des Communicationsgefäßes nicht einerlei Intensität. Sie ist, wenn die Flüssigkeit in dem engen Arme eine concave Oberfläche zeigt, daselbst geringer als in den übrigen Armen, wo diese Oberfläche eben erscheint; die Flüssigkeit muß sich daher in dem engen Arm über den Stand in den weiteren so weit erheben, bis der von der Schwere herrührende Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule die Differenz der erwähnten Molecularactionen ausgleicht. Aus demselben Grunde muß die Flüssigkeit bei einer converen Gestalt ihrer Oberfläche in dem engen Arme tiefer stehen, als in den

weiteren Armen des Communicationsgefäßes, denn nur so wird der größere Druck abwärts, den die Moleculaaction im engeren Arme hervorruft, durch die Gegenwirkung der übrigen Flüssigkeit aufgehoben. Die Differenz des Standes der Flüssigkeit im engeren Arme gegen die Horizontalebene, welche die Oberfläche der übrigen Flüssigkeit darstellt, ist der Erfahrung gemäß um so bedeutender, je enger dieser Arm ist, und zugleich findet man die Oberfläche der Flüssigkeit darin in eben dem Maße mehr gekrümmt, wie es die bereits aus einander gesetzten Principien fordern. [Vergl. 179 2)].

Ein Communicationsgefäß mit einem engen Arme stellt man am einfachsten dar, wenn man eine Röhre von geringem inneren Durchmesser (eine sogenannte Haarröhre) in eine Flüssigkeit taucht. Wird die innere Wand der Röhre von der Flüssigkeit benetzt, was z. B. geschieht, wenn man eine reine Glasröhre in Wasser taucht, so steigt die Flüssigkeit darin in die Höhe, und die Erfahrung lehrt, daß die Elevation einer und derselben Flüssigkeit in cylindrischen vertical stehenden Haarröhren von einerlei Material (wie auch, wenn keine Benetzung statt findet, z. B. bei Quecksilber in engen Glasröhren, die Depression) sich verkehrt verhält wie die Durchmesser der Röhren und in jeder Röhre genau doppelt so groß ist als der analoge Flüssigkeitsstand zwischen zwei parallelen verticalen Wänden von demselben Material, deren Abstand dem Durchmesser der Röhre gleich kommt. Man erklärt diese Erscheinung sehr einfach durch die Bemerkung, daß die Gestaltung der Oberfläche der Flüssigkeit in einer engen Röhre oder zwischen einander sehr nahen Wänden bloß von dem Erfolge des Kampfes der Action der Wände auf die daran grenzenden Flüssigkeitstheilchen gegen die Action der benachbarten Flüssigkeit auf diese Theilchen abhängt (179.). Weil die Kraft, welche diese Gestaltung bewirkt, sich nur auf eine unmeßbare Distanz von den Gefäßwänden erstreckt, so ist sie unter übrigens gleichen Umständen, lediglich der Länge der Linie proportional, längs welcher die Wände mit der Flüssigkeit in Berührung stehen. Aber diese Kraft muß sich auch verhalten wie der Druck der gehobenen Flüssigkeitssäule, also wie deren Volum oder wie das Product aus der Querschnittsfläche und Höhe dieser Säule: nennen wir daher in zwei Fällen die Länge der Berührungslinie einer und derselben Flüssigkeit mit Wänden von einerlei Art L und L', die Querschnittsfläche der gehobenen Säule A und A' und die Höhe H und H', so besteht die Proportion $L : L' = AH : A'H'$, woraus $H : H' = \frac{L}{A} : \frac{L'}{A'}$ folgt. Bezeichnen wir nun den Durchmesser zweier cylindrischen Röhren mit D und D', so ist L die Peripherie und A der Flächeninhalt eines Kreises, dessen Durchmesser $= D$ ist, mithin $L = \pi D$ und $A = \frac{1}{4}\pi D^2$, und eben so $L' = \pi D'$, $A' = \frac{1}{4}\pi D'^2$, folglich

$$H : H' = \frac{1}{D} : \frac{1}{D'}.$$

Läßt man aber L' die Länge der Berührungslinien zweier parallelen Wände mit der Flüssigkeit, und D' den Abstand dieser Wände bedeuten,

so hat man $A' = \frac{1}{2}L'D'$, mithin $H : H' = \frac{2}{D} : \frac{1}{D'}$, folglich, wenn $D' = D$ ist, $H = 2H'$, wodurch die oben angeführte Erscheinung erklärt ist.

Aus den Gesetzen des Gleichgewichtes tropfbarer Körper in communicirenden Gefäßen erklärt sich die Einrichtung der hydrostatischen Springbrunnen; das Aufsteigen des Wassers an Stellen des Erdreiches, die mit höher liegenden Wasserbehältern in Verbindung stehen (artesische Brunnen); die Einrichtung der Lampengefäße, der Gießkannen u. s. w. Auf der Wirkung der Haarröhren beruht das Aufsteigen oder Hineinziehen des Wassers in einen Schwamm, in Gewebe, in Papier, in Sand und andere locker geschichtete oder poröse Körper; die Wirkung der Kerzen und Lampendochte u. dgl.

Man pflegt alle Erscheinungen, welchen Adhäsion und Molecularanziehung tropfbarer Körper zum Grunde liegen, unter der gemeinsamen Benennung »Capillarphänomene« zusammenzufassen. Dahin gehört auch die auffallende Erscheinung, daß zwei nasse Glasplatten nicht bloß mit großer Kraft an einander haften, sondern in geringem Abstande von einander in Wasser gestellt, ungeachtet dasselbe zwischen den Platten in die Höhe steigt, gegen einander getrieben werden. Es ist nämlich die aus der Wirkung des Wassers auf sich selbst entspringende einwärts gerichtete Action an jeder Stelle, wo das gehobene Wasser an die ebenen Glasplatten grenzt, um so größer als der durch die Schwere und durch die Molecularaction an der freien concaven Fläche bewirkte Gegendruck des gehobenen Wassers, je höher die in das Auge gefaßte Stelle über dem äußeren Wasserstande liegt. Auf gleichem Grunde beruht das Aneinanderkleben nasser Papierblätter, Sandtheile u. s. w.

Den Zusammenhang der Gestalt der Flüssigkeitsfläche mit der Größe der Kraft, mit welcher dieselbe durch die Molecularaction der angrenzenden Theile einwärts gezogen wird, sieht man sehr deutlich, wenn man in ein gläsernes Communicationsrohr, dessen ein Arm eng und kürzer, als der andere ist, durch letzteren allmälig Wasser gießt. Ist die Oberfläche des Wassers bereits bis zum Ende des engen Armes emporgestiegen, so läuft dasselbe nicht sogleich über, sondern hält dem durch Zugießen vermehrten Drucke im weiten Schenkel noch eine Weile das Gleichgewicht; aber dabei ändert sich die Gestalt der Wasserfläche an jenem Ende; sie erscheint eben, wenn der Wasserstand in beiden Armen gleich geworden ist, und nimmt zuletzt eine immer mehr und mehr sich wölbende convexe Form an. Dadurch eben wächst die einwärts ziehende Molecularaction an der Mündung des engen Rohres, und vermag so dem Ueberschusse des hydrostatischen Druckes im weiteren das Gleichgewicht zu halten.

182. **Druck der Flüssigkeiten gegen darin befindliche Körper.** Befindet sich in einer Flüssigkeit ein fester oder ein von derselben verschiedener flüssiger Körper, so wird er an allen Puncten, wo die Flüssigkeit mit ihm in Berührung steht, gedrückt; die Richtung des Druckes geht aller Orten gegen den Körper einwärts, steht auf seiner Begrenzung normal, und ist im Allgemeinen aus zwei Actionen zusammengesetzt, wovon die eine von dem auf der Oberfläche der Flüssigkeit lastenden äußeren Drucke (in der Regel von dem Drucke der atmosphärischen Luft), die andere von der Schwere der Flüssigkeitstheilchen herrührt. Ersterer Theil des Druckes hat an allen Stellen der Begren-

zung des in die Flüssigkeit getauchten Körpers einerlei Größe; der letztere dagegen nimmt mit der Tiefe der gedrückten Stelle unter der Oberfläche der Flüssigkeit in geradem Verhältnisse zu. Zerlegt man den Druck auf jedes unendlich kleine Stückchen der Grenzfläche des eingetauchten Körpers, wo er eine schiefe Richtung hat, in eine horizontale und in eine verticale Componente, so heben sich sämmtliche horizontale Componenten auf; sämmtliche verticale, theils abwärts, theils aufwärts wirkende Componenten aber setzen sich zu einer aufwärts wirkenden Resultirenden zusammen, deren Größe dem Gewichte der Flüssigkeitsmenge, die in dem Rauminhalte des Körpers Platz hätte, gleich kommt, und deren Richtung durch den Ort des Schwerpunctes eben dieses Flüssigkeitsquantums hindurch geht. Von der Richtigkeit dieser Behauptungen überzeugt man sich leicht, wenn man bedenkt, daß der Druck einer Flüssigkeit auf einen in ihr befindlichen Körper an jedem Puncte seiner Begrenzung kein anderer seyn kann, als derjenige, welcher an eben diesem Puncte statt fände, wenn der Körper hinweggenommen und sein Platz mit Flüssigkeit von derselben Art wie die umgebende ausgefüllt würde. Dieses an die Stelle des Körpers gesetzte Flüssigkeitsquantum schwebt in der umgebenden Flüssigkeit im Gleichgewichte, während es außerhalb der Flüssigkeit vermöge seiner Schwere abwärts fallen würde; hieraus folgt sogleich, daß alle ringsum auf dasselbe wirkenden horizontalen Druckkräfte einander tilgen, und die verticalen Kräfte der Resultirenden der Schwerkräfte des in Rede stehenden Flüssigkeitsquantums das Gleichgewicht halten, mithin sich auf eine dieser gleiche und gerade entgegengesetzte Resultirende reduciren. Eben diese Wirkung bringen die äußeren Druckkräfte an jedem andern in der Flüssigkeit befindlichen Körper hervor; es verliert also derselbe in Folge des Druckes der ihn umgebenden Flüssigkeit gleichsam etwas von seinem Gewichte, und zwar so viel als die Flüssigkeit wiegt, deren Platz er einnimmt.

183. **Gleichgewicht eines in einer Flüssigkeit frei beweglichen Körpers.** Aus dem Vorhergehenden erhellet, daß die Kräfte, welche einen ganz oder zum Theile in eine Flüssigkeit eingesenkten und sich selbst überlassenen Körper afficiren, auf zwei in entgegengesetztem Sinne wirkende Kräfte reducirt werden können. Die eine derselben ist dem Gewichte des Körpers gleich, wirkt vertical abwärts und hat den Schwerpunct des Körpers zum Angriffspuncte; die andere ist dem Gewichte der von dem Körper verdrängten Flüssigkeit gleich, wirkt vertical aufwärts, und ihr Angriffspunct ist derjenige Punct des Körpers, in welchen der Schwerpunct des verdrängten Flüssigkeitsquantums fallen würde, wenn dieses der Anwesenheit des Körpers ungeachtet, seinen vorigen Platz einnehmen könnte. Dieser letztere Punct mag der Kürze wegen der »Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit« genannt werden. Ist der Körper ein fester, und ganz in die Flüssigkeit eingetaucht, so bleibt dieser Punct, so wie die an ihn geknüpfte, den Körper zu heben strebende Kraft bei jeder Stellung des Körpers ungeändert; ist aber der Körper nur zum Theile in die Flüssigkeit ein-

gesenkt, so hängt die Größe der so eben genannten Kraft von dem Volum, und die Position ihres Angriffspunctes im Körper von der Gestalt des in die Flüssigkeit eingetauchten Körpertheiles ab. Soll der Körper ohne weitere Unterstützung in der Flüssigkeit in Ruhe bleiben, so müssen die Intensitäten der bezeichneten zwei Kräfte gleich und ihre Richtungen gerade entgegengesetzt seyn. Die erste Bedingung fordert, daß das Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeit dem Gewichte des Körpers gleich sey, und die letztere, daß der Schwerpunct des Körpers und jener der verdrängten Flüssigkeit sich in einerlei Verticallinie befinden. Der ersten Bedingung kann nur dann Genüge geleistet werden, wenn das Gewicht des Körpers nicht größer ist als das Gewicht des Flüssigkeitquantums, dessen Volum jenem des Körpers gleichkommt, oder mit andern Worten, wenn das specifische Gewicht (155.) des Körpers nicht größer ist, als jenes der Flüssigkeit. Hat der Körper ein größeres specifisches Gewicht als die Flüssigkeit, so ist die den Körper abwärts ziehende Kraft größer als der ihn aufwärts treibende Druck; der Körper wird daher sich selbst überlassen in der Flüssigkeit *untersinken*, jedoch ist, um ihn daran zu hindern, bloß eine dem Unterschiede des Gewichtes des Körpers und des Gewichtes der Flüssigkeit unter dem Volum des Körpers gleiche Kraft nöthig. Heißt das Volum des Körpers V, sein specifisches Gewicht S und jenes der Flüssigkeit s, so ist unter der Annahme $S > s$ die den Körper abwärts ziehende Kraft $= VS - Vs = V(S - s)$, und diese ist zur Herstellung des Gleichgewichtes aufzuheben. Ist dagegen das specifische Gewicht des Körpers entweder jenem der Flüssigkeit gleich, oder kleiner als letzteres, so kann der Körper in der Flüssigkeit ohne Unterstützung im Gleichgewichte seyn, wofern nur die zweite Bedingung erfüllt ist. Es ist klar, daß es jederzeit Lagen des Körpers gibt, in welchen sein Schwerpunct und der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit in eine und dieselbe Verticallinie fallen, daher ist unter der gemachten Voraussetzung das verlangte Gleichgewicht immer möglich. Wenn der Körper dasselbe specifische Gewicht hat wie die Flüssigkeit, so wird er dabei ganz in selbe eingetaucht seyn müssen; ist er aber specifisch leichter als die Flüssigkeit, so wird er im Gleichgewichtszustande nur zum Theile in selbe eingetaucht seyn. Unter diesen Umständen sagt man von einem Körper er *schwimme* und zwar im erstern Falle *in* und im zweiten *auf* der Flüssigkeit. Ist das specifische Gewicht S eines Körpers kleiner als das specifische Gewicht s einer Flüssigkeit, und bezeichnet v das Volum des bei dem Schwimmen in selbe eingetauchten Theiles des Körpers, wobei die Fortsetzung der Oberfläche der Flüssigkeit als die obere Begrenzung dieses Theiles gilt, heißt ferner das absolute Gewicht des Körpers Q, so hat man zur Bestimmung von v die Gleichung $Q = vs$, welche $v = \frac{Q}{s}$ gibt. Nennt man das Volum des Körpers V, so ist $Q = VS$, also $v : V = S : s$.

184. **Bedingung der Stabilität des Gleichgewichtes eines Körpers in einer Flüssigkeit.** Wird ein Körper, welcher

sich in einer Flüssigkeit im Gleichgewichte befindet, ein wenig aus seiner Lage verschoben, so daß sein Schwerpunct und der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit nicht mehr in einerlei Verticallinie enthalten sind, so üben die beiden entgegengesetzten Kräfte, deren Angriffspuncte die genannten Schwerpuncte sind, ein Bestreben aus, die Verbindungslinie dieser beiden Puncte zu drehen. Führt diese Drehung den Körper gegen seine frühere Gleichgewichtslage zurück, so ist das Gleichgewicht stabil; entfernt sich aber der Körper dadurch noch mehr von vorgenannter Position, so war das Gleichgewicht labil. Da, bei gänzlichem Eintauchen des Körpers in eine Flüssigkeit, der Schwerpunct des verdrängten Theiles derselben im Körper eine unveränderliche Lage hat, so ist klar, daß die Verbindungslinie der beiden Schwerpuncte nur dann gegen ihre ursprüngliche Lage zurück getrieben wird, wenn der Punct, auf welchen die abwärts ziehende Kraft wirkt, nämlich der Schwerpunct des Körpers, einen tieferen Stand hat, als der andere, auf welchen die aufwärts ziehende Kraft sich bezieht, nämlich der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit, und es wird gedachte Verbindungslinie sicher von dieser Lage noch mehr abgelenkt, wenn die entgegengesetzte Stellung der Schwerpuncte statt findet. Hiedurch ist die Bedingung der Stabilität eines in einer Flüssigkeit aufgehängten, oder von unten unterstützten, wie auch eines in einer Flüssigkeit schwimmenden Körpers ausgesprochen. Anders verhält sich die Sache bei einem auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körper. Hat der Schwerpunct des Körpers im Gleichgewichte einen tieferen Stand als der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit, so ist die Stabilität des Gleichgewichtes allerdings gewiß, denn obschon sich die Stellung des Schwerpunctes der verdrängten Flüssigkeit bezüglich des Körpers bei einer geringen Verrückung ändert, so wird der Körper doch immer gegen seine frühere Position zurückgedreht. Hat aber der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit den tieferen Stand, so läßt sich daraus noch nicht unbedingt auf Labilität des Gleichgewichtes schließen. Es sey nämlich G (Fig. 68) der Schwerpunct des schwimmenden Körpers, F der unter ersterem stehende Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit in der Gleichgewichtslage, also die Gerade G F vertical. Bei einer geringen Störung des Gleichgewichtes komme F bezüglich des Punctes G in die Lage H, so ist dann H nicht nothwendig auch noch bei dieser neuen Stellung des Körpers der Schwerpunct der verdrängten Flüssigkeit, sondern derselbe kann nach Umständen entweder jenseits der G F, z. B. in f, oder diesseits der G F, z. B. in f′ zu liegen kommen. Im ersten Falle wird die Gerade GH gegen ihre ursprüngliche Position zurückgedreht, das Gleichgewicht ist sonach stabil; im zweiten Falle dagegen wendet sich die G H von der Lage G F noch mehr ab, mithin erscheint das Gleichgewicht labil. Angenommen, daß der Schwerpunct f oder f′ in der Ebene F G H bleibt, trifft die durch f oder f′ aufwärts gezogene Verticallinie mit der H G in M′ oder M″ zusammen. Man nennt einen solchen Durchschnittspunct der Verticallinie des Schwerpunctes der verdrängten Flüssigkeit in der geänderten Lage des Körpers mit der Verbindungslinie

der Schwerpuncte des Körpers und der verdrängten Flüssigkeit in der Gleichgewichtslage, das Metacentrum des schwimmenden Körpers. Hiernach kann man kurz sagen: das Gleichgewicht eines auf einer Flüssigkeit schwimmenden Körpers ist stabil oder labil, je nachdem sein Metacentrum über oder unter seinen Schwerpunct fällt.

Auf den hier vorgetragenen Lehren beruhen alle Erscheinungen, welche sich an schwimmenden Körpern zeigen; insbesondere der Bau und die Einrichtung der Schiffe

185. **Hydrostatische Bestimmung der Volume, specifischen Gewichte und Dichten der Körper.** Die hebende Kraft, welche eine tropfbare Flüssigkeit gegen einen eingetauchten Körper ausübt, bewirkt einen scheinbaren Gewichtsverlust desselben, welchen man mittelst einer sogenannten hydrostatischen Wage findet. Als solche kann jede empfindliche und genaue gleicharmige Wage dienen, die an dem einen Arme eine weniger tief herabhängende, unten mit einem Haken versehene Wagschale trägt. Hängt man den Körper, dessen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit zu untersuchen ist, mittelst eines feinen Drahtes an diesem Haken auf, setzt die Wage durch gehörig angebrachte Gewichte in das Gleichgewicht, und versenkt sodann den Körper in die Flüssigkeit, so wird das Gleichgewicht gestört; die Gewichte, die man zur Herstellung desselben auf der Seite des Körpers in die oben erwähnte Wagschale legen muß, geben den verlangten Gewichtsverlust an. Man kann auch von der kürzeren Wagschale ein Schälchen in die Flüssigkeit hängen lassen und in das Gleichgewicht setzen; legt man den Körper zuerst in die obere, und nachdem man die Wage in das Gleichgewicht gesetzt hat, in die untere Schale, so ergibt sich auf die vorhin bezeichnete Weise sein Gewichtsverlust in der Flüssigkeit. Man entgeht hiebei zugleich der bei dem vorigen Verfahren nöthigen Correction wegen des Gewichtsverlustes des Drahtes, woran der Körper hängt. Der scheinbare Gewichtsverlust eines Körpers in einer Flüssigkeit ist nach dem oben Bewiesenen genau dem Gewichte des Flüssigkeitsquantums gleich, welches das Volum des Körpers auszufüllen vermag; dieser Umstand gestattet folgende nützliche Anwendungen:

1) Kennt man das Volum V des in die Flüssigkeit eingetauchten Körpers, was mit Genauigkeit möglich ist, wenn derselbe eine regelmäßige, z. B. eine cylindrische Gestalt besitzt, so erfährt man durch seinen Gewichtsverlust q in der Flüssigkeit sogleich das specifische Gewicht s der letzteren. Es ist nämlich $s = \frac{q}{V}$ (155.). Auf diesem Wege hat man das specifische Gewicht des Wassers bei verschiedenen Temperaturen mit großer Genauigkeit ausgemittelt. 2) Kennt man das specifische Gewicht s der Flüssigkeit, so hat man, um das Volum V eines Körpers zu erfahren, nur den Gewichtsverlust q desselben in der Flüssigkeit zu bestimmen, denn es ist $V = \frac{q}{s}$. 3) Man findet das Verhältniß der Dichte D eines Körpers zur Dichte d einer Flüssigkeit, wenn

man das absolute Gewicht Q des Körpers durch seinen Gewichtsverlust q in der Flüssigkeit dividirt. Denn es verhalten sich die Dichten zweier Körper bei gleichem Volum wie ihre Massen (138.) und ihre Massen bei gleicher Intensität der Schwere wie ihre Gewichte, mithin ist in dem vorliegenden Falle $D : d = Q : q$ oder $\frac{D}{d} = \frac{Q}{q}$. Kennt man die Dichte d, so erhält man hiedurch die Dichte des Körpers mittelst der Formel $D = \frac{Q}{q} d$. Wäre die Flüssigkeit diejenige, deren Dichte zur Einheit der Dichten gewählt worden ist (Wasser bei 3° R.), so hätte man $d = 1$, folglich $D = \frac{Q}{q}$. Hierauf gründet sich die genaueste Methode zur Bestimmung der Dichten fester Körper. 4) Man findet das Verhältniß der Dichten d, d' zweier tropfbaren Flüssigkeiten, wenn man den Gewichtsverlust q und q' eines und desselben festen Körpers in beiden Flüssigkeiten bestimmt: es ist nämlich $\frac{d}{d'} = \frac{q}{q'}$, weil q, q' die absoluten Gewichte der Flüssigkeiten unter einem und demselben Volum (unter dem Volum des eingetauchten Körpers) sind. Hierauf gründet sich das genaueste Verfahren zur Bestimmung der Dichte einer tropfbaren Flüssigkeit. Man senkt in dieselbe einen festen Körper, der von der Flüssigkeit nicht angegriffen wird, mittelst eines feinen Drahtes, in der Regel ein an einem Platindrahte hängendes Glasstück (Glastropfen), und untersucht dessen Gewichtsverlust q. Ist der Gewichtsverlust q' desselben Glasstückes bei gleicher Einsenkung des Drahtes in reinem Wasser von 3° R. bekannt, so hat man wegen $d' = 1$, $d = \frac{q}{q'}$.

Wie man sich zu benehmen hat, wenn der Körper, dessen Dichte im Vergleiche mit jener des Wassers zu erforschen ist, im Wasser löslich seyn sollte, oder specifisch leichter als das Wasser, oder in Pulverform, bedarf keiner weitläufigen Erörterung. Lösliche Körper vergleicht man mit Flüssigkeiten, in denen sie nicht löslich sind, und mittelst der bekannten Dichte der letzteren mit dem Wasser; leichte Körper bindet man an schwerere und zieht von dem Totalgewichtsverluste den des Hilfskörpers ab; gepulverte oder in kleinen Stückchen vorhandene Körper wägt man in einem Schälchen, dessen Gewichtsverlust man in Rechnung bringt. Dasselbe Mittel dient bei der Bestimmung der Dichte des Quecksilbers. Bei hydrostatischen Wägungen darf übrigens die Temperatur wegen ihres Einflusses auf Volum und Dichte nicht unbeachtet bleiben, wenn man genaue Resultate erzielen will; auch der Umstand, daß die Wägungen in der Luft geschehen, ist in Erwägung zu ziehen.

186. **Aräometer.** Ein Körper, welcher auf einer tropfbaren Flüssigkeit schwimmt, zeigt durch das eingetauchte Volum zugleich das Volum des Flüssigkeitsquantums an, dessen Gewicht dem Gewichte des Körpers gleich kommt. Schwimmende Körper sind daher ein bequemes Hilfsmittel zur Vergleichung der Dichten tropfbarer Flüssigkeiten, und liefern um so genauere Resultate, je schärfer die Veränderung des Volums des eingetauchten Theiles sich daran wahrnehmen

läßt. Hierauf gründet sich die Einrichtung und der Gebrauch der Aräometer; man versteht darunter hohle, ringsum geschlossene, oben in einen dünnen Hals ausgehende Körper von Glas oder auch von Metall, welche am untern Theile so belastet sind, daß sie in Wasser und andern tropfbaren Flüssigkeiten mit Stabilität schwimmen; sie dienen zur Vergleichung der Dichten tropfbarer, wohl auch fester Körper, mit jener des Wassers. Wir betrachten hier zunächst nur den Gebrauch der Aräometer zur Bestimmung der Dichten tropfbarer Körper. Man kann sich eines schwimmenden Körpers auf eine zweifache Weise zur Beurtheilung der Dichten tropfbarer Flüssigkeiten bedienen. Entweder man untersucht wie das Gewicht des Körpers abgeändert werden muß, damit er sich in verschiedenen Flüssigkeiten genau um dasselbe Volum einsenkt; oder man läßt sein Gewicht ungeändert, und vergleicht die Volume des bei seinem Schwimmen in verschiedenen Flüssigkeiten eingetauchten Theiles. Im ersten Falle erfährt man (eben weil das Gewicht des schwimmenden Körpers dem Gewichte der Flüssigkeit unter dem Volum des eingetauchten Theiles gleich ist) das Verhältniß der Gewichte gleicher Rauminhalte der Flüssigkeiten und dadurch sogleich das Verhältniß ihrer Dichten; im zweiten Falle dagegen erfährt man das Verhältniß der Volume gleicher Gewichtsmengen der Flüssigkeiten, und hieraus durch Umkehrung das Verhältniß ihrer Dichten. Es zerfallen daher die Aräometer für Flüssigkeiten in zwei Arten; in Aräometer, welche die Dichten durch Gewichte, und in solche, welche die Dichten durch Volumtheile (mittelst einer Scale) anzeigen: erstere mögen Gewichtsaräometer, letztere Scalenaräometer heißen.

Ein Gewichtsaräometer trägt am oberen Ende seines zum Theil aus der Flüssigkeit, in die es gesenkt wird, hervorragenden sehr dünnen Halses ein Schälchen zur Aufnahme von Gewichten, am Halse selbst aber einen Strich, bis zu welchem die Einsenkung zu geschehen hat. Kennt man das Gewicht Q des unbelasteten Instrumentes, das Gewicht q, welches auf das Schälchen gelegt werden muß, damit das Instrument in einer Flüssigkeit, deren Dichte d ist, bis zum Striche am Halse einsinkt, ferner das Gewicht q', welches zu gleicher Einsenkung in eine Flüssigkeit von der Dichte d' erforderlich ist, so hat man offenbar $d : d' = Q + q : Q + q'$, mithin $\frac{d}{d'} = \frac{Q + q}{Q + q'}$. Ist die zweite Flüssigkeit Wasser von 3° R., so hat man $d' = 1$, und daher $d = \frac{Q + q}{Q + q'}$. Die Empfindlichkeit des Instrumentes hängt vornehmlich von der Dünne seines Halses ab, denn die Aenderung seines Standes in einer Flüssigkeit bei einer geringen Aenderung des Zulagegewichtes entspricht der Höhe eines aus dieser Flüssigkeit bestehenden Cylinders, dessen Gewicht jener Gewichtsänderung und dessen Grundfläche dem Querschnitte des Halses gleich ist. Ein Gewichtsaräometer mit dickerem Halse gewährt daher keine präcise Einstellung, weil der Einfluß einer geringen Aenderung der Belastung daran ganz unmerklich bleibt.

Aräometer mit Scalen tragen im Innern ihres Halses, welcher nicht so dünn ist, wie bei einem Gewichtsaräometer, eine Scale, deren Theilstriche mit Zahlen bezeichnet sind, die entweder geradezu die Dichten der Flüssigkeiten angeben, in denen die Einsenkung bis zu den betreffenden Theilstrichen geschieht (allgemeine Aräometer) oder den Gehalt der Flüssigkeit an einem Gemengtheil anzeigen, von dem ihre Dichte abhängt (Procentaräometer). In manchen Fällen bezeichnen diese Zahlen besondere nach einem ganz willkürlichen Principe angeordnete Aräometergrade (Beaumé'sche Aräometer u. dgl.). Aus dem Obigen geht hervor, daß die Zahlen, welche die Dichten angeben, den Rauminhalten des Aräometers von seinem unteren Ende bis zu den zugehörigen Theilstrichen verkehrt proportional seyn müssen, wornach, wenn man dem Theilstriche, bis zu welchem die Einsenkung in Wasser erfolgt, die Zahl 1 oder 1000 beilegt, die Bezifferung der Scale einzurichten ist. Das Verhältniß der Rauminhalte der verschiedenen Theile des Aräometers kann man bei der Anfertigung des Instrumentes durch Aenderung seines Gewichtes und Beobachtung der entsprechenden Einsenkung in eine und dieselbe Flüssigkeit leicht ausmitteln, und mit Hilfe dieses Kunstgriffes auch die Richtigkeit der Scale eines jeden Instrumentes dieser Art prüfen.

Zur Bestimmung der Dichten fester Körper dient das Gewichtsaräometer, wenn es nur noch am unteren Ende oder unter seinem Halse mit einem Schälchen versehen ist. Man senkt das Instrument in Wasser und legt den zu untersuchenden Körper auf die obere Schale. Wäre dadurch das Aräometer zu sehr belastet, um sich nur bis zum Striche am Halse eintauchen zu können, so wäre der Körper für das Instrument zu gewichtig und seine Dichte könnte damit nicht gefunden werden. Erfolgt aber die Einsenkung noch nicht bis zum Striche, so lege man noch so viel Tara zu dem Körper, bis die gehörige Einsenkung geschieht. Nun nehme man den Körper von dem Schalchen weg, und lege zu der auf dem Schälchen bleibenden Tara Gewichte hin, bis das Instrument wieder den frühern Stand hat. Diese Gewichte geben das Gewicht Q des Körpers an. Nimmt man dieselben wieder weg, ohne jedoch die Tara zu ändern, und bringt den Körper in das Schälchen unter Wasser, so erfährt man durch die Gewichte, die jetzt auf das obere Schälchen gelegt werden müssen, um die Einsenkung des Instrumentes bis zum Zeichen am Halse zu bewirken, den Gewichtsverlust q des Körpers im Wasser. Die Dichte D des Körpers gegen jene des Wassers findet man mittelst der Formel $D = \frac{Q}{q}$.

Achtes Hauptstück.

Statik ausdehnsamer Körper (Aërostatik).

187. **Allgemeiner Ueberblick der Eigenschaften ausdehnsamer Körper.** Die Eigenschaften, welche allen ausdehnsamen Körpern zukommen, und den Erklärungsgrund ihrer Gleichgewichts- und

Bewegungserscheinungen enthalten, sind: 1) Der flüssige Zustand, d. i. die absolut leichte Verschiebbarkeit der Theilchen; 2) die Ausdehnsamkeit oder das fortwährende Bestreben ihrer Theilchen sich von einander zu entfernen, eine Folge der überwiegenden Abstoßungskraft derselben; 3) die Zusammendrückbarkeit oder die Fähigkeit der Theilchen einander näher gebracht werden zu können; 4) die Schwere; 5) die Adhäsion an andere Körper. Diejenigen unter den im vorhergehenden Hauptstücke aus einander gesetzten Erscheinungen tropfbarer Körper, welche lediglich auf der Flüssigkeit und Schwere beruhen, müssen sich demnach an den ausdehnsamen Körpern wiederfinden, als: die Fortpflanzung des Druckes von einem Theilchen zum andern; der scheinbare, dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit gleiche Gewichtsverlust jedes von einem luftförmigen Stoffe umgebenen Körpers u. dgl. Doch verleiht die Ausdehnsamkeit den Erscheinungen der in Rede stehenden Flüssigkeiten einen eigenthümlichen Charakter. Während bei tropfbaren Körpern vornehmlich die Schwere das Streben nach Gleichgewicht hervorruft und die dabei statt findende Anordnung der Theile bedingt, tritt dieselbe an den ausdehnsamen Körpern, deren mechanische Erscheinungen in der Regel durch die Ausdehnsamkeit vermittelt werden, fast gänzlich in den Hintergrund. Vermöge der Ausdehnsamkeit üben luftförmige Körper auf jede unendlich dünne Schichte in ihrem Inneren, wie auch auf die Wände der Gefäße, in welchen sie eingeschlossen sind, einen Druck aus, gegen welchen der von der Schwere herrührende in den meisten Fällen unmerklich ist. Dieser Druck ist es gerade, wodurch sich die Ausdehnsamkeit zu erkennen gibt, und aus diesem Grunde bietet derselbe, auf eine festgesetzte Fläche, am schicklichsten auf die Flächeneinheit bezogen, das natürlichste Maß für die Größe der an irgend einer ins Auge gefaßten Stelle eines luftförmigen Körpers herrschenden Ausdehnsamkeit dar, welche Größe man *Spannkraft* oder *Expansivkraft* nennt. Da die ausdehnsamen Körper nur durch Anwendung äußerer Gewalt auf ein kleineres Volum gebracht werden können, aber so lange der ausdehnsame Zustand fortbesteht, zuletzt mit dem angewandten Drucke in das Gleichgewicht treten, so ist mit der Verdichtung nothwendig eine Steigerung, mit der Verdünnung eine Schwächung der Expansivkraft verbunden; allein es bedarf nur einer geringen Aufmerksamkeit auf das Verhalten dieser Körper bei Aenderung ihres Wärmezustandes, um einzusehen, daß nebst dem vorgenannten Umstande, auch noch Erhöhung der Temperatur die Expansivkraft vermehrt, Erniedrigung der Temperatur sie vermindert. Die Angabe der Bedingungen des Gleichgewichtes wie auch die Bestimmung des Erfolges einer Störung des Gleichgewichtes eines luftförmigen Körpers setzt sonach die Kenntniß der Gesetze voraus, nach welchen seine Expansivkraft von der Dichte und von der Temperatur abhängt. Die Nachweisung dieser Gesetze bildet daher einen Hauptpunct in der Lehre von den ausdehnsamen Körpern. Bei gehörig weit getriebener Vermehrung des Druckes, wie auch bei hinreichender Erniedrigung der Temperatur gehen ausdehnsame Körper in tropfbare, und unter den entgegengesetzten Umständen letztere in

erstere über, was zu eigenthümlichen Gleichgewichtsphänomenen Veranlassung gibt. Wir theilen dem gemäß die nachstehende Untersuchung in zwei Partien, wovon die erste sich mit den Gasen, d. i. mit denjenigen ausdehnsamen Körpern beschäftiget, welche unter den gewöhnlichen Umständen von ihrem Condensationspuncte entfernt stehen, worunter die atmosphärische Luft eine vorzugsweise Beachtung in Anspruch nimmt, die zweite aber die Dünste und Dämpfe zum Gegenstande hat.

Statik der atmosphärischen Luft mit Rücksicht auf Gase im Allgemeinen.

188. **Messung der Expansivkräfte.** Das einfachste Mittel zur Bestimmung der Größe des Druckes einer ausdehnsamen Flüssigkeit ist die Vergleichung desselben mit einem hydrostatischen Drucke. Untersucht man die Höhe der Säule einer bekannten tropfbaren Flüssigkeit, welche durch den in Frage stehenden Druck eines ausdehnsamen Körpers im Gleichgewichte erhalten wird, so erhält man letzteren Druck, und zwar auf die Einheit der Flächen reducirt, wenn man die Höhe der von ihm getragenen Flüssigkeitssäule mit dem specifischen Gewichte der Flüssigkeit multiplicirt [180., 4)]. Macht man hiebei stets von einem und demselben tropfbaren Körper Gebrauch, so genügt die bloße Betrachtung des Verhältnisses seiner Druckhöhen, um jenes der von ausdehnsamen Körpern an den Tag gelegten Expansivkräfte zu erkennen. Zur practischen Messung stärkerer Drucke ist es zweckmäßig sich eines tropfbaren Körpers von größerem specifischen Gewichte zu bedienen, weil die Säule, welche einen bestimmten Druck hervorbringt, in demselben Verhältnisse niedriger ausfällt, als die Dichte des tropfbaren Körpers größer ist. Man wendet daher zu genanntem Zwecke in der Regel das Quecksilber an, und läßt zu größerer Bequemlichkeit die Höhe der durch den Druck eines Gases oder Dunstes getragenen Quecksilbersäule als das Maß seiner Expansivkraft gelten. Da jedoch das specifische Gewicht des Quecksilbers, wie jedes andern Körpers, von seiner Temperatur abhängt, so ist es bei genauen Angaben dieser Art unerläßlich, dieselben auf Quecksilber von bestimmter Temperatur zu beziehen. Diese Temperatur heißt die Normaltemperatur; als solche wird in der Regel der Eispunct angenommen. Auch darf bei Anwendung engerer Glasröhren die Depression des Quecksilbers wegen der Capillarität nicht unbeachtet bleiben.

Man reducirt leicht eine bei t Graden des Thermometers gemessene Quecksilberhöhe H auf die Normaltemperatur 0°, wenn man das Erfahrungsdatum festhält, daß die lineare Ausdehnung des Quecksilbers während der Erhöhung seiner Temperatur vom Eis- bis zum Siedpuncte $\frac{2}{111}$ seiner anfänglichen Dimension beträgt. Bezeichnet man, je nachdem man die Temperatur nach der 80- oder 100theiligen Scale mißt, im ersten Falle den Bruch $\frac{2}{111.80} = \frac{1}{4440} = 0{,}000225$, im zweiten den Bruch $\frac{2}{111.100} = \frac{1}{5551} = 0{,}00018$ mit α, und die auf 0° reducirte

Quecksilberhöhe mit h, so ist offenbar $H = h + h\alpha t$, mithin $h = \frac{H}{1 + \alpha t}$.

Für die gewöhnlichen Temperaturen kann man wegen der Kleinheit des Werthes von α auch $h = H(1 - \alpha t)$ setzen.

189. **Druck der atmosphärischen Luft und dessen Ursache.** Die so eben angegebene Methode zur Bestimmung der Expansivkraft einer ausdehnsamen Flüssigkeit wurde zuerst von Torricelli (1643) in Ausübung gebracht, und zwar zur Messung des in der atmosphärischen Luft in ihrem gewöhnlichen Zustande herrschenden Druckes angewendet. Um Torricelli's Versuch anzustellen, fülle man eine über 30 Zoll lange, einige Linien weite, an einem Ende geschlossene Glasröhre mit Quecksilber, verschließe sie mit dem Finger, wende sie um, bringe das zugehaltene Ende unter Quecksilber und ziehe den Finger weg; es tritt etwas Quecksilber aus der Röhre, das übrige bleibt aber in einer Höhe von etwa 28 Zoll über dem unteren Quecksilber stehen.

Dieses Quecksilber wird durch den Druck der atmosphärischen Luft auf die untere Quecksilberfläche in der Höhe erhalten, wie folgende Gründe beweisen: 1) Hat man bei dem Füllen der Röhre vor dem Versuche Sorge getragen, die an der inneren Wand hängen bleibende Luft, welche sich losmachen und in die Höhe steigen könnte, durch öfteres Umwenden der Röhre mittelst einer größeren Luftblase, die man hin und her gehen läßt, zu sammeln und wegzuschaffen, so dringt das Quecksilber bei dem Neigen der nach der vorhergehenden Anweisung aufgestellten Röhre bis an das Ende derselben vor und schlägt daran an, woraus man erkennt, daß sich in dem oberen Theile der Röhre keine Luft befindet; ist dieß der Fall, so bleibt sich der verticale Abstand der Oberfläche des Quecksilbers in der Röhre von der Fläche des unteren Quecksilbers, in welches die Röhre taucht, bei den verschiedenen Neigungen, die man der Röhre, ehe sie sich ganz füllt, geben kann, wenigstens innerhalb eines kurzen Zeitraumes, fortwährend gleich. Eine Röhre, deren Länge kleiner ist als die bei dem Versuche beobachtete Quecksilberhöhe, bleibt ganz gefüllt; dasselbe geschieht auch, wenn man die Röhre in das Quecksilber tief genug einsenken kann. 2) Oeffnet man die Röhre am oberen Ende, so fällt das Quecksilber ganz herab; läßt man Luftblasen in die Röhre treten, so sinkt es nur zum Theile, jedoch um so tiefer, je mehr Luft in die Röhre kommt. 3) Zieht man das untere Ende der Röhre aus dem Quecksilber, so fährt das Quecksilber bei dem Eintreten der äußeren Luft, ehe es aus der Röhre fließt, zuerst in die Höhe; ist die Röhre enge und cylindrisch, so füllt das hinauf getriebene Quecksilber dieselbe ganz und bleibt darin hängen; lauft sie nach oben konisch zu, so stellt sich die Quecksilbersäule in der vertical gehaltenen Röhre so, daß ihre Länge der bei dem Versuche gewöhnlichen Höhe entspricht. 4) Nimmt man zu dem Versuche Wasser statt Quecksilber, so bleibt eine gewöhnliche Röhre nach dem Umwenden ganz gefüllt; gibt man ihr aber eine solche Länge, daß das Wasser in der Röhre eine freischwebende Säule bildet, so erscheint die Wassersäule mit der Quecksilbersäule, bei dem vorbeschriebenen Ver-

suche verglichen, in dem Verhältnisse höher, in welchem das specifische Gewicht des Wassers kleiner ist als das des Queckſilbers. Wenn die Höhe der Queckſilberſäule 28 Zoll beträgt, ist die der Waſſerſäule 31 Fuß 9 Zoll oder 381 Zoll. Aber es ist 381 : 28 = 13,6 und in eben diesem Verhältnisse ist das Queckſilber specifisch schwerer als das Waſſer.

Nach diesen Thatsachen kann es nur der Druck der Luft auf das äußere Queckſilber seyn, welcher das Queckſilber in der Torricelli'schen Röhre schwebend erhält. Dieser Druck rührt zunächst von der Expansivkraft der Luft her. Denn unterbricht man die Communication der über dem äußeren Queckſilber liegenden Luft mit der übrigen Atmoſphäre, indem man über die Torricelli'sche Röhre einen auf seine Unterlage luftdicht passenden Glassturz setzt, oder was einfacher ist, indem man das Gefäß, in welchem sich das äußere Queckſilber befindet, abschließt, so bleibt das Queckſilber in der Röhre bei seinem vorigen Stande; erwärmt man oder erkältet man aber jetzt die im unteren Gefäße befindliche Luft, wodurch deren Expansivkraft zu- oder abnimmt, so steigt oder sinkt sogleich das Queckſilber in der Röhre.

Die Luft verdankt die Expansivkraft, welche sie äußert, dem Zustande der Verdichtung, in welchem sie sich in Folge des Druckes der über ihr liegenden, durch die Schwerkraft der Erde abwärts gezogenen Luft befindet. Dieses beweiset der Umstand, daß die Queckſilberhöhe bei dem Torricelli'schen Verſuche geringer ausfällt, wenn man denſelben an höher liegenden Orten anstellt. Es beweiset sonach der Torricelli'sche Verſuch auch die Schwere der Luft.

Alles dieses vorausgesetzt, erklärt sich Torricelli's Verſuch folgender Maßen: Die atmoſphäriſche Luft umgibt unsere Erde von allen Seiten wie eine Hülle, und wird an ihr durch die Schwerkraft festgehalten. An der äußersten Grenze der Atmoſphäre steht die abstoßende Kraft der Lufttheilchen mit der Schwere im Gleichgewichte; von da angefangen drückt jede Luftschichte abwärts auf die nächstfolgende, welche den empfangenen Druck weiter fortpflanzt und ihr eigenes Gewicht hinzufügt; in dem Maße als eine Luftschichte einen größeren Druck auszuhalten hat, wird sie auch mehr verdichtet; ihr Beſtreben sich auszudehnen, welches sich als Expansivkraft darstellt, kommt offenbar stets dem empfangenen Drucke gleich. Diese Expansivkraft, auf die Einheit der Flächen bezogen, ist sonach an jedem Orte in der Atmoſphäre dem Gewichte einer Luftſäule äquivalent, welche über der Flächeneinheit als Basis steht, und von dem genannten Orte an bis an das Ende der Atmoſphäre reicht. Das Gleichgewicht des Queckſilbers in der Torricelli'schen Röhre mit der atmoſphäriſchen Luft kann daher mit jenem zweier heterogenen tropfbaren Flüſſigkeiten in einem Communicationsgefäße (181.) verglichen werden, und beruht ganz auf demſelben Grunde, nämlich auf der Gleichheit des Druckes und Gegendruckes an der Trennungsfläche beider Flüſſigkeiten.

Aus der Dichte des Queckſilbers = 13,6 und dem Gewichte eines Kubikzolles Waſſer bei 0° = 250½ Gran folgt das Gewicht eines Kubikzolles

Queckſilber = 3407 Gran = 14 Loth 47 Gran. Eine Queckſilberſäule von 28 Zoll Höhe wiegt daher 12 Pf. 13 Loth 116 Gran; dieſe Größe hat der Luftdruck auf 1 Quadratzoll, wenn der Queckſilberſtand bei dem Torricelli'ſchen Verſuche 28 Zoll beträgt. Man pflegt eine dieſem Drucke gleiche Kraft »eine Atmoſphäre« zu nennen.

Auf den Luftdruck gründet ſich das Füllen der Recipienten der pneumatiſchen Waſſer- oder Queckſilberwanne, die Wirkung des Stechhebers, des magiſchen Trichters, des Zauberbrunnens und ähnlicher Spielwerke.

190. **Barometer.** Beobachtet man den Queckſilberſtand in einer Torricelli'ſchen Röhre während einiger Zeit, ſo findet man, daß der Luftdruck ſich nicht gleich bleibt, ſondern zwiſchen gewiſſen Grenzen (in Wien zwiſchen 27 und 29 Zoll) auf und nieder ſchwankt. Verſieht man eine Torricelli'ſche Röhre mit einer Scale zur Meſſung der verticalen Höhe der durch den Luftdruck getragenen Queckſilberſäule, ſo hat man ein Inſtrument zur Beſtimmung und Vergleichung des zu verſchiedenen Zeiten und an verſchiedenen Orten obwaltenden Luftdruckes, welches den Namen Barometer führt. Man hat ihm mannigfaltige Einrichtungen gegeben, theils um ſeinen Angaben Genauigkeit zu verleihen, theils um es tragbar zu machen.

Die Genauigkeit der Angaben des Inſtrumentes fordert, 1) daß der obere Theil der Röhre völlig luftleer ſey. Denn befindet ſich daſelbſt Luft, ſo drückt dieſe vermöge ihrer Expanſivkraft auf das Queckſilber, und der Barometerſtand erſcheint niedriger, als er wirklich iſt. Man beſeitiget dieſen Uebelſtand nur durch wiederholtes ſorgfältiges Auskochen des Queckſilbers in der Röhre, denn nur dadurch wird die anfänglich zwiſchen der Röhrenwand und dem Queckſilber haftende, wie auch die im Queckſilber ſelbſt enthaltene Luft, die ſpäter allmälig in den oberen Raum übergeht, weggeſchafft. 2) Soll der Anfangspunct der Scale mit der Oberfläche des Queckſilbers im unteren Gefäße zuſammenfallen. Da das Queckſilber, wenn es in der Barometerröhre fällt, im Gefäße ſteigen muß, und umgekehrt, ſo iſt der Anfangspunct der zu meſſenden Höhe der Queckſilberſäule veränderlich. Hieraus entſpringt bei der Ableſung dieſer Höhe, wenn die Lage des Anfangspunctes der Scale gegen die Queckſilberfläche im Gefäße unberückſichtiget bleibt, ein Fehler. Hat das Inſtrument bloß die Aenderungen des Barometerſtandes an einem und demſelben Beobachtungsorte anzuzeigen, ſo kann dieſer Fehler dadurch ſehr verringert oder gar unmerklich gemacht werden, daß man dem Gefäße im Vergleiche gegen die Röhre einen mehr oder weniger bedeutenden Durchmeſſer gibt (gemeines Gefäßbarometer). Iſt z. B. der Durchmeſſer des Gefäßes das 10fache des Durchmeſſers der Röhre, ſo iſt der Querſchnitt des Gefäßes 100mal größer als jener der Röhre, mithin iſt die Variation des Queckſilberſtandes im Gefäße der 100ſte Theil der Variation deſſelben in der Röhre. Dieß macht ſelbſt bei der Totaländerung von 2 Zoll nur eine Differenz von weniger als $^1/_4$ Linie. Allein wenn möglichſt genaue Barometerbeobachtungen gefordert werden, iſt ein ſolcher Fehler nicht zuläßig, und noch weniger dann, wenn durch Aenderung des Beobachtungsortes

größere Aenderungen am Barometerstande vorkommen. In diesem Falle gibt man entweder dem Gefäße einen beweglichen Boden und bringt durch Heben und Senken desselben mittelst einer Schraube die Quecksilberfläche im Gefäße mit einem dem Anfange der Scale entsprechenden Zeichen (meistens mit einer Spitze) in Uebereinstimmung (genaues Gefäßbarometer), oder man läßt ein am untern Ende der Barometerröhre sich aufwärts krümmendes Stück derselben die Stelle des Gefäßes vertreten (Heberbarometer) und wendet dabei eines der folgenden drei Mittel an: Verschiebung der Röhre bei fixer Scale; oder Verschiebung der Scale bei fixer Röhre bis der Anfangspunct der Scale oder die Oberfläche des Queckſilbers im kürzern Schenkel coincidiren; oder endlich Ablesung des Standes beider Queckſilberoberflächen an der Scale und Addition oder Subtraction der Resultate, je nachdem der Nullpunct der Scale sich zwischen den beiden Queckſilberflächen oder außerhalb derselben befindet. 3) Ist die Depression des Queckſilbers in der Röhre wegen der Capillarität in Anschlag zu bringen. Man vermeidet den daraus zu befürchtenden Fehler bei stationären Gefäßbarometern, wenn man dem Rohre eine solche Weite gibt, daß keine Erniedrigung des Queckſilberstandes daselbst statt finden kann (Normalbarometer). Mit Hilfe eines solchen Instrumentes kann man für jedes Gefäßbarometer, dessen Röhre da, wo die Variation des Queckſilberstandes erfolgt, genau cylindrisch ist, die Correction wegen der Capillarität durch eine einzige Vergleichung der Anzeigen beider ausmitteln, oder durch eine solche Stellung des Nullpunctes der Scale, daß die Indication des Instrumentes mit jener eines Normalbarometers harmonirt, den Fehler gänzlich eliminiren. Bedeutend verringert ist er an einem Heberbarometer, dessen Arme, da wo die Queckſilberflächen sich befinden, gleiche Durchmesser haben, weil so der Einfluß der Capillardepressionen in beiden Armen auf die Ablesung des wahren Barometerstandes ein entgegengesetzter ist, und nahe dieselbe Größe hat. 4) Muß die Temperatur des Queckſilbers im Barometer berücksichtiget werden (188.), welche oft von der Temperatur der äußeren Luft verschieden ist. Man bringt zu diesem Ende ein Thermometer mit dem Barometerrohre in nahe Berührung, umgibt wohl auch die Thermometerkugel mit einer Hülle von derselben Weite, welche das Barometerrohr hat, und füllt den Zwischenraum mit Queckſilber aus; dadurch wird das Queckſilber im Thermometer bezüglich des Wärmeaustausches gegen die Umgebung möglichst nahe in dieselben Umstände versetzt, unter welchen sich das Queckſilber im Barometer befindet. 5) Auch die Veränderlichkeit der Länge der Scale bei dem Temperaturwechsel macht eine Correction nöthig; dieselbe ist geringer als die Correction wegen der Temperatur des Queckſilbers, hat das entgegengesetzte Zeichen und übersteigt in der Regel nicht den zehnten Theil der letzteren. 6) Endlich ist noch für eine richtige Stellung des Auges bei dem Ablesen des Barometerstandes Sorge zu tragen, um eine fehlerhafte Beziehung des Endes der Queckſilbersäule auf die Scale (Parallare) zu vermeiden. Zu diesem Zwecke dienen die Visirvorrichtungen (Absehen), denen man mannigfaltige Ein-

richtungen gegeben hat. Der ebene Rand eines um die Röhre gelegten verschiebbaren Cylinders, wie auch zwei parallele Fäden oder Platten, eine vor, die andere hinter der Röhre, leisten dabei die besten Dienste. Man pflegt mit denselben einen sogenannten Nonius zur Wahrnehmung kleiner Theile der Scale ($\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{20}$ einer Linie), manchmal auch ein Vergrößerungsglas (Lupe) zu verbinden

Damit ein Barometer ohne Nachtheil für seine Brauchbarkeit in gefülltem Zustande von einem Orte zum andern übertragen werden könne, muß durch einen zweckmäßigen Verschluß dem Auslaufen des Queckſilbers, dem Eindringen von Luft in die Röhre und dem Anschlagen des Queckſilbers an das geschlossene Ende der Röhre, wodurch dieselbe leicht zerbricht, vorgebeugt werden. Man neigt daher vor dem Transportiren die Röhre, damit das Queckſilber ganz bis an das obere Ende derselben vordringe, und verschließt hierauf die Röhre. Bei Gefäßbarometern geschieht dieß durch Heben des beweglichen Bodens, so daß derselbe zuletzt entweder an das Ende der Röhre drückt, oder, ehe er dieses Ende erreicht, das untere Queckſilber an die Gefäßwände anpreßt, und solchergestalt auch das Queckſilber in der Röhre zurückhält. Bei Heberbarometern führt man in die kürzere Röhre einen gut passenden Stöpsel ein. Man transportirt die Barometer in horizontaler oder auch umgekehrter Lage. Stets müssen die Verschließungsapparate Elasticität besitzen, um der Ausdehnung des Queckſilbers durch die Wärme nachgeben zu können, und auch noch bei dessen Zusammenziehung, falls die Temperatur niedriger wird, gehörig zu schließen. Allzu rasche Bewegungen des Queckſilbers werden durch Verengerung des Barometerrohres in der Nähe des obern und untern Endes der Röhre beseitiget; man kann bei Gefäßbarometern letzteres Ende auch aufwärts krümmen, um das Eintreten der Luft bei umgekehrter Lage des Rohres zu verhüten.

191. **Beziehung zwischen Barometer und Thermometer.** Eine genaue Construction des Thermometers setzt die Beobachtung des Luftdruckes bei der Bestimmung des Siedpunctes der Thermometerscale voraus, und zur genauen Angabe des Barometerstandes ist die Berücksichtigung der Temperatur des Queckſilbers in der Barometerröhre nöthig. Man sieht hieraus, wie die Angaben beider Instrumente wechselweise von einander abhängen. Indem man zuerst den Barometerstand nach der Temperaturangabe eines Thermometers, dessen Scale ohne Rücksicht auf den Luftdruck verfertiget wurde, corrigirt, sodann die Siedtemperatur des Wassers nach diesem Thermometer untersucht, kann man die Scale desselben, und mittelst dieser wieder den Barometerstand berichtigen; durch successive Correctionen dieser Art befreit man leicht die Anzeigen beider Instrumente von jedem merklichen Fehler. Um übereinstimmende Thermometer zu gewinnen, wählt man zur Bestimmung des Siedpunctes die Siedetemperatur des Wassers bei einem festgesetzten Barometerstande, welcher der *Normalbarometerstand* heißt. Man nimmt als solchen gewöhnlich die Queckſilberhöhe von 760 Millimeter oder 28,851 W. Zoll = 28 W. Z. 10,22 Lin. bei der Temperatur 0° R. an.

192. Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von ihrer Dichte. Befindet sich eine Luftmasse unter einem äußeren Drucke im Gleichgewichte, so ist ihre Expansivkraft nothwendig dem auf die Flächeneinheit reducirten Drucke gleich. Untersucht man die Dichte, welche die Luft bei verschiedenem Drucke annimmt, so findet man, daß bei einer und derselben Temperatur die Expansivkräfte der Luft sich stets verhalten wie ihre Dichten. Dieses Gesetz, welches das Mariotte'sche heißt, wird auf empirischem Wege folgender Maßen bewiesen:

Erster Fall. Die Expansivkraft der zu untersuchenden Luft sey größer als diejenige, welche in der umgebenden Atmosphäre statt findet. Man gieße in eine gebogene Röhre mit parallelen aufrechten Armen, wovon der kürzere an seinem Ende geschlossen und mit einer Volumscale versehen ist, durch das offene Ende des längeren Armes Quecksilber, so wird dadurch in dem kürzeren Arme ein Luftquantum abgesperrt, und in dem Maße als die auf ihm lastende Quecksilbersäule zunimmt, auf ein kleineres Volum zusammengedrückt. Der Druck, unter welchem dieses Luftquantum steht, ist die Summe des Druckes der äußeren Luft und der Quecksilbersäule. Es seyen bei einer Reihe mit derselben Luftmasse angestellter Versuche, h, h', h'' ꝛc. die Höhen der Quecksilbersäule, von der Trennungsfläche des Quecksilbers und der abgesperrten Luft bis zur Oberfläche des Quecksilbers im offenen Arme gerechnet, und b, b', b'' ꝛc. die gleichzeitig beobachteten Barometerstände, so entspricht der ganze Druck auf die Luft einer Quecksilbersäule, deren Höhen $b + h$, $b' + h'$, $b'' + h''$ ꝛc. sind. Nennen wir die Expansivkräfte, welche die Luft in den correspondirenden Graden der Zusammendrückung äußert, E, E', E'' ꝛc.; ferner d, d', d'' ꝛc. ihre Dichten und v, v', v'' ꝛc. ihre Rauminhalte, so ist dem Begriffe der Expansivkraft zu Folge

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = b + h : b' + h' : b'' + h'' : \text{ꝛc.},$$

und weil die Luftmasse bei allen Versuchen sich gleich blieb,

$$d : d' : d'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.}$$

Aus den Resultaten der Versuche selbst ergibt sich, wenn nur die Luft trocken war, und die Temperatur sich nicht geändert hat, die Proportion

$$b + h : b' + h' : b'' + h'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.},$$

mithin ist auch $E : E' : E''$ ꝛc. $= d : d' : d''$ ꝛc. wie behauptet wurde.

Zweiter Fall. Die Expansivkraft der zu untersuchenden Luft sey kleiner als die atmosphärische. Man bringe in den mit einer Volumscale versehenen oberen Raum eines mit Quecksilber gefüllten und in ein tiefes Gefäß mit Quecksilber tauchenden Barometerrohres ein Quantum trockene Luft und beobachte ihre Rauminhalte v, v', v'' ꝛc., die Höhen h, h', h'' ꝛc. der im Rohre befindlichen Quecksilbersäule und die gleichzeitigen Barometerstände b, b', b'' ꝛc. während das Rohr immer tiefer in das Quecksilber eingesenkt wird. Man hat nun

$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = b - h : b' - h' : b'' - h'' : \text{ꝛc.}$,

und da die Versuche die Proportion

$$b - h : b' - h' : b'' - h'' : \text{ꝛc.} = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \text{ꝛc.}$$

geben, so ist auch hier

$$E : E' : E'' : \text{ꝛc.} = d : d' : d'' : \text{ꝛc.}$$

Dasselbe Gesetz zeigt sich auch bei reinem trocknen Sauerstoffgas, Stickgas, Wasserstoffgas oder einem beliebigen Gemenge derselben und selbst bei denjenigen Gasen, welche durch Compression tropfbar gemacht werden können, sobald sie ihrem Condensationspuncte nicht zu nahe stehen. Bei leicht condensirbaren Gasen, z. B. bei schwefligsaurem Gas, Cyangas u. dgl. wachsen die Dichten bald in einem rascheren Verhältnisse als die Expansivkräfte. Um so weniger gilt das Mariotte'sche Gesetz für Wasserdünste, weßwegen solche dem zu untersuchenden Gase nicht beigemengt seyn dürfen.

193. **Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Luft von ihrer Temperatur.** In einem Gefäße, welches in eine horizontale und dann sich abwärts krümmende enge Röhre ausläuft, befinde sich trockne Luft durch Queckſilber von der äußeren Atmosphäre abgesperrt. Das abwärts gebogene Ende der Röhre gehe luftdicht durch den oberen Deckel eines ganz mit Queckſilber gefüllten Behälters, und es sey in diesen noch eine verticale, oben offene Röhre luftdicht eingepaßt; der Boden des Behälters lasse sich mittelst einer Schraube heben und senken, so daß das Queckſilber nach Gefallen in die verticale Röhre getrieben und dadurch auf die in erwähntem Gefäße enthaltene Luftmasse ein beliebiger Druck ausgeübt werden könne. Regulirt man nun, während man der Luft in dem Gefäße nach und nach verschiedene genau gemessene Temperaturen ertheilt, den Stand des Queckſilbers in der verticalen Röhre dergestalt, daß diese Luft stets ein und dasselbe Volum beibehält, wobei die Aenderung des Volums des Gefäßes selbst wegen Aenderung seiner Temperatur gehörig berücksichtiget werden muß, so gibt die mittelst einer angebrachten Scale gemessene Druckhöhe des Queckſilbers, um den Betrag des gleichzeitigen Barometerstandes vermehrt, die jedesmalige Expansivkraft der in dem Gefäße abgesperrten Luftmasse an. Genaue Versuche dieser Art haben gelehrt, daß von der Temperatur des schmelzenden Eises angefangen bis zu jener des siedenden Wassers die Zunahme der Expansivkraft der Luft, in Theilen der bei dem Eispuncte statt findenden Expansivkraft ausgedrückt, mit ihrer nach einem Queckſilberthermometer gemessenen Temperatur in geradem Verhältnisse stehe, und die bei dem Siedpuncte selbst $\frac{11}{30} = \frac{100}{273} = 0{,}367$ der ursprünglichen Expansivkraft (bei 0° R.) betrage. Bezeichnet man, je nachdem man bei Bestimmung der Temperaturen von der Réaumur'schen oder von der Centesimalscale Gebrauch macht, den 80sten oder den 100sten Theil des so eben angegebenen Bruches mit β, und ist e die Expansivkraft der Luft bei 0°, E jene bei t Graden des Thermometers, so hat man nach diesem Gesetze

$E : e = 1 + \beta t : 1$, mithin $E = e(1 + \beta t)$.

Bezeichnet E' die Expansivkraft bei der Temperatur t', so ist eben so $E' = e(1 + \beta t')$; folglich

$$E : E' = 1 + \beta t : 1 + \beta t'.$$

So weit die bisher. igen Erfahrungen reichen, gilt dieses Gesetz mit großer Annäherung auch für andere Gase, ja der Werth von β ist sogar für verschiedene Gase so geringen Aenderungen unterworfen, daß man demselben bisher, ehe neuestens angestellte Versuche darüber Zweifel erregten, für alle Gase eine und dieselbe Größe beilegte.

194. **Luftthermometer.** Nach der in 31. vorgetragenen Hypothese über den Einfluß der Wärme auf die gegenseitige Abstoßung der Körpertheilchen hat es den Anschein, daß die Zunahme der Expansivkraft eines von seinem Condensationspuncte sehr weit entfernten ausdehnsamen Körpers, z. B der atmosphärischen Luft, eine reine Wirkung des objectiven Grundes der Temperaturerhöhung sey, mithin, bei ungeändertem Volum eines solchen Gases, jene Steigerung der Expansivkraft als das natürlichste Maß des Wachsthumes der Temperatur betrachtet werden könne. Dieß vorausgesetzt, wäre die atmosphärische Luft oder ein anderes permanentes Gas die zweckmäßigste thermometrische Substanz, und ein Apparat, welcher die Aenderungen der Expansivkraft eines und desselben Luftvolums anzeigt, das eigentliche Thermometer. Man nennt es das Luftthermometer. Es kann, wie bereits in 34 angedeutet wurde, mit Vortheil zur Messung sehr hoher Temperaturgrade angewendet werden. Kennt man die Expansivkraft e der unter einem festgesetzten Volum enthaltenen Luft bei der Temperatur des schmelzenden Eises, ferner die Expansivkraft E dieser Luft bei der zu messenden Temperatur t, so gibt die in 193 aufgestellte Gleichung $E = e(1 + \beta t)$ die Formel $t = \frac{1}{\beta}\left(\frac{E}{e} - 1\right)$, wornach t berechnet werden kann.

Denkt man sich die Scale des Luftthermometers so eingerichtet, daß deren Angaben sich wie die den betreffenden Temperaturen zugehörenden Expansivkräfte der atmosphärischen Luft bei ungeänderter Dichte verhalten, und bezeichnet man die an solcher Scale dem Eispuncte und der nach dem gewöhnlichen Thermometer $= t$ bestimmten Temperatur entsprechenden Zahlen mit T_0 und T, so hat man, weil nach der Voraussetzung $T : T_0 = E : e$ ist,

$$T = T_0(1 + \beta t) = T_0 + T_0\beta t.$$

Es ist am bequemsten $T_0 = \frac{1}{\beta}$ anzunehmen, wodurch $T_0\beta = 1$ wird. Man hat dann zur Verwandlung der Angaben des gewöhnlichen Queckſilberthermometers in die des Luftthermometers, und umgekehrt, die einfache Gleichung $T = \frac{1}{\beta} + t$. Für die Réaumur'sche Scale ist $\beta = \frac{11}{30.80} = \frac{11}{2400}$, mithin $\frac{1}{\beta} = 218$; für die Centesimalscale dagegen ist $\beta = \frac{11}{3000}$, mithin $\frac{1}{\beta} = 273$. Will

man daher die Scale des Luftthermometers so einrichten, daß ihre Angaben den correspondirenden Expansivkräften der Luft bei ungeänderter Dichte proportionirt sind, und zugleich das Intervall zwischen dem Eis- und dem Siedpuncte 80 Grade enthält, so muß man den Eispunct mit 218 bezeichnen, wodurch dem Siedpuncte die Zahl 298 zu Theil wird; soll aber das erwähnte Intervall 100 Grade enthalten, so muß man dem Eispuncte die Zahl 273, folglich dem Siedpuncte die Zahl 373 beilegen.

Bei Temperaturen, welche den Siedpunct des Wassers überschreiten, hält das Quecksilberthermometer mit dem Luftthermometer nicht gleichen Schritt, sondern ersteres eilt letzterem immer mehr vor, je näher das Quecksilber seinem Siedpuncte entgegen rückt. So zeigt, wenn ein Quecksilberthermometer mit Centesimalscale 150°, 200°, 250°, 300° angibt, das Luftthermometer, vorausgesetzt daß dessen Angaben wegen der eigenen Ausdehnung des Luftbehälters corrigirt worden sind, nur 149°, 197°, 245°, 294°.

195. **Vergleichung der Expansivkräfte eines und desselben Gases bei verschiedenen Dichten und Temperaturen.** Da nach dem früher Bewiesenen die Expansivkräfte eines Gases bei einerlei Temperatur sich wie seine Dichten, und bei einerlei Dichte sich wie seine Temperaturen, nach dem Luftthermometer gemessen, verhalten, so sind bei verschiedenen Dichten D, D′ und Temperaturen T, T′ die Expansivkräfte E, E′ eines Gases den Producten aus den Dichten und Temperaturen proportionirt, d. h. es ist $E : E' = DT : D'T'$. Zeigt sich $E = E'$, so muß auch $DT = D'T'$ seyn, und man hat $T : T' = D' : D$. Nennt man nun die Rauminhalte einer und derselben Luftmasse bei gleicher Expansivkraft, aber verschiedenen Temperaturen V, V′, so ist $D' : D = V : V'$, folglich $T : T' = V : V'$. Diese Proportion findet in dem Falle Anwendung, wenn eine Luftmasse von der äußeren Atmosphäre durch eine bewegliche Scheidewand, z. B. wenn die Luft in einem Thermometerähnlichen Gefäße mittelst eines in die Röhre gebrachten Quecksilbertropfens (Inder) abgesperrt ist, wo im Gleichwichte der Inder in der horizontal gehaltenen Röhre eine solche Stellung annehmen muß, daß die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft jener der äußeren gleich kommt. Geht mit der Expansivkraft der äußeren Luft keine Aenderung vor sich, aber wird die Temperatur der abgesperrten Luft geändert, so muß sich das Volum derselben obiger Proportion gemäß ändern. In diesem Sinne kann man sagen, die Ausdehnung der Luft entspreche ihrer Temperatur. Erleidet jedoch zugleich die Expansivkraft der äußeren Luft eine Aenderung, so gilt die Proportion $E : E' = \frac{T}{V} : \frac{T'}{V'}$, welche $T : T' = EV : E'V'$ gibt. Man kann hier statt E und E′ die Barometerstände setzen. Hierauf läßt sich die Einrichtung eines Luftthermometers gründen (Gay-Lussac's Luftthermometer).

Aus der angeführten Proportion folgt auch $V : V' = \frac{T}{E} : \frac{T'}{E'}$. Hievon kann Gebrauch gemacht werden, um aus dem Volum, welches

ein Gas in einem mit Wasser oder Quecksilber gesperrten Recipienten zeigt, wobei das Gas unter einem Drucke steht, der dem Unterschiede des atmosphärischen Druckes und der im Recipienten über die äußere Oberfläche der Sperrflüssigkeit gehobenen Säule gleich ist, dasjenige Volum zu berechnen, welches das Gas unter irgend einem andern Drucke oder einer andern Temperatur haben würde.

196. **Vergleichung der Expansivkräfte verschiedener Gase.** Verschiedene Gase äußern bei gleichen Dichten und gleichen Temperaturen verschiedene Spannkräfte. Hieraus entspringt der Begriff der *specifischen* Expansivkraft im Gegensatze mit der *absoluten*, welche bei verschiedenen Dichten und Temperaturen statt findet. Wir schreiben nämlich einem Gase in Vergleichung mit einem andern eine in dem Verhältnisse größere specifische Expansivkraft zu, in welchem seine Expansivkraft die des andern Gases bei einerlei Dichte und Temperatur übertrifft. Befolgen die Spannkräfte beider Gase bei Aenderungen ihrer Dichte das *Mariotte*'sche Gesetz, so hat man, wenn E, E′ in Hinsicht auf eine festgesetzte Temperatur die absoluten, e, e′ die specifischen Expansivkräfte und D, D′ die Dichten der Gase vorstellen, die Proportion $E : E' = De : D'e'$. Aendern sich ferner die Expansivkräfte der Gase mit der Temperatur in geradem Verhältnisse, so bleibt das für irgend eine Temperatur gefundene Verhältniß $e : e'$ stets dasselbe, und sind β, β' die *Ausdehnungscoefficienten* der Gase (195.), d. h. die Exponenten der Verhältnisse, in welchen die Unterschiede der Expansivkräfte der Gase bei dem Nullpuncte der gewöhnlichen Thermometerscale und jeder andern Temperatur zur Temperatur selbst stehen, so hat man, wenn t und t′ die Temperaturen der Gase anzeigen, $E : E' = D(1+\beta t)e : D'(1+\beta' t')e'$. Ist $\beta' = \beta$, so kann man der Messung der Temperaturen mit Vortheil das Lufthermometer zum Grunde legen, und nennt man die nach demselben bestimmten Temperaturen T und T′, so wird

$$E : E' = DTe : D'T'e'.$$

Sind die Expansivkräfte und die Temperaturen zweier Gase gleich, so hat man $De = D'e'$, mithin $e : e' = D' : D$. Es verhalten sich also die specifischen Expansivkräfte verkehrt wie diejenigen Dichten, welche bei gleichen absoluten Expansivkräften und Temperaturen statt finden. Bezeichnet man die unter diesen besonderen Umständen obwaltenden Dichten, zur Unterscheidung von den allgemein statt findenden, mit d und d′, so haben wir $e : e' = d' : d$. Hiedurch nimmt obige allgemeine Proportion die Gestalt $E : E' = \frac{DT}{d} : \frac{D'T'}{d'}$ an. Wählt man die Dichte und specifische Expansivkraft eines bestimmten Gases, z. B. der atmosphärischen Luft, als Einheiten der genannten Größen für die übrigen Gase, deren Expansivkräfte sich in geradem Verhältnisse mit der Dichte und Temperatur ändern, so wird in Bezug auf jedes andere solche Gas $e : 1 = 1 : d$, also $e = \frac{1}{d}$, d. h. die specifische Expansivkraft eines solchen Gases ist dem reciproken Werthe seiner

auf die unter gleichen Umständen stehende atmosphärische Luft bezogenen Dichte gleich.

197. **Princip der Einrichtung und des Gebrauches der Luftpumpe.** Man hat Instrumente, mit deren Hilfe es möglich ist, nach Gefallen Luft aus einem abgeschlossenen Raume zu entfernen und zu der in einem solchen Raume bereits vorhandenen Luft ein neues Quantum hinzuzufügen, oder mit andern Worten, mit deren Hilfe man die Luft in einem gegebenen Raume *verdünnen* und *verdichten* kann. Derlei Instrumente heißen *Luftpumpen* und beruhen auf der Ausdehnsamkeit der Luft, welche Eigenschaft sie ihrerseits wieder in ein helleres Licht setzen. Das Princip, welches der Einrichtung einer Luftpumpe zum Grunde liegt, ist folgendes: Es sey 1) die Luft in dem Raume A (Fig. 69) zu verdünnen. Man denke sich diesen Raum mittelst des Kanales m mit einem hohlen Cylinder C verbunden, in welchem ein luftdicht an die Wände desselben passender Stempel oder Kolben B hin und her bewegt werden kann, und nehme an, der Stempel befinde sich am Boden E des Cylinders. Wird der Stempel von E weg bis an das Ende F des Cylinders, jedoch nicht aus demselben herausgezogen, so wird der in A und m befindlichen Luft ein größerer Raum dargeboten, welchen sie in Folge ihrer Ausdehnsamkeit ausfüllt, indem sie sich gleichförmig in dem Raume von A, m und C vertheilt. Nennen wir die Dichte, welche die Luft früher in A und in m hatte, D, und diejenige, welche sie nach dem Hervorziehen des Stempels besitzt, d', und bezeichnen wir die Rauminhalte von A, m und C mit den gleichnamigen Buchstaben, so ist, weil hier eine und dieselbe Luftmasse früher das Volum $A + m$ und später das Volum $A + m + C$ hat, $d' : D = A + m : A + m + C$, mithin d' in dem so eben genannten Verhältnisse kleiner als D. Setzen wir den Quotienten $A + m : A + m + C = q$, so wird $d' = qD$, wobei $q < 1$ ist, und um so kleiner ausfällt, je größer der Raum C gegen $A + m$ ist. Es sey nun eine Vorrichtung vorhanden, mittelst welcher die Verbindung zwischen C und m dicht an der Einmündung des Kanales m in den Cylinder C abgeschlossen, und eben so eine zweite Vorrichtung, mittelst welcher an dem Boden E des Cylinders eine Communication zwischen dem Raume C und der äußeren Luft eröffnet werden kann. Wird der Stempel von F bis E vorgeschoben, so treibt derselbe die in C befindliche Luft aus diesem Raume hinaus. Schließt man hierauf die Verbindung zwischen C und der äußern Luft wieder ab, und stellt die Verbindung zwischen C und dem Kanal m her, so kann man das vorige Verfahren wiederholen und solchergestalt die Dichte der Luft in A, welche nunmehr schon auf $d' = qD$ herabgebracht ist, noch weiter auf $d'' = qd' = q^2 D$ verringern. Durch eine dritte Operation wird die Dichte der Luft in A auf $d''' = qd'' = q^3 D$ gebracht u. s. w. Auf diese Art wird die Luft in A immer mehr und mehr, und zwar in geometrischer Progression verdünnt. 2) Es sey die Luft in A zu verdichten. Man denke sich den Raum A und m bereits mit Luft von einer beliebigen Dichte δ gefüllt, und von C abgesperrt, ferner die

Communication zwischen C und der äußeren Luft, deren Dichte D sey, geöffnet und den Stempel bis F hervorgezogen. Wird jetzt die Verbindung von C mit der äußeren Luft abgeschlossen, jene zwischen C und m geöffnet, und der Stempel bis E in den Cylinder geschoben, so geht das den Raum C ausfüllende Luftquantum D C in A + m über. Die Dichte der Luft in A + m wird dadurch um den Betrag $\frac{D C}{A + m}$ vergrößert, oder wenn man $\frac{C}{A + m} = Q$ setzt, um Q D. Es wird sonach die Dichte der Luft in A + m durch $D' = \delta + Q D$ ausgedrückt. Schließt man jetzt die Verbindung zwischen m und C wieder ab, öffnet die Verbindung von C mit der äußern Luft, zieht den Stempel bis F zurück, wodurch sich C abermal mit Luft von der Dichte der äußeren füllt, so kann man das vorige Verfahren wiederholen und es bekommt die Luft in A + m nach und nach die Dichten $D'' = \delta + 2 Q D$, $D''' = \delta + 3 Q D$ u. s. w. Auf diese Art wird die Luft in A immer mehr und mehr, und zwar in arithmetischer Progression verdichtet.

198. **Haupttheile und Arten der Luftpumpen.** Aus der so eben gegebenen Erklärung des Princips der Luftpumpe ergeben sich die wesentlichen Bestandtheile dieses Instrumentes und die Art seines Gebrauches von selbst. Die Haupttheile jeder Luftpumpe sind 1) der vorerwähnte hohle Cylinder, Stiefel genannt, welcher von Glas oder Metall verfertiget und an der inneren Fläche sehr glatt geschliffen ist, und in der Regel eine verticale Lage hat. 2) Der Stempel oder Kolben, ein aus stark an einander gepreßten Lederscheiben zusammengesetzter solider Cylinder, welcher sich luftdicht an die Wände des Stiefels anschließt und in demselben mittelst einer Stange auf und nieder bewegt werden kann, an welcher entweder eine Handhabe angebracht ist, oder sich Zähne befinden, in welche die Zähne eines durch eine Kurbel oder einen Hebel zu drehenden Rades eingreifen. Von dem Boden des Stiefels geht ein Luftkanal zu einer eben geschliffenen, gleichsam ein rundes Tischchen vorstellenden Glas- oder Metallplatte, welche der Teller heißt; das in der Mitte des Tellers befindliche Ende des Luftkanales ist mit einem Schraubengewinde versehen. Die Gefäße, in welchen die Luft verdünnt oder verdichtet wird, die sogenannten Recipienten, sind in der Regel aus Glas verfertiget; sie haben entweder die Gestalt von Glocken und werden auf den Teller gesetzt, auf den sie mit ihrem gleichfalls eben geschliffenen breiten Rande luftdicht passen; oder sie sind kugelförmig und werden mittelst einer am Halse angebrachten metallenen Fassung an das Ende des Luftkanals angeschraubt. 3) Die Vorrichtungen zur Abschließung und Herstellung der Communication zwischen dem Stiefel und Recipienten und zwischen dem Stiefel und der äußeren Luft. Diese sind entweder ein Hahn oder Ventile, wornach die Luftpumpen in Hahn- und in Ventilluftpumpen zerfallen. Zur rascheren Förderung, und wie sich weiter unten zeigen wird, zur Erhöhung der Leistung einer Luftpumpe versieht man dieselbe mit zwei Stiefeln, deren Stempel einen entge-

gengesetzten Gang haben; man unterscheidet sonach einstieflige und zweistieflige Luftpumpen.

Bei einer Hahnluftpumpe befindet sich der Hahn an dem Boden des Stiefels und geht durch den Luftkanal, welcher zum Recipienten führt, quer hindurch. Er hat zwei Bohrungen; eine derselben u v (Fig. 70 a und b) hat die Richtung eines Durchmessers der Rundung des Hahnkörpers; die andere x y z fängt in demselben Umkreise des Hahnes 90° weit von den Mündungen der ersteren an, geht etwas schief bis zur Längenare des Hahnes, und folgt dann dieser bis zum Ende desselben. Denkt man sich den Stiefel auf der Seite A und den Anfang des zum Recipienten führenden Kanales auf der Seite B, so ist a die Stellung, in welcher der Stiefel mit dem Recipienten, und b die Stellung, in welcher der Stiefel mit der äußeren Luft in Verbindung steht. Der Hahn wird bei jedem Kolbengange entweder mit der Hand in die gehörige Stellung gebracht, oder durch die Maschine selbst mittelst eines einfachen Mechanismus regiert. Daß eine Hahnluftpumpe sowohl zum Verdünnen als zum Verdichten der Luft gebraucht werden kann, ist für sich klar.

Eine Ventilluftpumpe kann man bei ihrer gewöhnlichen Einrichtung nicht zugleich zum Verdünnen und Verdichten der Luft anwenden, sondern sie dient entweder bloß zu dem einen oder zu dem andern Zwecke. Der Hauptgebrauch, den man bei physikalischen Forschungen von der Luftpumpe macht, bezieht sich auf die Verdünnung der Luft. Die hiezu bestimmten Ventilluftpumpen sind mit zwei Ventilen (Klappen) versehen; eines befindet sich am Boden des Stiefels, es gestattet der Luft den Austritt aus dem vom Recipienten zu dem Stiefel führenden Kanale, verschließt aber den umgekehrten Weg; das andere ist entweder an dem Boden des Stiefels, oder in dem Kolben angebracht und öffnet sich nach außen, so daß die Luft aus dem Stiefel durch das Einschieben des Kolbens weggeschafft wird. Das den Luftkanal öffnende und schließende Ventil kann sehr zweckmäßig durch einen in die Bodenplatte des Stiefels gut passenden Stöpsel ersetzt werden, welcher am Ende einer durch den Körper des Stempels luftdicht gehenden Stange befestiget ist; bei dem Heben des Kolbens geht diese Stange etwas mit, der Verschluß des Luftkanales öffnet sich, und der in die Höhe gezogene Kolben schiebt sich an der Stange des Stöpsels aufwärts, während diese durch ein Hinderniß, woran ihr oberes Ende stoßt, festgehalten wird; bei dem Beginne des entgegengesetzten Ganges des Kolbens schließt der Stöpsel sogleich wieder die Verbindung zwischen dem Stiefel und Recipienten ab.

Eine sehr einfache Einrichtung hat die zum Verdichten der Luft dienende Ventilpumpe, die sogenannte Compressionspumpe. Sie besteht bloß aus einem Rohre mit einem Stempel, welches an das Gefäß, worin die Luft verdichtet werden soll, z. B. an den Luftbehälter (Kolben) einer Windbüchse, anzuschrauben ist. An dem Ende, gegen welches der Stempel bei dem Einschieben sich bewegt, befindet sich im Rohre ein auswärts sich öffnendes Ventil, und an dem entgegen-

gesetzten Ende hat das Rohr eine Seitenöffnung, an welcher der Stempel, wenn er am weitesten aus dem Rohre gezogen ist, vorbeigeht. Durch diese Oeffnung füllt sich das Rohr bei jedem Herausziehen des Stempels mit Luft, welche bei dem Einschieben des Stempels in Folge ihrer anwachsenden Spannkraft sich das Ventil öffnet und in den Recipienten gelangt, jedoch durch eben dieses Ventil gehindert wird, bei der entgegengesetzten Bewegung des Stempels wieder in das Rohr zurückzukehren. Will man ein anderes Gas in einem Gefäße verdichten, so muß man die Seitenöffnung des Rohres mit einem Behälter, worin sich das Gas befindet, in Verbindung setzen.

Ein, zwar nicht im Wesen der Luftpumpe begründeter, aber bei dem Gebrauche derselben, zumal bei dem wissenschaftlichen, unentbehrlicher Bestandtheil dieser Geräthschaft ist die Barometerprobe. Sie dient dazu, den im Recipienten erreichten Grad der Verdünnung zu erkennen, und besteht aus einem abgekürzten, meistens heberförmigen Barometer mit 6 — 8 Zoll langen Armen, wovon der eine oben geschlossen und ganz mit Quecksilber gefüllt ist, welches durch den gewöhnlichen Luftdruck darin erhalten wird; dieses Barometer befindet sich als eine gewöhnliche Beigabe zur Luftpumpe in einem engen Recipienten, welcher sich in den vom Stiefel zum Teller gehenden Kanal einmündet, und mittelst eines besonderen Hahnes abgesperrt werden kann. Ist dieser Hahn offen, und wird die Luft verdünnt, so sinkt das Quecksilber in dem einen und steigt in dem andern Arme der Barometerprobe, und man erkennt aus der Höhe a der Quecksilbersäule, welche durch die verdünnte Luft noch getragen wird, deren Spannkraft. Vergleicht man diese Spannkraft mit der durch den Barometerstand b gegebenen Spannkraft der äußeren Luft, so kann man daraus nach dem Mariotte'schen Gesetze auf das Verhältniß der Dichte der Luft im Recipienten zur Dichte der äußeren Luft schließen. Es ist nämlich die Luft im Recipienten gegen die äußere so viele Male dünner als a in b enthalten ist.

Da die Luftpumpe in der Regel nur zum Verdünnen der Luft gebraucht wird, so findet man daran keine bleibende Vorrichtung zum Messen der Verdichtung der Luft. Hiezu kann eine enge, mit Luft gefüllte und mit einer Volumscale versehene, starke Glasröhre dienen, welche mittelst einer kurzen Quecksilbersäule gesperrt ist. Beobachtet man das Volum des darin abgesperrten Luftquantums, wenn es bloß unter dem äußeren Luftdrucke steht, und wenn die verdichtete Luft darauf drückt, so gibt die Verkleinerung dieses Volums den verlangten Verdichtungsgrad an.

199. **Grenze der Verdünnung und Verdichtung der Luft mittelst einer Luftpumpe.** Nach der in 197 gegebenen theoretischen Erklärung des Principes der Einrichtung der Luftpumpe hat es den Anschein, daß die Luft mit einem solchen Apparate zu jedem beliebigen Grade verdünnt, und so weit verdichtet werden könne, als es die Festigkeit der Gefäße und die Undurchdringlichkeit der Lufttheile gestattet. Bei dieser Erklärung wurde jedoch stillschweigend vorausgesetzt,

daß es möglich sey, die Abschließung des Stiefels vom Recipienten so nahe an der Einmündung des zum Recipienten führenden Luftkanales anzubringen, und den Kolben so genau in den unteren Theil des Stiefels einzupassen, daß bei dem gänzlichen Einschieben des Stempels in den Stiefel alle zwischen dem Stempel und der Absperrung des Stiefels befindliche Luft ausgetrieben wird. Dieß ist aber bei den Luftpumpen nie der Fall; immer bleibt zwischen dem Stempel und der Absperrung des Stiefels ein kleiner Raum übrig, welcher durch den Stempel nicht ausgefüllt wird; dieser Raum beschränkt den durch die Luftpumpe erreichbaren Grad der Verdünnung und Verdichtung der Luft um so mehr, je größer sein Volum im Vergleiche mit dem Rauminhalte des Stiefels ist: er heißt deßhalb der schädliche Raum.

Um den Einfluß des schädlichen Raumes auf den Fortgang der Verdünnung einzusehen, bedenke man, daß zur Fortschaffung der Luft, welche bei dem Aufziehen des Kolbens aus dem Recipienten in den Stiefel gekommen ist, während des Einschiebens des Kolbens in den Stiefel, dieser und folglich auch der schädliche Raum mit der äußeren Luft in Verbindung gesetzt werden muß; der schädliche Raum bleibt daher auch nach der Abschließung genannter Verbindung mit Luft von der Dichte der äußeren Atmosphäre (bei Ventilpumpen, deren Kolbenventile strenge gehen, mit noch dichterer) gefüllt. Bei dem Aufziehen des Kolbens breitet sich dieses Luftquantum in den Stiefel aus, und es ist klar, daß wenn die Luft im Recipienten bereits auf den Grad der Dünne gebracht wäre, welchen die Luft des schädlichen Raumes durch ihre Ausbreitung in den Stiefel erlangt, keine Luft mehr aus dem Recipienten in den Stiefel übergehen könnte, mithin die Verdünnung ein Ende nähme. Heißt das Volum des schädlichen Raumes einer Luftpumpe (so groß gedacht, wie es werden müßte, wenn die in ihm befindliche Luft die Dichte der äußeren hätte) s, das Volum des Stiefels S, so wird die Luft des schädlichen Raumes durch ihre Ausbreitung in den Stiefel $\frac{S}{s}$mal dünner als die äußere Luft; es gibt daher der Bruch $\frac{S}{s}$ eine Grenze der Verdünnung an, welche mit dieser Luftpumpe nicht überschritten, ja nicht einmal erreicht werden kann, obgleich es möglich ist, sich ihr bis auf eine unmerkliche Differenz zu nähern.

Der schädliche Raum einer Compressionspumpe setzt ebenfalls der Verdichtung der Luft eine Grenze. Denn ist der Stempel aufgezogen, und der Stiefel mit atmosphärischer Luft gefüllt, so wird diese bei dem Einschieben des Stempels zunächst in den schädlichen Raum getrieben, und geht nur in so fern in den Recipienten über, als ihre Spannung jene der dort befindlichen Luft übertrifft. Hätte die Luft im Recipienten bereits die Dichte, welche die den Stiefel erfüllende Luft bekommt, wenn sie in dem schädlichen Raume zusammengedrängt ist, so fiele jeder Grund weg, aus welchem ein neues Luftquantum in den Recipienten gehen sollte. Hieraus folgt, daß wenn wieder S das Volum des Stiefels sammt schädlichem Raume, s das Volum des schädlichen Raumes selbst anzeigt, die Verdichtung der Luft im Recipienten nicht

über das $\frac{S}{s}$-fache der Dichte der äußeren Luft getrieben werden kann. Durch zweckmäßige Vergrößerung des schädlichen Raumes läßt sich also auch bewirken, daß die Verdichtung der Luft mittelst einer Compressionspumpe nicht über einen bestimmten Grad gehen kann, was in gewissen Fällen zur Verhüthung der Gefahr des Zerspringens der mit comprimirter Luft zu füllenden Gefäße erwünschlich seyn kann.

Theilt man, in so fern vom Verdünnen die Rede ist, die Luftmasse im Recipienten in Gedanken in zwei Partien, wovon die eine sich zur Gesammtmasse verhält wie s : S, so beziehen sich die in 197 angestellten Betrachtungen nur auf die andere Partie, und nur diese ist es, welche eigentlich durch die Operation der Luftpumpe in das Unendliche verdünnt wird. Die Leistung einer Luftpumpe wird sonach durch die Kleinheit des schädlichen Raumes bedingt, und es muß bei der Construction derselben Sorge getragen werden, diesen möglichst zu vermindern. Aus der so eben gegebenen Nachweisung der Beziehung des schädlichen Raumes zu dem erreichbaren Grade der Verdünnung der Luft erhellet, daß die absolute Verdünnung in dem Maße bedeutender wird, in welchem die Dichte der Luft, die vor dem Aufziehen des Stempels sich im schädlichen Raume befindet, an sich geringer ist. Hierauf gründet sich der Kunstgriff mit einer zweistiefligen Luftpumpe dadurch eine geringere Dichte in dem Recipienten zu erzielen, daß man vor dem Aufziehen des Stempels in dem einen Stiefel seinen mit atmosphärischer Luft gefüllten schädlichen Raum mit dem andern Stiefel, worin der Stempel schon aufgezogen, und daher verdünnte Luft enthalten ist, in Verbindung setzt (Graßmann'scher Hahn), oder daß man bloß den einen Stiefel aus dem Recipienten, den andern Stiefel aber aus dem schädlichen Raume des ersteren Luft schöpfen läßt (Babinet's Hahn bei Ventilluftpumpen).

Eine gute Luftpumpe soll, bei der gewöhnlichen Anordnung, wo der schädliche Raum mit der atmosphärischen Luft unmittelbar in Verbindung steht, wenigstens eine 300malige Verdünnung der Luft bewirken. Bei einer Ventilpumpe mit zwei Stiefeln und dem Babinet'schen Hahne kann aber die Verdünnung leicht viel weiter getrieben werden. Gestattet z. B. eine solche Pumpe ohne Mitwirkung des Babinet'schen Hahnes nur eine 100malige Verdünnung, so verdünnt sie mit Zuhilfenahme dieses Hahnes die Luft $(100)^2 = 10000$mal.

Zur Vergleichung der Hahnpumpen mit den Ventilpumpen bemerke man noch Folgendes: Bei der Hahnpumpe in ihrer gewöhnlichen Form wird die Communication des Stiefels mit der äußeren Luft durch Drehung des Hahnes jedesmal sogleich hergestellt, wenn der Stempel den höchsten Stand erreicht hat, wobei sich der Stiefel ganz mit Luft füllt; bei der Ventilpumpe tritt diese Verbindung erst dann ein, wenn die Luft im Stiefel durch das Einschieben des Stempels so weit verdichtet ist, daß ihre Spannung jene der äußeren Luft und überdieß den Widerstand des Kolbenventils zu überwinden vermag, und der schädliche Raum bleibt, wenn die Verdünnung so weit gediehen ist, daß diese Luft das Kolbenventil nicht mehr zu heben vermag, von der äußeren Luft abgesperrt; aus diesem Grunde leistet eine doppeltstiefligе Hahnpumpe nur so viel wie der schwächer wirkende Stiefel, eine doppeltstiefligе Ventilpumpe aber so viel wie der stärker wirkende Stiefel. Bei dem Aufziehen des Stempels im Stiefel ist ein um so größerer Theil des äußeren Luftdruckes zu überwinden, je weiter die Verdünnung im Recipienten gekommen ist; bei einer doppeltstiefligen Ventilpumpe com-

pensirt der Druck auf den andern Stempel diese Last, welche bei der Hahnluftpumpe in vollem Maße auftritt.

200. **Nachweisung der Eigenschaften der Luft mittelst der Luftpumpe.** Mit Hilfe der Luftpumpe lassen sich die bereits im Vorhergehenden nachgewiesenen Eigenschaften der atmosphärischen Luft in ein helleres Licht setzen. Die Einrichtung der Luftpumpe an sich beweiset schon die Ausdehnsamkeit der Luft, in so fern die aus der Voraussetzung dieser Eigenschaft fließenden Phänomene der Verdünnung und Verdichtung wirklich statt finden. Das Bestreben der Luft sich, wenn kein äußerer Druck es hindert, in einen größeren Raum auszubreiten, zeigt sich an dem Anschwellen einer zugebundenen schlappen Blase, an dem Austreten der Luft aus einem Gefäße, dessen Mündung unter Wasser taucht, an dem Entweichen der Luft aus Holz, Wasser und anderen Körpern, wenn man diese Gegenstände unter den Recipienten bringt, und die Luft in demselben verdünnt. Der letztere Versuch beweiset zugleich die Porosität dieser Körper. Der Druck der Luft gibt sich an dem Festhalten des Recipienten an dem Teller bei Verdünnung der Luft, so wie auch an dem Zusammenhängen der Magdeburg'schen Halbkugeln (Otto v. Guericke, der Erfinder der Luftpumpe (1650), lebte zu Magdeburg) zu erkennen. Die Richtigkeit der in 189 gegebenen Erklärung des Torricelli'schen Versuches erhält durch die Luftpumpe eine neue Bestätigung, denn das Quecksilber im Barometer fällt bei Verdünnung der Luft. Die Schwere der Luft erhellet aus der Abnahme des Gewichtes eines Glasballons, in welchem die Luft verdünnt worden ist. Auch der Einfluß des Widerstandes der Luft auf die Bewegung frei fallender Körper läßt sich mittelst der Luftpumpe deutlich darthun, denn leichte Körper, als: Papier, Federn u. dgl., welche in der Luft nur langsam herabsinken, fallen in sehr verdünnter Luft eben so rasch herab wie die dichtesten Körper, als Platin, Gold, Blei u. dgl. Dieser Versuch beweiset nebstdem noch die Gleichheit der Schwere heterogener Körper.

201. **Bestimmung des specifischen Gewichtes und der Dichte der Luft und anderer Gase.** Mittelst der Luftpumpe kann man auch das specifische Gewicht der atmosphärischen Luft finden und die Dichten der Gase bei gleichem Drucke und bei gleicher Temperatur mit der Dichte der Luft vergleichen. Um das specifische Gewicht der Luft zu erhalten, nimmt man einen geräumigen Ballon von Glas, welcher mittelst eines Hahnes verschlossen werden kann, wägt ihn ab, sowohl während er mit Luft in deren natürlichen Dichte gefüllt ist, als nachdem man die Luft in ihm mit Hilfe einer guten Luftpumpe möglichst verdünnt hat; die Differenz der erhaltenen Gewichte gibt das Gewicht der atmosphärischen Luft unter dem Volum des Ballons bei der herrschenden Spannkraft und Temperatur. Dividirt man dieses Gewicht durch das innere Volum des Ballons, so hat man das specifische Gewicht der Luft. Dieses Volum erhält man, wenn man den Ballon mit Wasser füllt und von seinem Gewichte in diesem Zustande das Gewicht des leeren Ballons abzieht. Man kann dabei auf den nach dem

Verdünnen in dem Ballon bleibenden Rückstand der Luft dadurch Rücksicht nehmen, daß man das Wasser in den leeren Ballon durch den äußeren Druck hinein treiben läßt, bis die geringe Menge der darin befindlichen Luft auf die Dichte der äußeren gebracht ist, und nur das Gewicht dieses Wassers in Rechnung nimmt. Man reducirt nach der in 195 gegebenen Anweisung leicht das bei irgend einem Barometerstande und Temperatur erhaltene specifische Gewicht der Luft auf den Normalbarometerstand und auf die Normaltemperatur. Durch genaue Versuche hat man gefunden, daß ein Wiener Kubikfuß atmosphärische Luft bei dem Barometerstande 760 Millimeter und bei der Temperatur 0° R. 564 Wiener Gran wiegt. Dieß gibt für das Gewicht eines Kubikzolles 0,326 Gran. Mit dem Wasser verglichen ist die Luft unter den genannten Umständen 770mal leichter.

Um das Verhältniß der Dichten d, d' zweier Gase bei gleicher Spannung und Temperatur zu finden, füllt man einen und denselben Ballon, nachdem man ihn luftleer gemacht hat, einmal mit dem einen, das andere Mal mit dem andern Gase, und bestimmt die Gewichte Q, Q', die Spannkräfte E, E' und die Temperaturen T, T' des Inhaltes, letztere nach der Scale des Lufthermometers. Sind D, D' die Dichten der Gase, wie sie bei den Wägungen selbst statt finden, so ist $D : D' = Q : Q'$; aber nach 196 hat man

$$d : d' = \frac{DT}{E} : \frac{D'T'}{E'}, \quad \text{mithin ist} \quad d : d' = \frac{QT}{E} : \frac{Q'T'}{E'}.$$

Auf diese Weise hat man durch directe Wägung, in Bezug auf die Dichte der atmosphärischen Luft als Einheit, bei gleicher Spannung und Temperatur die Dichte des Sauerstoffgases = 1,1057, des Stickgases = 0,972, des Wasserstoffgases = 0,0691, des Chlorgases = 2,440 gefunden.

202. Berechnung der Dichten zusammengesetzter Gase aus den Dichten ihrer Bestandtheile. Es ist nur nöthig die Dichten der einfachen und derjenigen zusammengesetzten Gase, deren Bestandtheile nicht in Gasform erscheinen, durch unmittelbare Wägung zu bestimmen; die Dichten der zusammengesetzten Gase, welche aus der chemischen Verbindung einfacher Gase hervorgehen, lassen sich mit Rücksicht auf die Gesetze, nach welchen die chemische Verbindung gasförmiger Stoffe erfolgt, durch Rechnung finden, und es läßt sich diese Methode selbst auf Fälle anwenden, in welchen ein Bestandtheil für sich nicht gasförmig dargestellt werden kann, wofern es nur angeht ihm in der hypothetisch vorausgesetzten Gasform eine gewisse Dichte beizulegen. Es bestehe nämlich ein Gas aus a und a' Raumtheilen zweier gasförmigen Stoffe, welche bei einer festgesetzten Spannung und Temperatur die Dichten d und d' haben, und nach der Verbindung ein Product liefern, welches bei eben dieser Spannung und Temperatur das Volum A hat, so wird dessen Dichte D, weil ad und a'd' die Massen der Bestandtheile sind, mithin $ad + a'd'$ die Masse des Productes ist, durch die Formel $D = \frac{ad + a'd'}{A}$ gegeben. Die Erfahrung

lehrt, daß die Rauminhalte a und a' der Bestandtheile zu einander selbst und zu dem Volum des Productes stets in einem einfachen Verhältnisse stehen [vergl. 50. 6)]. Man bedarf also nur der Kenntniß dieser Verhältnisse, um den Werth von D mittelst obiger Formel zu erhalten. Kennt man die Dichten D, d des zusammengesetzten Gases und eines gasförmigen Bestandtheiles, so findet man umgekehrt die Dichte d' des andern Bestandtheiles (als Gas gedacht) mittelst der Formel

$$d' = \frac{AD - ad}{a'}.$$

So sind z. B. 2 Raumtheile Stickoxydgas aus 1 Vol. Sauerstoffgas und aus 1 Vol. Stickgas, oder 2 Vol. Ammoniakgas aus 3 Vol. Wasserstoffgas und 1 Vol. Stickgas von gleicher Spannung und Temperatur zusammengesetzt. Darnach findet man die Dichte des Stickoxydgases (jene der atmosphärischen Luft = 1 angenommen) = 1,039, des Ammoniakgases = 0,590, was mit den Resultaten directer Wägungen gut harmonirt.

Unter der Voraussetzung, daß 2 Vol. Kohlenoxydgas aus 1 Volum Sauerstoffgas und 1 Vol. hypothetischen Kohlengases bestehen, findet man aus der Dichte des Kohlenoxydgases = 0,9678 jene des Kohlengases = 0,8300. Hieraus folgt wieder die Dichte der gasförmigen Kohlensäure, wovon 2 Vol. aus 1 Vol. Kohlengas und 2 Vol. Sauerstoffgas bestehen, = 1,521.

203. **Scheinbarer Gewichtsverlust der Körper in der Luft.** Vergleicht man die Druck- oder Expansivkräfte mit einander, welche sich an zwei in derselben Verticallinie liegenden Stellen einer Luftmasse äußern, sey sie nun in einem Gefäße abgesperrt oder ein Theil der freien Atmosphäre, so ist der Druck, welcher der höheren Stelle entspricht, kleiner als der an der tieferen Stelle statt findende, und zwar um das Gewicht der zwischen beiden Stellen enthaltenen Luftsäule. Es übertrifft daher der aufwärts gerichtete Theil des Druckes, den ein Körper von der ihn umgebenden Luft erfährt, den abwärts wirkenden um das Gewicht der Luftmasse, deren Platz der Körper einnimmt, mithin erleidet derselbe gleichsam einen diesem Gewichte gleichen Gewichtsverlust. Hieraus fließen nachstehende Folgerungen: 1) Eine in der Luft vorgenommene Wägung gibt das wahre Gewicht eines Körpers um so weniger richtig, je größer das Volum dieses Körpers und je dichter die ihn umgebende Luft ist. Um vollkommen richtige und mit einander vergleichbare Resultate zu erzielen, muß daher jede Wägung auf den leeren Raum reducirt, d. h. zu dem in der Luft gefundenen Gewichte das Gewicht der von dem Körper verdrängten Luftmasse addirt werden, welches sich nach den im vorhergehenden Principien aus dem beobachteten Barometer- und Thermometerstande und dem Volum des Körpers leicht berechnen läßt. 2) Der Gleichgewichtsstand zweier Körper von ungleichem Volum an einer Wage wird geändert, wenn sich die Dichte der Luft ändert. Wird die Luft dichter, so erlangt der kleinere, wird sie dünner, so erlangt der größere Körper das Uebergewicht, was sich leicht durch einen Versuch mit der Luftpumpe bestätigen läßt. Hierauf gründet sich die Einrichtung des Wagemanometers, eines zur

Wahrnehmung der Aenderungen der Dichte der Luft dienenden Instrumentes. Es besteht aus einer großen hohlen geschlossenen Glaskugel und aus einem dichten Metallkörper, welche an beiden Armen einer empfindlichen Wage aufgehängt, und deren Gewichte so abgeglichen sind, daß der Wagbalken bei der mittleren Dichte der Luft die horizontale Lage einnimmt. Der jedesmalige Ausschlag des Wagbalkens gibt die Abweichung der Dichte der Luft von ihrer Mittelgröße zu erkennen. 3) Ein Körper, dessen Gewicht geringer ist als das Gewicht der Luft, deren Platz er einnimmt, steigt in der Luft in die Höhe, bis er in eine Luftschichte kommt, die so dünn ist, daß das Gewicht der vom Körper verdrängten Luft jenes des Körpers nicht mehr übertrifft. Hierauf gründet sich das Aufsteigen warmer Luft in kalter, des Hydrogengases in atmosphärischer Luft u. dgl., wie auch die Einrichtung der Luftbälle (Luftballone, Luftschiffe).

Ein Luftballon besteht aus einer leichten luftdichten Hülle, die mit einer Luftart gefüllt ist, welche bei derselben Spannkraft, wie sie die atmosphärische Luft hat, dennoch eine so geringe Dichte besitzt, daß der Ballon sammt der daran gehängten Belastung ein kleineres specifisches Gewicht erhält, als jenes der umgebenden Luft ist. Dieß wird schon erreicht, wenn man den Ballon unten offen läßt und die atmosphärische Luft darin durch Erwärmung mittelst eines unter der Oeffnung angebrachten Feuers verdünnt (Montgolfier), jedoch besser, wenn man den wohl zu verschließenden Ballon mit Hydrogengas füllt (Charles) oder mit Leuchtgas (Green).

204. Gesetz der Abnahme der Expansivkraft und Dichte von unten nach oben in einer gleichmäßig warmen Luftsäule. Da auf tieferen Schichten einer Luftmasse ein größerer Druck lastet als auf höheren, so haben höhere Stellen einer verticalen Luftsäule, in welcher überall dieselbe Temperatur herrscht, nicht bloß eine geringere Expansivkraft als tiefer liegende, sondern auch eine in demselben Verhältnisse geringere Dichte. Unter der Voraussetzung, daß man die Abnahme der Intensität der Schwerkraft von unten nach oben vernachläßigen darf, gilt folgender Lehrsatz: »An Orten einer gleichmäßig warmen Luftsäule, deren Höhen in arithmetischer Progression zunehmen, nimmt die Expansivkraft in geometrischer Progression ab.« Beweis. Man denke sich eine Luftsäule durch horizontale Ebenen in gleich hohe Abschnitte oder Schichten von sehr kleiner Höhe getheilt, so kann die Dichte der Luft in jeder einzelnen Schichte als gleichförmig betrachtet werden. Es seyen in diesen Schichten, wie sie von unten nach oben auf einander folgen, die Dichten d_1, d_2, d_3, . . . die Expansivkräfte E_1, E_2, E_3, . . . und die Gewichte der darin enthaltenen Luftmassen q_1, q_2, q_3 . . . Vergleichen wir irgend eine solche Schichte, deren Stellenzeiger n ist, mit der ersten Schichte, so verhalten sich, weil die Rauminhalte der Schichten gleich sind, die Dichten der Luft in selben, wie die Massen; aber in so fern die Intensität der Schwere die nämliche ist, verhalten sich die Massen wie die Gewichte, mithin verhalten sich auch die Dichten wie die Gewichte. Dieß führt zu der Proportion $d_n : d_1 = q_n : q_1$. Nach dem Mariotte'-

schen Gesetze verhalten sich bei gleichen Temperaturen die Expansivkräfte einer und derselben Luftart wie die Dichten, daher ist

$$E_n : E_1 = d_n : d_1.$$

Aus beiden Proportionen folgt $E_n : E_1 = q_n : q_1$ und aus dieser $E_n + q_n : E_1 + q_1 = E_n : E_1$. Man kann die Expansivkraft der Luft in jeder Schichte durch den Druck messen, der auf dieser Schichte lastet. Unter dieser Voraussetzung erhält man die Expansivkraft für jede Schichte, wenn man zu der Expansivkraft der nächst höheren das Gewicht derselben addirt. Es ist sonach $E_n + q_n = E_{n-1}$ und, wenn man den Druck auf die Grundfläche der untersten Schichte E nennt, $E_1 + q_1 = E$. Darnach läßt sich die zuletzt erhaltene Proportion auch so schreiben: $E_{n-1} : E = E_n : E_1$, woraus die Gleichung $E_n = \frac{E_1}{E} E_{n-1}$ folgt. Setzen wir $\frac{E}{E_1} = k$, wobei wegen $E > E_1$ der Werth von $k > 1$ ist, so haben wir $E_n = \frac{E_{n-1}}{k}$. Gibt man hier dem Stellenzeiger n nach und nach die Werthe 1, 2, 3 ꝛc., so zeigt sich $E_1 = \frac{E}{k}$, $E_2 = \frac{E_1}{k} = \frac{E}{k^2}$, $E_3 = \frac{E_2}{k} = \frac{E}{k^3}$ ꝛc. und allgemein $E_n = \frac{E}{k^n}$. Da hier $E, E_1, E_2, E_3, \ldots$ offenbar eine abnehmende geometrische Progression bilden, und man, wenn man gleichweit von einander abstehende Glieder aus derselben heraushebt, wieder eine geometrische Progression erhält, so ist der oben ausgesprochene Lehrsatz bewiesen.

205. **Barometrische Höhenmessung.** Die Expansivkräfte der Luft verhalten sich wie die Barometerstände; kennt man das Gesetz, nach welchem sich der Barometerstand bei dem Uebergange von einem Beobachtungsorte zu einem höher liegenden ändert, so kann man daraus auf den Höhenunterschied beider Orte schließen. Hierauf gründet sich die Anwendung des Barometers zum Höhenmessen. Der vorhergehende Lehrsatz gestattet uns die Höhe eines Ortes über einem andern aus den an beiden gleichzeitig beobachteten Barometerständen unter der Voraussetzung zu berechnen, daß die Temperatur der Luft von dem einen bis zum andern hin constant sey und eben so die Aenderung der Schwere vernachläßiget werden darf. Es sey H die Höhe der einen Station über der andern, B der Barometerstand an der niedrigeren, b der Barometerstand an der höheren. Theilt man H in eine sehr große Anzahl n gleiche Theile, deren jeder $= h$ sey, so hat man nach dem vorhergehenden Lehrsatze, weil man statt des Quotienten der Expansivkräfte, den Quotienten der Barometerstände setzen darf, wenn man durch B_1 den Barometerstand für die Erhöhung h über der unteren Station vorstellt, und $\frac{B}{B_1} = k$ setzt, die Gleichung $b = \frac{B}{k^n}$, woraus

$$k^n = \frac{B}{b},$$

und wenn man beiderseits die Logarithmen nimmt,

$$n \log k = \log B - \log b$$

folgt. Multiplicirt man diese Gleichung mit h und bedenkt, daß $nh = H$ ist, so hat man $H \log k = h(\log B - \log b)$, mithin, wenn man $\frac{h}{\log k} = A$ setzt, $H = A(\log B - \log b)$.

Da die auf ein und dasselbe Höhenintervall h sich beziehenden Barometerstände in einer gleichmäßig erwärmten Luftsäule, in so fern man die Abnahme der Schwere von unten nach oben vernachläßigen darf, eine geometrische Progression bilden, so kann man in dem Werthe von k statt der darin vorkommenden Barometerstände B und B_1 je zwei andere um das Höhenintervall h auf einander folgende Barometerstände setzen. Es ist also A für die ganze Luftsäule eine beständige Größe, deren Werth man mittelst des Ausdruckes $A = \frac{h}{\log k}$ um so genauer erhält, je kleiner man das Intervall h annimmt. Dem gemäß gilt folgender Lehrsatz: »Der Höhenunterschied zweier Stationen, zwischen »welchen die Luft überall einerlei Temperatur hat, und die Aenderung »der Intensität der Schwere unmerklich ist, wird durch das Product »eines beständigen Factors mit dem Unterschiede der Logarithmen der »Barometerstände an diesen Stationen ausgedrückt.«

Der Factor A hängt von der Temperatur der Luftsäule und von der Intensität der Schwere an der Erdfläche ab. Folgendes wird die Beschaffenheit desselben näher beleuchten: Es sey δ der Unterschied der Barometerstände B und B_1, d. h. $B_1 = B - \delta$. Das Gewicht einer Quecksilbersäule von der Höhe δ ist offenbar dem Gewichte einer Luftsäule von der Höhe h über derselben Grundfläche gleich; zeigt nun μ an, wie viele Male das Quecksilber an dem Orte, dem der Barometerstand B zugehört, dichter ist als die Luft, so ist h nothwendig das μfache von δ, oder $h = \mu\delta$. Bei der Temperatur 0° und dem Barometerstande 760 Millimeter ist die Luft 770mal dünner als Wasser, und das Quecksilber 13,6mal dichter als Wasser, es ist also das Quecksilber 10472mal dichter als die Luft, mithin δ viel kleiner als h. Setzen wir jetzt $\log B = L$ und $\log(B - \delta) = L - \lambda$, so ist, nach dem Begriffe eines Logarithmus, $B = 10^L$ und $B - \delta = 10^{L-\lambda}$, mithin $\delta = 10^L - 10^{L-\lambda} = 10^{L-\lambda}(10^\lambda - 1) = (B - \delta)(10^\lambda - 1)$ und $h = \mu(B - \delta)(10^\lambda - 1)$; wegen $k = \frac{B}{B_1} = \frac{B}{B-\delta}$ ist $\log k = \log B - \log(B - \delta) = L - (L - \lambda) = \lambda$: mit Hilfe dieser Ausdrücke erhält man $A = \mu(B - \delta)\left(\frac{10^\lambda - 1}{\lambda}\right)$, eine Formel, mittelst welcher der Werth von A um so genauer gefunden wird, je kleiner man δ und im Zusammenhange damit auch λ annimmt. Um λ recht klein zu machen, setze man $\lambda = \frac{1}{u}$, wobei u eine sehr große Zahl vorstellt, so wird $\frac{10^\lambda - 1}{\lambda} = u(\sqrt[u]{10} - 1)$. Zieht man die-

sem Ausdrucke gemäß aus 10 eine sehr hohe Wurzel (was am leichtesten bewerkstelliget wird, wenn man aus der Quadratwurzel von 10 die Quadratwurzel und so fort aus jedem Resultate wieder die Quadratwurzel zieht, wodurch man nach einander die 2te, 4te, 8te, 16te, 32ste . . . Wurzel von 10 erhält), subtrahirt von jeder Wurzel die Einheit, und multiplicirt den Rest mit dem zugehörigen Wurzelexponenten, so findet man, daß die so erhaltenen Producte sich, je weiter man schreitet, um so mehr einer gewissen Grenze nähern, deren Werth $= 2{,}30258509\ldots$ ist, welche Zahl wir zur Abkürzung des Ausdruckes mit dem Buchstaben c bezeichnen. Wir haben also $A = \mu c(B - \delta)$ oder weil die Formel eigentlich nur für $\delta = 0$ richtig ist, $A = \mu c B$. Reducirt man die Barometerstände stets auf die Temperatur 0° R., so zeigt μ die Verhältnißzahl der Dichte des eiskalten Queckſilbers zur Dichte der Luft bei dem Barometerstande B an. Es hängt also der Werth von μ von der Temperatur der Luft ab. Wir wollen aber von nun angefangen unter μ den Exponenten des Verhältnisses der Dichte des eiskalten Queckſilbers zur Dichte der eiskalten Luft bei dem Barometerstande B verstehen, daher müssen wir, wenn die Luft die Temperatur τ hat, an die Stelle von μ setzen $(1 + \beta\tau)\mu$, wobei β den Ausdehnungscoefficienten der Luft für einen Thermometergrad bedeutet, also für die 80theilige Scale $\beta = \frac{11}{2400}$ ist. Außerdem hängt das bei dem bestimmten Barometerstande B und der Temperatur 0° betrachtete Verhältniß der Dichte des Queckſilbers zur Dichte der Luft noch von der Intensität der Schwere an der Erdfläche ab; denn bei größerer oder geringerer Schwere entspricht eine Queckſilbersäule von der Höhe B einem größeren oder geringeren Drucke; es besitzt also dabei die Luft des gleichen Barometerstandes ungeachtet verschiedene Expansivkräfte und ist bei der fixen Temperatur 0° dichter oder dünner, folglich μ in demselben Verhältnisse kleiner oder größer. Ist daher μ an einem Orte von gewisser geographischen Breite bestimmt worden, und steht die Schwere an einem andern Orte zu jener am ersteren in dem Verhältnisse $1 : \gamma$, so muß statt μ gesetzt werden $\gamma\mu$. Sonach haben wir endlich $A = \gamma(1 + \beta\tau)\mu c B$. Das Product $\mu c B$ mag der barometrische Coefficient heißen; setzen wir ihn $= C$, so haben wir zur barometrischen Höhenmessung die Formel

$$H = \gamma(1 + \beta\tau)\, C\, (log\, B - log\, b).$$

Bei der Berechnung der Differenz $log\, B - log\, b$ kann man, weil dieselbe den Logarithmus des Quotienten $\frac{B}{b}$ darstellt, die Barometerstände B und b nach einem beliebigen Maße nehmen, denn die Wahl der Einheit, nach welcher zwei Größen gemessen werden, hat auf ihr Verhältniß keinen Einfluß; dagegen richtet sich die Einheit, in welcher der im Ausdrucke des barometrischen Coefficienten vorkommende Barometerstand B auszudrücken ist, nach dem Maße, worin man die Angabe der Höhe H verlangt. Aus dem in 165. 4) angeführten Gesetze folgt, daß wenn g die Intensität der Schwere am Aequator vorstellt,

$g(1 + \frac{1}{200} \sin\psi^2)$ oder genauer $g(1 + 0{,}0052 \sin\psi^2)$ der Ausdruck dieser Intensität für die geographische Breite ψ ist; wegen $2\sin\psi^2 = 1 - \cos 2\psi$ kann man diesem Ausdrucke die Gestalt

$$g(1{,}0026 - 0{,}0026 \cos 2\psi)$$

geben. Sieht man die Intensität der Schwere für $\psi = 45°$, wofür $\cos 2\psi = 0$ wird, als die Einheit an, so hat man zum Behufe der obigen Formel $\gamma = 1 + 0{,}0026 \cos 2\psi$. Für die geographische Breite 45°, den Barometerstand 760 Millimeter und die Temperatur 0° hat man das Verhältniß der Dichte des Quecksilbers zu jener der Luft oder $\mu = 10467$ ausgemittelt; mit Hilfe dieses Werthes findet man mit Rücksicht auf $c = 2{,}30258509$ und $B = 0{,}76$ Meter den Coefficienten $C = 18316$ Meter oder 57942 Wiener Fuß. Diese Rechnung bezieht sich jedoch auf völlig trockene Luft, während ihr in der Wirklichkeit stets Wasserdunst beigemengt ist, welcher ihre Dichte abändert; nebst diesem Umstande unterliegt die Anwendung der obigen Formel für H noch der Schwierigkeit, daß der Wärmegrad der Luft sich mit der Höhe über der Erdfläche ändert, daher die Luft zwischen den beiden Stationen, deren Höhenunterschied gesucht wird, nicht als gleichmäßig erwärmt vorausgesetzt werden darf; ferner daß die Schwere in einerlei Verticallinie von unten nach oben abnimmt. In Betreff der ungleichförmigen Erwärmung der Luft erlaubt man sich, in Ermanglung einer strengen Theorie, die Rechnung so zu führen, als ob die Temperatur der Luft von der untern bis zur obern Station durchgehends das arithmetische Mittel der an diesen beiden Stationen beobachteten Temperaturen wäre; die Variation der Schwere, welche übrigens nur bei sehr großem Höhenunterschiede einen merklichen Einfluß auf die Richtigkeit des Resultates der Formel haben kann, läßt sich mittelst einer Correction in Rechnung nehmen, auf deren Auseinandersetzung wir jedoch hier eben so wenig eingehen können, als auf die Angabe der bis jetzt gemachten Versuche den Einfluß des mit Zuhilfenahme der später zu erklärenden Hygrometer beobachteten Feuchtigkeitszustandes der Luft auf die Dichte derselben in die barometrische Höhenmessungsformel einzuführen. Man vermindert den aus letzteren zwei Ursachen zu befürchtenden Fehler und verleiht der Formel einen befriedigenden Grad der Genauigkeit, wenn man den Coefficienten C auf practischem Wege bestimmt, d h dadurch, daß man die an Orten, deren Höhenunterschied man kennt, beobachteten Barometerstände statt B und b in die Formel setzt und C so annimmt, daß dieser Höhenunterschied zum Vorschein kommt. Es scheint, daß man zur besseren Uebereinstimmung der Formel mit der Erfahrung auch den Ausdehnungscoefficienten der feuchten Luft etwas größer ansetzen müsse, als er für völlig trockene Luft gefunden wird. Unter den mannigfaltigen Modificationen, die man an den numerischen Coefficienten der Formel angebracht hat, dürfte die von Gauß getroffene Wahl ihrer Werthe den Vorzug verdienen. Sind T und t die Temperaturen der Luft an der unteren und oberen Station, und setzt man $\tau = \frac{1}{2}(T + t)$, so wäre nach der obigen An-

gabe, in so fern man sich der Réaumur'schen Scale bedient,

$$1 + \beta\tau = 1 + \frac{11}{4800}(T + t) = 1 + \frac{1}{436}(T + t).$$

In der Gauß'schen Formel steht dafür $1 + \frac{1}{399}(T + t)$; ferner ist $C = 18382$ Meter $= 58152$ Wiener Fuß angenommen, so daß die Formel für Wiener Maß folgende Gestalt erhält:

$$H = 58152\,(1 + 0{,}0026\,cos\,2\psi)\,[1 + \frac{1}{399}(T + t)]\,(log\,B - log\,b).$$

Da bei dem Gebrauche dieser Formel die Anwendung einer Logarithmentafel unerläßlich ist, so kann man sich letzterer zur Erleichterung der ganzen Rechnung mit Vortheil bedienen, indem man zunächst den Logarithmus von H sucht; man erhält denselben durch Addition der Logarithmen der in der Formel vorkommenden Factoren. Es genügt zu diesem Zwecke eine fünfstellige Logarithmentafel vollkommen. Die Barometerstände B und b müssen auf die Normaltemperatur 0° R. reducirt seyn; ist dieß noch nicht geschehen, so erhält man die Logarithmen der reducirten Barometerstände einfach dadurch, daß man von der als ganze Zahl gelesenen fünfstelligen Mantisse des Logarithmus jedes beobachteten Barometerstandes für jeden Grad der Temperatur des Queckſilbers über dem Eispuncte 10 Einheiten subtrahirt, oder bei Temperaturen unter 0° R. hinzu addirt. Denn ist T die Réaumur'sche Temperatur des Queckſilbers und B der beobachtete Barometerstand, so ist der auf 0° R. reducirte Barometerstand $B = B(1 - \frac{1}{4440}T)$,

mithin $log\,B = log\,B + log\,(1 - \frac{1}{4440}T)$

$= log\,B - [log\,4440 - log\,(4440 - T)]$.

Betrachtet man aber eine fünfstellige Logarithmentafel in der Nähe der Zahl 4440, so sieht man, daß, so weit der für T zu erwartende Zahlwerth reicht, sämmtliche Differenzen je zweier auf einander folgenden Logarithmen $= 10$ sind, wornach $log\,4440 - log\,(4440 - T) = 0{,}00010\,T$, mithin $log\,B = log\,B - 0{,}00010\,T$ wird. Der Factor $1 + 0{,}0026\,cos\,2\psi$ in der Formel ist hinreichend berücksichtiget, wenn man für jeden Breitengrad über oder unter 45° von der Summe der Logarithmen der übrigen Factoren 0,00004 abzieht oder dazu addirt. Diesem nach hat man zur Bestimmung des Höhenunterschiedes H folgende Rechnung zu machen. Man nimmt zuerst die Logarithmen der auf 0° R. reducirten Barometerstände an beiden Stationen und zieht sie von einander ab. Nun addirt man folgende Zahlen: den Logarithmus der so eben gefundenen Differenz; den Logarithmus der um 399 vermehrten Summe der Temperaturen der Luft an beiden Stationen; die dekadische Ergänzung des Logarithmus von 399: sie ist 0,39903 − 3; endlich den Logarithmus von 18382 oder von 58152, je nachdem man den Höhenunterschied in Metern oder in Wiener Fußen erhalten will: der erstere Logarithmus ist 4,26439, der letztere 4,76456. An der Summe dieser vier Logarithmen bringt man noch die Correction wegen der geographischen Breite an, und hat so den Logarithmus des verlangten Höhenunterschiedes; die demselben in der Logarithmentafel entsprechende Zahl ist dieser Höhenunterschied selbst.

Beispiel. Aus sieben während drei Stunden angestellten gleichzeitigen Beobachtungen auf dem Leopoldsberge nächst Wien und auf der Sternwarte ergaben sich im Mittel die Barometerstände 26,84 und

27,58 Par. Zoll und die Temperaturen sowohl der Luft als des Quecksilbers 18° R. und 19°,5 R. Hier ist nun, nach Lalande's kleiner Logarithmentafel,

log 27,58 = 1,44059	195	19,5	*log* 0,01166	= 0,06670	— 2
log 26,84 = 1,42878	180	18,0	*log* 436,5	= 2,63998	
Differenz = 0,01181	15	399	*compl. log* 399	= 0,39903	— 3
Reduction auf 0° R. — 15		436,5	*log* 58152	= 4,76456	
Differenz = 0,01166			Summe	= 2,87027	
			Correct. w. g. Br.	= — 12	
			Log der Höhe	= 2,87015	

Höhenunterschied zwischen dem Leopoldsberge und der Sternwarte
= 741,6 Wiener Fuß
= 123,6 W. Klafter.

Nehmen wir als mittlere auf 0° R. reducirte Barometerstände zu Wien (Sternwarte) und an der Meeresfläche (Triest) 339,8 Lin. und 347,5 Lin. an, bei einer mittleren Lufttemperatur von 8°,5 und 10° R., so haben wir

log 347,5 = 2,54095	8,5	*log* 0,00973	= 0,98811	— 3
log 339,8 = 2,53122	10	*log* 417,5	= 2,62066	
Differenz = 0,00973	399	*compl. log* 399	= 0,39903	— 3
	417,5	*log* 58152	= 4,76456	
		Summe	= 2,77236	
		Correct. w. g. Br.	= — 6	
		Log der Höhe	= 2,77230	

Höhenunterschied zwischen der Wiener Sternwarte und der Meeresfläche
= 592 Wiener Fuß,
= 98,7 W. Klafter,

folglich ist die Höhe des Leopoldsberges über dem adriatischen Meer = 222,3 Klafter, was von dem Resultate geometrischer Messung um weniger als 1 Klafter abweicht.

206. **Einige Fälle des Gleichgewichtes zwischen der Expansivkraft luftförmiger und dem hydrostatischen Drucke tropfbarer Körper.** Wenn sich Gase und tropfbare Flüssigkeiten in communicirenden Gefäßen befinden, so richtet sich ihre gegenseitige Anordnung im Zustande des Gleichgewichtes nach der Bedingung, daß überall, wo bewegliche Theile an einander grenzen, Druck und Gegendruck gleich seyn muß. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so findet nach der Richtung des größeren Druckes Bewegung statt. Man kann, wo Gasmassen von geringer Höhe vorhanden sind, meistens ihr Gewicht im Vergleiche mit ihrer Expansivkraft vernachläßigen, und hat sonach bloß diese Kraft mit dem Drucke, gegen welchen sie kämpft, zu vergleichen. Nachstehende Beispiele werden zur Beurtheilung der in der Anwendung am häufigsten vorkommenden Fälle dieser Art hinreichende Anleitung geben. 1) Es sey A B C D (Fig 71) ein ringsum geschlossenes Gefäß, welches bis E F eine tropfbare Flüssigkeit, z. B. Wasser, und über derselben in L Luft enthalte. Durch die obere Wand dieses Gefäßes gehe eine beiderseits offene verticale Röhre G H, deren unteres Ende H in die Flüssigkeit reicht. Es hängt nun von der Expansivkraft der Luftmasse L ab, welchen Stand die Flüssigkeit im Rohre G H haben wird. Ist diese Expansivkraft größer als der Druck, den die äußere Luft auf die tropfbare Flüssigkeit ausübt, so muß diese

in der Röhre höher stehen als im Gefäße, so daß der äußere Druck mit jenem der gehobenen Flüssigkeitssäule KG verbunden der Expansivkraft der Luft L gleich kommt; und umgekehrt, erscheint im Rohre eine gehobene Flüssigkeitssäule, so ist die Expansivkraft der Luft im Gefäße um den Druck dieser Säule größer als der Druck der äußeren Luft. Ist die Röhre HG zu kurz, so wird die tropfbare Flüssigkeit aus ihrer Mündung herausgetrieben (Heronsball, Windkessel). Hat die Luft L mit der äußeren Luft einerlei Expansivkraft, so steht die Flüssigkeit im Rohre bei K; ist endlich die Expansivkraft der Luft in L geringer als der äußere Druck, so steht die Flüssigkeit im Rohre innerhalb EF, z. B. bei J, so daß der Druck der Flüssigkeitssäule KJ die Differenz beider Kräfte ausgleicht. Beträgt diese Differenz mehr als der Druck einer Flüssigkeitssäule von der Höhe KH, so tritt äußere Luft durch das Rohr in das Gefäß. (Heronsball unter dem Recipienten der Luftpumpe in verdünnter Luft bei dem Einlassen äußerer Luft in den Recipienten.) 2) Sind in einer Zusammenstellung zweier solchen Gefäße (Heronsbälle) die darin enthaltenen Luftmassen L, L' (Fig. 72) mittelst eines in die oberen Wände eingefügten, bloß Luft enthaltenden Kanales a b c in Verbindung, so muß, wenn die Flüssigkeit in dem Rohre HG des Gefäßes A über K hinauf bis G steht, im Gleichgewichtszustande auch in dem Rohre HG' des Gefäßes B die Flüssigkeit über K' bis G' gehoben erscheinen, so zwar, daß, in so fern man den Unterschied des atmosphärischen Druckes bei G und G' bei Seite setzen darf, die Höhen KG, K'G' sich verkehrt verhalten wie die specifischen Gewichte oder Dichten der betreffenden Flüssigkeiten. Dasselbe muß statt finden, wenn im Gleichgewichte die Flüssigkeiten in den Röhren HG, H'G' unter K, K' bei J, J stehen. Ob der eine oder der andere Fall eintritt, hängt von der Expansivkraft der in L, L' befindlichen Luft im Vergleiche gegen den äußeren Luftdruck ab. Wird der Druck auf L durch Zugießen von Flüssigkeit in eine der Röhren GH, G'H' gesteigert, so erhebt sich die Flüssigkeit in der andern Röhre auf eine entsprechende Höhe. Die Luftmasse LL' wirkt hier wie eine elastische Feder, welche den empfangenen Druck nach allen Richtungen fortpflanzt. Ist eine der Röhren kürzer als es der Flüssigkeitsstand fordert, welcher dem Drucke in der andern Röhre das Gleichgewicht zu halten vermag, so wird die Flüssigkeit aus ersterer herausgetrieben (Heronsbrunn, Hell's Luftsäulenmaschine). 3) Taucht die Röhre b c (Fig. 72) in die Flüssigkeit des Gefäßes B, statt sich wie vorhin über derselben in der Luft zu endigen, so kommt auch noch der in der Röhre b c statt findende hydrostatische Druck in Anschlag. Ist Flüssigkeit in derselben gehoben, so muß, wenn sich in A und B bloß einerlei Flüssigkeit, z. B. Wasser, befindet, die Druckhöhe G'K der Summe der Druckhöhen in den Röhren b c und GK gleich kommen. Ein tieferer Stand als die Oberfläche der Flüssigkeit im Gefäße A oder B zählt für eine negative Druckhöhe. Auf ähnliche Weise ist das Gleichgewicht in einer Zusammenstellung von mehr als zwei Heronsbällen zu beurtheilen. 4) Dieselben Betrachtungen entscheiden über die Gleichgewichtsfälle bezüglich eines zum Theile

mit einer tropfbaren Flüssigkeit, zum Theile mit Luft gefüllten, ringsum geschlossenen Gefäßes von der Form Fig 73 mit einem beiderseits offenen durch die obere Wand gehenden und in die Flüssigkeit reichenden Rohre G H und einem unter der Mündung des Rohres H an der Seitenwand des Gefäßes beginnenden und dann vertical aufsteigenden Rohre N G'. Nach Maßgabe der Compression der Luft L steht die Flüssigkeit in den beiden Röhren stets gleich hoch bei G und G', oder bei K und K', oder bei J und J', oder endlich bei H und H'. Ist die Luft in L so dünn, daß der Unterschied zwischen ihrer Spannung und dem Drucke der äußeren Luft mehr beträgt als der der Höhe K H entsprechende Druck der Flüssigkeit, so dringt Luft durch das Rohr G H ein. Dieß ist der Fall, wenn das von der Seite des Gefäßes ausgehende Rohr nur bis N' reicht, oder gar seine Mündung abwärts kehrt. Dann tritt die Flüssigkeit bei N' aus, während bei H fortwährend Luft einströmt, und zwar entspricht die Geschwindigkeit des Ausflusses der Druckhöhe H N, welcher auch immer der Stand der Flüssigkeitsfläche im Gefäße seyn mag, wofern nur die Mündung H des Rohres G H noch in die Flüssigkeit taucht. Dieß gibt uns ein Mittel an die Hand, die Ausflußgeschwindigkeit eines tropfbaren Körpers aus einem Gefäße gleichförmig zu erhalten. Statt des Seitenrohres genügt zur Demonstration der so eben angegebenen Gleichgewichtsfälle eine kleine Oeffnung x an der Seitenwand einer Flasche (Fig. 74), durch deren Hals das Rohr G H mittelst eines Korkes luftdicht geht und nach Gefallen auf und nieder geschoben werden kann (Mariotte'sche Flasche). Die Flüssigkeit stellt sich stets so, daß sie im Rohre bei J mit x gleich hoch steht, und fließt aus der Flasche durch x aus, wenn das Ende H des Rohres höher steht als x. 5) Hieher gehört auch die Wirkung des gekrümmten Hebers, eines gebogenen, beiderseits offenen Rohres mit abwärts gekehrten Armen, dessen man sich bedient, um eine tropfbare Flüssigkeit aus einem Gefäße in ein anderes zu leiten. Es sey A B C ein solches Rohr, mit Flüssigkeit gefüllt und so gestellt, daß die Mündung C des einen Armes tiefer steht als die Mündung A des andern. Ist der verticale Abstand B H des höchsten Punctes der Biegung B des Rohres von der durch A gelegten Horizontalebene A D größer als die Höhe der Flüssigkeitssäule, welche dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht hält, so muß die Flüssigkeit beiderseits sinken, und wenn die Enden A und C in die Flüssigkeit tauchen, ein doppeltes Barometer darstellen. Ist aber B H niedriger als die dem Luftdrucke entsprechende Flüssigkeitshöhe b, so findet auf die Flüssigkeit im Rohre bei A ein Druck aufwärts statt, welcher der Druckhöhe b — B H, bei C aber ein Gegendruck, welcher nur der Druckhöhe b — B K zugehört, in so fern man nämlich den Druck der Luftsäule H K vernachläßiget. Es muß daher die Flüssigkeit bei C mit einer Geschwindigkeit austreten, welche der Druckhöhe H K (oder vielmehr dem Unterschiede des Druckes einer Flüssigkeits- und Luftsäule von der Höhe H K) entspricht. Stehen A und C gleich hoch, so findet Gleichgewicht statt; es erscheint stabil, wenn die Enden des Hebers aufwärts gekrümmt sind (würtem-

bergischer Heber, Fig. 76) oder in Flüssigkeit tauchen. In letzterem Falle gilt als Druckhöhe der in einem Arme des Hebers befindlichen Flüssigkeit nur der Abstand des höchsten Punctes der oberen Krümmung der Röhre von der Oberfläche der diesen Arm umgebenden Flüssigkeit.

Aus dem Gesagten ergibt sich von selbst die Anwendung, die man von dem gekrümmten Heber machen kann, um Flüssigkeit aus einem oben offenen Gefäße abfließen zu lassen, ohne das Gefäß zu neigen, oder es an der Seite zu öffnen. Es ist dieß besonders in dem Falle nützlich, wenn eine obere Schichte der Flüssigkeit von der tieferen unvermengt mit dieser abgezogen werden soll. Man senkt zu diesem Zwecke ein Ende des aufrecht gestellten Hebers in die abzulassende Flüssigkeit, entweder nachdem man den Heber bereits mit Flüssigkeit angefüllt hat, oder man füllt ihn erst nach der Einsenkung, etwa durch Saugen an dem andern außerhalb dieser Flüssigkeit befindlichen Ende. Steht letzteres Ende niedriger als die Oberfläche der wegzuschaffenden Flüssigkeit, und ist der Heber selbst nicht zu hoch, d. h. ist die Drucksäule in dem Arme, welcher in diese Flüssigkeit taucht, niedriger als die Flüssigkeitssäule, die dem Drucke der äußeren Luft das Gleichgewicht hält; so muß die Flüssigkeit durch den Heber so lange abfließen, bis ihre Oberfläche entweder zu dem eingetauchten Ende der Heberröhre oder zu der dem andern Ende entsprechenden Horizontalebene herabgesunken ist, oder falls auch letzteres Ende von Flüssigkeit umgeben ist, bis die Oberflächen der Flüssigkeiten, welche beide Arme des Hebers umgeben, einerlei Stand haben. Zur Erleichterung des Füllens des Hebers oder zur Beseitigung der Gefahr bei dem Ansaugen scharfer Flüssigkeiten hat man dem Heber verschiedene Formen gegeben (Giftheber.)

Von dem Heronsballe als Windkessel macht man bei Pumpwerken, z. B. bei der Feuerspritze und bei andern Wasserhebmaschinen, Gebrauch, um dem herausgetriebenen Wasserstrahle eine größere Steigkraft zu verleihen und ihn andauernd zu machen, d. h. die absatzweise Wirkung der Maschine auszugleichen. Man treibt zu diesem Zwecke das Wasser vorerst in den Windkessel, verdichtet dadurch die in diesem vorhandene Luft, welche sodann nach Maßgabe ihrer gesteigerten Expansivkraft auf das Wasser drückt, und selbes durch das Steigrohr hinaustreibt. Die Einrichtung einer Druck- wie auch einer Saugpumpe zum Wasserheben und ihre Wirkung hat eine große Aehnlichkeit mit jener einer Ventilluftpumpe. Eine Wasserpumpe besteht gleichfalls aus einem mit einem Kolben versehenen verticalen Stiefel, an dessen Boden ein sich einwärts öffnendes Ventil angebracht ist; ein zweites nach außen sich öffnendes Ventil befindet sich bei der Druckpumpe seitwärts am Boden des Stiefels, bei den Hebepumpen im Kolben. Ist der Stiefel nicht unmittelbar mit dem zu hebenden Wasser umgeben, so lauft er unter dem einwärts sich öffnenden Ventil in eine Röhre aus (Saugrohr), welche in das Wasser hinabreicht; damit jedoch das Wasser in dem Saugrohre durch das Auf- und Niedergehen des Kolbens bis über das erwähnte Ventil gehoben werden und in den Stiefel gelangen könne, muß der Abstand der Wasserfläche von diesem Ventil kleiner seyn als die Höhe der Wassersäule, deren Druck dem atmosphärischen Drucke gleich kommt. Den Heronsbrunn hat man unter andern zur Einrichtung von Oellampen benützt, und dabei zur Erzielung eines constanten Druckes das Princip der Mariotte'schen Flasche in Anwendung gebracht.

207. Gleichgewicht gemengter Gase. Wenn sich heterogene Gase, welche auf einander nicht chemisch einwirken, zugleich in

einem Raume befinden, so mengen sie sich gleichförmig mit einander, und jedes Gas behauptet dabei die Spannkraft, welche es haben würde, wenn es allein in diesem Raume vorhanden wäre; die Spannkraft des Gemenges ist nämlich, wie die Erfahrung lehrt, die Summe der so betrachteten Spannkräfte der Gemengtheile, und läßt sich aus ihren Quantitäten, specifischen Expansivkräften, aus der Temperatur und der Größe des Raumes nach dem Mariotte'schen Gesetze berechnen. Dieser Erfahrungssatz selbst (das Dalton'sche Gesetz) kann gewisser Maßen auf das Mariotte'sche Gesetz zurückgeführt werden. Es seyen E, F die Spannkräfte zweier Gase, wenn jedes derselben für sich allein in dem Raume V enthalten wäre. Man denke sich nun beide Gase zugleich in diesen Raum gebracht und durch eine vollkommen bewegliche Scheidewand von einander getrennt, so werden sie sich so anordnen, daß diese Wand von beiden Seiten einerlei Druck erfährt. Es sey K die in solchergestalt eintretendem Gleichgewichte der Gase statt findende gemeinschaftliche Spannkraft, und U, W seyen die Rauminhalte der Gase, so ist, wenn die Gewichte der Gase außer Acht gelassen werden dürfen, nach dem Mariotte'schen Gesetze

$$E : K = U : V \quad \text{und} \quad F : K = W : V,$$

folglich $E = \frac{KU}{V}$ und $F = \frac{KW}{V}$, mithin $E + F = \frac{K(U+W)}{V}$.

Aber es ist $U + W = V$, folglich ist auch $E + F = K$. Dieselbe Folgerung bleibt, wenn man sich vorstellt, jedes der beiden Gase sey in mehrere durch vollkommen bewegliche Scheidewände getrennte Theile des Volums V in beliebiger Ordnung vertheilt, und es kann diese Folgerung sogar auf den Fall ausgedehnt werden, wenn die Theile der Gase äußerst klein und zwischen denselben keine Scheidewände vorhanden, d. h. wenn die Gase mit einander gemengt sind, wofern nur die heterogenen Gastheilchen sich indifferent gegen einander verhalten. Da nun der Erfahrung zu Folge, wenn heterogene Gase einen Raum gemeinschaftlich erfüllen, ihre auf diesen Raum bezogenen Spannkräfte sich eben so addiren, wie die Spannkräfte homogener Gasmengen, vorausgesetzt, daß die Verdichtung letzterer bei dem Zusammenbringen derselben in einerlei Raum die Grenze der Giltigkeit des Mariotte'schen Gesetzes nicht überschreitet; da ferner diese Addition der Spannkräfte selbst dann statt findet, wenn Gase mit einander gemengt sind, zwischen deren Theilchen eine energische chemische Verwandtschaft besteht (z. B. Sauerstoff und Wasserstoff, welche sich durch eine geringfügige Veranlassung wirklich verbinden und sogar ein nicht permanentes Product liefern): so ist man zu dem Schlusse berechtiget, daß die chemische Verwandtschaft der Gastheilchen nicht mit merklicher Stärke in jene Entfernung reicht, welche den Intervallen zwischen diesen Theilchen bei der bloßen Nebeneinanderlagerung der Gase entspricht, weßwegen ihre Repulsivkräfte sich unabhängig von der materiellen Beziehung der Theilchen zu einander äußern können. Dieses Ergebniß stimmt sehr gut mit der in 31 ausgesprochenen Hypothese, daß die Molecularabstoßung der materiellen Partikel eine bloße Folge der Repul-

sion der an denselben haftenden Wärmeatmosphären sey, sobald man noch die offenbar zulässige Annahme hinzufügt, daß in der Gasform die Molecularanziehung der Partikel im Vergleiche mit der aus so eben genannter Quelle entspringenden bei weitem größeren Abstoßung ganz in den Hintergrund trete. Sonach würde die Aeußerung der Expansivkraft eines Gases oder Gasgemenges sich bloß nach dem Grade der Anhäufung der Wärmeatmosphären in einem gegebenen Raume richten, welches auch sonst die materielle Beschaffenheit der Theilchen des Gases seyn mag. Anders aber muß sich die Sache verhalten, wenn diese Theilchen einander so nahe rücken, daß die Anziehung derselben merklich zu werden beginnt, oder wenn die Anordnung der Atome, aus welchen diese Theilchen gebildet sind, geändert wird, d. h. wenn das Mariotte'sche Gesetz nicht mehr zulässig ist, oder gar mit der chemischen Beschaffenheit der Gase eine Aenderung vor sich geht.

Stehen zwei Gase mit einander in Berührung, so ist jedes derselben gegen das andere als ein mechanisches Hinderniß zu betrachten, welches den Eintritt der Theilchen des einen in die Zwischenräume der Theilchen des andern erschwert. So lange die gleichartigen Gastheile beisammen sind, verhält sich das umgebende Gas gegen den Inbegriff derselben wie gegen jeden andern Körper; daher steigt eine Gasmasse in einem specifisch schwereren Gase in die Höhe und sinkt in einem leichtern Gase zu Boden (Hydrogengas und Kohlensäure in atmosphärischer Luft). Alsbald aber dringen die Theilchen des einen Gases in Folge der Expansivkraft zwischen die Theilchen des andern ein, da die Intervalle zwischen den Theilchen eines Gases rücksichtlich der Theilchen des andern als leere Räume zu betrachten sind, und die Gase mengen sich gleichmäßig. Dieß geschieht selbst wenn ein leichteres Gas über einem schwerern liegt und beide nur durch einen engen Kanal mit einander in Verbindung stehen (Hydrogengas über Kohlensäure) Aus demselben Grunde ersetzt sich, wenn der Sauerstoffgehalt eines Theiles der atmosphärischen Luft durch Athmen oder Verbrennen verringert, also das Mengungsverhältniß des Sauerstoffes und Stickstoffes gestört wird, sogleich wieder das consumirte Sauerstoffgas aus der umgebenden Luft.

208. **Gleichgewicht absorbirter Gase.** Wenn ein Gas mit einem tropfbaren oder porösen festen Körper in Berührung steht, so dringt nicht bloß eine gewisse Menge des Gases in die Zwischenräume des genannten Körpers ein, sondern es äußert sich eine von der materiellen Beschaffenheit beider Stoffe abhängende Anziehung zwischen ihren Theilchen, in Folge deren das Gas von dem tropfbaren oder festen Körper eingesogen oder absorbirt wird. Es verhält sich nämlich das Gas unter dem Einflusse des absorbirenden Körpers gerade so, als wäre es auf eine geringere specifische Expansivkraft herabgesetzt; deßhalb kann es bei seiner früheren Dichte dem Drucke des außerhalb dieses Körpers befindlichen Gases nicht mehr das Gleichgewicht halten, sondern es muß sich in den Zwischenräumen des Körpers so lange verdichten, bis seine Expansivkraft der Expansivkraft des äußeren Gases gleich geworden ist. Mit dieser besonderen Rücksicht sind die Gesetze

des Gleichgewichtes des absorbirten Gases mit dem freien genau dieselben, nach welchen sich das Gleichgewicht der Theile eines freien Gases richtet. Wird also die Dichte des freien Gases und damit zugleich sein Druck vermehrt, so wird ein proportionaler Theil dieses Gases absorbirt. Man kann daher sagen, unter übrigens gleichen Umständen bleibe das Volum des absorbirten Gases, auf die Dichte des freien reducirt, bei allen Abstufungen dieser Dichte stets dasselbe. Befindet sich ein Körper, welcher absorbirtes Gas enthält, in einem engen geschlossenen Raume, so enthält der Theil des Raumes außerhalb des Körpers Gas von gleicher Spannkraft mit dem absorbirten. Wird nun die Temperatur des ganzen Raumes erhöht oder erniedriget, so geht mit der Anordnung des Gases keine Aenderung vor sich, denn die Spannkräfte des äußeren und inneren Gases nehmen in einerlei Verhältniß zu oder ab. Wird aber die Temperatur des absorbirenden Körpers allein erhöht, so muß Gas aus demselben entweichen, deßgleichen wenn der äußere Druck vermindert wird; unter den entgegengesetzten Umständen nimmt die Fähigkeit zu absorbiren zu. Gemengte Gase werden so absorbirt, als ob jeder Gemengtheil mit der Dichte, die er im Gemenge hat, für sich allein vorhanden wäre. Um die Absorptionsfähigkeit eines bestimmten Körpers für ein bestimmtes Gas auf eine sichere und faßliche Weise auszudrücken, gibt man das Verhältniß der absorbirten Gasmenge zu der Menge des freien Gases an, welche bei ungestörter Dichte in dem Volum des absorbirenden Körpers Platz findet. Heißt erstere Menge q, letztere Q, so ist $x = \frac{q}{Q}$ der Absorptionscoefficient. Es sey V das Volum des absorbirenden Körpers, D die Dichte des freien Gases, d die Dichte des absorbirten, in so fern dieses für sich allein unter dem Volum V gedacht wird, so ist $Q = VD$, $q = Vd$, mithin $x = \frac{d}{D}$. Beziehen sich D', d', x' auf ein anderes Gas, so ist $x' = \frac{d'}{D'}$. Von dem Gemenge beider Gase, dessen Dichte $= D + D'$ ist, wird das Quantum $Vd + Vd'$ absorbirt. Nennen wir den Absorptionscoefficienten für dieses Gemenge X, so ist

$$X = \frac{d + d'}{D + D'} = \frac{Dx + D'x'}{D + D'},$$

wornach sich derselbe aus den Dichten und Absorptionscoefficienten der Gemengtheile berechnen läßt.

Unter den festen Körpern ist lockere Kohle, vornehmlich Buchsbaumkohle, durch ihr Absorptionsvermögen ausgezeichnet, zumal, wenn sie in trocknem und luftleerem Zustande angewendet wird, in welchen man sie durch Ausglühen versetzt. Der Absorptionscoefficient dieser Kohle ist für Kohlensäure $= 35$, für Sauerstoffgas $= 9{,}25$, für Stickgas $= 7{,}5$. Der Absorptionscoefficient des Wassers ist für Kohlensäure $= 1{,}06$, für Sauerstoffgas $= 0{,}065$, für Stickgas $= 0{,}042$, mithin für atmosphärische Luft $= 0{,}0474$. Auf den Gesetzen des Gleichgewichtes absorbirter Gase beruht das Erscheinen von Luftblasen in Wasser, wenn man es erwärmt oder die Luft über selbem verdünnt; das Mousiren der Weine,

des Bieres in Folge der bei dem Gährungsprozesse absorbirten Kohlensäure, besonders wenn man die Gährung in verschlossenen Gefäßen vor sich gehen läßt; das Schäumen der kohlensäurehältigen Mineralwässer u. dgl. Durch Compression und Kälte läßt sich Wasser mit einer bedeutenden Menge Kohlensäure imprägniren (künstliche Mineralwässer). Die Absorption der Luft durch das Quecksilber ist es, wodurch selbst gut ausgekochte Barometer nach längerer Zeit doch Spuren von Luft im oberen Raume zeigen. Auf die Gesetze der Absorption gründet sich auch die merkwürdige Erscheinung des Ueberführens von Kohlensäure in eine geschlossene, schlappe, etwas atmosphärische Luft enthaltende Blase, wenn sie im feuchten Zustande von Kohlensäure umgeben ist. Die äußere Wasserschichte absorbirt nämlich die Kohlensaure und läßt sie im Innern der Blase wieder frei, wodurch diese nach etwa 12 Stunden ganz mit kohlensaurem Gas gefüllt erscheint. Gase, welche durch eine poröse Wand von einander getrennt sind, beobachten bezüglich ihres gegenseitigen Durchströmens (Diffusion) eigene Gesetze, in deren Auseinandersetzung wir uns jedoch hier nicht einlassen können.

209. **Luftströmungen.** Wenn Druck und Gegendruck an irgend einer Stelle einer Luftmasse ungleich sind, so entsteht eine Bewegung der Lufttheile gegen die Seite des schwächeren Druckes hin. Wirkt die das Gleichgewicht störende Ursache eine gewisse Zeit hindurch in demselben Sinne, so entsteht eine progressive Bewegung der Luft oder eine sogenannte Luftströmung. Solche Ursachen sind Bewegung eines Körpers in der Luft, der eine Luftmasse vor sich hertreibt und hinter sich einen leeren Raum erzeugt, oder Zusammendrückung der Luft, meistens aber ist es die Aenderung der Temperatur einzelner Theile einer Luftmasse, welche Luftströmungen erzeugt. Es wird nämlich dadurch die Expansivkraft des betreffenden Theiles der Luft geändert, was zunächst eine Aenderung der Dichte oder des specifischen Gewichtes der Luft zur Folge hat, indem wärmer gewordene Luft ihres stärkeren Druckes wegen im Kampfe mit der umgebenden Luft sich ausdehnt, kälter gewordene von der umgebenden auf ein kleineres Volum zusammengedrückt wird. Die specifisch leichtere Luft wird in die Höhe getrieben, die kältere sinkt, und die benachbarte Luft strömt in den Raum ein, den erstere verlassen hat. So entsteht der Luftzug in den Schornsteinen, über jedem Feuer, in Zimmern bei dem Oeffnen der Fenster und Thüren; und denselben Grund haben die Luftströmungen im Großen, die Winde, sowohl die unregelmäßigen, als auch diejenigen, welche in Hinsicht auf Richtung und Dauer ein Gesetz befolgen.

Der Einfluß der ungleichen Erwärmung der Luft auf deren Bewegung zeigt sich am deutlichsten in dem periodischen Wechsel der Windesrichtung an den Meeresküsten, und überhaupt an den Ufern ausgebreiteter Gewässer (Land- und Seewinde). Da das feste Land sich im Sonnenlichte täglich rascher erwärmt als das Wasser, und des Nachts auch rascher abkühlt, so ist bei Tage die Luft über dem Lande, bei Nacht jene über dem Wasser die wärmere und steigt in die Höhe, während die kältere Luft seitwärts zuströmt. Es weht daher in der Regel am Tage der Wind von dem Wasser gegen das Land und erhält in der Nacht die umgekehrte Richtung.

Durchläuft eine Luftströmung eine größere Strecke in einem Sinne senkrecht gegen den Erdäquator, so gelangt sie in Parallelkreise, in welchen die Erdfläche in Folge der Axendrehung der Erde eine andere Geschwindigkeit hat. Da nun die Luft ihrer Trägheit gemäß die frühere Geschwindigkeit beizubehalten sucht, so wird sie nicht sogleich die veränderte Geschwindigkeit der Erdfläche annehmen, sondern, je nachdem sie sich gegen den Aequator hin, oder von demselben hinweg bewegt, im ersten Falle gegen die Erdfläche, über welche sie gelangt, zurückbleiben, im letzteren derselben voraneilen. Das Zurückbleiben der Luft in Bezug auf die im Sinne von West gegen Ost rotirende Erdfläche gilt einer Strömung der Luft von Ost gegen West gleich, denn es handelt sich hier lediglich um die relative Bewegung; daher die Regel: Winde, welche auf der nördlichen Halbkugel der Erde als Nordwinde entstehen (man benennt die Winde nach der Gegend, von welcher sie herkommen), nehmen bei ihrem Vordringen gegen Süden immer mehr die Richtung von Ost gegen West an. Schiebt sich also eine große Luftmasse auf der nördlichen Halbkugel von Norden gegen Süden, so wird in jedem von der Luftströmung getroffenen Parallelkreise der Wind als Nordwind beginnen, und sodann immer mehr als Ostwind auftreten. Ein Gleiches gilt für die südliche Erdhälfte rücksichtlich der Luftströmungen gegen Norden. Wechselt aber die vorausgesetzte Polarströmung mit einer vom Aequator kommenden, so geht dieselbe allmälig in eine westliche über. Die Erwärmung der Erdfläche zwischen den Wendekreisen (in der heißen Zone) durch die daselbst mehr senkrecht auffallenden Sonnenstrahlen erzeugt ein Aufsteigen der erwärmten Luft in dem Parallelkreise, über welchem sich gerade die Sonne befindet und ein Zuströmen der Luft von beiden Seiten dieses Parallelkreises. Hiernach erklärt sich die beständige östliche Windesrichtung zwischen den Wendekreisen und der Wechsel des Nordost- mit dem Südostwinde nach dem Stande der Sonne gegen den Parallelkreis des Beobachtungsortes (Passatwinde). Die Region des Nordost- und Südostpassates sind von einander durch die Region der Windstille (Calmen) geschieden. Der aufsteigende Strom der erwärmten Luft muß oben seitwärts abfließen, daher bedingt eine polare Luftströmung an der Erdfläche nothwendig eine äquatoriale in der Höhe, welche, indem sie gegen die Pole fortschreitet, sich abwärts senkt. Die gemäßigte Zone, in welcher wir uns befinden, ist sonach der Schauplatz des Kampfes zweier entgegengesetzten einander abwechselnd verdrängenden Luftströme. Aus dem Einflusse der Rotation der Erde auf die scheinbare Richtung einer wirklichen Luftströmung von Nord gegen Süd und umgekehrt folgt, daß sich die Windesrichtung in der Regel im Sinne Ost, Süd, West, Nord ändern müsse, und diese Aenderung daher auch häufiger eintrete, als die entgegengesetzte, was durch die Erfahrung bestätiget wird. Es ist dieß das von Dove erkannte Drehungsgesetz des Windes, als dessen einfachster Fall der Wechsel der Passatwinde erscheint.

Wird die Luftmasse in der Atmosphäre über einem Orte vermehrt, so steigt, wird sie vermindert, so sinkt das Quecksilber im Barometer.

Hiernach läßt sich der Einfluß der Temperatur und Strömung der Luft auf die Schwankungen des Barometerstandes ermessen. Erwärmt sich die Luftsäule über einem Orte, wodurch sie sich ausdehnt und genöthiget wird oben seitwärts abzufließen, so zeigt das Barometer an diesem Orte einen niedrigeren, an den benachbarten Orten einen höheren Stand; bei Abnahme der Temperatur der Luft findet das Entgegengesetzte statt. Wird der kältere nördliche Luftstrom durch den wärmeren südlichen verdrängt, so sinkt das Barometer; im umgekehrten Falle hebt es sich. Daher die tägliche und jährliche Periode in den Variationen des Barometerstandes und ihr inniger Zusammenhang mit dem periodischen Gange der Wärme auf der Erdfläche, welchen mit Rücksicht auf örtliche Verhältnisse und Störungen zu entwickeln einer der wichtigsten Gegenstände der Meteorologie ist.

Statik der Dünste.

210. **Verdünstung und deren Ursache.** Es ist Thatsache, daß alle tropfbare Körper, viele bei jeder Temperatur, in welcher sie ihren flüssigen Zustand noch beibehalten können, andere bei nicht zu niedriger Temperatur, ja selbst manche feste Stoffe, an ihrer Oberfläche, sobald kein äußeres Hinderniß dagegen obwaltet, in den ausdehnsamen Zustand übergehen. Man sagt dann sie verdünsten und nennt den so entstandenen ausdehnsamen Körper Dunst. Der Grund der Dunstbildung liegt in der überwiegenden Abstoßung zwischen den einander nächsten Partikeln des verdünstenden Körpers, welche wohl im Innern des Körpers durch die von der Umgebung jedes einzelnen Theilchens ausgehenden Gegenkräfte bekämpft werden kann, an der Oberfläche aber entschieden hervortritt. Die äußerste Schichte der Theilchen des Körpers wird sonach von den tieferen Schichten abgestoßen (178), und entweicht, wenn kein Hinderniß entgegen steht, als Dunst. Ein solches Hinderniß ist vornehmlich der Druck bereits gebildeter Dünste, daher die Verdünstung in verschlossenen Gefäßen aufhört, sobald der Raum über dem verdünstenden Körper bis zu einem gewissen Grade mit Dunst angefüllt ist. Selbst die Anwesenheit eines fremdartigen Körpers, z. B. der atmosphärischen Luft, erschwert die Verdünstung, weßwegen dieselbe in dünnerer Luft leichter vor sich geht, als in dichterer. Man sagt von tropfbaren oder festen Stoffen, welche eine besondere Neigung zur Verdünstung zeigen, sie seyen flüchtig; bei denselben ist also die Repulsion ihrer Theilchen im Vergleiche mit der Anziehung sehr stark. Die Abstoßung der Partikel der Körper wird durch Steigerung des Wärmegrades erhöht, daher befördert Erwärmung die Verdünstung und Kälte schwächt sie. Steigt die Temperatur einer tropfbaren Flüssigkeit bis zu einem gewissen Grade, so wächst die Abstoßung der Partikel dergestalt, daß die Umwandlung des tropfbaren Körpers in einen ausdehnsamen nicht bloß an seiner Oberfläche, sondern auch im Innern erfolgt, was sich durch eine wallende Bewegung der tropfbaren Flüssigkeit kund gibt; in diesem Falle sagt man der tropfbare Körper siede oder verdampfe, und nennt den aus

ihm sich entwickelnden ausdehnsamen Körper Dampf. Die Verdampfung unterscheidet sich sonach von der Verdünstung nur dadurch, daß bei letzterer die Bildung des ausdehnsamen Körpers auf die Oberfläche eingeschränkt ist, was in vielen Fällen lediglich von dem Verhältnisse der Temperatur zum äußeren Drucke abhängt. Wird nämlich der Luftdruck verringert, so kann eine tropfbare Flüssigkeit schon dadurch in das Sieden gerathen. In solchen Fällen trägt also der äußere Luftdruck zur Bekämpfung der Repulsion der Partikel des Körpers und zur Erhaltung seiner tropfbaren Form wesentlich bei. Die Wärme ist nicht bloß ein Förderungsmittel, sondern eine nothwendige Bedingung der Dunst- und Dampfbildung, denn durch den Uebergang eines Theiles eines tropfbaren Körpers in die ausdehnsame Form wird dem andern Theile Wärme entzogen und diese gebunden (35); es kann diese Entziehung der Wärme die Temperatur des tropfbaren Theiles so herabsetzen, daß nicht nur die Verdünstung bedeutend geschwächt wird, sondern es kann dadurch sogar ein Festwerden (Gefrieren) desselben zu Stande kommen.

Zur Erläuterung der oben ausgesprochenen Sätze mögen folgende Erscheinungen dienen: Wasser in offenen Gefäßen sich selbst überlassen vermindert sich; nasse Gegenstände trocknen in freier Luft. Hier findet Verdünstung statt, und diese wird durch das Entweichen oder Wegführen der bereits gebildeten Dünste befördert. Auch Quecksilber verdünstet; in dem leeren Raume eines Barometers sammelt sich an der inneren Wand des Rohres Quecksilber in feinen daran hängenden Tröpfchen, welche offenbar durch Verdichten des aus dem Quecksilber entwickelten Dunstes entstanden sind. Ein Goldstreifen über Quecksilber in einer Flasche aufgehängt, ohne dieses selbst zu berühren, wird bald von dem Quecksilber angegriffen, zum Beweise der vor sich gegangenen Verdunstung: doch findet dieß bei niedriger Temperatur (etwa 6° R. oder mehr unter dem Eispuncte) auch nach langer Zeit nicht statt; bei dieser ist also das Quecksilber fix. In starken wohl verschlossenen Gefäßen, z. B. in dem Papin'schen Topfe oder Digestor, kann Wasser bedeutend über 80° R. erhitzt werden, was in offenen Gefäßen nicht möglich ist, weil in diesen alle dem Wasser zugeführte Wärme zur Dampfbildung verwendet wird, während in geschlossenen der Druck des bereits gebildeten Dampfes auf das Wasser dasselbe nöthiget seine tropfbare Form beizubehalten. Die Beförderung des Siedens durch Verminderung des Luftdruckes zeigen Versuche unter dem Recipienten der Luftpumpe; warmes, jedoch nicht siedend heißes Wasser geräth bei Verdünnung der Luft bald in lebhaftes Sieden, ja selbst Wasser von gewöhnlicher Luftwärme thut dieses, wenn nur die Verdünnung der Luft rasch vor sich geht. In dem sogenannten Wasserhammer, einem theilweise mit Wasser gefüllten luftleeren Glasrohre (das Luftleermachen geschieht, indem man das Wasser zum Sieden bringt und, nachdem die Dämpfe die Luft vertrieben haben, das Rohr verschließt) kann das Wasser durch die bloße Wärme der Hand zum Sieden gebracht werden. Ob das Rohr gehörig luftleer sey, erkennt man an dem Schlage des Wassers gegen den Boden des Rohres bei dem Schütteln, weil hier das Wasser durch den Luftwiderstand nicht getheilt wird, sondern in Masse im Rohre abwärts fällt; daher die Benennung dieses Gerathes. Läßt man Wasser in einer Phiole sieden, verschließt dieselbe sobald die Luft daraus vertrieben worden ist, mit

einem in den Hals gut passenden, mit Siegellack überzogenen Korke, wendet die Phiole um und kühlt den leeren Theil des Gefäßes mit Wasser ab, so geräth dieses wegen Verminderung des darauf lastenden Druckes in Folge der Verdichtung der darüber befindlichen Wasserdünste bald in die wallende Bewegung des Siedens. Die Abkühlung verdünstender Flüssigkeiten in Folge der bei der Dunstbildung gebundenen Wärme zeigt sich an der Kühlung, die man empfindet, wenn man die Hand benetzt und einem Luftzuge aussetzt; daher auch die bedeutende Kälte nach dem Herausgehen aus dem Wasser bei dem Baden im Freien, weil hier der ganzen Oberfläche des Körpers durch die Verdünstung des Wassers Wärme entzogen wird. Hieher gehört auch die Abkühlung der Luft nach einem Regen, die Wirkung des Besprengens des Bodens mit Wasser an heißen Tagen, der Nutzen der Gefäße aus porösem Thon zur Abkühlung des Getränkes u. dgl. Man sieht hieraus auch, daß die Transspiration die Wirkung der Wärme auf unseren Organismus mäßiget, und wie es dadurch möglich wird eine selbst große Hitze zu ertragen. Am auffallendsten ist die Abkühlung in Folge der Verdünstung an flüchtigen tropfbaren Körpern als Schwefeläther, schwefelige Säure u. dgl. Benetzt man die mit einem dünnen Zeuge umwickelte Kugel eines Thermometers mit Schwefeläther, so fällt die Temperatur rasch unter 0°; bedient man sich hiezu der schwefligen Säure, so kann man sehr bedeutende Kältegrade hervorbringen. Unter dem Recipienten der Luftpumpe bringt man durch das rasche Verdünsten des Schwefeläthers in verdünnter Luft leicht Wasser zum Gefrieren, mit schwefliger Säure gelingt es auf diesem Wege sogar Quecksilber gefrieren zu machen. Da tropfbare schwefelige Saure bei — 8° R. schon siedet, so ist es nur der bei dem Verdünsten entstehenden Abkühlung zuzuschreiben, daß sie sich in einem offenen Gefäße bei der gewöhnlichen Lufttemperatur nicht augenblicklich verflüchtiget. In dem Kryophor bringt man leicht Wasser durch sein eigenes Verdünsten zum Gefrieren. Es besteht diese Vorrichtung aus einer langen Glasröhre, an deren Enden Kugeln angeblasen sind; das Ganze ist geschlossen und luftleer, und enthält so viel Wasser, daß eine der Kugeln damit zur Hälfte gefüllt ist. Bringt man die leere Kugel in eine erkältende Mischung (Schnee oder verkleinertes Eis mit einem gleichen Gewichte Kochsalz bestreut gibt — 14° R.), so gefriert das Wasser in der andern in freier Luft befindlichen Kugel, denn die Dünste werden in der kalt gehaltenen Kugel rasch condensirt, und das Wasser kann sonach, weil nun kein merklicher Luft- und Dunstdruck auf demselben lastet, sehr schnell verdünsten, wobei es sich bis zum Gefrieren abkühlt. Setzt man eine flache Schale mit Wasser und eine zweite etwas größere mit concentrirter Schwefelsäure unter den Recipienten einer guten Luftpumpe, und verdünnt die Luft, so geräth das Wasser anfänglich in das Sieden, endlich aber gefriert es. Hier saugt die Schwefelsäure ihrer großen Verwandtschaft zum Wasser gemäß die gebildeten Wasserdünste rasch ein und unterstützt so die Wirkung der Luftpumpe in Wegschaffung der Dünste mächtig; das Wasser kann daher sehr rasch verdünsten, was aber auf Kosten seiner eigenen Wärme geschieht, und es zum Gefrieren bringt.

211. Spannkraft der Dünste. Die Dünste, welche sich aus einem tropfbaren Körper entwickeln, besitzen bei ihrem Entstehen eine gewisse von ihrer Temperatur und materiellen Beschaffenheit abhängende Expansivkraft, die sich durch das Vermögen äußert, einer Quecksilbersäule von gewisser Höhe das Gleichgewicht zu halten, und einerlei

Größe besitzt, die Dünste mögen sich im leeren oder mit irgend einem Gase erfüllten Raume bilden. Zur Kenntniß dieser Eigenschaft der Dünste führen folgende Beobachtungen: 1) Man lasse in eine mit wohl ausgekochtem Quecksilber gefüllte Torricelli'sche Röhre einige Tropfen Wasser aufsteigen. Sobald diese in dem oberen luftleeren Raume ankommen, entstehen Wasserdünste, und zugleich zeigt sich, wenn man nicht zu wenig Wasser genommen hat, über dem Quecksilber eine geringe Schichte dieser Flüssigkeit. In Folge des Druckes der Dünste sinkt das Quecksilber in der Röhre um einen gewissen Betrag, den man durch Vergleichung des Quecksilberstandes mit jenem in einem guten Barometer erfährt, wobei man auf die geringe Wasserschichte über dem Quecksilber die gehörige Rücksicht zu nehmen hat. Die Differenz zwischen der Quecksilberhöhe in der mit dem Wasserdunste versehenen Torricelli'schen Röhre und dem Barometerstande ist das Maß der Spannkraft des Dunstes. Senkt man, um den Raum, den der Wasserdunst einnimmt, zu beschränken, die Röhre tiefer in das zur Absperrung angewendete Quecksilber, so wird die Spannkraft des Dunstes dadurch nicht vergrößert, sondern es geht eine gewisse Menge Dunst in Wasser über; zieht man die Röhre weiter aus dem Quecksilber heraus, so wird mehr Wasser in Dunst verwandelt, aber die Spannkraft des Dunstes bleibt, so lange sich die Temperatur nicht ändert und nicht alles Wasser in Dunst übergegangen ist, stets dieselbe. Steigt aber die Temperatur, so wächst die Spannkraft des Dunstes, und sinkt sie, so nimmt diese Spannkraft ab. Man bringt dem Dunste verschiedene Temperaturen leicht dadurch bei, daß man die Torricelli'sche Röhre mit einem weiteren Gefäße umgibt, durch dessen Boden diese Röhre luftdicht geht; das Gefäß wird mit Wasser von dem verlangten Wärmegrade gefüllt. So findet man, daß die Spannkraft des Wasserdunstes bei 0° R. dem Drucke einer Quecksilbersäule von 2,3 Wiener Linien Höhe, bei 10° R. von 5 Lin., bei 20° von $10^1/_2$ Lin., bei 40° R. von $40^1/_2$ Linien äquivalent ist u. s. w. Nimmt man Weingeist statt Wasser, so zeigt sich die Spannkraft des Dunstes stets größer; nimmt man Schwefeläther, so erscheint sie bei weitem größer. So ist z. B. bei 20° R. die Spannkraft des Alkoholdunstes = 2 W. Zoll 2 Lin.; jene des Aetherdunstes = 16 W. Zoll. Sehr gering ist dagegen die Expansivkraft des Quecksilberdunstes; sie ist bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen ganz unmerklich wäre sie es nicht, so gäbe die Quecksilbersäule im Barometer den Luftdruck zu gering an, und es müßte deßhalb bei der Beobachtung des Barometerstandes eine Correction angebracht werden. Selbst bei der Temperatur von 80° R. steht die Expansivkraft des Quecksilberdunstes noch unter $^2/_{10}$ einer Wiener Linie. 2) Wenn eine tropfbare Flüssigkeit zum Sieden gebracht wird, so beginnt die Spannkraft ihres Dunstes eben den auf der Flüssigkeit lastenden Druck zu überwinden, und kann diesem Drucke gleich gesetzt werden. Dieß gibt ein leichtes Mittel an die Hand, die Temperatur zu finden, bei welcher die Spannkraft des Dunstes einer Flüssigkeit die Größe des atmosphärischen Druckes hat; es ist zu diesem Behufe nur die Temperatur

der Oberfläche der in einem offenen Gefäße siedenden Flüssigkeit zu messen, und es kann dieses Mittel, wenn man die Luftpumpe zu Hilfe nimmt, deren Queckſilberprobe den unter dem Recipienten herrschenden Druck anzeigt, auch auf niedrigere Temperaturen ausgedehnt werden. Je niedriger der Siedepunct einer Flüssigkeit steht, desto flüchtiger ist sie, und desto größer ist bei gleicher Temperatur die Expansivkraft ihres Dunstes. 3) Zur Bestimmung der Expansivkraft des Dunstes für Temperaturen, welche den Siedepunct einer Flüssigkeit überschreiten, ist aus dem so eben ausgesprochenen Grunde die Torricelli'sche Röhre nicht anwendbar. In solchen Fällen läßt man entweder von dem Gefäße, in welchem sich die verdünstende Flüssigkeit befindet, ein dem Heberbarometer ähnliches, jedoch oben offenes Rohr ausgehen, und mißt die Höhe der Queckſilbersäule, den Barometerstand mit hinzu gerechnet, welche in diesem Rohre durch den Druck des Dampfes getragen wird, oder man bestimmt das Gewicht, dessen Druck auf ein am Gefäße befindliches Ventil dem Druck des Dampfes äquivalent ist, und berechnet darnach den Druck, welcher der Flächeneinheit entspricht. So hat man die Spannkraft des Wasserdampfes für hohe Temperaturen ausgemittelt. 4) Die Spannkraft des Dunstes einer tropfbaren Flüssigkeit bei niedrigen Temperaturen erfährt man mit Hilfe einer Torricelli'schen Röhre, deren oberer Theil, worin sich der Dunst befindet, seitwärts gebogen ist, und um dem Dunste eine beliebig niedrige Temperatur beizubringen, in ein Gefäß, welches eine erkältende Mischung enthält, hineingeht. Da das Gleichgewicht des Dunstes in dem oberen Raume des Barometerrohres nicht bestehen kann, wenn der Dunst nicht an allen Puncten gleiche Spannkraft hat, und die Spannkraft des Dunstes abnimmt, wenn die Temperatur sinkt, so ist klar, daß die Spannkraft der gesammten Dunstmasse diejenige seyn werde, welche der niedrigsten an der Begrenzung des den Dunst einschließenden Raumes obwaltenden Temperatur entspricht. 5) Die Erfahrung lehrt, daß bei der Verdünstung einer Flüssigkeit in einem geschlossenen Raume, worin atmosphärische Luft oder ein anderes Gas vorhanden ist, die Spannkraft, welche der Dunst bei der herrschenden Temperatur im leeren Raume haben würde, sich zu derjenigen, welche das Gas besitzt, addirt, mithin das in 207 entwickelte Gesetz selbst auf ein Gemenge von Gasen und Dünsten Anwendung erleidet. Befindet sich nämlich im oberen Raume einer Torricelli'schen Röhre trockne Luft unter dem Volum V (gemessen an einer Volumscale), mit der Expansivkraft E (gemessen durch die Differenz zwischen dem herrschenden Barometerstande und der Queckſilberhöhe in der Röhre), und läßt man eine geringe Menge Wasser oder eine andere tropfbare Flüssigkeit zu dieser Luftmasse gelangen, so nimmt die Queckſilberhöhe in dem Rohre ab; es sey V' das vergrößerte Volum und E' die Expansivkraft des Gemenges von Luft und Dunst, so ist die Spannkraft der Luft, auf das Volum V' bezogen, nach dem Mariotte'schen Gesetze in $\frac{EV}{V'}$ übergegangen, folglich zeigt die Differenz $E' - \frac{EV}{V'}$ denjenigen Theil der Ge-

sammtspannkraft des Gemenges an, welcher auf Rechnung des Dunstes kommt. Vergleicht man dieses Resultat mit der gleichzeitig beobachteten Spannkraft an einer bloß Dunst von derselben materiellen Beschaffenheit und Temperatur enthaltenden Torricelli'schen Röhre, so zeigt sich eine genaue Uebereinstimmung beider, wodurch obige Behauptung bewiesen ist. Man bedient sich zur bequemeren Anstellung solcher Versuche mit Vortheil eines einem Heberbarometer ähnlichen Apparates, welcher an seiner unteren Biegung mit einem Hahne zum Ablassen des Queckſilbers versehen ist. Durch Zugießen von Queckſilber in den offenen Arm und durch Ablassen des Ueberschusses kann man die Queckſilbersäule in dem offenen Arme so reguliren, daß die in dem andern Arme abgesperrte Luftmasse vor und nach der Beimengung des Dunstes einerlei Volum hat. Die Vergrößerung der Druckſäule im letzteren Falle gibt unmittelbar die Spannkraft des Dunstes in der Luft an, welche der bei gleicher Temperatur auf den leeren Raum sich beziehenden stets gleich gefunden wird. 6) Die Spannkraft, welche der Dunst in Berührung mit der zugehörigen tropfbaren Flüssigkeit zeigt, ist die größte Spannkraft, welche er bei derselben Temperatur erlangen kann, denn durch Verkleinerung des Volums einer solchen Dunstmasse wird deren Spannkraft nicht erhöht, sondern nur ein Theil derselben in tropfbare Flüssigkeit verwandelt. Es kann daher unter diesen Umständen auch die Dichte des Dunstes nicht zunehmen. Vergrößert man das Volum der Dunstmasse, so geht ein Quantum tropfbarer Flüssigkeit in Dunst über, und die Spannkraft, so wie auch die Dichte des Dunstes bleibt auf der früheren Größe. Nur wenn keine tropfbare Flüssigkeit vorhanden ist, welche neuen Dunst erzeugen könnte, nimmt die Dichte des Dunstes und in Folge dessen auch seine Spannkraft bei Vergrößerung seines Volums ab, und umgekehrt, so lange ein Dunstquantum noch nicht auf dem Maximum seiner Spannkraft steht, wird durch Verkleinerung seines Volums mit seiner Dichte auch die Spannkraft vergrößert. Es ist wahrscheinlich, daß die Dünste hiebei das Mariotte'sche Gesetz befolgen, wenigstens wenn sie ihrem Maximum der Dichte oder Spannkraft (ihrem Condensationspuncte) nicht zu nahe stehen, denn diejenigen Gase, welche durch Verdichtung tropfbarflüssig gemacht werden können, und vor ihrem Uebergange in die tropfbare Form diesem Gesetze gehorchen, unterscheiden sich ja von den Dünsten offenbar nur durch den tieferen Stand des Siedepunctes der entsprechenden tropfbaren Flüssigkeiten an der Thermometerscale, womit, bei gleicher Temperatur, eine größere Spannkraft verbunden, folglich zur Condensation ein in demselben Maße größerer Druck erforderlich ist. 7) Die Erfahrung lehrt, daß Wasserdampf, welcher sich bei einer gewissen Temperatur, z. B in einem Dampfkessel, gebildet hat, mithin das dieser Temperatur entsprechende Maximum seiner Dichte und Spannkraft besitzt, und hierauf ohne Wärme von außen erhalten oder Wärme an seine Umgebung abtreten zu können, sich ausdehnt, dabei eine niedrigere Temperatur und Spannung annimmt, aber genau diejenige Spannung zeigt, welche dieser Temperatur als Maxi-

mum entspricht. Diese Thatsache, wenn gleich bis jetzt nur bei dem Wasserdampfe und nur bei höheren Temperaturen desselben durch directe Versuche nachgewiesen, genügt zur Aufstellung des Satzes, daß Dunst oder Dampf im Maximum der Dichte und Spannkraft bei allen Temperaturen gleich viel Wärme enthalte, oder daß die Verdünstungswärme (35) von der Temperatur, bei welcher die Verdünstung vor sich geht, unabhängig sey. Aus diesem Grunde bringt bloße Verdichtung an sich, ohne Absatz der Wärme, keine Umwandlung der ausdehnsamen Form in die tropfbare zu Stande. (Vergl. 30. Anm.)

212. **Dichte und specifische Expansivkraft des Dunstes.** Zur Bestimmung der Dichte des Dunstes auf dem Wege der Erfahrung muß man nebst seiner Expansivkraft und Temperatur noch sein Volum und Gewicht kennen, was sich durch zweckmäßige Manipulation bewerkstelligen läßt. Bei zusammengesetzten Stoffen, deren Bestandtheile in ausdehnsamer Form betrachtet werden können, findet auch die in 202 angegebene theoretische Methode Anwendung. Volum und Gewicht des Dunstes erhält man durch eine der folgenden zwei Verfahrungsweisen: 1) Man wäge ein Glaskügelchen im leeren Zustande, fülle es mit dem Stoffe, welcher den Dunst liefern soll, schmelze es zu, suche die Gewichtszunahme, bringe es in einen mit Quecksilber gefüllten und abgesperrten engen Recipienten, ertheile demselben eine so hohe Temperatur, daß das Kügelchen durch die Ausdehnung seines Inhaltes zersprengt wird und dieser vollständig in Dunst übergeht, messe das Volum des Dunstes in dem Recipienten und beobachte zugleich den Druck, unter welchem der Dunst steht. 2) Man fülle ein abgewogenes Glasrohr mit dem zu verdünstenden Stoffe, bringe es auf eine Temperatur, welche hinreicht den Stoff in Dunst zu verwandeln, warte ab bis kein Dunst mehr aus dem Rohre entweicht, also der zurückbleibende Dunst die Spannung der äußeren Luft hat, schmelze das Rohr zu, wäge es wieder und lasse endlich eine tropfbare Flüssigkeit von bekannter Dichte, Wasser oder Quecksilber, in das Rohr eintreten, deren Gewicht das innere Volum des Rohres angibt. Bei dem einen wie bei dem andern Verfahren hat man alle Daten zur Angabe der Dichte des Dunstes bei einer bekannten Temperatur und Spannkraft. Aus den so eben genannten Größen läßt sich nach 196 auf die specifische Expansivkraft des Dunstes schließen.

Der Wasserdampf nimmt bei 80° R und 760 Millimeter Barometerhöhe ein 1700mal größeres Volum ein, als das Wasser, woraus er entstanden ist, bei 0° R. Da nun die atmosphärische Luft bei dem genannten Barometerstande und 0° R. 770mal, mithin bei 80° R., nach dem bekannten Ausdehnungsgesetze, $770\left(1+\frac{11}{30}\right)=1052$mal leichter ist als Wasser bei 0° R., so verhält sich bei 80° R. und 770 Millimeter Barometerstand die Dichte des Wasserdunstes zur Dichte der Luft wie

$$1052 : 1700 = 0{,}62 : 1,$$

und man kann sich erlauben, wenigstens annäherungsweise, dieses Verhältniß auch auf andere, der Luft und dem Wasserdunste gemeinschaftliche Temperaturen und Spannkräfte auszudehnen. Aus der Dichte

des Sauerstoffgases und Wasserstoffgases folgt unter der Annahme, daß sich bei der Wasserbildung 1 Vol. des ersteren und 2 Vol. des letzteren Gases zu 2 Vol. Wasserdampf von gleicher Temperatur und Expansivkraft verbinden, die Dichte des Wasserdunstes

$$= \frac{1}{2} \cdot 1{,}1057 + 0{,}0691 = 0{,}6219.$$

213. **Erscheinungen, welche von dem Dunstgehalte der Atmosphäre abhängen.** Da die atmosphärische Luft sowohl von dem Wasser, mit welchem sie in vielfacher Berührung steht, als auch von verschiedenen wasserhältigen Körpern ohne Unterlaß Wasserdunst empfängt, so enthält sie zu jeder Zeit eine gewisse Menge Wasser im expansiblen Zustande, jedoch nicht immer in dem bei der herrschenden Temperatur möglichen Maximum. Allein da dieses Maximum bei niedrigerer Temperatur geringer ist, als bei höherer, so kann der Dunstgehalt der Luft nicht bloß durch Hinzutreten neuen Wasserdunstes, sondern auch durch Erniedrigung der Temperatur das Maximum überschreiten. Sobald dieß geschieht, geht der Ueberschuß des der Luft beigemengten expansiblen Wassers an der Stelle, wo die Abkühlung statt findet, in die tropfbare Form über; man sagt dann der Wasserdunst werde *niedergeschlagen* oder es bildet sich ein *Niederschlag*. Wird die Abkühlung durch einen festen Körper bewirkt, so setzt sich der Niederschlag an denselben in Form kleiner Wassertheilchen an, welche sich bei reichlicherem Niederschlag zu einer den Körper überziehenden tropfbaren oder bei sehr niedriger Temperatur sogar zu einer festen Schichte vereinigen. Man nennt diese Form des Niederschlages im Allgemeinen, je nachdem derselbe tropfbar oder fest erscheint, *Thau* oder *Reif*. Die Temperatur, zu welcher die Luft abgekühlt werden muß, damit der in ihr vorhandene Wasserdunst anfange sich niederzuschlagen, heißt die *Bethauungstemperatur* oder der *Thaupunct*. Geschieht die Abkühlung des Dunstes im Ganzen einer Luftmasse, z. B. durch Beimengung kälterer Luft, so erscheinen allenthalben Wassertheilchen, welche die Luft trüben, d. h. ihre Durchsichtigkeit vermindern; sind die niedergeschlagenen Wassertheile so klein, daß ihr Gewicht den Luftwiderstand nicht zu überwinden vermag, so schweben sie in der Luft, und bilden *Nebel* oder *Wolken*; haben sie aber größere Massen, so fallen sie herab, und erscheinen in tropfbarer Form als *Regen*; in festem aber lockeren Zustande als *Schnee*, und in dichteren Eiskörnern als *Hagel*. Nach den im Vorhergehenden entwickelten Principien unterliegt es keiner Schwierigkeit, sich von den Bedingungen Rechenschaft zu geben, unter welchen die so eben angeführten Erscheinungen, die man in der Meteorologie unter der Benennung *Wassermeteore* zusammenfaßt, und welche sich uns als Hauptelemente der *Witterung* darstellen, zu Stande kommen.

Der Vorgang der Bethauung stellt sich uns an dem Anlaufen einer mit frischem Wasser gefüllten Flasche und überhaupt aller kalten Gegenstände, wenn sie in wärmere, an Wasserdunst reiche Luft gebracht werden, an dem Beschlagen der Fenster eines mit Menschen gefüllten warmen Zimmers bei kälterer Witterung u. dgl. vor Augen; ein Ge-

fäß, worin sich eine erkältende Mischung befindet, bekleidet sich von außen bald mit einer Reifschichte. Die Nebelbildung zeigt sich, wenn plötzlich ein Strom kalter Luft in ein von Menschen gefülltes warmes Zimmer eindringt, und an dem scheinbaren Dampfen von Eis (Gefrornen) in einem vollen Saale.

Der eigentlich sogenannte Thau (das Naßwerden der Pflanzen und anderer Gegenstände zur Nachtzeit im Freien) ist eine Folge der Abkühlung der Körper durch den Wärmeverlust, den sie wegen des Bestrebens der Wärme nach außen zu entweichen in Fällen erleiden, wo kein Ersatz durch die von andern Körpern empfangene Wärme statt findet. Enthält die Luft viel Wasserdunst, so wird derselbe dort, wo die Luft mit dem kälter gewordenen Körper in Berührung steht, bald auf das Maximum seiner Spannkraft gebracht und niedergeschlagen. Daher zeigt sich der Thau am häufigsten nach einem heißen Tage bei heiterer windstiller Nacht, während er bei bedecktem Himmel sehr gemindert wird, oder ganz ausbleibt, denn im ersten Falle sinkt die Temperatur der im Freien befindlichen Körper des Nachts bedeutend unter die Temperatur der Luft herab, während dieß im andern Falle bei weitem nicht in solchem Maße geschieht, wie directe thermometrische Untersuchungen gelehrt haben. Je mehr die Luft Gelegenheit hat, Wasserdünste in sich aufzunehmen, desto reichlicheren Thau gibt es; daher thauet es mehr nach vorausgegangenem häufigen Regen, als bei anhaltend trockener Witterung, mehr in wasserreichen, als in wasserarmen Gegenden. Alle Mittel, welche die Abkühlung der Körper während der Nacht verhindern, schützen gegen Bethauung. Sinkt die Temperatur unter den Gefrierpunct, so verwandelt sich der Thau in Reif.

Nebel und Wolken unterscheiden sich nicht wesentlich von einander; beide bestehen aus einem Haufen feiner in der Luft schwebenden Wassertröpfchen und erhalten nur durch die Entfernung, in der sie gesehen werden, eine scheinbare Verschiedenheit. Ein entfernter Nebel zeigt sich als Wolke; eine den Beobachter umhüllende Wolke stellt sich als Nebel dar, wovon man sich bei dem Besteigen von Bergen, wenn Wolken sie umlagern, überzeugt. Man nennt, zumal in der Sprache des gemeinen Lebens, den Nebel häufig »Dunst« und es wäre vielleicht am zweckmäßigsten auch in der Wissenschaft diesem Sprachgebrauche zu folgen und die leicht condensirbaren Gase ausschließend »Dämpfe« zu nennen. Wolken bilden sich, wenn zwei Luftmassen von ungleicher Temperatur sich mit einander mengen, welche zusammen mehr Wasserdunst enthalten, als das der mittleren Temperatur des Gemenges entsprechende Maximum zuläßt, wobei nothwendig ein Theil des Dunstes niedergeschlagen wird; dieß ist stets der Fall, wenn die sich mengenden ungleich erwärmten Luftmassen beide ihrem Maximum an Dunstgehalt sehr nahe stehen. Dagegen werden Wolken, welche ein warmer und trockner Luftstrom trifft, oder welche in trockne Luft getrieben werden, von dieser aufgezehrt. Hieraus erklärt es sich, warum an heitern Tagen der Himmel sich manchmal plötzlich mit Wolken bedeckt, oder die bereits vorhandene Umwölkung wieder verschwindet. Warme, mit Wasserdunst erfüllte Luft, welche gegen kältere Berge strömt, setzt an denselben Wolken ab, welche fortwährend vergehen und wieder entstehen, so wie eine Wolke selbst nichts Bleibendes, sondern etwas in stetem Wechsel Begriffenes ist, da sich in derselben die Luft im Maximum des Dunstgehaltes befindet, also bei der geringsten Temperaturänderung Dunst sich niederschlägt oder bildet. Je kleiner die Wasserkügelchen sind, welche eine Wolke darstellen, desto leichter schweben sie in der Luft, denn bei Verkleinerung des Durchmessers einer Kugel von demselben Stoffe verringert sich die Oberfläche wie das Quadrat, das

Gewicht aber wie der Würfel des Durchmessers, mithin letzteres in einem viel rascheren Verhältnisse, als ersteres. Warme Luftströme, welche in die Höhe steigen, treiben die Wolken aufwärts; auch die durch die Sonne bewirkte Erwärmung der für die Sonnenstrahlen minder durchgängigen Wolke selbst dehnt die in ihr enthaltene Luft aus, und macht so die Wolke specifisch leichter, welche sodann von der umgebenden durchsichtigeren und daher weniger erwärmten Luft in die Höhe getrieben wird. Da die Wolken jedem Luftzuge leicht folgen, so sind sie in steter Bewegung, und da sie sehr verschiedene Höhen haben (manche Wolken schweben so hoch, daß sie von dem Gipfel eines hohen Berges betrachtet nicht niedriger erscheinen als am Fuße desselben), so geben sie uns nicht selten das Stattfinden von Luftströmungen und deren verschiedene Richtungen in der Höhe zu erkennen. Ungeachtet der großen Mannigfaltigkeit in der scheinbaren Gestaltung der Wolken unterscheidet man doch leicht gewisse Hauptformen derselben, die Federwolke (Cirrus), die Haufenwolke (Cumulus) und die Schichtwolke (Stratus), welche durch Zwischenformen, die man als Combinationen der Hauptformen ansehen kann, in einander übergehen. Nehmen die Tröpfchen in einer Wolke durch Vermehrung des Niederschlages an Gewicht zu, so überwinden sie den Widerstand der Luft und sinken herab; enthalten, was zuweilen eintritt, die tieferen Luftschichten nur wenig Wasserdunst, so verschwinden diese Tropfen, indem sie sich wieder in Dunst verwandeln; findet aber wie gewöhnlich das Gegentheil statt, so vergrößern sich die Tropfen durch neuen Niederschlag, fallen um so schneller herab und bilden den Regen. Man kann also sagen, eine regnende Wolke reiche bis zur Erdfläche herab oder: nicht bloß eine in der Höhe schwebende Wolke regne, sondern die ganze Luftschichte zwischen ihr und der Erdfläche. Aus diesem Grunde werden die Regentropfen in der Regel um so größer, in je größerer Höhe ihre Bildung den Anfang nahm; auf Bergen findet man oft bloß einen feinen Regen, während im Thale große Tropfen fallen. Sehr häufig bildet sich in der Höhe Schnee, und wird erst bei dem Herabsinken in wärmeren Luftschichten zu Regen. Man hat zur Bestimmung des während eines Zeitraumes an einem bestimmten Orte auf die Flächeneinheit gefallenen Regens besondere Vorrichtungen (Ombrometer) in Anwendung gebracht, und drückt die Regenmenge durch die Höhe des ihr entsprechenden auf der beregneten Fläche gedachten Wasserprisma's aus (Ombrometrische Zolle). Sie fällt für Wien jährlich zwischen 10″ und 20″ und kann im Mittel auf 16″ angeschlagen werden. Mit der Regenbildung stehen Gewitter (deren Betrachtung in die Elektricitätslehre gehört) in nahem Zusammenhange; sehr wenig genügend ist bis jetzt noch die Veranlassung zum Entstehen des Hagels aufgeklärt, welcher zuweilen in Eiskörnern von sehr beträchtlicher Größe erscheint.

214. **Feuchtigkeitsgrad.** In so fern die Luft Wasserdunst enthält, heißt sie *feucht*; die Leichtigkeit, mit welcher der Dunst (sey es durch Erniedrigung der Temperatur oder durch Anziehung eines Körpers, der Neigung hat Wasser aufzunehmen) in den tropfbaren Zustand versetzt werden kann, bestimmt den *Feuchtigkeitsgrad* der Luft. Dieser hängt offenbar nicht sowohl von der absoluten Menge des in einem gegebenen Luftvolum enthaltenen Dunstes, als vielmehr davon ab, wie nahe diese Menge dem bei der herrschenden Temperatur möglichen Maximum steht; denn je weniger der Dunstgehalt der Luft von diesem Maximum abweicht, eine desto geringere Condensation reicht

hin, den Dunst auf das Maximum seiner Spannkraft oder Dichte zu bringen, und in Folge dessen einen Niederschlag zu erzeugen. Man nennt den Quotienten, welchen man erhält, wenn man die in einem bestimmten Raume wirklich enthaltene Dunstmenge durch die größte Dunstmenge, welche bei der bestehenden Temperatur darin vorhanden seyn könnte, dividirt, den relativen Dunstgehalt dieses Raumes, und betrachtet ihn mit Recht als das Maß der Feuchtigkeit der darin befindlichen Luft. Nennen wir das Gewicht, die Dichte und die Spannkraft des in einem Raume vorhandenen Dunstes q, d, e und die demselben Raume entsprechenden Maxima dieser Größen bezüglich der stattfindenden Temperatur Q, D, E, so ist bei gleicher Intensität der Schwere $q : Q = d : D$, und in so fern hier das Mariotte'sche Gesetz, wenigstens näherungsweise, in Anwendung gebracht werden darf, $d : D = e : E$, mithin unter dieser Annahme, die wir im Folgenden beibehalten wollen, $\frac{q}{Q} = \frac{d}{D} = \frac{e}{E}$. Jeder dieser drei Brüche kann also unter solcher Voraussetzung als Ausdruck des Feuchtigkeitsgrades betrachtet werden. Man pflegt den Grad der größten Feuchtigkeit, in Bezug auf welchen $q = Q$, mithin auch $d = D$, $e = E$, also der Werth der genannten Quotienten $= 1$ ist, durch die Zahl 100 zu bezeichnen. Unter dieser Annahme ist, wenn F den Feuchtigkeitsgrad vorstellt, und $\frac{q}{Q} = \frac{d}{D} = \frac{e}{E} = f$ gesetzt wird,

$$F = 100f.$$

215. **Hygrometrie.** Jedes Instrument, welches ein zur Bestimmung des Feuchtigkeitszustandes der Luft dienliches Datum liefert, heißt ein Hygrometer. Als solche Daten sind zu betrachten: die absolute Spannkraft des in der Luft vorhandenen Dunstes, die absolute Menge desselben in der Volumeinheit, und der Feuchtigkeitsgrad (relative Spannkraft oder Menge des Dunstes). Hiernach zerfallen die Hygrometer in drei Gattungen nach Maßgabe des Bestimmungsstückes, welches durch Anwendung eines solchen Apparates zunächst gefunden wird. Bloß die Hygrometer der ersten Gattung gewähren Leichtigkeit des Gebrauches, ohne der Genauigkeit des Endresultates Eintrag zu thun, und kommen daher hier allein in Betrachtung.

Die Bestimmung der absoluten Spannkraft des in einem gegebenen Raume befindlichen Wasserdunstes beruht auf der Angabe eines der folgenden zwei Daten: entweder des Thaupunctes (213) oder der Verdünstungstemperatur (Naßkälte). Diesem gemäß bieten sich uns zwei Arten der Hygrometer dar: Instrumente, welche den Thaupunct, und solche, welche die Naßkälte anzeigen.

1) Der Thaupunct, bezüglich des in der Luft vorhandenen Dunstes, wird seinem Begriffe gemäß durch Aufsuchung der Temperatur gefunden, bis zu welcher der Dunst abgekühlt werden muß, um in tropfbares Wasser überzugehen. Hiezu dient am sichersten ein empfindliches Thermometer, dessen Kugel mit einer einfachen Lage Musselin bekleidet ist und an der unteren Seite ein halbkugelförmiges, von

außen vergoldetes und polirtes, an die Thermometerkugel sich eng anschließendes Schälchen von dünnem Messing- oder Silberbleche trägt. Man träufelt auf den Musselin Schwefeläther, durch dessen rasches Verdünsten sich die Thermometerkugel abkühlt, und beobachtet den Stand des Thermometers in dem Augenblicke, in welchem das Schälchen, in Folge des Niederschlages des Dunstes aus der umgebenden Luft, anfängt sich mit einem Anfluge zu überziehen und matt zu erscheinen. Die hiebei durch das Thermometer angezeigte Temperatur ist der Thaupunct. Ein so vorgerichtetes Thermometer wird gewöhnlich »Schwefelätherhygrometer« genannt. Man kann zu demselben Zwecke auch eine metallene unten geschlossene Röhre anwenden, deren Wand sehr dünn und von außen polirt ist; man füllt die Röhre zum Theile mit sehr kaltem Wasser und gibt darüber weniger kaltes: die Temperatur des Wassers geht an der Vermischungsstelle von dem tieferen Grade zu dem höheren stufenweise über, und der tiefste Theil der äußeren Oberfläche der Röhre erscheint bethaut, während der obere blank bleibt. Untersucht man nun mittelst eines empfindlichen Thermometers die Temperatur des Wassers an der Grenze des bethauten Theiles, so zeigt diese den Thaupunct an.

Der Thaupunct verhilft zur Kenntniß der absoluten Spannkraft des in der Luft befindlichen Dunstes. Bei der Abkühlung eines Körpers wird nämlich die Spannkraft des ihm zunächst stehenden Dunstes verringert; dieser Dunst kann dem Drucke des übrigen Dunstes nicht mehr das Gleichgewicht halten und wird durch letzteren so lange verdichtet, bis seine Spannkraft wieder die vorige Größe erlangt hat. Es besitzt also der Dunst in der Nähe des ihn abkühlenden Körpers stets dieselbe Spannkraft, welche der Dunst im übrigen Raume hat, und auch ersterer Dunst vor der Abkühlung hatte. Man kann daher die Spannkraft des Dunstes vor dem Augenblicke seines Niederschlages als die in dem ganzen Raume herrschende Spannkraft des Dunstes betrachten. Aber diese Spannkraft ist die größtmögliche für die Bethauungstemperatur; kennt man nun aus Versuchen, welche nach der in 211 gegebenen Anleitung angestellt worden sind, die Marima der Spannkraft des Dunstes für die aufeinanderfolgenden Temperaturgrade, und construirt eine Tabelle, so kann man aus ihr in jedem einzelnen Falle das dem Thaupuncte entsprechende Spannkraftsmaximum entnehmen, und hat somit auch die verlangte Spannkraft der in der Luft enthaltenen Dünste. Eine solche Tafel folgt weiter unten.

2) Ein Thermometer, dessen Kugel mit einer einfachen Lage Musselin überzogen ist und fortwährend mit Wasser befeuchtet erhalten wird (zu welchem Zwecke ein Fortsatz des Ueberzuges in ein Schälchen mit Wasser tauchen mag, um durch Capillarwirkung Wasser aufzusaugen und der Musselinhülle zuzuführen), zeigt, sobald die umgebende Luft nicht auf dem höchsten Feuchtigkeitsgrade steht, mithin das Wasser am Ueberzuge nicht gehindert wird zu verdünsten und Wärme zu binden, einen niedrigeren Stand, als ein trocknes Thermometer, welches die Temperatur der Luft selbst angibt. Die Temperatur des befeuchteten Thermometers ist die **Verdünstungstemperatur** oder die Ma-

kälte des Wassers. Man nennt ein so vorgerichtetes Thermometer Naßkältemesser, Psychrometer, wohl auch Thermohygrometer. Die Naßkälte ist bei ungeänderter Temperatur der Luft offenbar niedriger, wenn die Luft weniger Wasserdunst enthält, mithin die Verdünstung rascher vor sich geht; da die Naßkälte sonach von der Spannkraft des in der Luft befindlichen Dunstes abhängt, so kann sie dienen, auf den Betrag dieser Spannkraft zu schließen. Hiezu leitet folgende Betrachtung: Weil die nasse Musselinhülle wie die Thermometerkugel eine niedrigere Temperatur hat, als die umgebende Luft, so theilt die Luft der Wasserschichte Wärme mit. Allein diese Wärme kann nicht zur Thermometerkugel gelangen, denn der entstehende Dunst bemächtiget sich derselben, und so kommt es, daß die Temperatur der Thermometerkugel stationär bleibt. Diese Wärme ist einerseits dem Dunstquantum proportionirt, welches durch sie gebildet wird, andererseits steht sie, wenigstens näherungsweise, mit der Temperaturdifferenz zwischen der Luft und dem befeuchteten Thermometer (psychrometrische Differenz) und mit der Dichte der Luft (also mit dem Barometerstande) in geradem Verhältnisse. Der Dunst bildet sich mit dem Maximum der Spannkraft, welche er bei der Temperatur des befeuchteten Thermometers haben kann, und zwar nur in so fern dieses Maximum größer ist als die Spannkraft, womit ihm der in der Luft bereits vorhandene Dunst entgegenwirkt. Die zur Dunstbildung nöthige Wärme kann dem gemäß einerseits der Differenz zwischen den vorgenannten zwei Spannkräften, oder andererseits dem Producte des Barometerstandes mit der Differenz zwischen der Lufttemperatur und der Naßkälte proportional gesetzt werden. Nennen wir die Spannkraft des Dunstes in der Luft e, die größte Spannkraft bei der durch das befeuchtete Thermometer angezeigten Naßkälte e', den Barometerstand b und die psychrometrische Differenz δ, so verhält sich demnach $e' - e$ wie das Product $b\delta$, d. h. es ist der Quotient $\frac{e' - e}{b\delta}$ eine beständige Größe. Bezeichnen wir dieselbe mit A, so haben wir die Gleichung $e' - e = Ab\delta$, welche

$$e = e' - Ab\delta$$

gibt. Man hat den Werth des Factors A aus einer großen Anzahl vergleichender Beobachtungen des Thaupunctes und der Naßkälte für die Réaumur'sche Thermometerscale $= \frac{1}{1000}$ gefunden, es ist sonach für die genannte Scale mit einem für das gewöhnliche Bedürfniß hinreichenden Grade der Genauigkeit

$$e = e' - \frac{b\delta}{1000}.$$

Da auch das Eis fortwährend verdünstet, so läßt sich dieses Verfahren auch auf Temperaturen übertragen, bei welchen die Kugel des befeuchteten Thermometers mit einer Eiskruste überzogen ist. Nur ist in diesem Falle der Coefficient $A = 0{,}00094$ anzunehmen.

Tafel der größten Spannkräfte des Wasserdunstes in Wiener Linien für Temperaturen der Luft nach der Réaumur'schen Thermometerscale.

	0,0	+ 0,1	+ 0,2	+ 0,3	+ 0,4	+ 0,5	+ 0,6	+ 0,7	+ 0,8	+ 0,9
—12°	0,86	0,86	0,87	0,88	0,89	0,89	0,90	0,91	0,92	0,92
—11°	0,93	0,94	0,95	0,96	0,96	0,97	0,98	0,99	1,00	1,01
—10°	1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,09
— 9°	1,10	1,11	1,12	1,13	1,14	1,15	1,16	1,17	1,18	1,19
— 8°	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	1,26	1,27	1,28	1,29
— 7°	1,30	1,31	1,32	1,34	1,35	1,36	1,37	1,38	1,39	1,40
— 6°	1,42	1,43	1,44	1,45	1,46	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52
— 5°	1,54	1,55	1,56	1,57	1,59	1,60	1,61	1,63	1,64	1,65
— 4°	1,67	1,68	1,70	1,71	1,72	1,74	1,75	1 77	1,78	1,79
— 3°	1,81	1,82	1,84	1,85	1,87	1,88	1,90	1,91	1,93	1,95
— 2°	1,96	1,98	1,99	2,01	2,03	2,04	2,06	2,08	2,09	2,11
— 1°	2,13	2,14	2,16	2,18	2,20	2,21	2,23	2,25	2,27	2,29
0°	2,30	2,32	2,34	2,36	2,38	2,40	2,42	2,44	2,46	2,48
+ 1°	2,50	2,52	2,54	2,56	2,58	2,60	2,62	2,64	2,66	2,68
2°	2,70	2,72	2,75	2,77	2,79	2,81	2,83	2,86	2,88	2,90
3°	2,93	2,95	2,97	3,00	3,02	3,04	3,07	3,09	3,12	3,14
4°	3,16	3,19	3,22	3,24	3,27	3,29	3,32	3,34	3,37	3,40
5°	3,42	3,45	3,48	3,50	3,53	3,56	3,59	3,61	3,64	3,67
6°	3,70	3,73	3,76	3,79	3,82	3,85	3,88	3,91	3,94	3,97
7°	4,00	4,03	4,06	4,09	4,12	4,15	4,19	4,22	4,25	4,28
8°	4,32	4,35	4,38	4,42	4,45	4,49	4,52	4,55	4,59	4,62
9°	4,66	4,70	4,73	4,77	4,80	4,84	4,88	4,92	4,95	4,99
10°	5,03	5,07	5,11	5,14	5,18	5,22	5,26	5,30	5,34	5,38
11°	5,43	5,47	5,51	5,55	5,59	5,63	5,68	5,72	5,76	5,80
12°	5,85	5,89	5,94	5,98	6,03	6,07	6,12	6,16	6,21	6,26
13°	6,30	6,35	6,40	6,45	6,49	6,54	6,59	6,64	6,69	6,74
14°	6,79	6,84	6,89	6,94	6,99	7,05	7,10	7,15	7,21	7,26
15°	7,31	7,37	7,42	7,48	7,53	7,59	7,64	7,70	7,76	7,81
16°	7,87	7,93	7,99	8,05	8,11	8,17	8,22	8,28	8,34	8,41
17°	8,47	8,53	8,59	8,66	8,72	8,78	8,84	8,91	8,98	9,04
18°	9,11	9,17	9,24	9,31	9,37	9,44	9,51	9,58	9,65	9,72
19°	9,79	9,86	9,93	10,00	10,08	10,15	10,22	10,30	10,37	10,44
20°	10,52	10,59	10,67	10,75	10,83	10,90	10,98	11,06	11,14	11,22
21°	11,30	11,38	11,46	11,54	11,63	11,71	11,79	11,87	11,96	12,05
22°	12,13	12,22	12,30	12,39	12,48	12,57	12,66	12,75	12,84	12,93
23°	13,02	13,11	13,20	13,26	13,32	13,38	13,44	13,51	13,57	13,63
24°	13,96	14,06	14,16	14,26	14,36	14,46	14,56	14,66	14,76	14,87
25°	14,97	15,08	15,18	15,29	15,40	15,50	15,61	15,72	15,83	15,94
26°	16,05	16,15	16,26	16,37	16,48	16,60	16,72	16,84	16,95	17,07
27°	17,19	17,30	17,43	17,55	17,67	17,79	17,91	18,04	18,16	18,28

3) Aus der absoluten Spannkraft des Dunstes läßt sich das Gewicht einer Volumseinheit desselben leicht finden. Bei der Tempera-

tur 0° R und bei dem Barometerstande 760 Millimeter oder 346,2169 Wiener Linien wiegt ein W. Kubikfuß atmosphärischer Luft 564 W. Gran. Die Dichte des Wasserdunstes verhält sich aber zur Dichte der Luft bei gleicher Temperatur und Spannung wie 0,62 zu 1, daher beträgt das Gewicht eines W. Kubikfußes Wasserdunst bei vorgenannter normaler Temperatur und Spannung $564 \times 0{,}62 = 349{,}68$ W. Gran. Bei 0° R. und 1 W. Linie Spannkraft ist sonach in 1 W. Kubikfuß ein Quantum von $349{,}68 : 346{,}2169 = 1{,}01$ W. Gran Dunst enthalten. Für die Temperatur t° R. reducirt sich dieses Quantum wegen $\frac{11}{2400} = 0{,}004583$ auf $\frac{1{,}01}{1 + 0{,}004583\,t}$. Man findet also, wenn bei der Temperatur t° R. die Spannkraft des Dunstes in Wiener Linien ausgedrückt sich = e zeigt, die in einem W. Kubikfuß enthaltene Menge desselben in Wiener Granen mittelst der Formel

$$\frac{1{,}01 \cdot e}{1 + 0{,}004583\,t},$$

wofür man auch $1{,}01 \cdot e\,(1 - 0{,}004583\,t)$ setzen kann.

Beispiel einer hygrometrischen Bestimmung mit Hilfe obiger Tafel und Formeln. Es sey an zwei übereinstimmenden Thermometern, das eine mit trockner das andere mit befeuchteter Kugel, bei dem Barometerstande 28 W. Zoll 2,3 Lin. (auf 0° R. reducirt) die Temperatur der Luft = 18°,4 R und die Naßkälte = 14°,6 R. beobachtet worden. Die psychrometrische Differenz ist hier 3,8; diese mit dem Barometerstande (338,3 Lin.) multiplicirt und durch 1000 getheilt gibt 1,28554. Die größte Spannkraft des Dunstes für die Temperatur 14°,6 ist nach der Tabelle = 7,10 W. Lin.; wird hievon das vorhergehende Resultat abgezogen, so ergibt sich die Spannkraft des im vorliegenden Falle in der Luft vorhandenen Dunstes = 5,82 Lin. Das Maximum der Spannkraft des Dunstes für die Lufttemperatur 18°,4 ist nach der Tabelle 9,37 Linien; der Feuchtigkeitsgrad wird daher durch den Quotienten $\frac{58200}{937} = 62$ ausgedrückt. Das Gewicht des Dunstes in einem W. Kubikfuß beträgt $1{,}01 \times 5{,}82 \times (1 - 0{,}004583 \times 18{,}4)$ oder 5,38 W. Gran. Nach der Tabelle gehört die Spannkraft 5,82 Lin. nahe der Temperatur 11°,9 R.; diese wäre also der Thaupunct, und bei einem directen Versuche mit dem Schwefelätherhygrometer zu erwarten. In der That findet man zwischen den Angaben des Schwefelätherhygrometers und Psychrometers, wenn man die Rechnung nach den obigen Principien führt, stets eine befriedigende Uebereinstimmung.

Daß die Bestimmung der Spannkraft des der atmosphärischen Luft beigemengten Dunstes ein sehr wichtiges Datum zur Beurtheilung des Witterungsstandes liefert, fällt in die Augen. Es läßt sich aus dieser Spannkraft sogleich entnehmen, wie tief die Temperatur der Luft sinken müsse, damit ein Niederschlag, d. i. Nebelbildung eintrete. Daß überhaupt Erniedrigung der Temperatur den Feuchtigkeitsgrad erhöht, Erhöhung der Temperatur ihn erniedriget, ist eine nothwendige Folge der oben vorgetragenen Principien. Auch die wahre Größe des Luftdruckes ergibt sich erst, wenn man von dem Barometerstande, als dem Resultate der Summe des Luft- und des Dunstdruckes, letzteren subtrahirt.

Zur Construction der Tabelle der größten Spannkräfte des Dunstes bei den gewöhnlichen Lufttemperaturen leistet die fortgesetzte Beobach-

tung eines Barometers, in dessen oberem Raume sich Wasser befindet (211), oder eines zu diesem Zwecke von Prechtl angegebenen Instrumentes gute Dienste. Letzteres besteht aus einem zur Hälfte mit Quecksilber gefüllten und mit einer Scale versehenen abgekürzten Heberbarometer, dessen beide Arme geschlossen sind; der obere Raum des einen ist völlig leer, der des andern enthält bloß Wasserdunst: in letzterem Arme steht das Quecksilber um den der herrschenden Temperatur entsprechenden Betrag der Spannkraft des Dunstes niedriger als in ersterem. Bei der Verfertigung des Instrumentes ist bloß ein Arm geschlossen; durch die Oeffnung des andern füllt man es zuerst bis an die Biegung mit Quecksilber, kocht dieses wohl aus, gibt dann über dasselbe destillirtes Wasser, vertreibt, indem man das Wasser zum Sieden bringt, alle Luft aus dem offenen Arme und schmilzt, nachdem fast alles Wasser in Dunst übergegangen ist, die Oeffnung zu. Während sich das Ganze abkühlt, condensirt sich der Dampf theilweise zu Wasser, und das Quecksilber in dem andern Arme sinkt nach und nach zu seinem gehörigen Stande herab.

Man kann das Gewicht des in der Luft enthaltenen Dunstes direct finden, wenn man ein gemessenes Luftquantum durch eine Substanz streichen läßt, welche den Dunst vollständig absorbirt (Schwefelsäure, Chlorcalcium) und die Gewichtzunahme derselben untersucht.

Vordem suchte man Körper, welche Feuchtigkeit aus der Luft gerne aufnehmen und dadurch eine Veränderung in der Größe oder Gestalt erleiden, zur Hygrometrie zu benützen, als Haare, Fischbeine, Darmsaiten, Grannen gewisser Pflanzensamen u. dgl. Allein die Anzeigen der darauf sich gründenden Instrumente bleiben sich nicht gleich, stehen deßhalb zu dem Feuchtigkeitsgrade der Luft in keiner unveränderlichen Beziehung und haben sonach keinen wissenschaftlichen Werth.

216. **Dampfmaschine.** Unter den technischen Anwendungen, welche auf den Eigenschaften der Dämpfe beruhen, steht die Benützung der Ausdehnsamkeit des Wasserdampfes als bewegende Kraft zum Maschinenbetriebe oben an. Man nennt jede Maschine, welche unmittelbar durch die Spannkraft des Dampfes bewegt wird, eine Dampfmaschine. Hier kann nur von den gewöhnlichen Einrichtungen derselben die Rede seyn, wie man sie an den meisten stehenden Maschinen wie auch an den Schiffsmaschinen und an den Eisenbahn-Locomotiven antrifft. In einem mit Wasser gefüllten Behälter (Dampfkessel), welcher aus starkem zusammengenietetem Eisen- oder Kupferbleche verfertiget ist, wird durch zweckmäßig angebrachte Feuerung Dampf erzeugt und in einen Cylinder geleitet, in welchem sich ein gut anschließender Kolben hin und her bewegen läßt. Dieser Kolben ist derjenige Theil der Dampfmaschine, welcher zunächst durch die Dampfkraft in Bewegung gesetzt wird und dieselbe mittelst der Kolbenstange weiter leitet. Die Bewegung bleibt entweder dem Zwecke der Maschine gemäß eine hin und her gehende, z. B. wenn die Dampfmaschine zum Betriebe von Pumpwerken dient, oder die hin und her gehende Bewegung des Kolbens wird durch Vermittelung einer Kurbel in eine drehende verwandelt. Hinsichtlich der Art des Angriffes, welchen der Kolben vom Dampfe erfährt, zerfallen die Dampfmaschinen in einfach wirkende und in doppelt wirkende. Bei den einfach wirkenden Maschinen, welche jedoch nur in ganz besonderen Fällen vortheilhafte

Anwendung finden, schiebt der Dampf den Kolben im Cylinder stets nur nach einer Seite hin; der Rückgang des Kolbens wird durch eine äußere Kraft (durch ein Gewicht oder durch den Luftdruck) bewirkt. Bei den doppelt wirkenden Maschinen dagegen, welche die allgemein gebräuchlichen sind, tritt der Dampf aus dem Kessel abwechselnd auf die eine und auf die andere Seite des Kolbens und treibt ihn hin und her: der auf der entgegengesetzten Seite des Kolbens befindliche Dampf wird außer Verbindung mit dem Kessel gesetzt und genöthiget aus dem Cylinder zu entweichen. Bei diesen Maschinen ist der Dampfcylinder geschlossen und die Kolbenstange geht dampfdicht durch den Boden des Cylinders. Damit aber die Richtung des Druckes, welchen der aus dem Kessel dem Cylinder zugeführte Dampf auf den Kolben auszuüben hat, wechseln könne, wenn der Kolben das Ende des Cylinders, gegen das er sich bewegt, erreicht hat, befindet sich an jedem Ende des Cylinders eine Oeffnung, in welche eine Dampfleitung einmündet, durch die der Dampf nach Bedürfniß ein- oder ausströmt; diese beiden Dampfwege, welche wir A und B nennen wollen, ferner das Rohr C, welches den Dampf aus dem Kessel zum Cylinder leitet, und endlich der Ausweg D für den wegzuschaffenden Dampf, diese vier Wege hängen mit einander durch Vermittelung einer besondern Vorrichtung zusammen, welche die Dampfsteuerung heißt; diese ist so eingerichtet, daß einmal A mit C und B mit D, das andermal aber A mit D und B mit C in Verbindung gesetzt wird. Findet die erste Verbindung statt, so bewegt sich der Kolben unter dem Drucke des von C herkommenden Dampfes von dem Ende des Cylinders, zu welchem A gehört, gegen B hin, und der auf der andern Seite des Kolbens befindliche Dampf entweicht durch D; wechselt nun, sobald der Kolben an dem Ende B des Cylinders angekommen ist, die Stellung der Steuerung, so trit der Dampf aus C in B ein, und entweicht aus A nach D. Nach Maßgabe der Behandlung des Dampfes, welcher den Cylinder verläßt, unterscheiden sich die Dampfmaschinen in Hochdruckmaschinen und in Maschinen mit niederem Drucke oder Condensationsmaschinen. Bei den Hochdruckmaschinen entweicht der Dampf aus dem Cylinder in das Freie; es ist also nur jener Theil der Spannkraft des Dampfes im Cylinder activ, um welchen dieselbe den Betrag einer Atmosphäre übersteigt. Bei den Maschinen mit niederem Drucke tritt der Dampf aus dem Cylinder in einen Behälter, Condensator genannt, woselbst er durch eingespritztes kaltes Wasser verdichtet wird; eine besondere Pumpe schafft das Wasser und mit ihm die Luft fortwährend aus dem Condensator hinweg, wodurch der Druck auf den Kolben, welcher der Bewegung desselben entgegensteht, bedeutend unter die Größe des atmosphärischen Druckes herabsinkt, mithin die Spannkraft des Dampfes im Kessel um eben so viel geringer seyn darf. Es ist des Dampfersparnisses wegen bei beiden genannten Arten der Dampfmaschinen vortheilhaft, den Dampf aus dem Kessel nicht so lange in den Cylinder strömen zu lassen, bis der Kolben an ein Ende des Cylinders vorgedrungen ist, sondern die Verbindung des Cylinders mit dem Dampf-

kessel schon früher zu unterbrechen, damit der letzte Theil der Bewegung des Kolbens durch die Expansivkraft des im Cylinder abgeschlossenen Dampfes bewirkt werde. Maschinen, bei denen die so eben bezeichnete Benützung der Expansivkraft des Dampfes statt findet, heißen Expansionsmaschinen.

Es liegt außerhalb der Tendenz dieses physikalischen Lehrvortrages, in eine erschöpfende Betrachtung der Einzelnheiten einzugehen, auf welche es bei der zweckmäßigen Anordnung und Behandlung einer Dampfmaschine ankommt, und welche auf den Nutzeffect derselben einen wesentlichen Einfluß haben. Wir begnügen uns daher mit einer kurzen Erwähnung derjenigen Bestandstücke, welche sich an Modellen leicht demonstriren lassen und fügen einige Bemerkungen über ihre Einrichtung bei. Von besonderer Wichtigkeit ist 1) die Beschaffenheit des Feuerraumes. Eine entsprechende Feuerung wird durch den gehörigen Luftzug bedingt, von welchem die vollständige Verbrennung des nach besonderen Rücksichten gewählten Brennmateriales, also die möglichst ökonomische Entwickelung der zur Verdampfung des Wassers nöthigen Hitze abhängt. Der Luftzug richtet sich nach der Höhe und Weite des Schornsteines in Beziehung zu der Temperatur, welche die darin befindliche Luft erhält; es müssen daher die Dimensionen des Schornsteines zu dem Feuerbedarf in einem richtigen Verhältnisse stehen. Es ist sehr nützlich an dem Schornsteine eine Einrichtung anzubringen, durch welche der Zugang zu demselben nach Bedürfniß mehr oder weniger freigelassen und so der Luftzug regulirt werden kann (Rauchscheibe). Man kann diese Regulirung mit dem Gange der Maschine selbst dergestalt in Verbindung setzen, daß sich der Luftzug vermindert oder vermehrt, je nachdem der Gang der Maschine sich über das rechte Maß beschleunigt oder verzögert, wodurch die Dampferzeugung und mit ihr der Gang der Maschine gleichförmig bleibt. Bei Hochdruckmaschinen kann der aus dem Dampfcylinder weggehende Dampf dadurch zur Verstärkung des Luftzuges benützt werden, daß man ihn in den Schornstein leitet, wo er die Luft vertreibt, sich condensirt, einen luftleeren Raum erzeugt und so die äußere Luft veranlaßt, mit größerer Schnelligkeit in den Heizraum einzuströmen. Dieses Mittel ist besonders bei den Locomotiven, welche nur Hochdruckmaschinen seyn können, von besonderer Wichtigkeit, und es liegt darin eine sehr einfache und zweckmäßige Regulirung des Feuers nach dem jedesmaligen Dampfbedarfe, weil auf diese Weise das Feuer in eben dem Maße, als die Maschine mehr Dampf consumirt, mehr angefacht, also die Verdampfung des Wassers, welche den Ersatz liefert, in gleichem Maße befördert wird. 2) Der Dampfkessel muß so gebaut seyn, daß er dem Feuer eine möglichst große Berührungsfläche darbietet, und der Feuerraum muß daran so angebracht seyn, daß das Feuer lediglich auf das Wasser zum Behufe der Dampferzeugung einwirkt; zugleich muß der Kessel eine hinreichende Stärke haben, um dem Drucke des Dampfes den zur Verhüthung von Unglücksfällen nöthigen Widerstand leisten zu können. Es wird sich sonach die Form des Kessels zum Theile nach der Spannung richten, auf welche der Dampf in selbem gebracht werden soll; sie wird eine andere seyn können bei Maschinen mit niederem Drucke, als bei Hochdruckmaschinen: auch der disponible Raum für die Maschine wird die Einrichtung des Kessels bedingen. Wo in einem verhältnißmäßig kleinen Raume viel Dampf erzeugt werden soll, vergrößert man die Heizfläche dadurch, daß man dem Kessel mehrere Abtheilungen gibt, durch deren Zwischenräume das Feuer hindurchziehen muß (Feuergänge bei den Dampfkesseln der Schiffsmaschinen, Röhrensystem bei den Lo-

comotiven). 3) An dem Kessel müssen sich Vorrichtungen befinden, um die Spannung des Dampfes in demselben und den Wasserstand beurtheilen zu können; er muß mit einem Sicherheitsventil versehen seyn, welches sich bei zu hoher Spannung des Dampfes öffnet; es muß möglich seyn, während die Maschine im Gange ist, Wasser in den Kessel zu schaffen (es läßt sich eine solche Einrichtung treffen, daß die Maschine das Nachfüllen selbst besorgt); auch muß dafür gesorgt seyn, daß man, wenn es nöthig ist, Dampf aus dem Kessel herauslassen oder ihn entleeren könne; endlich muß man zum Behufe der Reinigung in den Kessel selbst gelangen können. Dieß ist insbesondere unerläßlich, um die nach und nach durch Ablagerung fester Stoffe aus dem Wasser an den Wänden des Kessels sich bildende Kruste zu entfernen, denn diese vermehrt die Wanddicke des Kessels, und nöthiget zur Erzeugung des erforderlichen Dampfquantums ihn auf eine höhere Temperatur zu erhitzen, was nicht bloß einen unnützen Aufwand an Brennstoff mit sich führt, sondern auch der Festigkeit des Kessels Eintrag thut und die Gefahr einer Explosion herbeiführen kann. Man hat verschiedene Mittel in Anwendung gebracht, das Ansetzen des Pfannensteins an die Kesselwände zu verhindern. 4) Der Zufluß des Dampfes aus dem Kessel in den Cylinder kann, wo nicht ohnedieß eine beständige Aufsicht über den Gang der Maschine statt finden muß, mittelst eines Centrifugalpendels regulirt werden. Dieses besteht aus zwei unter einem Winkel gegen einander beweglichen Stangen, welche an den Enden massive Kugeln tragen, und an einer durch die Maschine in Drehung versetzten Fassung befestiget sind. Bei einem schnellen Gange der Maschine vergrößert sich die Fliehkraft der Kugeln, diese weichen mehr aus einander und ändern dadurch die Stellung einer mit den Stangen verbundenen Hebelgliederung, welche zur Axe einer Platte geht, die sich in der Dampfröhre befindet; diese Platte wird dadurch so gewendet, daß der Zwischenraum zwischen ihr und der Röhrenwand sich verengt, was den Zutritt des Dampfes zu dem Cylinder hemmt. Läßt der Gang der Maschine nach, so fallen die Kugeln mehr zusammen und es findet die entgegengesetzte Wendung der Platte statt 5) Die einfachste unter den verschiedenen bis jetzt angegebenen Dampfsteuerungen ist zwar der Vierweghahn, doch zieht man ihm das dauerhaftere und sehr zweckmäßige Schieberventil vor. Die Einrichtung des Vierweghahnes erhellet aus Fig 77, worin K den Dampfkessel, S den Cylinder sammt Kolben, H den Vierweghahn mit seinen zwei Bohrungen in der Stellung vorstellt, in welcher der Dampf aus C durch die Röhre A in den Cylinder unter den Kolben tritt, und der über dem Kolben befindliche Dampf durch B und D zu dem Condensator geht oder in das Freie entweicht. Die beigesetzte Figur H' zeigt die entgegengesetzte Stellung des Hahnes an, die er durch eine Viertelwendung erlangt. Von dem Schieberventil mag Fig. 78 eine Vorstellung geben. In einem geschlossenen Cylinder, in welchen sich die beiden Wege A, B zu den Enden des Dampfcylinders, das Dampfrohr C des Kessels und der Ableitungsweg D einmünden, schiebt sich ein anderer hohler Cylinder, der Schiebkasten, mittelst einer durch den Boden des erstern dampfdicht geführten Stange hin und her, welcher nur oben und unten bei M und N an die Wand des äußeren Cylinders genau paßt, hingegen den mittleren Raum O frei läßt; dadurch wird der innere Raum des größern Cylinders in die drei Theile M, O, N getheilt, wovon M und N durch die Höhlung des Schiebkastens in Verbindung stehen. In der Stellung a des Schiebkastens geht der Dampf aus C nach A und entweicht aus B durch die Höhlung des Schiebkastens nach D; in der Stellung b des Schiebkastens aber kommt der Dampf von C nach B und entweicht aus A nach

D. Eine andere Anordnung des Schieberventiles, wie man selbe bei Locomotiven antrifft, zeigt Fig. 79, worin A, B, C, D dieselbe Bedeutung haben, wie vorhin. Die hin und her gehende Bewegung des Schiebkastens wird durch die Maschine selbst bewirkt; bei den Maschinen, welche eine drehende Bewegung hervorbringen, gewöhnlich mittelst eines Hebels, welcher von einer an dem rotirenden Theile excentrisch angebrachten Scheibe ausgeht, und einen Winkelhebel hin und her zieht, dessen anderer Arm auf die Stange des Schieberventils einwirkt. 6) Die Kolbenstange des Dampfcylinders greift zur Erzeugung einer drehenden Bewegung entweder unmittelbar in eine Kurbel ein, oder sie versetzt einen großen Hebel, Balancier genannt, in eine oscillirende Bewegung, von dessen anderem Arme eine Stange zu der Kurbel eines Schwungrades geht. Letzteres dient zur Ausgleichung der Ungleichförmigkeit der bewegenden Kraft oder auch der Last. An dem Balancier sind bei einer Condensationsmaschine zugleich die Kolbenstangen der Kaltwasserpumpe zur Versorgung des Condensators und der Luftpumpe angebracht, wie auch der Pumpe zur Versorgung des Dampfkessels. Das kalte Wasser dringt in den Condensator durch eine Oeffnung, deren Größe durch Stellung eines Hahnes regulirt werden kann. Es ist vortheilhaft zur Speisung des Kessels das durch die Luftpumpe aus dem Condensator weggeschaffte warme Wasser zu verwenden. Damit die Kolbenstange des Dampfcylinders nicht durch den Balancier, dessen Arme Kreisbogen beschreiben, aus ihrer der Cylinderaxe entsprechenden Lage gebracht werde, geht sie entweder in einem Rahmen auf und nieder, oder sie ist mit dem Balancier durch eine besondere Gliederung verbunden, die außerhalb des Balanciers einen fixen Stützpunct hat und die Wirkung des Seitenzuges des Balanciers gegen die Kolbenstange durch einen entgegengesetzten Seitenzug aufhebt (Watt'sches Parallelogramm). Bei manchen Maschinen ist der Dampfcylinder selbst an einer Axe beweglich und nimmt bei dem Auf- und Niedergange des Kolbens eine oscillirende Bewegung an. Diese Einrichtung kommt insbesondere bei Schiffsmaschinen vor.

Nachstehende Betrachtungen werden einen Begriff davon geben, wie die Leistung einer Dampfmaschine auf theoretischem Wege beurtheilt werden kann. Wird eine solche Maschine in Gang gesetzt, so geräth der Kolben anfänglich in eine beschleunigte Bewegung, bald aber wird die von der bewegenden Kraft herrührende Beschleunigung durch die Retardation aufgewogen, welche aus dem Widerstande entspringt, den die Belastung in Verbindung mit den in der Maschine selbst liegenden Bewegungshindernissen leistet, d. h. die Maschine nimmt einen gleichförmigen Gang an. Nur in diesem Zustande, welchen man den Beharrungszustand nennt, ist ihre Leistung Gegenstand der Rechnung. Es sey R der auf den Kolben reducirte Gesammtwiderstand. Dieser besteht aus der Last r, deren Ueberwältigung der eigentliche Zweck der Maschine ist, und aus den Widerständen der Maschine, wovon ein Theil (vermehrte Reibung) durch die Last r geweckt wird, und dieser Last proportional angenommen werden kann, der andere Theil aber (ursprüngliche Reibung, Gegendruck der Luft auf den Kolben, Widerstand der bei Seite geschobenen Luft bei Locomotiven u. dgl.) von r unabhängig ist. Wir wollen den ersteren mit ρr bezeichnen, wobei ρ einen constanten Factor vorstellt, den anderen mit r'; sonach ist

$$R = r + \rho r + r' = (1 + \rho) r + r',$$ mithin

$$r = \frac{R - r'}{1 + \rho}.$$ Nennen wir nun die Geschwindigkeit des Kolbens v und die durch die Maschine geleistete Arbeit A, so ist das Product vr das Maß von A, und wir können $A = vr$ setzen. Dem Begriffe des Beharrungszustandes gemäß ist, wenn wir von der Expansion absehen,

R dem Drucke des Dampfes auf den Kolben gleich; die auf die Einheit der Flächen bezogene Spannkraft P des Dampfes im Cylinder, welcher dieser Druck entspricht, wird, wenn a die Kolbenfläche vorstellt, durch die Gleichung $R = aP$ gegeben. Die Spannkraft P ist im Allgemeinen kleiner als diejenige, welche im Dampfkessel statt findet; stets aber ist sie das Maximum für die im Cylinder herrschende Temperatur [211. 7)]. Der Kolben durchlauft in der Zeiteinheit das Volum av, und wenn der Raum des Cylinders, in welchen der Kolben nicht eindringen kann, sich zu ersterem wie $\omega : 1$ verhält, so stellt $(1+\omega)av = D$ das Volum des während der Zeiteinheit aus dem Kessel in den Cylinder übergegangenen, d. i. des consumirten Dampfes vor, in so fern er nämlich die Spannkraft P hat. Es sey W das Volum des Wassers, aus welchem dieser Dampf entstanden ist; man hat auf empirischem Wege gefunden, daß die zwischen den Größen P, D und W bestehende Verknüpfung sich mit großer Näherung durch eine Gleichung von der Gestalt $D = \frac{W}{h + kP}$ ausdrücken läßt, wobei h und k bestimmte Zahlen bedeuten. Es ist sonach $\frac{W}{h+kP} = (1+\omega)av$, folglich $\frac{W}{1+\omega} = (h+kP)av$ und $vR = vaP = \frac{W}{(1+\omega)k} - \frac{hav}{k}$.

Nach dem Obigen hat man $A = v\left(\frac{R-r'}{1+\rho}\right) = \frac{vR - vr'}{1+\rho}$, mithin ist $A = \frac{W}{(1+\omega)(1+\rho)k} - \frac{(ha + kr')v}{1+\rho}$.

Dieser Ausdruck erhält den größten Werth, wenn v, folglich auch D am kleinsten, mithin P am größten ausfällt; der größte für P denkbare Werth ist der Betrag der Spannkraft des Dampfes im Kessel. Man pflegt sich bei der Berechnung der Leistungen der Dampfmaschinen an englisches Maß zu halten. Es ist 1 engl Pfund = 0,81 W. Pfund und 1 engl. Fuß = 0,964 W. Fuß. Für eine Pferdekraft gilt das Vermögen 550 engl. Pfunde in 1 Secunde 1 engl Fuß hoch zu heben, was so viel heißt als 429 W. Pf. in einer Secunde 1 W. Fuß hoch heben. In Bezug auf englisches Maß ist, wenn P den Druck auf einen Quadratfuß in Pfunden anzeigt, für Maschinen mit niederem Drucke $h = 0{,}00004227$, $k = 0{,}000000258$, für Hochdruckmaschinen aber ist $h = 0{,}0001421$, $k = 0{,}00000023$.

Neuntes Hauptstück.

Von der wellenartigen Bewegung der Körper in Beziehung zu den Erscheinungen des Schalles.

217. **Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe.** Es sey AZ (Fig. 80) ein langer cylindrischer oder prismatischer Körper, z. B. ein fester Stab oder eine flüssige Säule, aus einem elastischen Stoffe von gleichförmiger Dichte. Auf diesen Körper werde an einem Ende A ein seiner Längenrichtung AZ paralleler Impuls ausgeübt, welcher alle Theile der gegen AZ senkrechten Endfläche AA auf einerlei Weise zur

Bewegung anregt, so daß diese Fläche während einer bestimmten, jedoch kleinen Zeit um eine geringe Strecke bis B B fortschreitet. Indem die Fläche A A sich zu bewegen beginnt, werden die an sie grenzenden Theilchen des Körpers vorwärts geschoben, und weil die entfernteren Theilchen dem Andrange der ersteren nicht plötzlich ausweichen können, auch noch zusammengedrückt. Dieß hat die Verschiebung und Zusammendrückung einer nächsten Schichte von Theilchen zur Folge, und so pflanzt sich die Verschiebung und Zusammendrückung von A gegen Z hin fort, während die früher verschobenen und zusammengedrückten Theilchen allmälig zur Ruhe kommen. Hiebei nehmen alle an einem und demselben Querschnitte der Säule A Z liegenden Theilchen einerlei longitudinale, d. i. der Länge der Säule parallele Bewegung an, und jede einzelne Phase dieser Bewegung, d. i. Geschwindigkeit und Verdichtung wird, wegen völliger Uebereinstimmung aller Umstände der Bewegung, auf gleichweit von einander abstehende Querschnitte der Säule in gleichen Zeitintervallen übertragen. Es ahmt also gleichsam jede Schichte der Säule A Z die Bewegung der ersten Schichte A A nach, aber sie kommt um so später an die Reihe dieß zu thun, je weiter sie von dem Anfange der Säule absteht. Man kann sonach diese Fortpflanzung der Bewegung als ein mit gleichförmiger Geschwindigkeit vor sich gehendes Fortschreiten jeder Bewegungsphase der ersten Schichte längs der ganzen Säule A Z betrachten. Das Fortschreiten der successiven Bewegungsphasen von einer unendlich dünnen Schichte auf die nächstfolgende läßt sich gewisser Maßen mit der Fortpflanzung des Stoßes in einer Reihe gleicher elastischen Kugeln (148) vergleichen, wobei jede vorangehende Masse nach dem Stoße, welchen sie auf die folgende verübt, zur Ruhe kommt, und zum Empfange und zur Fortpflanzung eines neuen Stoßes bereit ist. Es kann nämlich eine Schichte die ihr an Masse gleiche nächstfolgende nur in so fern vor sich herschieben, als ihre Geschwindigkeit die der letzteren Schichte noch übertrifft, und es ist mit solcher Einwirkung eine entsprechende Zusammendrückung verbunden. Dieß geht so lange fort, bis die erstere Schichte der letztern die Hälfte ihrer Geschwindigkeit beigebracht hat; sobald dieser Zeitpunct eingetreten ist, wirkt bloß die Elasticität, in Folge deren beide Schichten aus einander getrieben werden, die erstere rückwärts, die letztere vorwärts; jene verliert die noch übrige Hälfte ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit und kommt zur Ruhe, diese aber gelangt in den Besitz der ganzen Bewegung und fördert selbe auf gleiche Weise weiter. Dieß vorausgesetzt sey c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Bewegung längs A Z; T eine Zeit, welche größer ist als die Dauer t der Verschiebung der Fläche A A bis B B; ferner $AH = cT$ und $BJ = c(T-t)$: so ist H H die Schichte, bis zu welcher nach Verlauf der Zeit T, vom Anfange des Impulses auf die Säule an gezählt, die erste Bewegungsphase der Fläche, und J J die Schichte, bis zu welcher in eben diesem Augenblicke die letzte Bewegungsphase der Fläche A A vorgedrungen ist, und sämmtliche zwischen H H und J J enthaltenen Querschnitte von erstgenannter Grenze bis

zur andern hin betrachtet, erscheinen der Reihe nach in den verschiedenen Bewegungsphasen, welche die Fläche A A während ihres Ueberganges in die Position B B annahm. Lassen wir nun genannte Fläche eben so aus der Position B B wieder in die ursprüngliche Position A A zurückkehren, so wird auch diese Bewegung auf ähnliche Weise sich längs A Z fortpflanzen und die Wirkung davon nach Ablauf der vorgenannten vom Anfange des Impulses auf A A an gezählten Zeit T, wenn man $AK = c(T - 2t)$ annimmt, sich an allen zwischen J J und K K enthaltenen Querschnitten von A Z vorfinden.

Man nennt die Verschiebung von A A nach B B hin und von B B nach A A zurück zusammen eine Schwingung; der Inbegriff H J K der in Folge dieser Schwingung nach Verlauf irgend einer Zeit T im Bewegungszustande befindlichen Theile von A Z heißt eine Welle, und zwar das dem Hingange von A A nach B B entsprechende Stück H J der Vordertheil, das dem Rückgange von B B nach A A entsprechende Stück J K der Hintertheil der Welle. H J ist die Länge des Vordertheiles, J K jene des Hintertheiles und H K die Länge der ganzen Welle. Die Fortpflanzung der bei A erregten Bewegung längs A Z stellt sich uns als ein Fortschreiten einer Welle von A gegen Z hin dar. Jeder Querschnitt der Säule A Z ist, so lange er als Theil einer Welle erscheint, d. h. zur Bildung einer Welle beiträgt, in derselben Bewegungsweise begriffen, welche dem Querschnitte A A ursprünglich eigen war; er bewegt sich um ein Stück (= A B) gegen Z hin, und kehrt an seinen vorigen Platz wieder zurück. Die Bewegungen in verschiedenen Querschnitten der Welle unterscheiden sich bloß dadurch, daß sie in verschiedenen Augenblicken ihren Anfang nehmen, folglich in demselben Augenblicke verschiedene Bewegungsphasen vorhanden sind, wie bereits oben gesagt wurde. Es ist

$$HJ = AH - AJ = AH - BJ - AB$$
$$= cT - c(T - t) - AB = ct - AB,$$

ferner $JK = AJ - AK = BJ + AB - AK$
$$= c(T - t) - c(T - 2t) + AB = ct + AB,$$

endlich $HK = AH - AK = cT - c(T - 2t) = 2ct.$

Demnach ist die Länge der ganzen Welle dem Wege gleich, welcher der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der Bewegung gemäß während der Dauer 2 t der fortgepflanzten Schwingung zurückgelegt wird; der Vordertheil der Welle aber ist um den Betrag der Ercursion A B kürzer und der Hintertheil um eben so viel länger als die Hälfte der Wellenlänge.

Man wird, wenn man die obige Auseinandersetzung des Herganges der Wellenbewegung beachtet, nicht in Gefahr kommen die der Bequemlichkeit der Rede wegen sogenannte Bewegung einer Welle, welche die Fortpflanzung einer Bewegungsart ist, mit der fortgepflanzten Bewegung selbst zu verwechseln. Auch sieht man leicht, daß die Verschiebung nach longitudinaler Richtung, d. h. im Sinne des Fortschreitens der Welle, der Erklärung der Wellenbewegung bloß beispielweise zum Grunde gelegt wurde, und daß der obige Begriff der Welle auf jede Uebertragung irgend einer Bewegungsform von einem materiellen Theilchen

auf das nächste in einer beliebig angeordneten Reihe von Theilen ausgedehnt werden kann, wie es im Folgenden auch geschehen wird, ohne daß es nöthig seyn wird die Entwickelung dieses Begriffes noch einmal umständlich vorzunehmen. Endlich ist klar, daß die oben betrachtete Fortpflanzung longitudinaler Bewegungen eben so vor sich gehen muß, wenn die Bewegung damit beginnt, daß an dem Ende A der Säule A Z statt der Zusammendrückung (Verdichtung) eine Dehnung (Verdünnung) hervorgerufen, d. h. die Fläche A A in dem entgegengesetzten Sinne nach B′B′ hin gezogen wird. Dieß tritt insbesondere ein, wenn man einen elastischen Stab Z Z (Fig. 81) von beliebiger Länge an einer Stelle A longitudinal reibt, wodurch die Theile bei A mehrere Male gegen B hin, und folglich von B′ weg gezogen werden und hierauf die entgegengesetzte Bewegung machen. Es bilden sich in diesem Falle zwei Wellenzüge, deren jeder aus derselben Anzahl unmittelbar auf einander folgenden Wellen besteht: der eine Wellenzug geht von A gegen Z, der andere gegen Y hin; der erstere beginnt mit einem verdichteten, der andere mit einem verdünnten Wellentheile.

218. **Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Stoffe.** Es seyen L, M, N (Fig. 82) die Positionen dreier einander sehr nahen Querschnitte einer elastischen Säule im Zustande der Ruhe; P, Q, R die Positionen derselben Querschnitte in irgend einem und demselben Augenblicke, während sie an der Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses Antheil haben. Man nehme die Abstände von L, M, N einander gleich an und bezeichne L M oder M N mit α. Da die Abstände P Q, Q R dieser Querschnitte während der Bewegung sowohl unter einander als auch von α verschieden sind, so werden dadurch in den Schichten P Q, Q R ungleiche Elasticitätskräfte geweckt, und es erleidet denselben gemäß der Querschnitt Q von beiden Seiten einen verschiedenen Druck. Es seyen E′, E″ die Intensitäten dieser Elasticitätskräfte auf die Flächeneinheit bezogen; man kann dieselben offenbar den Verdichtungen proportional setzen, in welchen sich die betreffenden Schichten befinden. Da das Maß der Verdichtung von L M bei dem Uebergange in P Q offenbar durch den Quotienten $\frac{L M - P Q}{L M} = \frac{\alpha - P Q}{\alpha}$ angegeben wird, so kann man setzen $E' = k\left(\frac{\alpha - P Q}{\alpha}\right)$, wobei k einen unveränderlichen Factor vorstellt, und aus gleichem Grunde $E'' = k\left(\frac{\alpha - Q R}{\alpha}\right)$. Der Unterschied $E' - E'' = k\left(\frac{Q R - P Q}{\alpha}\right)$ dieser Elasticitäten ist die Kraft, welche die Bewegung des dem Querschnitte = 1 entsprechenden Quantums der Masse der Schichte P Q in dem ins Auge gefaßten Zeitpuncte beschleunigt. Es sey Q′ die Position, welche der Querschnitt Q um das Zeitintervall τ früher, Q″ die Position, welche er um das Zeitintervall τ später hat, als er in die Position Q eintritt, so durchlauft Q die Wege Q′Q, Q Q″ mit den Geschwindigkeiten $\frac{Q'Q}{\tau}$, $\frac{Q Q''}{\tau}$ und dieser Querschnitt hat

sonach bei dem Gange durch die Position Q die Geschwindigkeit $\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau}$ gewonnen, und dem gemäß ist die der Kraft $E' - E''$ in diesem Augenblicke entsprechende Acceleration $= \frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}$. Heißt die in LM oder MN herrschende Dichte D, so ist $D\alpha$ die auf den Querschnitt $= 1$ sich beziehende Masse der Schichte LM, folglich auch der Schichte PQ; dieß gibt für die bewegende Kraft $E' - E''$ den Ausdruck $D\alpha\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right)$; es besteht also die Gleichung:

$$D\alpha\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right) = k\left(\frac{QR - PQ}{\alpha}\right),$$

woraus $\frac{\alpha^2}{\tau^2} = \frac{k}{D} \cdot \frac{QR - PQ}{QQ'' - Q'Q}$ folgt.

Die Größen α, τ sind hier ganz willkürlich, wofern sie nur als unendlich klein betrachtet werden. Man kann sich daher α als den Weg vorstellen, welchen die fortgepflanzte Welle während des Zeittheilchens τ zurücklegt, und somit $\alpha = c\tau$ setzen, wenn c wie früher die Fortpflanzungsgeschwindigkeit anzeigt. Hiedurch gibt obige Gleichung

$$c = \sqrt{\left(\frac{k}{D} \cdot \frac{QR - PQ}{QQ'' - Q'Q}\right)}.$$

In der vorausgesetzten Beziehung zwischen α und τ ist die Annahme enthalten, daß jede Bewegungsphase, welche die durch die Schichte LM gegebenen Massentheilchen in irgend einem Augenblicke zeigen, also ihre Abweichung von der Ruhelage, nach Verlauf des Zeittheilchens τ vollständig auf die der Schichte MN angehörenden Massentheilchen übergegangen ist. Dem gemäß ist $MQ' = NR$ und $LP = MQ''$. Nun ist $QR = NR - NQ$ und $PQ = LQ - LP$, mithin $QR = MQ' - (MQ - MN) = MN - (MQ - MQ') = MN - Q'Q$ und $PQ = LM + MQ - MQ'' = LM - QQ''$. Wegen $LM = MN$ hat man also $QR - PQ = QQ'' - Q'Q$ und sonach $\frac{QR - PQ}{QQ'' - Q'Q} = 1$. Es reducirt sich dadurch obiger Werth für c auf die einfache Formel

$$c = \sqrt{\frac{k}{D}}.$$

Um die Bedeutung der Größe k auf einen klaren Ausdruck zu bringen, denke man sich aus der vorhandenen Säule ein Stück von der Länge 1 herausgenommen und dasselbe mit einer Kraft, die seinem eigenen Gewichte gleich ist, zusammengedrückt, so wird genanntes Stück dadurch eine Verkürzung δ erleiden. Auf die Länge α kommt da die Verkürzung $\alpha\delta$, und weil, wenn g die Acceleration der Schwere bedeutet, Dg das Gewicht der zusammengedrückten Masse für den Querschnitt $= 1$ anzeigt, so ist Dg auch der Ausdruck der durch die Zusammendrückung geweckten Elasticität. Daher ist dem oben aufgestellten Princip gemäß $Dg = k.\frac{\alpha\delta}{\alpha} = k\delta$ und $k = \frac{Dg}{\delta}$. Unsere

Formel für c verwandelt sich hiedurch in $c = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$. Sie spricht den merkwürdigen Satz aus: »Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer »longitudinalen Schwingung in einem gleichförmig dichten elastischen »Stoffe wird gefunden, wenn man die Acceleration der Schwere durch »den Exponenten der Zusammendrückung einer durch ihr eigenes Gewicht »belasteten Säule aus diesem Stoffe dividirt, und die Quadratwurzel »des Quotienten sucht.«

Dieser Lehrsatz ist auch auf die Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einer gespannten und dadurch zur Aeußerung ihrer Elasticität fähig gemachten Saite oder Schnur anwendbar. Die durch die Verschiebung der Theile der Säule geweckten Elasticitäten E′. E″, von denen oben die Rede war, erscheinen bei der Saite als Aenderungen der Spannung, und δ ist die Aenderung der Länge eines Stückes = 1 der Saite, wenn die spannende Kraft um das Gewicht dieses Stückes geändert wird. Man wird so zu demselben Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c geführt, wie oben. Diesem Ausdrucke kann man bezüglich der Saite noch eine andere Form geben. Es sey l die Länge, b der Querschnitt, m die Masse der Saite und λ die Verlängerung derselben, wenn die Kraft, welche sie spannt, um σ zunimmt. Da $\frac{\sigma}{b}$ die auf die Flächeneinheit reducirte Aenderung der Spannung, und folglich auch der Elasticität vorstellt, so ist nach Obigem

$$\frac{\sigma}{b} = k \cdot \frac{\lambda}{l}, \quad \text{mithin} \quad k = \frac{l\sigma}{b\lambda}.$$

Das Volum der Saite ist = bl, mithin deren Dichte $D = \frac{m}{bl}$; hieraus folgt $\frac{k}{D} = \frac{l^2\sigma}{m\lambda}$ und $c = l\sqrt{\frac{\sigma}{m\lambda}}$. Will man σ als das Gewicht einer Masse μ darstellen, so ist zu setzen $\sigma = g\mu$, daher $c = l\sqrt{\frac{g\mu}{m\lambda}}$, und man kann, da hier bloß der Quotient $\frac{\mu}{m}$ erscheint, μ und m selbst durch Gewichte, und zwar nach einer beliebigen Einheit ausdrücken.

219. **Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in einer gleichförmig dichten Luftmasse.** Die in 218 vorgetragene Deduction der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Impulses in einer gleichförmigen elastischen Säule setzt voraus, daß die durch die Verschiebungen der Theile in das Spiel tretenden Elasticitäten lediglich den Aenderungen der Dichte proportional seyen. Da aber mit der Verdichtung der Luft eine Erhöhung, mit der Verdünnung eine Erniedrigung der Temperatur verbunden ist, was, wenn keine Ausgleichung mit der Temperatur der Umgebung statt finden kann, auf die Differenz der Spannkräfte der Lufttheilchen und dadurch auch auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses einen Einfluß ausübt, so darf dieser Umstand nicht unbeachtet bleiben.

Beobachten wir vor allem die Aenderung der Temperatur, welche eine Luftmasse durch eine sehr geringe Aenderung ihres Volums erfährt. Es sey V das Volum, T die Temperatur der Luftmasse, nach dem

Luftthermometer (194) gemessen, und T′ die Erhöhung dieser Temperatur, wenn jenes Volum um V′ abnimmt. Man stelle sich zuerst vor, das Volum V gehe in V — V′ über, ohne daß sich die Spannkraft ändert, so muß die Temperatur T um den Betrag $\frac{V'T}{V}$ sinken, und daher jeder Gewichtseinheit Luft ein Wärmequantum $C.\frac{V'T}{V}$ entzogen werden, wenn nämlich C die Wärmecapacität der Luft in Bezug auf constante Expansivkraft vorstellt. Man nehme jetzt an, die unter dem Volum V — V′ befindliche Luftmasse erhalte wieder die vorige Temperatur T, so muß ihr für jede Gewichtseinheit ein Wärmequantum $C'.\frac{V'T}{V}$ zurückgegeben werden, wobei C′ die Wärmecapacität der Luft für ein constantes Volum anzeigt. Damit daher das Volum V der Luft ohne Aenderung der Temperatur T sich um V′ vermindere, muß die Luft für jede Gewichtseinheit das Wärmequantum $C.\frac{V'T}{V} - C'.\frac{V'T}{V} = (C - C')\frac{V'T}{V}$ verlieren. Wird nun der Luft, während sich ihr Volum V um V′ vermindert, keine Wärme entzogen, so tritt eine Erhöhung der Temperatur ein, nämlich diejenige, welche vorgenanntes Wärmequantum an der Gewichtseinheit Luft von der Dichte der jetzt vorhandenen bei ungeändertem Volum hervorzubringen vermag. Diese Temperaturerhöhung T′ findet man, wenn man gedachtes Wärmequantum durch C′ dividirt. Daher ist $T' = \frac{C - C'}{C'} . \frac{V'T}{V}$ oder, wenn wir den Quotienten $\frac{C}{C'}$ durch q vorstellen,

$$T' = (q - 1)\frac{V'T}{V}.$$

Dieß vorausgesetzt sey D die Dichte, T die Temperatur nach dem Luftthermometer und E die Expansivkraft einer Luftsäule im Gleichgewichtszustande, von welcher wir zwei gleiche Schichten L M, M N (Fig. 82) von unendlich geringer Dicke α in dem Augenblicke betrachten, in welchem sie während der Fortpflanzung eines longitudinalen Impulses in die Lagen P Q, Q R gekommen sind und ihre Temperatur und Spannkraft die Aenderungen T′, T″ und E′, E″ erfahren haben. Nach 195 ist $E + E' : E = \frac{T + T'}{PQ} : \frac{T}{\alpha}$, mithin

$$E + E' = \frac{E(T + T')\alpha}{PQ . T} = \frac{E\alpha}{PQ}\left(1 + \frac{T'}{T}\right).$$

Den Werth von T′ gibt uns die oben erhaltene Formel, wenn wir in derselben $\frac{V'}{V} = \frac{\alpha - PQ}{\alpha} = 1 - \frac{PQ}{\alpha}$ annehmen. Wir erhalten sonach $\frac{T'}{T} = (q - 1)\left(1 - \frac{PQ}{\alpha}\right) = q - 1 - (q - 1)\frac{PQ}{\alpha}$, d. h.

$$1 + \frac{T'}{T} = q - (q - 1)\frac{PQ}{\alpha}, \text{ mithin}$$

$$E + E' = \frac{E\alpha}{PQ}\left(q - (q-1)\frac{PQ}{\alpha}\right) = \frac{qE\alpha}{PQ} - E(q-1).$$

Aus demselben Grunde ist $E + E'' = \frac{qE\alpha}{QR} - E(q-1)$, folglich, wenn man die zweite Gleichung von der ersten abzieht,

$$E' - E'' = qE\alpha\left(\frac{1}{PQ} - \frac{1}{QR}\right) = \frac{qE\alpha(QR - PQ)}{PQ.QR}.$$

Da PQ und QR von α nur sehr wenig verschieden sind, so kann man statt PQ.QR setzen α^2, und erhält dadurch

$$E' - E'' = \frac{qE}{\alpha}(QR - PQ.$$

Nun lassen sich alle weiteren in 218 angestellten Betrachtungen anbringen, und man kommt zu einem ähnlichen Ausdrucke für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c wie in 218, mit dem einzigen Unterschiede, daß hier qE die Stelle des dortigen Factors k annimmt. Es ist demnach $c = \sqrt{\frac{qE}{D}}$. Diese Formel spricht folgenden Lehrsatz aus: »Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in »einer gleichförmigen Luftsäule wird gefunden, wenn man deren Ex»pansivkraft durch die Dichte dividirt, den Quotienten mit einem Fac»tor multiplicirt, welcher das Verhältniß der Wärmecapacitäten der »Luft bei constantem Drucke und bei constantem Volum angibt, und »aus dem Producte die Quadratwurzel zieht.« Ist b der Barometerstand, μ das Verhältniß der Dichte des Queckſilbers zu jenem der Luft, und g die Acceleration der Schwere, so ist μD die Dichte des Queckſilbers, μDb die Masse und $g\mu Db$ das Gewicht der Barometersäule, also $E = g\mu Db$ und $c = \sqrt{qg\mu b}$.

Der Werth von q läßt sich auf empirischem Wege folgender Maßen finden: Aus obiger Gleichung folgt $q - 1 = \frac{VT'}{V'T}$, also $q = 1 + \frac{VT'}{V'T}$. Nimmt die Dichte D der Luft um D' zu, wenn ihr Volum V um V' abnimmt, so ist $\frac{V - V'}{V'} = \frac{D}{D'}$, wofür man, wenn V' sehr klein ist, $\frac{V}{V'} = \frac{D}{D'}$ setzen kann. Man hat so $q = 1 + \frac{DT'}{D'T}$. Es wäre sehr schwer T' unmittelbar zu beobachten; man kann aber folgender Maßen zu Werke gehen: 1) Aus einem Gefäße, welches mit einem Barometer zur Messung der Spannkraft der darin befindlichen Luft versehen ist, ziehe man etwas Luft heraus, und beobachte, nachdem die Luft im Gefäße die Temperatur T' der Umgebung angenommen hat, ihre Spannkraft. Diese sey b' und die Dichte der Luft sey D. 2) Stellt man die Communication mit der äußeren Luft her, so wird etwas davon in das Gefäß einströmen, und dadurch die Spannung, Dichte und Temperatur der inneren Luft zunehmen. Man schließe das Gefäß in dem Augenblicke ab, in welchem die Spannkraft der Luft darin dem äußeren Barometerstande b entspricht. Die Temperatur der Luft

im Gefäße sey in diesem Augenblicke $T + T'$ und ihre Dichte $D + D'$. 3) Man beobachte die Spannung b'' der Luft im Gefäße, nachdem sie wieder die äußere Temperatur T gewonnen hat; ihre Dichte bleibt dabei ungeändert, nämlich $D + D'$. Vergleicht man nun die Daten der ersten und dritten, dann der zweiten und dritten Beobachtung, so erhält man nach 193—195 die Proportionen

$$b' : b'' = D : D + D' \text{ und } b : b'' = T + T' : T, \text{ mithin}$$

$$\frac{D'}{D} = \frac{b'' - b'}{b'} \text{ und } \frac{T'}{T} = \frac{b - b''}{b''}.$$

Führt man diese Ergebnisse in obigen Ausdruck für q ein, so ergibt sich $q = 1 + \frac{(b - b'')\,b'}{(b'' - b')\,b''}$, in welcher Formel bloß Größen vorkommen, deren verläßliche Auffassung minder schwierig ist.

Versteht man unter μ den Werth dieser Größe für die Temperatur 0° R., so hat man in der Formel für c an die Stelle von μ zu setzen $\mu(1 + \beta t)$, wobei $\beta = \frac{1}{2400}$ ist. Hiedurch erhält diese Formel die Gestalt $c = \sqrt{q\,g\,\mu\,b\,(1 + \beta t)}$.

Für die atmosphärische Luft hat die Erfahrung auf oben angedeutetem Wege $q = 1{,}4$ gegeben und in Bezug auf den Barometerstand 0,76 Meter oder 28,85 W. Zoll ist $\mu = 10472$; setzt man noch $g = 31$ W. Fuß, so findet man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines Impulses in der atmosphärischen Luft bei 0° R. und bei dem genannten Barometerstande = 1045 W. Fuß.

220. **Fortpflanzung eines transversalen Impulses an einer gespannten Saite.** Wird ein Stück einer gespannten gleichförmig dicken Saite oder Schnur seitwärts geschoben und hierauf frei gelassen, so schreitet in Folge des gestörten Gleichgewichtes, und zwar, wenn die Einwirkung nicht gerade am Ende der Saite oder Schnur statt fand, sowohl nach der einen als auch nach der andern Richtung längs derselben eine Welle fort, welche durch die Aufeinanderfolge der lateralen Bewegungen der einzelnen Theilchen gebildet wird. Angenommen, daß sich dabei die Theilchen der Saite von ihrer Gleichgewichtslage nur sehr wenig entfernen und ihre Bahnen gegen die Längenrichtung der Saite senkrecht sind und in einerlei Ebene liegen, so läßt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle folgender Maßen finden: Es seyen PQ, QR (Fig. 83) die Positionen, in welchen sich zwei benachbarte Theilchen einer gespannten Saite AB in irgend einem Augenblicke während der Bewegung befinden. Man kann hier QP und QR als gerade Linien betrachten, welche von Q unter dem Winkel PQR ausgehen und zugleich die Richtungen vorstellen, nach denen der Punct Q in Folge der Spannung der Saite gezogen wird. Da die Spannung S, welche die Saite im Gleichgewichte hat, durch eine geringe laterale Verschiebung nicht merklich geändert wird, so kann man jede der beiden nach den Richtungen QP und QR wirkenden Kräfte = S setzen. Man zerlege jede dieser Kräfte in zwei Componenten, wovon eine parallel und die andere senkrecht zu AB wirkt. Zieht man PL, QM, RN senkrecht auf AB, so sind diese Geraden nach der

Voraussetzung Theile der Bahnen der Puncte P, Q, R und LM, MN sind die Positionen von PQ, QR im Zustande der Ruhe. Man ziehe noch durch P und R Linien parallel mit AB, welche der MQ in U und W begegnen, so werden die Intensitäten der mit AB parallel wirkenden Componenten vorgenannter Kräfte durch $S.\frac{UP}{QP}$ und $S.\frac{WR}{QR}$, und die Intensitäten der zu AB senkrechten Componenten durch $S.\frac{QU}{QP}$ und $S.\frac{QW}{QR}$ ausgedrückt. Soll der Punct Q aus der Richtung der Geraden QM nicht heraustreten, so müssen sich die der AB parallelen einander gerade entgegen wirkenden Componenten tilgen; es bleiben also nur die auf AB senkrechten Componenten übrig, welche sich auf eine einzige Kraft $= S\left(\frac{QU}{QP} - \frac{QW}{QR}\right)$ reduciren. Nehmen wir an, die hier ins Auge gefaßten Stückchen der Saite haben im Zustande der Ruhe gleiche Längen und setzen wir $LM = MN = \alpha$, ferner $QP = \alpha + \psi$, $QR = \alpha + \omega$, so sind, weil zwischen PL, QM, RN nur sehr geringe Unterschiede bestehen, ψ und ω im Vergleiche mit α sehr kleine Größen; dem gemäß kann man in der Differenz

$$\frac{QU}{QP} - \frac{QW}{QR} = \frac{QU}{\alpha+\psi} - \frac{QW}{\alpha+\omega} = \frac{(QU - QW)\alpha + QU.\omega - QW.\psi}{\alpha^2 + \alpha\psi + \alpha\omega + \psi\omega}$$

im Zähler die Glieder $QU.\omega$, $QW.\psi$ und im Nenner die Glieder $\alpha\psi$, $\alpha\omega$, $\psi\omega$ weglassen, wodurch man $\frac{QU}{QP} - \frac{QW}{QR} = \frac{QU - QW}{\alpha}$ erhält. Die auf Q nach der Richtung QU wirkende Kraft wird sonach durch $\frac{S}{\alpha}(QU - QW)$ ausgedrückt. Diese Kraft hat die Bewegung des Massentheilchens PQ zu bestimmen; bezeichnen wir nun die Länge eines Stückes der Saite, dessen Masse $= m$ ist, mit l, so ist die Masse des Stückchens $PQ = \frac{m\alpha}{l}$. Es seyen Q′ und Q″ die Positionen des Punctes Q um das Zeittheilchen τ früher und später, als er in die Position Q eintritt, so durchlauft Q die Wege Q′Q, QQ″ mit den Geschwindigkeiten $\frac{Q'Q}{\tau}$, $\frac{QQ''}{\tau}$; das Stückchen PQ hat also durch die Wirkung vorgenannter Kraft den Zusatz $\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau}$ an Geschwindigkeit erhalten, mithin wird diese Kraft auch durch

$$\frac{m\alpha}{l}\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right)$$

ausgedrückt. Es besteht sonach die Gleichung

$$\frac{m\alpha}{l}\left(\frac{QQ'' - Q'Q}{\tau^2}\right) = \frac{S}{\alpha}(QU - QW),$$

welche $\frac{\alpha^2}{\tau^2} = \frac{Sl}{m} \cdot \frac{QU - QW}{QQ'' - Q'Q}$ gibt.

Man betrachte jetzt α als den Weg, welchen die durch den Impuls

an der Saite erregte Welle während des Zeittheilchens τ durchläuft, und nenne die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c, so hat man $c = \frac{\alpha^2}{\tau^2}$; ferner ist in dem vorliegenden Falle unter der Hypothese, daß die Fortpflanzung der ursprünglichen Störung des Gleichgewichtes bereits in einen gleichförmigen Gang gekommen sey, also ein gleichmäßiges Fortschreiten der Welle statt finde, der Natur einer solchen Wellenbewegung gemäß, $Q''M = PL$ und $Q'M = RN$ oder $Q''M = UM$ und $Q'M = WM$, d. h. es fällt der Punct Q'' mit U, Q' mit W zusammen, und somit wird $\frac{QU - QW}{QQ'' - Q'Q} = 1$. Hieraus folgt die Formel

$$c = \sqrt{\frac{Sl}{m}}.$$

Will man S unter der Form des Gewichtes einer Masse M vorstellen, welches die Saite spannt, so ist $S = gM$ zu setzen und man hat $c = \sqrt{\frac{gMl}{m}}$. Hier können die Massen M und m nach einer beliebigen Einheit durch ihre Gewichte ausgedrückt werden.

Dieselbe Formel gilt auch für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines transversalen Impulses an einer gespannten Membrane, denn diese kann als eine Verbindung neben einander liegender Saiten betrachtet werden; aber sie gilt nicht für einen elastischen Stab: die Betrachtung der transversalen Wellenbewegung eines solchen überschreitet sowohl die Grenzen als auch die mathematischen Hilfsmittel dieses Lehrvortrages.

221. **Interferenz der Wellen.** Wenn zwei Wellen, d. i. Fortpflanzungen der Störung des Gleichgewichtes der Theile eines Körpers an derselben Stelle des Körpers zusammentreffen, so nimmt jedes Theilchen, auf welches die durch beide Wellen geforderten Bewegungen gleichzeitig übertragen werden, eine Bewegung an, welche der aus der Zusammensetzung vorgenannter Bewegungen hervorgehenden Resultirenden entspricht. Man nennt dieses Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen im Allgemeinen Interferenz der Wellen. Eben so kann umgekehrt jede Welle als das Resultat der Zusammensetzung zweier Störungen des Gleichgewichtes betrachtet und in selbe aufgelöst werden. Wird also z. B. an einer gespannten Saite eine laterale Ausbiegung angebracht, bei welcher die einzelnen Theilchen aus den auf die Ruhelage der Saite senkrechten Ebenen heraustreten, so stellt sich eine solche Verschiebung als die Zusammensetzung einer longitudinalen und transversalen dar, und es entspringen daraus zwei Wellen, eine longitudinale und transversale, welche, da ihnen verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeiten zugehören (218, 220), sich bei ihrem Ursprunge von einander trennen, und abgesondert fortschreiten.

222. **Entstehung der schwingenden Bewegung aus der Interferenz gleicher und entgegengesetzter Wellenzüge.** Man denke sich, um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, an einer gespannten Saite oder Schnur durch Impulse, welche an einer und

derselben Stelle der Saite regelmäßig auf einander folgen, eine Reihe von unmittelbar an einander sich anschließenden transversalen Wellen von einerlei Länge erregt, deren jede aus zwei entgegengesetzt liegenden Hälften von übereinstimmender Form besteht, so zwar, daß je zwei von dem Grenzpuncte der Wellenhälften in der einem bestimmten Augenblicke entsprechenden Lage des ganzen Wellensystems gleichweit abstehende Theilchen in entgegengesetzten Bewegungsphasen erscheinen. Man nehme ferner an, daß ein zweites dem vorgenannten ganz gleiches Wellensystem nach der gerade entgegengesetzten Richtung fortschreite. Es ist leicht einzusehen, daß aus der Interferenz dieser zwei Wellensysteme eine Bewegung der Saite entspringt, vermöge welcher gewisse Puncte der Saite, welche sämmtlich um die halbe Länge der interferirenden Wellen von einander abstehen, fortwährend in Ruhe bleiben und die zwischen diesen Puncten enthaltenen Stücke der Saite lateral hin und her gehen, d. h. transversale Schwingungen vollbringen, deren Dauer der Zeit gleich kommt, während welcher eine Welle um den Betrag ihrer Länge weiter rückt. Denn es sey

$\ldots A_{,,} A_{,} A A' A'' \ldots$ (Fig 84) die Ruhelage der Saite,

und $\ldots A_{,,} B'' A_{,} B A B A B' \ldots$

eines der beiden Wellensysteme in der Lage, die es in irgend einem Augenblicke hat, so ist nach der Voraussetzung, wenn man $AD = AD$, $A'D' = A'D$ ꝛc. nimmt, $BD = B_{,}D = B'D'$ ꝛc., und auf gleiche Weise correspondiren sich je zwei auf entgegengesetzten Seiten von A liegende Puncte der Welle. Ist nun die durch die Figur vorgestellte Lage zugleich jene der zweiten entgegengesetzt fortschreitenden Wellenfolge, so sind die Puncte $\ldots A_{,,}, A_{,}, A, A', A'', \ldots$ in Ruhe, und die Bewegungszustände der Puncte $\ldots B_{,,}, B_{,}, B, B', B'' \ldots$ addiren sich; rückt nun, in Folge des Fortschreitens des einen Wellensystemes, gleichsam $D_{,}$ nach $A_{,}$, so kommt bezüglich des andern auch D nach A, und die entgegengesetzten Phasen, welche sonach auf A übertragen werden, heben einander auf. Es bleibt also A fortwährend in Ruhe, und ein Gleiches gilt auch von $A_{,,}$, $A_{,}$ und von A', A''... Sind beide Wellenfolgen um die Hälfte von AA' fortgerückt, so tilgen sich alle Phasen längs der ganzen Ausdehnung der Saite, diese ist also in die Ruhelage zurückgekehrt; nach einer eben so langen Zeit ist A'B'A'' von dem einen und $AB_{,}A$ von dem andern Wellenzuge in das Stück AA' der Saite übertragen worden; dieses hat also die entgegengesetzte Ausbiegung erhalten, und kehrt hierauf wieder gegen die Lage AA' zurück, und so schwingt das Stück AA' der Saite hin und her, und dasselbe thun auch alle andern durch die mit A bezeichneten Puncte begrenzten Stücke, so zwar, daß je zwei benachbarte derselben entgegengesetzte Bewegungen verrichten, wodurch eben das fortwährende Gleichgewicht der Puncte A bedingt wird. Solche stets in Ruhe bleibende Trennungspuncte entgegengesetzt schwingender Theile nennt man Schwingungsknoten.

Diese Betrachtungen sind offenbar nicht bloß auf die Interferenz in entgegengesetztem Sinne fortschreitender transversaler Wellen an

einer gespannten Saite, sondern eben so gut auf jede andere Wellenform anwendbar. Wenn daher z. B. in einer Luftsäule entgegengesetzte Züge unmittelbar auf einander folgender Wellen von gleicher Länge zusammentreffen, deren jede einzelne aus einer Hälfte, in welcher Verdichtung und aus einer zweiten, in welcher Verdünnung herrscht, besteht, so gestaltet sich die ganze Luftsäule zu einem Aggregate longitudinal schwingender Theile von derselben Länge, wie vorgenannte Hälften; je zwei benachbarte dieser Theile sind durch fortwährend ruhende Querschnitte von einander getrennt. Die Schwingungsweise jedes solchen Theiles läßt sich aus der Figur 85 entnehmen, wenn man sich unter den entgegengesetzt liegenden Ordinaten BD, BD, u. s. w. entgegengesetzte Zustände der longitudinal vibrirenden Lufttheilchen vorstellt, nämlich entgegengesetzte Verschiebungen verbunden mit beziehungsweise proportionalen Verdichtungen und Verdünnungen. Läßt man die in der Zeichnung aufwärts gerichteten Ordinaten Verdichtungen, die abwärts gerichteten Verdünnungen der Lufttheilchen bedeuten, und zeigt man durch die den Wellenhälften beigesetzten Pfeile die Richtungen der Bewegung der einzelnen Lufttheilchen während der Fortpflanzung der Welle an, welche Richtungen in den verdichteten Theilen mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle selbst übereinstimmen, in den verdünnten Theilen aber der Fortpflanzungsrichtung entgegengesetzt sind, und läßt man die in der oberen Zeile stehenden Pfeile für den von der Linken gegen die Rechte gehenden, die in der unteren für den entgegengesetzten Wellenzug gelten, so sieht man leicht, daß die Schwingungsknoten in die mit A, A', A''... bezeichneten Stellen fallen, woselbst während einer Schwingung der Lufttheilchen Verdichtung mit Verdünnung abwechselt: in den Stellen in der Mitte zwischen den Schwingungsknoten B, B', B''.... ist die Aenderung der natürlichen Dichte der Luft am geringsten, und es herrscht da, und zwar in Momenten, die von den Augenblicken, in welchen die größte oder geringste Dichte an den Schwingungsknoten obwaltet, um ein Viertel der ganzen Undulationsdauer abweichen, die größte Geschwindigkeit.

Bezeichnen wir den Abstand zweier nächsten Schwingungsknoten an einer gespannten Saite, einem Stabe, einer Luftsäule u. dgl., d. h. die Länge eines schwingenden Stückes mit l, die Schwingungsdauer mit T und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen mit c, so ist 2l der Weg, welchen die Welle während der Zeit T zurücklegt, mithin $2l = cT$ (217). Hieraus ergibt sich $T = \frac{2l}{c}$.

223. **Gesetze der transversalen Schwingung einer Saite.** Wird eine an zwei fixen Puncten befestigte gespannte Saite ihrer ganzen Länge nach seitwärts gebogen, und sodann sich selbst überlassen, so wird sie in Folge ihrer Elasticität zu ihrer Ruhelage zurückgezogen; da aber ihre Bewegung hiebei wegen der continuirlichen Wirkung der Elasticität nothwendig eine beschleunigte ist, und sonach die Saite bei ihrem Eintritte in die Ruhelage die größte Geschwindigkeit erlangt; so geht sie ihrer Trägheit gemäß über diese Position hinaus nach der

entgegengesetzten Seite hin, bis ihre Geschwindigkeit durch die Gegenwirkung der Spannung aufgehoben ist, worauf sie auf dieselbe Weise wieder den umgekehrten Gang annimmt. Sie schwingt solchergestalt einem Pendel ähnlich viele Male hin und her, bis sie endlich der Widerstand der Luft, welcher ihre Bewegung fortwährend schwächt, gänzlich zur Ruhe gebracht hat. Da man sich immer vorstellen darf, diese Schwingung sey das Resultat der Interferenz zweier gleichen entgegengesetzt gehenden Wellenzüge, wovon zwei Schwingungsknoten in die Befestigungspuncte der Saite fallen, so hat man, wenn L die Länge, p das Gewicht der Saite, P ein Gewicht, welches der Saite ihre Spannung ertheilt oder zu ertheilen vermag, g die Acceleration der Schwere und T die Schwingungsdauer der Saite, Hin- und Hergang zusammen für eine Schwingung gerechnet, ausdrückt, wegen $c = \sqrt{\frac{gPL}{p}}$ (220) und $T = \frac{2L}{c}$ (222) die Formel

$$T = 2L\sqrt{\frac{p}{gPL}} = 2\sqrt{\frac{pL}{gP}}.$$

Ist die Saite cylindrisch und bezeichnet d ihren Durchmesser, s ihr specifisches Gewicht, so ist $p = \frac{1}{4}\pi d^2 L s$; hiedurch wird

$$T = Ld\sqrt{\frac{\pi s}{gP}}.$$

Hieraus folgt das Gesetz: »Die Schwingungsdauer einer der ganzen »Länge nach transversal schwingenden Saite steht im geraden Verhält»nisse ihrer Länge, Dicke und der Quadratwurzel aus ihrem specifischen »Gewichte, und im verkehrten Verhältnisse der Quadratwurzel ihrer »Spannung.«

Es kann sich aber auch eine Saite in transversal schwingende Theile von gleicher Länge abtheilen, welche durch Schwingungsknoten von einander getrennt sind. Wenn nämlich eine transversale Welle bis zu einem Befestigungspuncte der Saite fortgepflanzt worden ist, so wird sie daselbst, wegen der Unbeweglichkeit dieses Punctes, reflectirt, d. h. es geht von da gleichsam eine neue Welle aus, welche in Bezug auf erstere eine entgegengesetzte Lage und Fortpflanzungsrichtung hat. Wird nun an einem Ende der Saite eine Folge von hinreichend vielen unmittelbar an einander sich anschließenden Wellen von einerlei Länge, deren Hälfte einem aliquoten Theile der Länge der Saite gleichkommt, erregt, so daß die am andern Ende reflectirten Wellen den directen begegnen, so entspringt aus der Interferenz beider die angegebene Schwingungsweise der Saite.

Dieselben Betrachtungen lassen sich auch auf andere Schwingungsweisen ausdehnen und führen zu ähnlichen Resultaten. Auch bei der Untersuchung der Wasserwellen, von welchen die Benennung der Wellenbewegung hergenommen ist, finden sie Anwendung, obgleich die Wasserwellen ihre Bildung nicht der Störung des durch Elasticität, sondern durch die Schwere bedingten Gleichgewichtes der Flüssigkeitstheilchen verdanken. Die Hervorrufung einer schwingenden Bewegung durch Interferenz directer und reflectirter Wellenzüge läßt sich sehr gut an der Wellenrinne versinnlichen, einem langen schmalen Ka-

sten mit Glaswänden, in den man Wasser gibt und dieses in Wellenbewegung versetzt

224. **Bedingungen des Schalles.** Wenn wir die Umstände berücksichtigen, an welche die Wahrnehmung eines Schalles gebunden ist, so überzeugen wir uns, daß diese Wahrnehmung sich auf den Inbegriff von Impulsen bezieht, welche das Gehörorgan von dem dasselbe zunächst umgebenden und darauf einzuwirken fähigen Stoffe, nämlich von der im äußeren Gehörgange und in der Mundhöhle enthaltenen atmosphärischen Luft erfährt. Diese sind die Folge anderer Impulse, die auf irgend eine Weise gegen einen elastischen Körper ausgeübt und von demselben durch die vorhandenen mit hinreichender Elasticität begabten Zwischenstoffe bis zu dem Gehörorgane fortgepflanzt werden. Damit ein Schall wahrgenommen werde, sind sonach folgende drei Stücke erforderlich: 1) Eine Veranstaltung zur Hervorbringung von Impulsen (Schallerregung); 2) eine ununterbrochene Folge von Stoffen, die zur Fortpflanzung dieser Impulse geeignet sind, von dem Schallerreger angefangen bis zu dem Gehörorgan, und 3) eine gehörige Beschaffenheit der Gehörwerkzeuge. Man betrachtet daher den Schall in objectiver Beziehung bloß als eine Succession von Impulsen, deren Stärke und Rapidität innerhalb gewisser Grenzen liegt, und schließt aus der Beschaffenheit des wahrgenommenen Schalles auf die vor sich gegangenen Impulse und auf die durch selbe bedingten Eigenschaften der daran Theil habenden Körper. Aus diesem Grunde steht die Untersuchung des Schalles mit der Betrachtung der Wellenbewegung elastischer Körper in untrennbarer Verbindung.

Die gewöhnlichen Schallerreger sind elastische Körper, welche sich im Zustande schwingender Bewegung befinden; man nennt sie deßhalb vorzugsweise schallende Körper. Auf diese Weise gibt nicht nur eine gespannte Saite, ein elastischer Stab, eine elastische Platte, eine Glocke, die in einer Röhre eingeschlossene Luft &c auf passende Weise zu schwingender Bewegung angeregt einen Schall, sondern jeder Stoß, jede Reibung, ja selbst jeder Contact zweier Körper ist mit Schallerregung verbunden. Die Wahrnehmung des Schalles fällt aber selbst bei heftiger Anregung zu schwingender Bewegung, z. B. bei dem Anschlagen an eine hellklingende Glocke, sogleich weg, wenn die materielle Verbindung des schallenden Körpers mit dem Gehörorgane unterbrochen ist, daher hört man ein unter dem Recipienten der Luftpumpe in Gang gesetztes Schlagwerk bei stark verdünnter Luft nicht, aber der Schall wird sogleich vernehmlich, wenn man Luft in den Recipienten läßt. Die Fortpflanzung des Schalles erfolgt nicht stets durch die Luft; jeder Körper ist, in so fern er hinreichende Elasticität besitzt, dazu geeignet. So hört man den Gang einer am Ende eines langen Balkens liegenden Uhr, wenn man das Ohr an den Balken anlegt; ein Schlag an einem Ende einer langen metallenen Röhrenleitung wurde am andern Ende zweifach gehört, indem der dadurch erregte Schall sich sowohl durch das Metall als durch die Luft, und zwar mit verschiedener Schnelligkeit fortpflanzte. Deßhalb ist es auch nöthig bei dem vorerwähnten Versuche das Schlagwerk aufzuhängen oder auf eine weiche Unterlage zu setzen, weil sonst der Schall durch den Körper der Luftpumpe nach außen fortgeleitet würde.

225. **Tonhöhe und deren Maß.** Der Schall läßt unzählige Modificationen zu, welche wir mit einer bewunderungswürdigen Leichtigkeit unterscheiden und wieder erkennen, und unsere Sprache enthält viele Worte zur Bezeichnung der verschiedenartigen Schallläußerungen. Im Allgemeinen nennen wir einen Schall, welcher sich uns als etwas Geregeltes darstellt, und dem gemäß einen angenehmen Eindruck verursacht, einen Klang, dagegen einen ungeregelten verworrenen Schall ein Geräusch. Ein Klang, der uns in allen seinen Theilen gleichartig und einfach, d. h. nicht aus andern Klängen bestehend erscheint, heißt ein Ton Bei einem Tone kommt dessen Stärke und Höhe in Betrachtung; erstere hängt von der Energie der Impulse, letztere von dem Zeitintervall zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Impulsen ab. Ein Ton ist um so höher, je kleiner dieses Zeitintervall ist, oder was dasselbe heißt, je mehr Impulse während einer gegebenen Zeit statt finden. Daher ist die Anzahl der während der Zeiteinheit gegen das Gehörorgan vollbrachten Impulse das natürliche Maß der Tonhöhe. Vergleicht man zwei Töne mit einander, so entspringt daraus die Vorstellung ihres Verhältnisses, welches man die relative Tonhöhe (des einen in Bezug auf den andern) nennt, im Gegensatze mit der vorgenannten absoluten Tonhöhe. Das Maß der relativen Tonhöhe ist der Quotient der Zahlwerthe der absoluten Höhen der zwei gegen einander gehaltenen Töne; der Ton, durch welchen der andere gemessen wird, und der daher den Divisor jenes Quotienten liefert, heißt der Grundton. Im Folgenden wird stets der tiefere Ton als Grundton angesehen, in welcher Voraussetzung der relative Tonwerth stets durch eine Zahl ausgedrückt wird, welche größer ist als die Einheit. Nicht jede Reihe von Impulsen gegen das Gehörorgan wird als Ton aufgefaßt; dieselben müssen, damit ein Ton hörbar werde, mit einer gewissen Schnelligkeit auf einander folgen. Man rechnet für den tiefsten deutlich unterscheidbaren Ton gewöhnlich 16 Impulse binnen einer Secunde, obgleich auch eine noch geringere Anzahl von Impulsen sich zu einem Tone gestaltet, wenn die einzelnen Stöße nur kräftig genug sind, damit der Eindruck des einen noch nicht erloschen sey, wenn der andere erfolgt, und so alle zu einem Gesammteindrucke verknüpft werden können. Aber auch eine zu große Anzahl von Impulsen, z. B. 20000 oder mehr in einer Secunde, liefert keinen deutlichen Ton. Wird der Ton durch einen schwingenden Körper hervorgerufen, so gehört zu einem Impulse stets eine volle Schwingung, d. h. ein Hin- und ein Hergang zusammen genommen. Uebrigens können die einzelnen Impulse, jeder für sich allein betrachtet, hörbare Schallläußerungen, ja sogar Töne seyn, deren Succession wieder einen, jedoch tieferen Ton bildet.

Die sichersten Mittel zur numerischen Bestimmung der absoluten Tonhöhen sind das Monochord und die Syrene. Ersteres in seiner vollkommensten Form besteht aus einer cylindrischen, in transversale Schwingungen zu versetzenden Metallsaite, welche an einem Gestelle so gespannt ist, daß man die Größe ihrer Spannung

und die Länge des schwingenden Theiles beliebig abändern und mit Genauigkeit angeben kann. Da die Anzahl n der während einer Secunde vollbrachten transversalen Schwingungen gefunden wird, wenn man die Einheit durch die Dauer einer Schwingung in Secunden ausgedrückt dividirt, so hat man nach 223, wenn L die Länge des schwingenden Theiles der Saite, ferner q den Quotienten anzeigt, den man erhält, wenn man das Gewicht der Saite durch ihre Länge dividirt, endlich P das spannende Gewicht vorstellt, die Formel

$$n = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{gP}{q}}.$$

Die Syrene besteht aus einer Scheibe, die um eine gegen ihre Ebene senkrechte Axe, einem Rade ähnlich drehbar und mit gleichen und gleich weit von einander entfernten, in einem mit der Scheibe concentrischen Kreise stehenden Oeffnungen versehen ist, gegen welche man, während die Scheibe umläuft, aus einem senkrecht gegen die Scheibe gehaltenen Rohre einen Luftstrom leitet. Das abwechselnde Unterbrechen und Durchlassen des Luftstromes erzeugt Impulse, aus welchen sich, bei gehöriger Schnelligkeit der Drehung der Scheibe, ein Ton bildet. Man erkennt die Anzahl der erfolgten Impulse durch Multiplication der Anzahl der Löcher mit der Anzahl der Umläufe der Scheibe; letztere Anzahl wird durch ein mit der Axe der Scheibe in Verbindung stehendes Zeigerwerk angezeigt. Das Instrument ist gewöhnlich so eingerichtet, daß die Luft aus einem mit einer ebenen Platte geschlossenen Behälter strömt, welchem die rotirende Scheibe in geringem Abstande von erwähnter Platte parallel läuft. Die Deckplatte des Luftkastens hat eben so viele und eben so angeordnete Löcher, wie die rotirende Scheibe, und es sind letztere schief gebohrt, damit die Scheibe durch den Luftstrom selbst in Bewegung gesetzt werde. Handelt es sich bloß um die Angabe der relativen Tonhohen, so gestattet ein einfaches, bloß mit einer Scale zur Messung der Länge des schwingenden Stückes der Saite versehenes Monochord die leichteste Anwendung. Sind nämlich n und n' die zu vergleichenden Tonhöhen, L, L' die Längen der diesen Tönen entsprechenden schwingenden Stücke einer und derselben Saite bei ungeänderter Spannung, so ist nach obiger Formel

$$n : n' = \frac{1}{L} : \frac{1}{L'} = L' : L,$$

d. h. die Tonhöhen verhalten sich verkehrt wie die zugehörenden Saitenlängen.

Ist die Saite des Monochords so lang oder so wenig gespannt, daß man die Schwingungen der Saite sehen und zählen kann, so hört man keinen Ton; erst wenn die Schwingungen rascher auf einander folgen, nimmt man einen tiefen Ton wahr, dessen Höhe in dem Maße steigt, als die Saite mehr gespannt, oder kürzer genommen wird. Vergleichende Versuche mit dem Monochord und der Syrene lehren, daß eine volle Schwingung der Saite (Hin- und Hergang zusammengenommen) einer Aufeinanderfolge zweier Luftstöße entspricht. Hält man ein Kartenblatt gegen den Rand eines gezähnten Rades, so bildet sich bei raschem Anschlagen der Zähne gegen das Blatt ein der Frequenz der Im-

pulse angemessener Ton. Da jedes einzelne Anschlagen des Kartenblattes an einen Zahn mit einer Schalläußerung verbunden ist, so sieht man daraus die Richtigkeit obiger Behauptung, daß rasch hinter einander folgende Schalläußerungen zu einem Tone zusammenfließen. So hört man auch, wenn zwei Töne zusammenklingen, oft deutlich von einander getrennte Stöße (Schwebungen), ja unter günstigen Umständen einen dritten tieferen Ton (Combinationston), wovon noch später die Rede seyn wird. Auch Trevelyan's Versuche über das Tönen erhitzter Metallmassen auf abkühlenden Unterlagen gehören hieher.

226. **Tonleiter und Tonintervalle.** Betrachtet man den Ton, welchen die ganze Seitenlänge am Monochord gibt, als den Grundton, und verkürzt hierauf die Saite allmälig ohne Aenderung ihrer Spannung, so erzeugt man leicht jene Stufenfolge von immer höher werdenden Tönen, welche man in der Musik die Tonleiter (Scale) nennt. Sie besteht bekanntlich, den Grundton mit eingeschlossen, aus acht Tönen, welche die Namen Prim (Grundton), Secund, Terz, Quart, Quint, Sext, Septime, Octave führen. Geht man von der Octave als Grundton aus, so erscheinen die Töne der höheren Tonleiter zu jenen der tieferen in einer solchen Beziehung, wie die Octave zum Grundton, und die eine Scale scheint nur die getreueste Wiederholung der andern in einer höhern Tonlage zu seyn, so daß man, wenn zwei correspondirende Töne zusammenklingen, gleichsam nur einen Ton zu hören glaubt. Man bezeichnet daher die Töne aller Scalen, deren Grundtöne genau um eine oder mehrere Octaven von einander abstehen, mit denselben Buchstaben des Alphabets. Diese Buchstaben sind, wenn man den Grundton C nennt, C, D, E, F, G, A, H, c; den Tönen der höhern Octave gehören sonach die Zeichen c, d, e, f, g, a, h. Untersucht man die Saitenlängen, welche den Tönen der Scale entsprechen, so findet man, daß sie mit der Seitenlänge des Grundtones in einem rationalen und durch um so einfachere Zahlen gegebenen Verhältnisse stehen, je angenehmer der Eindruck ist, den das Zusammenklingen der Töne mit dem Grundton auf uns macht. Das umgekehrte Verhaltniß der am Monochord beobachteten Saitenlängen gibt für die relativen Tonhöhen der einzelnen Glieder der Tonleiter bezüglich des Grundtones folgende Werthe: $C = 1$, $D = \frac{9}{8}$, $E = \frac{5}{4}$, $F = \frac{4}{3}$, $G = \frac{3}{2}$, $A = \frac{5}{3}$, $H = \frac{15}{8}$, $c = 2$. Man sagt von zwei Tonen, welche angenehm zusammen klingen, sie bilden eine Consonanz, im entgegengesetzten Falle aber eine Dissonanz. Die vollkommenste Consonanz gibt die Octave mit dem Grundtone; ihr zunächst steht die Quinte, dann folgt die Terz, Quart und Sext. Die Secunde und Septime sind dissonirende Töne. Grundton, Terz und Quint geben den vollkommensten und daher auch vorzugsweise sogenannten Dreiklang.

Der Abstand oder das Intervall zweier Töne wird durch den Quotienten ihrer Tonwerthe gemessen. Betrachtet man die Intervalle zwischen zwei unmittelbar auf einander folgenden Tönen der Scale in aufsteigender Richtung, so erscheint $D : C = \frac{9}{8}$, $E : D = \frac{10}{9}$, $F : E$

$= \frac{16}{15}$, G : F $= \frac{9}{8}$, A : G $= \frac{10}{9}$, H : A $= \frac{9}{8}$, c : H $= \frac{16}{15}$. Es kommen daher hier dreierlei Intervalle vor $\frac{9}{8}$, $\frac{10}{9}$, $\frac{16}{15}$. Das erste heißt ein großer ganzer Ton, das zweite ein kleiner ganzer Ton, das dritte ein halber Ton. Das Intervall zwischen einem großen und einem kleinen ganzen Ton ist $\frac{9}{8} : \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$: es wird ein Comma genannt.

Die Töne der Scale entsprechen der Eintheilung einer Saite in 2, 3, 4, 5 und 8 gleiche Theile. Es ist aber noch ein auf die Theilung in 6 gleiche Theile sich beziehender unter den vorgenannten nicht enthaltener Ton beachtenswerth, nämlich die kleine Terz, welcher der Zahlwerth $\frac{6}{5}$ gehört. Wird sie an die Stelle der in der oben angeführten Scale enthaltenen großen Terz gesetzt, so entsteht die weiche (oder Moll-) Tonleiter, im Gegensatze mit der harten (Durscale), in welcher die große Terz steht. Das Intervall zwischen der großen und kleinen Terz ist $\frac{5}{4} : \frac{6}{5} = \frac{25}{24}$, und heißt ein kleiner halber Ton.

Wählt man einen von C verschiedenen Ton der Scale, z. B. G zum Grundton, so kann man, in so fern man das Comma vernachläßiget, die Beziehung von A, H, c, d, e zu G für dieselbe annehmen, in welcher D, E, F, G, A zu C stehen; um aber die Lücke zwischen e und g, welche jener zwischen A und C gleich ist, durch einen Ton auszufüllen, der zu G sich verhält, wie H zu C, ist ein neuer Ton nöthig, dessen Zahlwerth sonach $= \frac{3}{2} \times \frac{15}{8} = \frac{45}{16}$, mithin dessen niedere Octave $= \frac{45}{32}$ wäre. Vermindert man diesen letzteren Ton noch um ein Comma, so wird daraus $\frac{45}{32} \times \frac{80}{81} = \frac{25}{18}$, welcher Ton um $\frac{25}{18} : \frac{4}{3} = \frac{25}{24}$, d. h. um einen kleinen halben Ton höher ist als der aus der neuen Scale wegzulassende Ton F und daher als dessen Erhöhung betrachtet Fis genannt wird. Auf ähnliche Weise muß man, um so viel Töne zu haben, als zu einer von D als Grundton ausgehenden vollständigen Scale nöthig sind, nebst dem vorgenannten Tone Fis noch zwischen H und D einen Ton einschalten, welcher in der neuen Scale an die Stelle von C tritt, mithin, da er sich als eine Erhöhung desselben darstellt, den Namen Cis führt. Aehnliche Erhöhungen sind noch mit G, D, A vorzunehmen, wenn die Scale mit A, E, H beginnen soll. Dagegen muß, wenn man von F als Grundton ausgehen will, H um einen halben Ton erniedriget werden, wodurch man auf Hes geführt wird, u. s. w. Da man auf diese Weise in die Lage kommt, jeden einzelnen der sechs Töne D, E, F, G, A, H zu erhöhen und zu erniedrigen, dagegen C bloß erhöht und c bloß erniedriget wird, so erhält die so vervollständigte Octave in Allem 8 + 14 = 22 Töne. Die eingeschalteten Töne reduciren sich in der practischen Musik, in welcher ein und derselbe Ton beziehungsweise als Cis und Des dient, und eben so zwischen Dis und Es, zwischen Eis und F, Fes und E ꝛc. kein Unterschied gemacht wird, auf fünf, so daß die vervollständigte Tonleiter, welche die chromatische heißt, bloß 13 Töne umfaßt. Diese Vereinfachung der Tonleiter wird noch durch den Umstand gerechtfertiget, daß das Zusammenbestehen durchgehends völlig

reiner Intervalle in einer mehrere Octaven umfassenden Ausdehnung geradezu unmöglich ist. Denn nimmt man nur zu C die höhere Quinte G, zu dieser wieder die Quinte d (welche der nächsten Octave angehört), und endlich zu letzterer die Quinte a, so ergibt sich $a = (\frac{3}{2})^3 = \frac{27}{8}$. Aber es soll auch $a = 2A = \frac{10}{3}$ seyn, was von dem ersteren Resultate um das Intervall $\frac{27}{8} : \frac{10}{3} = \frac{81}{80}$, d. i. um ein Comma abweicht. Will man daher die Octaven rein erhalten, wie es das musikalische Gehör gebieterisch fordert, so müssen die Quinten unrein werden. Am zweckmäßigsten ist es, die Quinten dergestalt zu modificiren (zu temperiren), daß die Intervalle zwischen denselben sämmtlich einander gleich werden. Man nennt diese Anordnung die gleichschwebende Temperatur, im Gegensatze mit der ungleichschwebenden, deren Quinten ungleich sind. Geht man in der chromatischen Tonleiter von irgend einem Tone als Grundton aus und schreitet stets in Quinten aufwärts, so erreicht man nach zwölf Quinten die siebente Octave des Grundtones, und hat dabei alle Glieder der Scale berührt. Es ist nämlich, wenn man mit C beginnt, die Folge der Quinten

C, G|D, A|E, H|Fis|Cis, Gis|Dis, Ais|F|C,

in welchem Schema die verschiedenen Octaven durch Verticalstriche von einander getrennt sind. Stellt also x den Werth einer Quinte in der gleichschwebenden Temperatur vor, so besteht die Gleichung $x^{12} = 2^7$, woraus $log\, x = \frac{7}{12} log\, 2$ oder $log\, x = 0{,}17560$, mithin $x = 1{,}4983$ folgt. Dieser Werth ist um 0,0017 niedriger als die reine Quinte $\frac{3}{2}$ oder 1,5.

Der tiefste Ton, von welchem in der Musik Gebrauch gemacht wird, ist das sogenannte tiefe C der Orgel; die Octave desselben heißt Contra C; es ist das tiefste C am Claviere. Diesem zunächst steht das große C, das tiefste C des Violoncells, welches von seiner Bezeichnung C den Namen hat; die folgenden Octaven heißen kleines c (c), eingestrichenes $\bar{c}$ (c), zweigestrichenes $\bar{\bar{c}}$ u. s. w. Das Zeichen des Contra-C ist $\underline{\underline{C}}$, das des tiefen C ist $\underline{C}$. Rechnet man, der gewöhnlichen mittleren Stimmweise gemäß, für das tiefe C 16 Impulse in der Secunde, so ergeben sich für die genannten Töne folgende absolute Werthe: $\underline{\underline{C}} = 16$, $\underline{C} = 32$, $C = 64$, $c = 128$, $\bar{c} = 256$, $\bar{\bar{c}} = 512$ ꝛc. Dem höchsten C am Klaviere (dem viermal gestrichenen c) entsprechen sonach 2048, der höchsten Klaviertaste g $2048 \times \frac{3}{2} = 3072$ Impulse in der Secunde. Der Tonwerth des $\bar{a}$, nach welchem sich die Stimmung des Orchesters richtet, ist bei dieser Annahme $= 256 \times \frac{5}{3} = 426\frac{2}{3}$.

227. **Fortpflanzung des Schalles in der Luft.** Die Fortpflanzung des Schalles in der Luft findet in den in 219 aus einander gesetzten Principien ihre theoretische Begründung. Man hat die Geschwindigkeit, mit welcher dieselbe vor sich geht, auf empirischem Wege untersucht. Wird eine Kanone abgefeuert, so sieht ein entfernter Beobachter zuerst das durch die Entzündung des Schießpulvers erzeugte Licht und eine kleine Zeit darauf hört er erst den Knall der Explosion. Das Intervall zwischen Licht und Knall fällt um so größer aus, je weiter

der Beobachter von dem Geschütze entfernt ist. Wegen der ungeheuren Schnelligkeit, mit welcher sich das Licht fortpflanzt, kann man erwähntes Zeitintervall als die Zeit betrachten, welche der Schall braucht, um von dem Orte der Explosion zu dem Beobachter zu gelangen. Dividirt man die Distanz des Geschützes von dem Beobachter durch diese Zeit, so ergibt sich die Geschwindigkeit des Schalles. Da aber der Wind, wenn er nicht rechtwinklig gegen die Fortpflanzungsrichtung des Schalles weht, die Geschwindigkeit nach Maßgabe der dieser Richtung entsprechenden Componente seiner eigenen Geschwindigkeit ändert, so darf diese nicht unbeachtet bleiben. Man eliminirt den Einfluß des Windes auf die Geschwindigkeit des Schalles, wenn man an den zwei Endpuncten einer hinreichend langen Standlinie zu gleicher Zeit Kanonen abfeuert, und zwischen den Zeiten, die der Schall braucht, um diese Linie in den entgegengesetzten Richtungen zu durchlaufen, das Mittel nimmt. Damit die Luft möglichst gleichförmig erwärmt sey, ist es zweckmäßig derlei Beobachtungen bei Nacht anzustellen. Aus zahlreichen Beobachtungen hat sich die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft, auf die Temperatur 0° R. reducirt, = 1050 W. Fuß in der Secunde ergeben, wovon das in 219 auf theoretischem Wege gefundene Resultat nur unbedeutend abweicht. Man hat zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit hoher und tiefer Töne keinen Unterschied wahrgenommen. Die Stärke des Schalles nimmt in freier Luft ab, wenn die Entfernung, in welche er sich verbreitet, größer ist, und zwar kann man die Stärke des Schalles dem Quadrate dieser Entfernung verkehrt proportional setzen; pflanzt sich aber der Schall in einer cylindrischen Luftsäule fort, so verliert er nichts an seiner Stärke. Hierauf beruht das sogenannte Communicationsrohr, als Fortleitungsmittel des Schalles. Während nämlich im letzteren Falle die in einer jeden Luftschichte von unendlich geringer Dicke herrschende Bewegung bei ihrem Uebergange auf die nächste gleichdicke Luftschichte auf eine gleichgroße Masse übertragen wird, findet in dem ersteren Falle die Mittheilung der Bewegung an eine im Verhältnisse des Quadrates der Distanz größer werdende Masse statt, weßwegen die Bewegung der einzelnen Massentheilchen in eben diesem Verhältnisse verringert wird. Denn da der an irgend eine Stelle in freier Luft ausgeübte Impuls des schallerregenden Körpers sich nach allen Seiten ringsum mittheilt, und die Fortpflanzung dieses Impulses gleichförmig fortschreitet, so liegen die gleichzeitig erschütterten Lufttheilchen, wenn der Schall auf eine Distanz vorgedrungen ist, welche die Dimensionen des Raumes, in welchem dessen Erregung vor sich ging, viele Male übertrifft, in einer Kugelfläche, deren Flächengröße sich wie das Quadrat ihres Halbmessers verhält. Die Bewegung der den Schall fortpflanzenden Lufttheilchen ist longitudinal, d. h. sie geschieht längs der Geraden, nach welcher der Schall fortschreitet; die neben einander liegenden Lufttheilchen wirken nämlich auf einander gleichmäßig seitwärts ein, wodurch jede laterale Bewegung gehindert wird. Man kann die so vor sich gehende Schallfortpflanzung mit der Verbreitung einer Erschütterung

in einer Luftmasse vergleichen, welche in einer pyramidalen oder kegelförmigen Röhre enthalten ist. Eine jede Gerade, welche von dem Orte der Schallbewegung ausgeht, heißt ein Schallstrahl. Wird die schwingende Bewegung eines tönenden Körpers fortgepflanzt, so wechseln längs einem Schallstrahle Verdichtungen der Luft mit Verdünnungen ab; eine Verdichtung und Verdünnung zusammengenommen machen die Länge einer Schallwelle aus (217), welche Länge der Weg ist, den der Schall während einer Schwingung des tönenden Körpers zurücklegt. Verschiedene Schallwellen können durch einander hindurchgehen, ohne einander zu stören; jede derselben setzt ihren Weg fort, als ob keine Begegnung statt gefunden hätte.

Nehmen wir der bequemeren Rechnung wegen die Geschwindigkeit des Schalles = 1024 Pariser Fuß, was von der obigen Angabe nur wenig abweicht, so ist die Länge einer Schallwelle bei 16 Schwingungen in der Secunde $= \frac{1024}{16} = 64$ Fuß, für den höchsten Ton am Klaviere g aber $= \frac{1024}{3072} = \frac{1}{3}$ Fuß.

228. **Reflexion des Schalles.** So lange das Medium, auf dessen Erschütterung die Fortpflanzung des Schalles beruht, längs der Strecke, nach welcher sich der Schall verbreitet, homogen bleibt, geht dasselbe vor sich, was bei dem Stoße elastischer Körper von gleicher Masse, wovon der eine sich im Zustande der Ruhe befindet, eintritt; die stoßende Masse kommt zur Ruhe, die gestoßene übernimmt die Geschwindigkeit der gestoßenen, oder wenn mehrere ruhende Massen zugleich gestoßen werden, es vertheilt sich die Geschwindigkeit der stoßenden Masse auf selbe. Anders verhält sich die Sache, wenn die Fortpflanzung der Erschütterung sich bis an die Grenze zweier heterogenen Medien erstreckt. Da wird die Geschwindigkeit der stoßenden Theilchen nicht mehr durch die Rückwirkung der gestoßenen aufgehoben, denn die Massen der auf einander wirkenden Partikel können nicht mehr für gleich gelten, sondern es bleibt entweder noch etwas von der ursprünglichen Bewegung der stoßenden Theilchen übrig, oder es entsteht eine Bewegung derselben im entgegengesetzten Sinne. In dem einen wie in dem andern Falle vertritt die gegenseitige Action der heterogenen Theilchen an der Trennungsfläche beider Medien die Stelle einer ursprünglichen Erschütterung, sowohl des einen als des andern Mediums; es bilden sich also zwei Schallwellen: die eine schreitet in dem neuen Medium fort, die andere kehrt in das ursprüngliche Medium zurück. Hinsichtlich der letztern sagt man, der Schall sey an der Trennungsfläche beider Medien *zurückgeworfen* oder *reflectirt* worden. Betrachten wir den verdichteten Theil der Schallwelle im Augenblicke der Reflexion, so bildet sich aus ihm wieder eine verdichtete Welle, wenn die Theilchen des reflectirenden Mediums dem Impulse der andringenden Theilchen des ursprünglichen schwerer ausweichen als die Theilchen des letzteren unter einander; im entgegengesetzten Falle aber wird aus der ankommenden verdichteten Wellenpartie eine verdünnte reflectirte erzeugt. Eine an der reflectirenden Fläche ankommende verdünnte Welle dagegen erzeugt im ersten Falle wieder eine verdünnte, im zweiten aber

eine verdichtete reflectirte Welle. So wie verschiedene Schallwellen überhaupt einander mannigfaltig durchkreuzen können, ohne einander zu stören, so können die directen Schallwellen mit den reflectirten zugleich bestehen. Da mit der Reflexion des Schalles eine Theilung der Bewegung unter verschiedene Massen verbunden ist, so wird die Stärke des Schalles durch Reflexion geschwächt. Die Erfahrung lehrt, daß ein Schallstrahl, welcher in schiefer Richtung gegen eine reflectirende Wand (Trennungsfläche heterogener Medien) gesendet wird, einen reflectirten Schallstrahl erzeugt, welcher mit dem anprallenden Schallstrahle in einerlei gegen die reflectirende Fläche senkrechter oder normaler Ebene liegt, und von der Normallinie nach der entgegengesetzten Seite hin um eben dem Winkel abweicht, welchen der auffallende Strahl mit dieser Normallinie bildet, oder mit andern Worten: Der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich. Dieses Resultat der Erfahrung läßt sich leicht durch Betrachtungen, welche den in 150 angestellten ähnlich sind, theoretisch begründen.

Auf der Reflexion des Schalles beruht die Wirkung gegen einander gestellter Hohlspiegel, des Sprachrohres, des Hörrohres, ferner der Nachhall und das Echo. Als reflectirender Körper kann jedes von der Luft verschiedene Medium, ja sogar eine unter andern Umständen befindliche Luftmasse dienen. So reflectiren nicht bloß Felswände, sondern auch Wolken, ungleich erwärmte Luftmassen u. dgl. den Schall. Vielfache Reflexionen schwächen den Schall, hierauf beruht die den Wiederhall schwächende Wirkung der Verzierungen eines Saales, der Anfüllung desselben mit Menschen; die Hemmung des Schalles durch Doppelthüren u. dgl. m.

229. **Tönende Körper.** Nach den vorangehenden Principien läßt sich nunmehr der Unterschied zwischen den Zuständen der Bewegung, in welchen sich ein Körper befindet, wenn er bloß den Schall fortpflanzt, und wenn er einen Schall erzeugt, klar auffassen. Die Fortpflanzung des Schalles wird durch eine wellende Bewegung bewirkt, bei welcher die Impulse, die gewisse Theile eines elastischen Körpers empfangen, auf benachbarte Theile übertragen werden. Hiebei gerathen die Körpertheile nach einander und nur in so fern sie von den benachbarten Theilen gedrängt werden in Bewegung, und kommen, so lange die Beschaffenheit der angrenzenden Theile nicht eine ganz andere ist (228), durch die Rückwirkung dieser sogleich wieder zur Ruhe, denn ihre Geschwindigkeit wird $= 0$, wenn sie die ihnen im Zustande des Gleichgewichtes eigenthümliche natürliche Stellung wieder erlangt haben, es ist also kein Grund zu weiterer Bewegung vorhanden. Bei der Erzeugung des Schalles dagegen, insbesondere der Hervorbringung der reinsten Form desselben, bei dem *Tönen*, befinden sich die Körper in *schwingender Bewegung*; ihre Theile bewegen sich gleichzeitig hin und her, indem sie von den Positionen des Gleichgewichtes nach der einen und nach der entgegengesetzten Seite abweichen. Da die Theile bei dem Eintreten in die Gleichgewichtslage, in Folge der durch die Anregung zur Herstellung des Gleichgewichtes erhaltenen Beschleunigungen, sich im Maximum der Geschwindigkeit befinden, so

setzen sie ihre Bewegung über diese Lage hinaus nach der entgegengesetzten Seite fort, bis ihre Geschwindigkeit, die aus demselben Grunde, aus welchem sie früher accelerirt wurde, nunmehr retardirt wird, auf Null gebracht worden ist, worauf dieselbe Bewegung wie vorhin, nur im entgegengesetzten Sinne vor sich geht. Die so beschaffene Bewegung ist daher eine andauernde, d. h. sie währt fort, auch nachdem die Ursache, welche sie hervorrief, zu wirken aufgehört hat, und wird nur durch fremdartige (äußere) Bewegungshindernisse aufgehoben. Die schwingende Bewegung kann unmittelbar durch gleichzeitige Störung des Gleichgewichtes aller Theile eines Körpers hervorgebracht werden; sie kann sich aber auch aus einer vorläufigen bloß wellenartigen Bewegung entwickeln, wenn an irgend einer Stelle des Körpers eine Reihe von Wellen erregt wird, welche bis an die Begrenzung des Körpers gelangen, daselbst reflectirt werden, den directen Wellen begegnen und, auf die in 222 aus einander gesetzte Weise sich mit denselben zu einer schwingenden Bewegung zusammensetzen, in welcher jede Spur des Fortschreitens von Wellen gewisser Maßen verschwunden ist Mit Hinsicht auf diesen Ursprung wird die schwingende Bewegung auch *stehende Schwingung*, die Wellenbewegung aber *fortschreitende Schwingung* genannt. Die Entwickelung einer tönenden Schwingung aus einer Wellenbewegung setzt eine regelmäßige Form eines elastischen Körpers und ein gewisses Verhältniß der anfänglich hervorgerufenen Wellen zu seinen Abmessungen voraus, damit die Interferenz immer auf eine und dieselbe Weise vor sich gehen könne. Wir wollen nun die vorzüglichsten tönenden Körper, namentlich diejenigen, von welchen man in der practischen Musik Gebrauch macht, näher betrachten.

1) *Saiten*. Von diesen kommen bloß transversale Schwingungen in Anwendung; sie erzeugen die Töne bei dem Klaviere, der Harfe, Guitarre und bei den sogenannten Streichinstrumenten oder Geigen (Violine, Viola, Violoncell und Contrabaßinstrumente). Bei dem Klaviere werden Metallsaiten, Stahl- und Messingsaiten gebraucht; jedem Tone entspricht eine besondere Saite, oder vielmehr, zur Verstärkung des Tones, ein Inbegriff mehrerer (in der Regel dreier) gleich gestimmter Saiten, welche durch das Anschlagen eines bei dem Niederdrücken der Taste in Bewegung gesetzten Hammers zum Tönen gebracht werden; gleichzeitig hebt sich der sogenannte Dämpfer, welcher bei dem Loslassen der Taste auf die Saiten niederfällt und das Forttönen hindert. Die Verschiedenheit der Töne der Saiten beruht auf ihrer verschiedenen Länge, Dicke und Spannung, wohl auch auf dem Materiale. Nach der in 223 gegebenen Formel verhält sich der Ton verkehrt wie die Länge und Dicke und gerade wie die Quadratwurzel der Spannung. Längere, dickere und weniger stark gespannte Saiten geben daher tiefere Töne. Bei den Geigenarten werden Darmsaiten gebraucht, welche man durch Streichen mit dem Bogen in Schwingungen versetzt; die verschiedenen Töne werden den wenigen (in der Regel vier) Saiten, deren Grundtöne um eine Quinte differiren, durch Ver-

kürzen ihrer Länge entlockt, indem man die Saiten mit dem Finger auf das Griffbret niederdrückt, und so nur den Stücken zwischen dem Finger und dem Stege zu schwingen gestattet. Es gibt aber noch eine andere Art die Saiten zum Tönen zu bringen. Berührt man nämlich eine Saite in einem Puncte, welcher der Theilung ihrer Länge in gleiche Theile entspricht, leise mit dem Finger, und streicht das eine oder das andere Stück, jedoch nicht an einer Stelle, in welche ein anderer Theilungspunct derselben Theilungsart fällt, mit dem Bogen, so entsteht der Ton, welcher der Schwingung des durch zwei benachbarte Theilungspuncte bestimmten Stückes der Saite zugehört. Es entsteht nämlich eine Welle, deren Hälfte mit der Länge eines solchen Saitenstückes übereinstimmt; diese Welle wird an den Befestigungspuncten der Saite reflectirt und erzeugt somit eine Schwingungsart, bei welcher die genannten Theilungspuncte der Saite als Schwingungsknoten erscheinen, wie sich leicht am Monochorde mittelst aufgelegter Papierstückchen zeigen läßt, die bei dem Tönen der Saite an den Schwingungsknoten sitzen bleiben, während sie an den übrigen Puncten herabgeworfen werden. Hierauf beruht die Erzeugung der Flageolettöne an den Streichinstrumenten. Die Töne, welche eine und dieselbe Saite oder ein bestimmtes zwischen fixen Puncten enthaltenes Stück der Saite bei solcher Behandlung geben kann, verhalten sich wie die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 ꝛc., sie sind also der Grundton, dessen höhere Octave, die höhere Quinte, die zweite Octave, die darauf folgende Terz und Quint u. s. w. Dieß sind, den der Zahl 7 entsprechenden Ton ausgenommen, durchgehends harmonische Töne. Eine Saite, zumal wenn sie eine größere Länge hat, kann mehrere dieser Töne zugleich geben, indem sich größere schwingende Theile derselben in kleinere mit den größeren gleichzeitig schwingende Stücke abtheilen. Spannt man mehrere Saiten neben einander, gibt ihnen gleiche Stimmung, und setzt sie einem Luftzuge aus, so erklingen sie in mannigfaltigen harmonischen Akkorden; hierauf beruht die Aeolsharfe. Bei den Saiteninstrumenten spielt übrigens der Resonanzkasten eine wichtige Rolle, wovon später die Rede seyn wird.

2) Die Luft. Diese ist der tönende Körper in den Orgelpfeifen, Flöten und in den verwandten Blasinstrumenten, ferner in den Trompeten (Waldhorn, Posaune) ꝛc. Alle diese Instrumente haben die Form einer Röhre und dienen bloß dazu, die darin enthaltene Luftsäule in longitudinale Schwingungen zu versetzen, was durch das Anblasen bewirkt wird. Der Ton richtet sich lediglich nach den Dimensionen und nach der Schwingungsart der Luftsäule; das Material der Wände hat nur auf den Charakter des Tones, nicht aber auf seine Höhe einen merklichen Einfluß. Sehr dünne Wände können aber durch ihr Mitschwingen sogar die Höhe des Tons abändern. Wir können uns hier nur auf die Betrachtung der Schwingungsarten einer cylindrischen oder prismatischen Luftsäule in einer Röhre einlassen, deren Länge die Dimensionen des Querschnittes bedeutend übertrifft. Dieß ist bei den gewöhnlichen Orgelpfeifen, wohl auch bei der Trompete der Fall, eben

so bei dem Versuche, welchen man die chemische Harmonika nennt. Letzterer besteht darin, daß man die Mündung einer in verticaler Lage befindlichen Röhre über eine Wasserstoffgasflamme hält; der Verbrennungsprozeß des Gases führt eine rasche Folge kleiner Explosionen mit sich und ruft solchergestalt Impulse gegen die in der Röhre enthaltene Luftsäule hervor, wodurch diese zum Tönen gebracht wird. Eine Luftsäule in einer Röhre gibt mehrere Töne, jedoch ist zu unterscheiden, ob die Röhre beiderseits offen oder an einem Ende geschlossen ist (offene und gedeckte Pfeifen). Es kann nämlich die Luftsäule in der Röhre nur mittelst der an dem einen Ende vor sich gehenden Reflexion der Wellen, die an dem andern Ende erregt worden sind, auf die bereits erklärte Weise zum Tönen gebracht werden; allein die Position der Schwingungsknoten und mit ihr die Länge der schwingenden Theile der Luftsäule hängt von der Anordnung der zur Interferenz kommenden Wellenzüge ab, welche bei einer offenen und bei einer geschlossenen Röhre eine ganz verschiedene ist. An dem offenen Ende einer Röhre können die Lufttheilchen, da sie weniger gehindert sind auszuweichen, wie die in der Röhre selbst enthaltenen, dem empfangenen Impulse leichter nachgeben, was die Bildung einer reflectirten Welle, aber einer solchen zur Folge hat, bei der die vor der Reflexion vorhandene Verdichtung in eine Verdünnung und umgekehrt übergeht. An einem geschlossenen Röhrenende findet das Gegentheil statt; die an die schließende Wand angrenzenden Lufttheilchen sind mehr gehindert dem empfangenen Impulse zu weichen, als die Theilchen der Luftschichten im Innern der Röhre; aus einer verdichteten ankommenden Welle entspringt bei der Reflexion wieder eine verdichtete, aus einer verdünnten Welle wieder eine verdünnte. Wendet man die in 222 vorgetragenen Principien auf diese zwei Fälle an, so wird man zu derselben Tonfolge und Anordnung der Schwingungsknoten geführt, wie sie die Erfahrung nachweiset. Eine Luftsäule gibt, wenn die Röhre, in der sie sich befindet, an dem einen Ende geschlossen ist, den tiefsten Ton, dessen sie überhaupt fähig ist; er entspricht einer Luftwelle, welche viermal so lang ist, als die Röhre; die Schwingung der Lufttheile besteht in einer abwechselnden Bewegung gegen das geschlossene Ende der Röhre hin und von demselben weg; an diesem Ende hat also die größte Verdichtung und Verdünnung statt. Bei dem nächst höheren Tone einer solchen Röhre bildet sich ein Schwingungsknoten, welcher um $\frac{1}{3}$ der Röhrenlänge von dem offenen Ende absteht; ein noch höherer Ton führt 2 Schwingungsknoten mit sich, wovon der dem offenen Ende nächste um $\frac{1}{5}$ der Röhrenlänge von dem offenen Ende entfernt ist, bei 3 Schwingungsknoten beträgt dieser Abstand $\frac{1}{7}$ der Röhrenlänge u. s. w. In allen diesen Fällen ist jedes zwischen zwei Schwingungsknoten enthaltene Stück der schwingenden Luftsäule noch einmal so lang als das freie Ende derselben. Die Tonfolge bei diesen verschiedenen Schwingungsweisen, welche durch bloßes verschieden starkes Anblasen hervorgerufen werden können, entspricht der Reihe der ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 ꝛc. Vergleicht man analoge Glieder der Tonreihe für verschieden

lange Luftsäulen, so verhalten sich ihre Tonhöhen verkehrt wie die Längen dieser Luftsäulen. Eine beiderseits freie Luftsäule gibt den tiefsten Ton, wenn die Länge der an dem einen Ende erzeugten Wellen das Doppelte der Länge der Röhre beträgt; dabei bildet sich ein Schwingungsknoten in der Mitte der Röhre. Bei den höheren Tönen entstehen 2, 3, 4 ꝛc. Schwingungsknoten, bezüglich deren Anordnung das vorhin angegebene Gesetz gilt: ein freier Theil der schwingenden Luftsäule ist halb so lang wie ein zwischen zwei Schwingungsknoten enthaltener. Ueberhaupt stimmen die Schwingungen einer solchen Luftsäule genau mit denjenigen überein, welche statt finden würden, wenn die Röhre in der Mitte geschlossen wäre. Eine geschlossene Röhre gibt nämlich dieselben Töne wie eine offene von doppelter Länge. Die Töne einer offenen Röhre im Vergleiche mit jenen, welche sie geben würde, wenn sie an einem Ende geschlossen wäre, entsprechen sonach den geraden Zahlen 2, 4, 6, 8 ꝛc., oder diese Töne verhalten sich unter einander, wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 ꝛc. Hiernach erklären sich die Töne der gewöhnlichen Trompete, wie auch des Posthorns, denn die Krümmung des Rohres hat auf die schwingende Bewegung der Luftsäule keinen Einfluß. Ist die Mündung des Rohres nur zum Theile geschlossen, oder hat das Rohr Seitenöffnungen, oder ist die Länge des Rohres gegen die Dimensionen seines Querschnittes nur gering, so finden bedeutende Abweichungen von den so eben ausgesprochenen Gesetzen statt, welche daher auf derlei Fälle keine Anwendung leiden. Bei kurzen Pfeifen von ähnlichen Gestalten verhalten sich die Töne verkehrt wie die homologen Abmessungen der Pfeifen, aber wenn die Pfeifen einander nicht ähnlich sind, so entscheidet nicht die bloße Länge, sondern die ganze in Schwingung gesetzte Luftmasse. Bei kurzen und breiten geschlossenen Pfeifen von parallelepipedischer Gestalt und von der Einrichtung der gewöhnlichen Orgelpfeifen, deren Spalte die ganze Breite der Pfeife einnimmt, bleibt der Ton ungeändert, wenn auch die Länge der Pfeife vergrößert wird, wofern nur die Dicke in demselben Verhältnisse abnimmt, so daß der Flächeninhalt des gegen die Richtung der Spalte senkrechten Durchschnittes der Röhre keine Aenderung erfährt; eine gleichmäßige Aenderung der Breite und Spalte hat auf die Tonhöhe keinen Einfluß. Nebst den Abmessungen und der Schwingungsweise einer Luftsäule richtet sich der Ton auch nach dem absoluten Werthe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Impulse in selber, weil diese den Betrag der Wellenlänge für eine gegebene Schwingungsdauer, mithin auch umgekehrt die Schwingungsdauer oder Anzahl der Schwingungen binnen einer Secunde für eine festgesetzte Wellenlänge bestimmt (222). Wird also die Dichte der Luft verringert, während die Expansivkraft derselben constant bleibt, wie es der Fall ist, wenn die Temperatur der mit der äußeren Luftmasse in Verbindung stehenden Luftsäule zunimmt, so wird auch der Ton höher. Aus demselben Grunde gibt eine Gassäule von größerer specifischen Expansivkraft unter übrigens gleichen Umständen einen höheren Ton. Aendert sich aber die Expansivkraft in demselben Verhältnisse wie die Dichte,

so bleibt der Ton ungeändert. Man kann diesem gemäß aus den Tonverhältnissen gleich gestalteter und gleichartig schwingender Gassäulen auf die denselben correspondirenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Schalles schließen

3) Stäbe. Die tönenden Schwingungen elastischer Stäbe finden in der practischen Musik keine erhebliche Anwendung, und gewähren daher bloß ein theoretisches Interesse. Die Transversalschwingungen der Stäbe befolgen hinsichtlich der Anordnung der Schwingungsknoten und der Tonfolge ganz andere Gesetze wie jene der Saiten, und es kommt dabei eine Mannigfaltigkeit von Fällen in Betrachtung, da die Umstände, ob beide Ende des Stabes frei sind, oder ob derselbe an einem oder an beiden Enden befestiget ist, ferner die Art der Befestigung selbst, ob nämlich das betreffende Ende eingeklemmt, oder bloß angestemmt ist, darauf einen besonderen Einfluß haben. Diese Gesetze können hier nicht weiter entwickelt werden. Die Längenschwingungen der Stäbe dagegen unterliegen weit einfacheren Gesetzen, die mit den für die schwingenden Luftsäulen angegebenen übereinstimmen. Außer diesen beiden Arten gestatten die Stäbe noch drehende Schwingungen. Man bedient sich der Querschwingungen der Stäbe bei den Stimmgabeln, Schlagwerken der Uhren, bei der sogenannten Eisenvioline u. dgl.

4) Platten. Hält man eine Glas- oder Metallplatte von regelmäßiger Gestalt an einer schicklichen Stelle zwischen den Fingern und streicht sie an dem Rande mit dem Violinbogen, so geräth sie in Transversalschwingungen, wobei sie einen entsprechenden Ton gibt. Bei derlei Schwingungen bilden sich stets Knotenlinien, welche man durch aufgestreuten Sand sichtbar macht, der sich an den ruhenden Stellen anhäuft und merkwürdige Figuren darstellt, die nach ihrem Entdecker Chladnische Klangfiguren heißen. Da die Theorie derselben die hier zu Gebote stehenden mathematischen Hilfsmittel überschreitet, so müssen wir uns mit der allgemeinen Bemerkung begnügen, daß auch die Abtheilung einer tönenden Platte in verschiedene entgegengesetzt schwingende, durch Knotenlinien von einander getrennte Theile ein Resultat ist des Zusammenwirkens der durch das Streichen mit dem Violinbogen erzeugten Wellen mit den vorausgegangenen von den Rändern der Platte reflectirten. Da ein festgehaltener Punct der Platte nothwendig in einer Knotenlinie liegen, dagegen der Ort des Streichens einer Stelle der größten Bewegung entsprechen muß, so ist dadurch ein Mittel gegeben, gewisse Klangfiguren nach Gefallen hervorzurufen, zumal wenn man, um die Figur näher zu bestimmen, mehrere Puncte der Platte fixirt. Hat man diese Puncte und den Ort des Streichens so gewählt, daß sich keine Schwingungsart der Platte damit verträgt, so kommt auch kein Ton und keine Klangfigur zu Stande. Der Ton hängt lediglich von der Schwingungsdauer der einzelnen Theile der Platte ab, es können demselben Tone mehrere verschiedene Abtheilungsarten der Platte und daher verschiedene Figuren entsprechen. Höhere Töne fordern schneller schwingende, mithin kleinere Theile, und geben daher Figuren mit mehreren Knotenlinien. Auf Platten von

ähnlicher Form lassen sich durch ähnliche Behandlung ähnliche Klangfiguren erzeugen; bestehen die Platten aus gleichem Materiale, so verhalten sich die Töne gerade wie die Dicken und verkehrt wie die Quadrate homologer Dimensionen der Platten. Aus übereinstimmenden Figuren auf gleichen rechteckigen Platten läßt sich häufig eine Figur zusammensetzen, die demselben Tone an einer ähnlichen größeren Platte angehört. An kreisrunden Platten können sogar die Knotenlinien während des Tönens der Platte ihren Ort ändern, sie schwingen hin und her oder machen einen oder mehrere Umläufe um die Platte. Man macht diese Bewegungen durch aufgestreute feine Pulver, z. B. Lycopodiumsamen sichtbar. Bei fixen Knotenlinien häufen sich feine Pulvertheile an den Stellen der stärksten Bewegung der Platte an, was eine Folge der durch die schwingende Bewegung der Platte erzeugten Seitenbewegung der Luft ist, welche die feinsten Pulvertheilchen mit sich führt. Aehnliche Erscheinungen wie die Platten bieten auch die Schwingungen der Glocken dar, die man im Grunde auch als Platten, nämlich als gekrümmte, betrachten darf. Bei der einfachsten Schwingungsweise theilt sich eine Glocke in vier durch Knotenlinien, welche sich am obersten Puncte derselben durchkreuzen, von einander gesonderte Theile ab, deren je zwei benachbarte entgegengesetzt schwingen. Daher wird die Schwingung einer Glocke nicht gestört, wenn man selbe gerade an einer Knotenlinie berührt.

230. **Mittönen.** Wenn ein Körper seiner beschränkten Abmessungen wegen den Wellen, welche durch die schwingende Bewegung eines benachbarten tönenden Körpers in ihm erregt werden, Gelegenheit zur Reflexion darbietet, so kann durch die Interferenz der reflectirten Wellen mit den nachfolgenden directen eine der schwingenden Bewegung ähnliche Bewegungsweise zu Stande kommen, welche dem Körper zwar nur aufgedrungen ist, mithin sogleich aufhört, sobald die ursprünglich tönenden Schwingungen nachlassen, in Folge deren aber der Körper auf das umgebende Mittel mit den primitiven Schwingungen im Einklange einwirkt, und solchergestalt zur Verstärkung des Tones beiträgt. Man nennt einen solchen Schwingungszustand *Mittönen* oder *Resonanz*. In diesen Zustand geräth jede eingeschlossene Luftmasse, gegen welche die Schwingungen eines tönenden Körpers gerichtet sind, ferner die Stützen, welche zur Befestigung dieses Körpers dienen u. dgl., worauf die gewöhnlichen Mittel beruhen, den Klang derjenigen musikalischen Instrumente zu verstärken, bei welchen der tönende Körper der Luft eine zu geringe Fläche darbietet, um hinreichend viele Theile derselben kräftig zu erschüttern, wie es z. B. bei den Saiteninstrumenten der Fall ist. Von der Wirksamkeit der Resonanz überzeugt man sich am einfachsten durch die Erscheinungen, welche eine Stimmgabel darbietet, die frei in der Hand gehalten schwach tönt, aber sogleich einen vernehmlichen Ton gibt, wenn man sie auf den Tisch oder noch besser auf einen hohlen Kasten aufsetzt, oder der Mündung einer Röhre gegenüber hält, zumal wenn die in der Röhre enthaltene Luftsäule die rechte Länge hat. Letzteres Mittel verstärkt den Klang

einer Glocke ausnehmend, und macht ihn, wenn er so schwach geworden ist, daß er für sich nicht wahrgenommen wird, wieder deutlich hörbar. Durch einen der Resonanz ähnlichen Vorgang bringt auch von zwei oder mehreren gleichgestimmten Saiten die eine, wenn sie angeschlagen wird, die übrigen in Schwingung. Der mitklingende Körper kann auch auf den primitiv tönenden zurückwirken und dessen Schwingungsweise modificiren, so daß beide Körper zusammen als ein tönendes System erscheinen. Dieß findet z. B. bei den Orgelpfeifen statt, welche ein leicht in Schwingungen zu versetzendes elastisches Plättchen enthalten (Zungenpfeifen).

Das Mitklingen kommt nicht zu Stande, wenn auf einen Körper gleichzeitig entgegengesetzte Bewegungszustände übertragen werden sollen; z. B. wenn eine zweiarmige Röhre über eine tönende Platte so gehalten wird, daß die Mündungen derselben solchen Theilen gegenüberstehen, welche in einerlei Augenblick sich in entgegengesetzten Bewegungsphasen befinden. Hemmt man aber die Communication der Luftsäulen in beiden Hälften der Röhre, indem man in die Mitte derselben eine Scheidewand setzt, so tritt unter den vorgenannten Umständen sogleich die Resonanz ein. Uebereinstimmende Bewegungszustände verstärken in jedem dieser Fälle die Resonanz.

231. **Das Gehörorgan.** Man ist weit davon entfernt, die Bedeutung jedes einzelnen Theiles des Gehörorganes in seinem Zusammenhange mit den übrigen vollständig zu erkennen; doch zeigt die Veranstaltung des Ganzen klar einen Apparat, welcher dazu bestimmt ist, Impulse von außen aufzunehmen und bis zu den Verzweigungen eines besonderen Nerven, des Gehörnerven fortzupflanzen. Das äußere Ohr fängt mit der Ohrmuschel die Schallwellen auf, und leitet sie mittelst des Gehörganges bis zu einer an seinem Ende befindlichen dünnen Membran, dem Trommelfelle. Dieses verschließt den Eingang in eine Höhlung, Trommelhöhle genannt, welche gleichsam der Vorplatz eines weiteren, aus zwei Haupttheilen bestehenden Systems von Höhlungen, des Labyrinthes ist, zu welchem zwei Oeffnungen, das ovale und runde Fenster führen. Das runde Fenster ist durch eine feine Membrane geschlossen; vom Trommelfelle geht bis zum ovalen Fenster ein aus den Gehörknöchelchen bestehendes Hebelwerk, dessen Bestandtheile Hammer, Amboß und Steigbügel heißen: letzterer verschließt das ovale Fenster. Hinter dem ovalen Fenster beginnt der Vorhof, von welchem drei Bogengänge ausgehen und in denselben wieder zurückkehren; zugleich führt von demselben ein Eingang in die Schnecke, welche aus $2^1/_2$ Windungen besteht, und durch eine Scheidewand in zwei über einander liegende Abtheilungen getheilt ist; der untere Gang mündet sich in das runde Fenster aus. Die Bogengänge und die Schnecke enthalten die Verzweigungen des Gehörnerven, der sich in der Schnecke in sehr feine Fäden theilt. Das Labyrinth ist ganz in die feste Knochenmasse des Felsentheils des Schläfenbeines eingeschlossen; die Kanäle desselben sind mit einer dünnen Haut ausgefüttert, welche die Nervenmasse einhüllt; die Zwischenräume sind mit einer wässerigen Flüssigkeit ausgefüllt. Die Trommelhöhle steht durch

einen eigenen Kanal mit der Mundhöhle in Verbindung und enthält daher Luft, welche dieselbe Spannung besitzt, wie die äußere Atmosphäre. Durch diese Luft, so wie auch durch die Gehörknöchelchen, werden die dem Trommelfelle beigebrachten Impulse zum Labyrinthe fortgepflanzt; das Trommelfell ist, so wie die Gehörknöchelchen, mit Muskeln versehen, wodurch die Spannung des ganzen Systemes nach Bedürfniß abgeändert werden kann. Aber auch durch die festen Theile des Kopfes können Schallschwingungen bis zum Gehörnerven fortgepflanzt werden.

Der künstliche Bau des Gehörorganes scheint die Mittel zur Unterscheidung so mannigfaltiger Schalläußerungen darzubieten, wie wir sie wirklich aufzufassen vermögen. Wir hören bei dem Zusammenklingen zweier Töne nicht bloß jeden einzeln, sondern wir nehmen auch überdieß noch die resultirende Wirkung beider als Consonanz oder Dissonanz wahr, und bemerken das successive Anwachsen und Nachlassen der periodisch bald mit einander mehr übereinstimmenden, bald einander mehr entgegengesetzten Impulse als eine Succession von Stößen (Schwebungen) oder gar als einen besonderen Ton (Combinationston). So gibt z. B. der Grundton und die Quint zum Entstehen der tieferen Octave Veranlassung, in so fern nämlich jeder zweite Impuls des Grundtones mit jedem dritten der Quint zusammenwirkt. Der angenehme Eindruck, den eine Consonanz auf uns macht, hat in der Leichtfaßlichkeit der Ordnung seinen Grund, in welcher die Impulse coincidiren. Ungeachtet der Empfindlichkeit des Gehörorgans für die Anzahl der Impulse während einer bestimmten Zeit, wornach sich die Tonhöhe richtet, kann es doch bedeutende Abweichungen vom Isochronismus der Impulse vertragen, ohne daß die Wahrnehmung eines gleichartigen Tones aufhört, wie sich durch Versuche mittelst einer Syrene zeigen läßt, deren Löcher unregelmäßig vertheilt sind.

Zehntes Hauptstück.

Magnetismus.

232. **Magnetische Erscheinungen.** Die Theilchen der Körper können in Zuständen auftreten, in welchen sie gegen einander eigenthümliche, in die Ferne wirkende, anziehende und abstoßende Kräfte äußern. Solche Zustände sind diejenigen, welche man mit den Benennungen Elektricität und Magnetismus bezeichnet. Die charakteristischen Merkmale derselben, so wie die Beziehungen, in welchen dieselben zu einander stehen, lassen sich nicht von vorne herein durch eine Definition feststellen, sondern können nur auf empirischem Wege schrittweise entwickelt werden. Daher betrachten wir vor der Hand nur die magnetischen Erscheinungen, und fassen dieselben auch nur in so fern auf, als sie sich in der Form von Eigenschaften einiger wenigen Körper darstellen, unter welchen das Eisen den Vorrang behauptet. Dieses Metall zeigt in seinen Verbindungen mit dem Sauerstoffe, und insbesondere mit dem Kohlenstoffe als Stahl, entweder

von Natur aus, oder in Folge einer geeigneten Behandlung, die Fähigkeit Eisen anzuziehen und mit einer gewissen Kraft festzuhalten. Man hat diese Eigenschaft schon in den ältesten Zeiten an Eisenerzen bemerkt und nannte solche Körper Magnete. Die Erscheinungen, welche sie darbieten, sind folgende: 1) Bringt man einen Magnet mit kleinen Eisenstückchen (Eisenfeile) in Berührung, so hangen sich dieselben daran an; ist der Magnet stark, so richten sich die Eisentheilchen schon, wenn derselbe in ihre Nähe kommt, auf, und bewegen sich zu dem Magnete hin. 2) Diese Anziehung besteht fort, auch wenn fremdartige Körper zwischen die Eisentheilchen und den Magnet gebracht werden, wofern nur der Magnet dadurch nicht in eine zu große Entfernung von diesen Theilchen zu stehen kommt. 3) Kupferfeile, Zinkspäne u. dgl. werden vom Magnete nicht angezogen; dagegen zeigt das Nickelmetall die Fähigkeit vom Magnete angezogen zu werden mit Bestimmtheit, und man schreibt dieselbe auch dem Kobalt, Chrom und Mangan zu. Diese Metalle heißen deßhalb magnetische. 4) Die Anziehungskraft des Magnetes erscheint nicht an allen Stellen seiner Oberfläche gleich groß; am stärksten äußert sie sich in der Regel an zwei einander gegenüberliegenden Stellen, die man die Pole des Magnetes nennt; an dem Querschnitte zwischen den Polen ist sie am schwächsten. 5) Ein Stabchen oder Plättchen von Eisen, das man an einen der Pole eines Magnetes anhalt, oder, wenn der Magnet kräftig ist, nur in die Nähe eines Poles bringt, erhalt dadurch gleichfalls magnetische Kraft; es erlangt das Vermögen Eisenstückchen zu tragen, die wieder ihrerseits kleinere Eisentheilchen zu tragen vermögen. 6) Ist das Eisen weich (von Kohlenstoff frei), so besteht die magnetische Kraft desselben nur so lange es in der Nahe eines Magnetpoles ist; Stahl aber (Eisen in Verbindung mit einem bestimmten Quantum Kohlenstoff), zumal geharteter, erlangt durch Berührung mit einem Magnete, insbesondere durch Streichen mit einem Magnetpole, bleibende magnetische Kraft. Hierauf gründet sich die Anfertigung künstlicher Magnete, im Gegensatze mit den bisher betrachteten natürlichen. Da man ersteren leicht eine viel starkere Kraft beibringen kann, als letztere gewöhnlich zeigen, wodurch sämmtliche magnetische Erscheinungen mit größerer Deutlichkeit hervortreten, so werden wir nunmehr bloß die künstlichen Magnete im Auge haben, denen man entweder die Form eines geraden Stabes oder die eines Hufeisens gibt. 7) Die Pole eines solchen geraden oder gekrümmten Stabes liegen, wenn man denselben seiner Lange nach zu wiederholten Malen stets in demselben Sinne mit einem Magnetpole gestrichen hat, an seinen Enden. 8) Hängt man einen geraden Magnetstab so auf, daß er sich in einer horizontalen Ebene drehen kann, so wendet er sich mit dem einen Pole stets gegen Nord, mit dem anderen gegen Süd. Man nennt daher ersteren Pol den Nordpol und letzteren den Südpol des Magnetes. Am einfachsten zeigt sich diese Eigenschaft an einer Stahlnadel, welche man durch Streichen mit einem Magnete in den magnetischen Zustand versetzt hat; man gibt ihr in der Mitte ein Hütchen und setzt sie damit

auf eine Spitze, wodurch sie im Stande ist, sich mit großer Leichtigkeit zu bewegen. Eine so vorgerichtete Nadel heißt Magnetnadel und man pflegt diese Benennung auch überhaupt auf jeden um eine fixe Axe beweglichen Magnetstab auszudehnen. 9) Nähert man dem Nordpole eines beweglichen Magnetstabes den Nordpol eines andern, so findet man, daß der eine den andern abstößt. Ein gleiches Verhalten gegen einander zeigen auch die Südpole. Dagegen zieht ein Nordpol einen Südpol und eben so ein Südpol einen Nordpol an. Man drückt diese Eigenschaft kurz durch die Formel aus: »Gleichnamige Magnet»pole stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an.« Hiernach erkennt man mit Hilfe einer Magnetnadel (Probenadel) leicht ob ein Körper magnetische Polarität besitze und die Qualität der Pole. 10) Streicht man einen unmagnetischen Stahlstab von einem Ende gegen das andere hin mit einem Pole eines Magnetes, so entsteht dort, wo der Strich begann, der mit dem streichenden Pole gleichnamige, und wo der Strich endigte der ungleichnamige Pol. 11) Verbindet man mehrere Magnetstäbe von gleicher oder nur wenig verschiedener Länge so mit einander, daß ihre gleichnamigen Pole neben einander liegen, so wirken sie wie ein stärkerer Magnetstab; man nennt eine solche Zusammenstellung mehrerer (geraden oder hufeisenförmig gebogenen) Magnetstäbe eine magnetische Batterie. Das Nebeneinanderlegen ungleichnamiger Magnetpole schwächt die Aeußerung der magnetischen Kraft, oder hebt sie ganz auf. 12) Hängt man einen unmagnetischen Stahlstab genau in seinem Schwerpuncte auf, so daß er, während er sich nach allen Seiten drehen kann, in jeder Lage im Gleichgewichte bleibt, und magnetisirt ihn, so nimmt er nunmehr eine bestimmte Gleichgewichtslage an, in welche er, wenn man ihn aus derselben bringt, wieder zurückkehrt; der Nordpol des Stabes wendet sich dabei nicht bloß gegen Norden, sondern er senkt sich auch abwärts, so daß der Stab in Wien nahe einen Winkel von 65° mit dem Horizonte macht. Man nennt diesen Winkel die magnetische Neigung (Inclination). 13) Die Verticalebene, in welcher sich die schiefe Richtung des vorerwähnten Stabes in seinem Gleichgewichtsstande befindet, stimmt nicht mit dem Meridiane überein, sondern weicht davon von Nord gegen West um den Winkel von etwa 15° ab. Dieser Winkel heißt die magnetische Abweichung (Declination), und jene Verticalebene heißt der magnetische Meridian. Sie zeigt sich eben so, wenn man dem Stabe bloß gestattet sich in einer horizontalen Ebene zu bewegen. Eine gewöhnliche Magnetnadel weiset also nicht genau gegen Nord und Süd, sondern es findet die so eben bezeichnete Abweichung des Nordpoles gegen West statt. 14) Gestattet man einem in seinem Schwerpuncte unterstützten Magnetstabe bloß sich in einer Ebene zu bewegen, welche auf der Richtung der Inclination senkrecht ist, was der Fall ist, wenn man den Stab mit einer gegen seine Längenrichtung senkrechten Axe versieht, und dieser die Lage der Inclination gibt, so bleibt der Stab in jeder Lage im Gleichgewichte. Man nennt die Lage einer gegen die Richtung der Inclination senkrechten Ebene den magnetischen

Aequator. 15) Das Gewicht eines Stahlstabes wird dadurch, daß er Magnetismus annimmt, nicht geändert. 16) Ein Magnetstab, mit dem man andere Stäbe magnetisirt, verliert nichts von seiner magnetischen Kraft. 17) Zerbricht man einen Magnetstab in beliebig viele Stücke, so zeigt jedes derselben einen Nord- und einen Südpol, deren Lage mit jener der gleichnamigen Pole an dem ursprünglichen Magnetstabe übereinstimmt. 18) Hält man eine Stange von weichem Eisen in die Richtung der magnetischen Inclination, so zeigt sie in dieser Stellung magnetische Kraft; ihr unteres Ende erscheint als Nordpol, ihr oberes als Südpol. Entfernt man die Stange aus dieser Lage, so nimmt die Aeußerung des Magnetismus ab; bringt man die Stange in den magnetischen Aequator, so ist kein Magnetismus mehr wahrzunehmen; führt man sie über diese Lage hinaus, so erscheinen die Pole wieder, aber stets so, daß das untere Ende als Nordpol, das obere als Südpol auftritt.

233. **Theoretische Ansicht der magnetischen Erscheinungen.** Die angeführten Thatsachen leiten uns zur Aufstellung folgender Principien, welche sich als die angemessensten Erklärungsgründe der magnetischen Erscheinungen darstellen: 1) Es gibt zweierlei, ihrem Wesen nach entgegengesetzte magnetische Kraftäußerungen. 2) Diese Kraftäußerungen sind Attribute der kleinsten Theile eines Magnetes. 3) Der Magnetismus besteht zunächst darin, daß die kleinsten Theile eines Körpers Polarität, d. h. die Fähigkeit besitzen, von entgegengesetzten Stellen aus auf einander entgegengesetzte Kräfte auszuüben. 4) Puncte, welche mit gleichnamiger Eigenschaft begabt sind, stoßen einander ab, mit ungleichnamigen Eigenschaften begabte Puncte ziehen einander an. 5) Der Grund zur magnetischen Polarität ist in den Körpern, welche derselben fähig sind, schon ursprünglich vorhanden, und es wird dieselbe durch den Vorgang des Magnetisirens bloß geweckt. 6) Die magnetische Polarität der Theilchen eines Körpers kann durch den bereits vorhandenen polaren Zustand eines andern Körpers rege gemacht werden. 7) Die entgegengesetzten Kraftäußerungen, welche nach der Hervorrufung der Polarität eines Theilchens sich kund geben, sind der Größe nach genau gleich. 8) Das weiche Eisen ist ein Stoff, dessen Theilchen sich sehr leicht in den Zustand magnetischer Polarität versetzen lassen, aber diesen Zustand, sobald die Veranlassung dazu aufhört, sogleich wieder verlieren. Es erscheint sonach der Zustand der magnetischen Polarität der Theilchen des weichen Eisens als ein Zwangszustand; der nicht magnetische dagegen als der natürliche, in welchen die Theilchen zurückzukehren suchen. 9) Gehärteter Stahl stellt sich als ein Stoff dar, dessen Theilchen minder leicht als jene des reinen Eisens magnetische Polarität annehmen, dagegen aber dieselbe nicht wieder von selbst verlieren. 10) Die Anziehung eines Magnetes gegen weiches Eisen ist das Resultat der Action der mit Polarität begabten Theilchen des Magnetes auf die durch eben diese Action polarisch gewordenen Theilchen des Eisens. Man kann daher sagen: es wirken bloß Magnete anziehend und abstoßend auf einander. Das

Eisen wird durch die Gegenwart eines Magnetes selbst zu einem Magnete, und unterliegt nur in so fern der Action des ersteren. 11) Die Polarität eines Magneten im Ganzen ist nur das Ergebniß des Zusammenwirkens der unzähligen Elementarkräfte, welche den Polaritäten der einzelnen Theilchen entsprechen. 12) Die Erde verhält sich wie ein Magnet, dessen Pole von der Erdfläche so weit entfernt sind, daß die Richtungen der Kräfte, welche von jedem einzelnen derselben für sich genommen gegen die beiden Pole eines Magnetes ausgehen, als parallel und die Intensitäten dieser Kräfte als gleich groß betrachtet werden dürfen.

Die Annahme eines polaren Zustandes der kleinsten Theile eines Magnetes ist keine bloße Fiction, sondern der einfachste Ausdruck der gehörig aufgefaßten Thatsache des Magnetismus selbst. Es dringt sich aber dabei die weitere Frage auf, was die Ursache der magnetischen Polarität sey. Hierüber vermag der gegenwärtige Stand der Physik keine andere als eine hypothetische Auskunft zu ertheilen. Man hat versucht den Magnetismus als eine Aeußerung der Elektricität darzustellen; hievon kann erst später die Rede seyn. Man kann aber auch den Magnetismus als die Aeußerung eines selbstständigen Agens betrachten; diese Ansicht wollen wir den hier vorzunehmenden Untersuchungen zum Grunde legen. Man postulirt derselben gemäß zur Erklärung der magnetischen Polarität die Existenz zweier subtilen Stoffe, welche *magnetische Flüssigkeiten* heißen mögen; der eine dieser Stoffe soll das *nördliche*, der andere das *südliche* Fluidum genannt werden. Man setzt voraus, daß Theilchen dieser Stoffe von gleicher Art einander abstoßen, dagegen ungleichartige, d. i. zu verschiedenen Stoffen gehörende Theilchen einander anziehen. Man nimmt ferner an, daß weder das eine, noch das andere Fluidum sich isolirt darstellen lasse, sondern beide nur an den Partikeln der des Magnetismus fähigen Stoffe haften, welche Partikel in Folge der Actionen der magnetischen Fluida entsprechende Anregungen zur Bewegung erfahren. Dieß vorausgesetzt beurtheilt man die Quantitäten der auf einander einwirkenden magnetischen Fluida nach den bewegenden Kräften, die sie gegen einander ins Spiel setzen. Man kann zwei Quantitäten dieser Fluida als gleich betrachten, wenn sie gegen irgend eine dritte Quantität in gleichen Distanzen gleich große Kräfte ausüben; die doppelte, dreifache Kraftäußerung u. s. w. ist auf das Vorhandenseyn einer doppelten, dreifachen ꝛc. Menge des magnetischen Fluidums zu beziehen. Sonach ist die Größe der gegenseitigen Action zweier Quantitäten der magnetischen Stoffe dem Producte der nach irgend einer Einheit bestimmten Zahlwerthe dieser Quantitäten proportional. Im Folgenden wird bewiesen werden, daß die magnetische Anziehung und Abstoßung demselben Gesetze wie die Gravitation unterworfen, nämlich dem Quadrate der Distanz verkehrt proportional ist. Bezeichnet also r die Entfernung zweier mit Magnetismus begabten Theilchen und sind m, m' die Zahlwerthe der Mengen der in diesen Theilchen thätigen magnetischen Flüssigkeiten, in so ferne diejenige Menge eines

magnetischen Fluidums, welche auf eine ihr gleiche Menge in der Distanz 1 die bewegende Kraft 1 äußert, für die Einheit der Quantitäten dieser Flüssigkeiten angenommen wird, so ist $\frac{m\,m'}{r^2}$ der Ausdruck der Intensität der zwischen genannten Quantitäten herrschenden Kraft. Man muß sich, um den Erscheinungen zu genügen, vorstellen, daß jedes Theilchen eines magnetisirbaren Körpers schon ursprünglich mit gleichen Mengen nördlichen und südlichen Fluidums versehen sey welche Stoffe dermaßen an dieses Theilchen gebunden sind, daß sie sich zwar in dem Bereiche desselben bewegen, aber diesen nicht verlassen, also nicht zu einen andern Körpertheilchen übergehen können. Als Bereich eines Körpertheilchens wird hier die Größe des Raumes angesehen, in welchem sich die magnetischen Flüssigkeiten bewegen können; man pflegt denselben auch mit der Benennung magnetisches Element zu bezeichnen. Im unmagnetischen Zustande sind diese Flüssigkeiten gleichförmig mit einander gemengt, es gehen daher von jedem Puncte eines Körpertheilchens auf jeden andern Punct gleiche und entgegengesetzte Kräfte aus, mithin findet keine magnetische Wirkung statt. Die Erregung der magnetischen Polarität besteht in der Störung der gleichmäßigen Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten im Bereiche eines Körpertheilchens, so daß nunmehr einem Puncte desselben ungleiche Mengen beider Flüssigkeiten entsprechen; die Differenz dieser Mengen bezeichnet die Menge des in diesem Puncte eigentlich wirksamen nördlichen oder südlichen Magnetismus, welchen man den freien Magnetismus nennt. Daß die Einwirkung eines Magnetes, d. i eines Körpers, in dessen Theilchen die magnetischen Flüssigkeiten bereits gesondert sind, die gleichmäßige Vertheilung dieser Flüssigkeiten in einem andern Körper in Folge der entgegengesetzten Actionen auf die Partikel des nördlichen und südlichen Fluidums stören könne, ist eine unmittelbare Folge der Grundeigenschaft der magnetischen Flüssigkeiten. Hiernach erklärt sich der Hergang des Magnetisirens eines Stahlstabes, den man stets nach einerlei Sinn mit einem der Pole eines Magnetes streicht, von selbst: auch sieht man sogleich, warum man, wenn mit dem entgegengesetzten Pole gestrichen wird, die entgegengesetzte Richtung des Striches anwenden muß, um denselben Effect, d h. dieselbe Disposition der Pole an dem zu erzeugenden Magnete zu erhalten. Da die Sonderung der beiden magnetischen Flüssigkeiten in einem Elemente bei den Körpern, welche solche Flüssigkeiten enthalten, nicht mit gleicher Leichtigkeit erfolgt, so schreibt man den Körpern eine verschiedene Coercitivkraft zu, worunter man den Widerstand versteht, den ihre Theilchen der Bewegung der magnetischen Flüssigkeiten entgegensetzen. Die Stoffe, welche sich uns als des Magnetismus unfähig darstellen, enthalten entweder die magnetischen Flüssigkeiten nicht, oder sie besitzen eine so große Coercitivkraft, daß die Sonderung derselben nicht bewerkstelliget werden kann. Die Erfahrung lehrt, daß die Temperatur des Eisens und Stahles auf deren Magnetisirbarkeit und auf die Haltbarkeit des erregten Magnetismus einen bedeutenden Einfluß

hat; die Größe der Coercitivkraft richtet sich daher nebst der materiellen Beschaffenheit eines Körpers auch nach seiner Temperatur.

234. **Einwirkung der Erde auf einen Magnet.** Um sich von der magnetischen Kraftäußerung des Erdkörpers eine klare Vorstellung zu verschaffen, denke man sich die Erde als einen Inbegriff unzähliger mit freiem Magnetismus begabten Puncte, wovon die einen auf jeden magnetischen Punct außerhalb der Erde anziehend und die andern abstoßend einwirken. Alle diese Kräfte lassen sich offenbar zu einer Resultirenden zusammensetzen, deren Größe und Richtung keine merkliche Aenderung erleidet, wenn der afficirte Punct, ohne Aenderung der Quantität und Qualität seines Magnetismus, wo immer in dem Raume eines Körpers, mit dem wir Versuche machen können, angenommen wird; bleibt die Quantität des freien Magnetismus des Angriffspunctes zwar dieselbe, aber geht die Qualität seines Magnetismus in die entgegengesetzte über, so nehmen alle Actionen der Erdtheilchen die gerade entgegengesetzte Richtung an, und es wird daher auch die Gesammtwirkung der Erde auf den bezeichneten Punct umgekehrt. Da jedes einzelne Elementartheilchen eines Magnetes eben so viel nördlichen als südlichen freien Magnetismus an sich trägt, so besteht die Einwirkung der Erde auf einen Magnet in der Aeußerung von Kräften auf die Theilchen desselben, welche sämmtlich parallele, jedoch einander theilweise gerade entgegengesetzte Richtungen haben, und deren Größen so beschaffen sind, daß die Summe der in dem einen Sinne wirkenden Kräfte der Summe der in dem andern Sinne wirkenden gleichkommt. Parallele in einerlei Sinn wirkende Kräfte lassen sich aber durch eine ihrer Summe gleiche Resultirende ersetzen; es reducirt sich also die magnetische Action der Erde, bezüglich eines jedes Körpers, dessen Dimensionen gegen jene des Erdkörpers verschwinden, auf zwei gleiche parallele und entgegengesetzte Kräfte, deren Angriffspuncte von der Vertheilungsweise der Magnetismen in dem vorhandenen Magnete abhängen. Es sey NS (Fig. 86) ein beliebig gestalteter Magnet, A und B seyen die Angriffspuncte der nach den parallelen und entgegengesetzten Richtungen Ax und By wirkenden Resultirenden sämmtlicher die Theilchen des Körpers NS afficirenden magnetischen Erdkräfte, und P stelle die gemeinschaftliche Größe dieser Resultirenden vor. Nach 105 lassen sich diese Kräfte bei jeder Stellung des Körpers NS der Wirkung unbeschadet auf unzählige Arten durch zwei andere Kräfte ersetzen, welche mit den vorgenannten parallel wirken und den Körper NS in demselben Sinne wie erstere zu drehen suchen, wofern nur die Angriffspuncte A', B' der neuen Kräfte in einer zur AB parallelen geraden Linie liegen und ihre gemeinschaftliche Größe P' sich zu P verhält wie AB : A'B', d. h. die Producte P.AB und P'.A'B' einander gleich sind. Man nehme nun an, der Schwerpunct G des Körpers NS sey fix, und der Körper um diesen Punct nach allen Seiten drehbar, so kann man den Magnet als schwerlos betrachten und die Angriffspuncte A', B' in die durch G mit AB parallel laufende Gerade versetzen; soll nun der Magnet unter dem Einflusse des Erdmagnetis-

mus im Gleichgewichte seyn, so muß die Gerade A'B', und folglich auch AB eine Lage erhalten, welche mit jener der Richtungen Ax', B'y' oder Ax, By der magnetischen Erdkräfte übereinstimmt, und damit dieses Gleichgewicht stabil sey, müssen diese Kräfte die Puncte A' und B' oder A und B von einander zu entfernen streben.

235. **Magnetische Axe.** Eine gerade Linie, welche bei jeder Stellung eines Magnetes als die Verbindungslinie der Angriffspuncte der von der Erde auf ihn ausgehenden magnetischen Kräfte betrachtet werden kann, heißt im Allgemeinen magnetische Axe dieses Körpers. Hieraus erhellet, daß der Begriff der magnetischen Axe sich nicht auf eine bestimmte gerade Linie in einem Magnete, sondern nur auf eine bestimmte Lage einer geraden Linie gegen einen Magnet bezieht, welche Lage bloß von der Vertheilungsweise der Magnetismen im Körper, nicht aber von der Intensität der magnetischen Erdkräfte abhängt. Die Betrachtung der Lage der magnetischen Axe eines in seinem Schwerpuncte unterstützten und im Gleichgewichte befindlichen Körpers setzt uns in den Stand, den Begriffen des magnetischen Meridians und Aequators, der Declination und Inclination (232) bei jeder Form des Körpers eine bestimmte Bedeutung zu geben; es sind dieß im Grunde bloße Bestimmungsstücke der Richtungen der magnetischen Erdkräfte, deren Lage nach dem oben Bewiesenen durch die erwähnte Gleichgewichtslage der magnetischen Axe des Körpers angezeigt wird. Sie stimmt mit der Gleichgewichtslage einer in ihrem Schwerpuncte unterstützten Magnetnadel nur in so ferne überein, als die magnetische Axe dieser Nadel mit ihrer Längenrichtung zusammenfällt.

236. **Magnetisches Moment.** Es sey, wie oben, A (Fig. 86) der Angriffspunct, Ax die Richtung und P die Größe der Resultirenden aller in einerlei Sinn auf den Magnet NS wirkenden magnetischen Kräfte der Erde, B der Angriffspunct und By die Richtung der eben so großen Resultirenden der im entgegengesetzten Sinne wirkenden Kräfte, also AB die Richtung der magnetischen Axe. Nimmt man die Puncte A', B' so an, daß A'B' mit AB parallel ist, und läßt man auf diese Puncte nach den mit Ax, By parallelen Richtungen A'x', B'y' Kräfte, deren jede $= P'$ ist, wirken, welche den Körper NS in demselben Sinne wie die vorgenannten zu drehen streben, so gelten, wie bereits bemerkt worden, letztere Kräfte den ersteren völlig gleich, sobald $P'.A'B' = P.AB$ ist. Die Kraft P hängt sowohl von der Intensität des Erdmagnetismus, als auch von den im Magnete NS enthaltenen freien Magnetismen ab. Es stelle Q die bewegende Kraft vor, welche die Erde gegen die in einem Puncte concentrirt gedachte Quantitätseinheit der magnetischen Flüssigkeiten ausübt, und μ die Summe des in NS befindlichen freien nördlichen, folglich auch des südlichen Magnetismus, so ist $P = Q\mu$. Man kann immer $P' = Q\mu'$ setzen, sobald nur der Factor μ' gehörig angenommen wird. Ist nun zur Abkürzung $AB = \delta$, $A'B' = \delta'$, so reducirt sich die Bedingung der Aequivalenz der Kräfte P, P' auf $Q\mu'\delta' = Q\mu\delta$, d. h. auf $\mu'\delta' = \mu\delta$. Man nennt das Product $\mu\delta$ das magnetische Mo-

ment des vorhandenen Körpers NS. Ist dasselbe bekannt und bezeichnet man es mit M, so gibt die Gleichung $\mu'\delta' = M$ den Werth einer der beiden Größen μ', δ', wenn die andere nach Belieben angenommen worden ist.

Die Position der Puncte A, B in einem Magnete, so wie die Größe μ wird zwar durch die Vertheilungsweise der freien Magnetismen in den einzelnen Elementen des Körpers völlig bestimmt, allein diese Bestimmtheit wird durch das Zusammenbestehen der gleichen und entgegengesetzten Actionen der Erde auf den Magnet wieder aufgehoben, weßwegen durch die Messung der mechanischen Wirkungen eines Magnetes nach der weiterhin zu erklärenden Methode bloß das Product $\mu\delta$, d. i. das magnetische Moment, nicht aber die einzelnen Factoren dieses Productes ausgemittelt werden können.

Das Product QM der magnetischen Erdkraft mit dem Momente eines Magnetes bezeichnet das größte Drehungsmoment, welches diese Kraft bezüglich einer mit dem Magnete fest verbundenen Are hervorbringen kann, und eben so gibt, wenn q eine Componente von Q vorstellt, das Product qM das dieser Componente entsprechende größte Drehungsmoment an. Dabei ist zu bemerken, daß das jedesmalige Drehungsmoment nur von der Stellung des Magnetes und der Drehungsare gegen die Erde abhängt, und nicht geändert wird, wenn man bei ungeänderter Stellung des Magnetes die Drehungsare ihrer vorigen Lage parallel an irgend einer andern Stelle des Magnetes anbringt. Denn es sey C (Fig. 87) ein Punct der fixen Drehungsare eines Magnetes; man ziehe CD nach der Richtung der magnetischen Are und betrachte C und D als Angriffspuncte der entgegengesetzten magnetischen Erdkräfte, so wird die in C angebrachte Kraft durch den Widerstand der Drehungsare aufgehoben, und es bleibt bloß die in D wirkende Kraft übrig, welche die Action der Erde auf den Magnet vollständig repräsentirt. Es sey Dz die Richtung dieser Kraft und CD $= h$, so ist nach Obigem $\frac{QM}{h}$ ihre Größe. Das größte Drehungsmoment findet offenbar statt, wenn CD mit der Drehungsare, und Dz mit dieser und CD rechte Winkel bilden, und es ist dieses Drehungsmoment $= \frac{QM}{h}.h = QM$. Dasselbe gilt, wenn man Dz als die Richtung einer Componente q von Q betrachtet, in welchem Falle sich eben so qM als das größte Drehungsmoment ergibt.

237. **Schwingende Bewegung einer Magnetnadel.** Die Kräfte, mit welchen die Erde auf eine um eine fixe Are drehbare Magnetnadel einwirkt, sind die Schwere und der Magnetismus. Den besonderen Fall ausgenommen, wenn die Drehungsare durch den Schwerpunct der Nadel geht und zugleich den Richtungen der magnetischen Erdkräfte parallel ist, wobei die Nadel sich in jeder Lage im Gleichgewichte befinden würde, gibt es für die Nadel stets nur Eine Position des stabilen Gleichgewichtes, und es geräth dieselbe, wenn sie aus dieser Position ein wenig abgelenkt wird, in eine schwingende

Bewegung, welche offenbar nach denselben Gesetzen wie jene eines gewöhnlichen Pendels vor sich geht. Wir betrachten hier zunächst bloß die Schwingungen einer Declinationsnadel, worunter eine Magnetnadel zu verstehen ist, deren Drehungsare vertical steht und deren magnetische Are gegen erstere senkrecht, mithin stets in derselben horizontalen Ebene zu bleiben genöthiget ist. Die Schwere hat auf die Bewegung einer solchen Magnetnadel keinen Einfluß, und die magnetische Kraft, welche diese Bewegung bewirkt, ist die horizontale Componente des Erdmagnetismus, deren Richtung in den magnetischen Meridian fällt, und deren Größe sich ergibt, wenn man die erdmagnetische Kraft (Totalkraft) nach der Regel des Kräftenparallelogrammes in eine horizontale und in eine verticale Kraft zerlegt. Die Schwingungsdauer t der Magnetnadel wird durch eine ähnliche Formel gegeben, wie jene eines zusammengesetzten Pendels mit horizontaler Are. Bezeichnet K das Trägheitsmoment, M die Masse, a die Entfernung des Schwerpunctes eines solchen Pendels von der Drehungsare, und g die Acceleration der Schwere, so ist $\frac{K}{Ma}$ die reducirte Länge des Pendels (163), und daher $t = \pi\sqrt{\frac{K}{gMa}}$ die Schwingungsdauer desselben. Hier gibt gM das Gewicht des Pendels und gMa das größte Drehungsmoment an, mit welchem die Schwere auf das Pendel zu wirken vermag. Um diese Formel auf die mit sehr geringer Elongation vor sich gehenden Schwingungen einer Declinationsnadel zu übertragen, hat man nur, wenn H die horizontale Componente der erdmagnetischen Kraft Q, und M das magnetische Moment der Nadel vorstellt, statt gMa zu setzen HM, wodurch man die Formel

$$t = \pi\sqrt{\frac{K}{HM}}$$

erhält.

Ist die schwingende Magnetnadel eine Inclinationsnadel, worunter man eine Magnetnadel versteht, deren Drehungsare durch den Schwerpunct geht und eine horizontale Lage hat, und steht diese Are zugleich senkrecht gegen den magnetischen Meridian, in welchem Falle die magnetische Are der Nadel in der Gleichgewichtslage die Inclination anzeigt, so findet man auf dem obigen Wege die Schwingungsdauer $T = \pi\sqrt{\frac{K}{QM}}$. Stellt man dagegen die Are der Nadel in den magnetischen Meridian, so wirkt bloß die verticale Componente des Erdmagnetismus, welche V heiße, drehend auf die Nadel; ihre magnetische Are hat daher im Gleichgewichte eine verticale Lage, und die Schwingungsdauer T' wird durch die Formel

$$T' = \pi\sqrt{\frac{K}{VM}}$$

angegeben.

238. **Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung.** Die Erfahrung lehrt, daß ein Magnetstab auf eine kleine in seine Nähe

gebrachte Magnetnadel so einwirkt, als ob seine magnetische Kraft bloß in zwei Puncten, welche unweit von seinen Enden liegen, ihren Sitz hätte. Man nennt diese Puncte die Pole des Magnetstabes. Es müssen sich also die Actionen der kleinsten Theile eines Magnetstabes auf ein magnetisches Theilchen außerhalb desselben, wenigstens näherungsweise, durch die Actionen genannter Pole repräsentiren lassen. Man lege nun einen sehr langen Magnetstab horizontal und dem magnetischen Meridiane parallel, mit seinem Nordpole gegen Norden gekehrt, und bringe in der Verlängerung seiner Mittellinie auf der Nord- oder auf der Südseite eine kleine Declinationsnadel an, so kann man näherungsweise annehmen, daß nur der ihr nächste Pol auf sie merklich einwirke, und die Actionen desselben auf sämmtliche Theilchen der Nadel einander gleich und parallel seyen. Hier addirt sich also die Action des Magnetstabes gleichsam zu jener der Erde, und beschleunigt dem gemäß die Schwingungen der Magnetnadel. Bezeichnet H die Horizontalkraft des Erdmagnetismus, F die Action des Magnetpoles auf die in einem Puncte concentrirt gedachte Einheit der Magnetismen, n die Anzahl der Schwingungen, welche die Magnetnadel unter dem bloßen Einflusse der Erde während einer gewissen Zeit Z vollbringt, N die Anzahl der Schwingungen, welche sie während derselben Zeit macht, während auch noch der Magnetpol auf sie einwirkt, endlich L das Trägheitsmoment und M das magnetische Moment der Nadel, so ist nach der in 237 gefundenen Formel, weil $\frac{Z}{n}$, $\frac{Z}{N}$ die Dauer einer Schwingung der Nadel unter den genannten Umständen bedeuten,

$$\frac{Z}{n} = \pi\sqrt{\frac{K}{HM}}, \quad \frac{Z}{N} = \pi\sqrt{\frac{K}{(H+F)M}},$$

mithin, wenn man den ersten Ausdruck durch den zweiten dividirt,

$$\frac{N}{n} = \sqrt{\frac{H+F}{H}}, \quad \text{woraus} \quad \frac{H+F}{H} = \frac{N^2}{n^2}$$

$$\text{oder} \quad \frac{F}{H} = \frac{N^2}{n^2} - 1 = \frac{N^2 - n^2}{n^2}$$

folgt. Beziehen sich die Größen F und N auf den Fall, wenn die Distanz des Mittelpunctes der Magnetnadel von dem Pole des Magnetstabes = D ist, und bezeichnen F′ und N′ die Werthe dieser Größen bezüglich der Distanz D′, so ist eben so $\frac{F'}{H} = \frac{N'^2 - n^2}{n^2}$, mithin

$$F' : F = N'^2 - n^2 : N^2 - n^2.$$

Die Erfahrung gibt sehr nahe $N'^2 - n^2 : N^2 - n^2 = D^2 : D'^2$, wornach sich mit größter Wahrscheinlichkeit vermuthen läßt, daß

$$F' : F = D^2 : D'^2$$

sey, d. h. daß sich die von dem Pole eines Magnetstabes auf die Theilchen einer Magnetnadel ausgehenden Kräfte verkehrt verhalten wie die Quadrate der Distanzen. Man kann dieses Gesetz auf die gegenseitige Action je zweier kleinsten magnetischen Theilchen ausdehnen, und die Erscheinungen darnach berechnen; alle Resultate, die man bisher daraus ableitete und mit der Erfahrung verglich, bewähren die Zu-

läßigkeit dieser Annahme, und setzen sonach die Richtigkeit des obigen Gesetzes außer allen Zweifel. Obgleich die hier zu Gebote stehenden mathematischen Hilfsmittel derlei Berechnungen in größter Schärfe nicht gestatten, so wird doch die aufgestellte Behauptung in dem Folgenden eine hinreichende Bekräftigung finden.

239. **Fernwirkung zweier einander nahen ungleichnamigen Magnetpole.** Es seyen A und B (Fig. 88) zwei Magnetpole, und X ein mit Magnetismus begabter Punct, so läßt sich die Resultirende der von A und B auf X ausgehenden Actionen aus den Distanzen dieser Puncte von X und aus den in genannten Puncten concentrirt gedachten Quantitäten von Magnetismus nach dem in 238 aufgestellten Gesetze mit Hilfe der Regel des Kräftenparallelogrammes leicht finden. Wir beschränken uns hier jedoch lediglich auf folgende Voraussetzungen: Wir nehmen an, die in A und B enthaltenen Magnetismen seyen ungleichartig und gleich groß, wie es statt findet, wenn A und B Pole eines Magnetes sind; ferner denken wir uns den Punct X in einer Entfernung, welche viele Male größer ist als AB; endlich betrachten wir bloß die zwei Fälle, wenn der Punct X sich entweder in einer von der Mitte C der Linie AB auf selbe senkrechten Geraden, oder wenn er sich in der Richtung von AB selbst befindet. Es sey μ die gemeinschaftliche Quantität des Magnetismus von A und B, und m jene von X, ferner $AB = \delta$ und $CX = x$. Von den Puncten A und B wirkt der eine anziehend, der andere abstoßend auf X; ist CX senkrecht auf AB, so sind diese zwei Actionen einander gleich und sie erzeugen daher eine Resultirende, welche eine zur AB parallele Richtung hat; z. B. wenn A den Punct X anzieht und B ihn abstößt, die Richtung Xu. Es sey R die Größe der Resultirenden und P die gemeinschaftliche Größe der Componenten. Da die Seiten des Dreieckes ABX die Lage der Richtungen der erwähnten Kräfte haben, so ist $R : P = AB : AX$, mithin $R = \frac{P.\delta}{AX}$. Aber es ist $P = \frac{m\mu}{AX^2}$,

$$\text{folglich} \quad R = \frac{m\mu\delta}{AX^3}.$$

Man kann hier wegen des geringen Unterschiedes zwischen AX und CX letztere Größe statt der ersteren setzen, und erhält so näherungsweise $R = \frac{m\mu\delta}{x^3}$. Ist AB ein Magnetstab, so gibt das Product $\mu\delta$ das magnetische Moment desselben an: setzen wir $\mu\delta = M$, so haben wir $R = \frac{mM}{x^3}$.

Liegt aber der in Rede stehende Punct in der Verlängerung von AB, z. B. in X', und bezeichnet P' die Action, die er von A, P'' jene, die er von B erfährt, und R' die Resultirende beider, so hat man, wenn $CX' = x$ gesetzt wird, $AX' = x - \frac{1}{2}\delta$, $BX' = x + \frac{1}{2}\delta$, also

$$P' = \frac{m\mu}{(x - \frac{1}{2}\delta)^2}, \quad P'' = \frac{m\mu}{(x + \frac{1}{2}\delta)^2}$$

und $R' = P' - P'' = \frac{m\mu}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2} - \frac{m\mu}{(x+\frac{1}{2}\delta)^2} = \frac{m\mu[(x+\frac{1}{2}\delta)^2-(x-\frac{1}{2}\delta)^2]}{(x-\frac{1}{2}\delta)^2(x+\frac{1}{2}\delta)^2}$

$= \frac{2\,m\mu\,x\,\delta}{(x^2-\frac{1}{4}\delta^2)^2}$,

mithin wird, wenn man im Nenner $\frac{1}{4}\delta^2$ im Vergleiche mit x^2 vernachläßiget, $R' = \frac{2\,m\mu\delta}{x^3} = \frac{2\,mM}{x^3}$. Bei gleicher Distanz x ist sonach R' doppelt so groß als R und jede dieser Kräfte ist der dritten Potenz der Distanz x des afficirten Punctes von der Mitte C des Magnetes A B verkehrt proportional.

240. **Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetischen Meridiane durch einen Magnetstab.** Es sey N S (Fig. 89 und 90) die Ruhelage einer Declinationsnadel: derselben werde in einerlei Horizontalebene mit ihrer magnetischen Are ein Magnetstab A B in einer gegen die Längen A B, N S beträchtlichen Entfernung so entgegengestellt, daß entweder (Fig. 89) die Verlängerung der Geraden N S die A B oder (Fig. 90) die Verlängerung von A B die N S in ihrer Mitte unter einem rechten Winkel trifft. In dem einen wie in dem andern Falle wird die Magnetnadel genöthiget die Position N S zu verlassen und eine andere Position N'S' anzunehmen, d. h. sie wird, wenn O ihren Unterstützungspunct bezeichnet, vom magnetischen Meridiane um den Winkel $N\,O\,N' = \omega$ oder ω' abgelenkt, dessen Größe wir nun bestimmen wollen. Wegen der großen Entfernung des ablenkenden Magnetes von der Nadel kann man die Kräfte, welche ersterer auf die Theilchen der letzteren ausübt, als parallel und einander gleich betrachten, und daher diese Action nach denselben Principien, wie den Erdmagnetismus behandeln. Man kann sich also vorstellen, es wirken sowohl von der Erde, als vom Magnete A B aus zwei gleiche und entgegengesetzte Kräfte auf N S, und zwar sey der fixe Punct O der Angriffspunct der einen Kraft und der in der N'S' beliebig gewählte Punct E der Angriffspunct der andern, so daß lediglich die Action der Erde und des Magnetes A B auf E zu betrachten ist. Nennen wir, bezüglich der Einheit der Magnetismen, die horizontale Componente des Erdmagnetismus H, und die Kraft des Magnetes in dem ersten der oben bezeichneten Falle R, in dem andern R', so fordert das Gleichgewicht der Nadel N'S', daß die Resultirende von H und R (oder R') die Richtung E u habe. Ziehen wir E F senkrecht auf N S, so ist, weil die Seiten des Dreieckes E O F mit den Richtungen der hier ins Spiel tretenden Kräfte harmoniren, für den ersten Fall (Fig. 89) O F : F E = H : R. Aber es ist $tang\,\omega = \frac{FE}{OF}$, mithin $tang\,\omega = \frac{R}{H}$. Eben so ist für den zweiten Fall (Fig. 90)

$$tang\,\omega' = \frac{R'}{H}.$$

Bezeichnet M das magnetische Moment von A B und x die Distanz C O,

so haben wir nach 239, weil hier $m = 1$ zu nehmen ist, $R = \frac{M}{x^3}$ und $R' = \frac{2M}{x^3}$, also $tang\,\omega = \frac{M}{Hx^3}$ und $tang\,\omega' = \frac{2M}{Hx^3}$.

Es ist also $tang\,\omega' = 2\,tang\,\omega$. Da dieses Resultat, wie die Ableitung desselben zu erkennen gibt, nur bei der Voraussetzung, daß die magnetische Action dem Quadrate der Distanz umgekehrt proportional sey, bestehen kann, so dient die in den Versuchen sich kundgebende Uebereinstimmung der Erfahrung mit der Rechnung als Beweisgrund für die Richtigkeit dieser Voraussetzung.

241. **Reduction des magnetischen Zustandes eines Körpers auf dessen Oberfläche.** Lehrsatz. »In so fern die magnetische Anziehung und Abstoßung dem Quadrate der Distanz verkehrt »proportionirt ist, läßt sich jeder Vertheilungsweise des freien Magnetismus im Innern eines Körpers eine bezüglich aller Actionen nach »außen äquivalente Anordnung des Magnetismus substituiren, wobei »lediglich die Oberfläche dieses Körpers mit magnetischer Kraft begabt »ist.« Beweis. In 167 ist gezeigt worden, daß eine Kugelfläche, deren sämmtliche Theilchen im geraden Verhältnisse ihrer Größe und im verkehrten des Quadrates der Distanz anziehende oder abstoßende Kräfte ausüben, auf jeden äußeren Punct gerade so wirkt, als ob die gesammte über diese Kugelfläche ausgebreitete anziehende oder abstoßende Substanz im Kugelmittelpuncte concentrirt wäre. Man kann daher statt jedes einzelnen mit freiem Nord- oder Südmagnetismus begabten Theilchens eines Körpers, ohne Aenderung des Effectes auf irgend eine Distanz hin, eine mit beliebigem, jedoch diese Distanz nicht überschreitenden Halbmesser beschriebene Kugelfläche setzen, auf welcher die gedachtem Theilchen anklebende magnetische Quantität gleichförmig ausgebreitet ist. Es sey nun A B C D (Fig 91) die Oberfläche irgend eines magnetischen Körpers. Man denke sich innerhalb derselben eine Fläche geführt, deren Abstand von der Körperfläche aller Orten sehr klein ist, so daß beide Flächen eine sehr dünne oder äußerste Schichte des Körpers zwischen sich enthalten. Mit Hilfe des so eben ausgesprochenen Satzes läßt sich der gesammte im Inneren des Körpers vorhandene freie Magnetismus, ohne Aenderung seiner Action nach außen, in diese Schichte übertragen. Es seyen nämlich a, b, c, d... nicht in dieser Schichte liegende magnetische Theilchen des Körpers. Man beschreibe um dieselben mit ihren kürzesten Distanzen aA, bB, cC, dD ... von der Oberfläche des Körpers Kugelflächen, so liegen dieselben nothwendig ganz innerhalb der genannten Oberfläche und berühren sie in A, B, C, D...; vertheilt man nun die in a, b, c, d... befindlichen freien Magnetismen gleichförmig über die correspondirenden Kugelflächen, so fällt ein Theil dieser Magnetismen in vorerwähnte Schichte, der andere in das Innere des Körpers, und es ist die neue Anordnung des Magnetismus der früheren bezüglich jeder Wirkung auf Puncte außerhalb des Körpers vollkommen äquivalent. Setzt man dieses Verfahren fort, so lange man Magnetismus im innern Theile

des Körpers antrifft, so kommt immer mehr davon in die äußerste Schichte, und es kann der Betrag des noch im Innern des Körpers zurückbleibenden Magnetismus kleiner gemacht werden, als jede denkbare noch so kleine magnetische Quantität. Da sich die vorbezeichnete äußerste Schichte so dünn annehmen läßt, als man nur immer will, so kann sämmtlicher im Körper ursprünglich vorhandene freie Magnetismus ohne Aenderung der Action nach außen in jede denkbare Nähe an die Oberfläche des Körpers, folglich auch auf diese Oberfläche selbst versetzt werden, womit die oben ausgesprochene Behauptung bewiesen ist.

Aus dem Gange dieser Betrachtungen erhellet, daß sich unendlich viele Vertheilungsarten des Magnetismus im Innern eines Körpers denken lassen, denen dieselbe Wirkung nach außen entspricht. Hieraus folgt, daß aus der bloßen Beobachtung der Kräfte, welche ein Magnet auf den ihn umgebenden Raum äußert, kein Schluß auf die Anordnung des Magnetismus in seinem Innern möglich ist. Derlei Beobachtungen können zu nichts weiter dienen, als die äquivalente Anordnung des Magnetismus auf der Oberfläche darzulegen. Indessen kann man sich dem ungeachtet in einzelnen Fällen eine gewisse Vorstellung über die magnetischen Zustände der Theilchen eines Körpers bilden. So ist klar, daß in einem Stahlstabe A B (Fig. 92), den man mit einem bestimmten Pole eines Magnetes im Sinne seiner Länge, z. B. mit dem Nordpole von A bis B gestrichen hat, die einzelnen polarisch gewordenen Theilchen alle ihre Nordhälften gegen A, und ihre Südhälften gegen B kehren. Angenommen es seyen die magnetischen Axen $n s$, $n' s'$, $n'' s'' \ldots$ sämmtlicher Theilchen der Längenrichtung von A B parallel, ferner statt der nördlichen Magnetismen n, n', $n'', \ldots$ für sich allein und eben so statt der südlichen Magnetismen s, s', $s'', \ldots$ die äquivalenten Anordnungen auf die Oberfläche des Stabes übertragen, so wird die eine dieser Anordnungen das Umgekehrte der andern seyn. Da nun nothwendig die größte Intensität der nördlichen Magnetismen auf die Endfläche A und der südlichen auf B fällt, so waltet auf der Hälfte A C des Stabes der nördliche und auf B C der südliche Magnetismus vor, und die Intensitäten der freien Magnetismen nehmen in der Nähe von A und B sehr rasch zu, weßwegen diejenigen Stellen, welche sich als Pole charakterisiren, in die Nähe der Enden des Stabes zu stehen kommen.

242. **Magnetische Curven.** Wird eine sehr kleine, um ihren Schwerpunct nach allen Seiten drehbare Magnetnadel in die Nähe eines magnetischen Körpers gebracht, so nimmt sie eine bestimmte, von ihrer Stellung gegen den Körper und von dem magnetischen Zustande desselben abhängende Position des stabilen Gleichgewichtes an. Eine krumme Linie, welche eine Folge solcher an einander sich anschließenden Richtungen der Magnetnadel tangirt, heißt eine magnetische Curve. Jedem Magnete gehört ein System magnetischer Curven an, welche von seinen Polen auslaufen. Man kann sie bei einem Magnetstabe sichtbar machen, wenn man denselben unter eine Papierfläche legt, und feine Eisenfeile darauf streut. Jedes Eisenspänchen vertritt dabei die Stelle einer kleinen Magnetnadel, und die an einander hängenden Eisentheilchen, welche auf dem Papiere zwar sich drehen, aber nicht fortrücken können, zeigen den Lauf der magnetischen Curven sehr deutlich.

243. **Magnetisirung durch Vertheilung.** Wenn ein Körper, dessen Theilchen mit großer Leichtigkeit die magnetische Polarität annehmen und verlieren, wie weiches Eisen, sich in dem Bereiche eines mit bleibendem Magnetismus versehenen Körpers, z. B. eines Stahlmagnetes befindet, d. h. wenn ersterer dem letzteren so nahe steht, daß dieser auf jenen mit merklicher Kraft einzuwirken vermag, so wird der erstgenannte Körper, das weiche Eisen, in den magnetischen Zustand versetzt, welcher jedoch, vorausgesetzt, daß das Eisen aller Coercitivkraft ermangelt, nur so lange andauert, als der Stahlmagnet gegenwärtig ist, und bei jeder Aenderung der gegenseitigen Stellung beider Körper eine andere Beschaffenheit erhält. Man sagt in diesem Falle, das Eisen sey durch Vertheilung magnetisch. In diesem Zustande wirkt die Gesammtheit der magnetisch gewordenen Partikel des Eisens auf jeden äußeren und inneren Punct gerade so, wie es ein mit derselben Anordnung der freien Magnetismen begabter Stahlmagnet thun würde; und die Totalaction, die jeder der magnetischen Einwirkung fähige Punct des Raumes durch ein System von Stahlmagneten und Eisenmassen erfährt, ist die Resultirende der Kräfte, welche die einzelnen Bestandstücke dieses Systemes in Folge ihrer magnetischen Zustände auf ihn ausüben. Der magnetische Zustand einer jeden solchen Eisenmasse wird durch die Bedingung bestimmt, daß die Kraft, mit welcher das gesammte System auf jeden Punct im Innern eines magnetischen Elementes einwirkt, gleich Null seyn muß, denn wäre sie es nicht, so hätte die Erregung der magnetischen Polarität der Eisentheilchen, deren Grad immerhin einer Steigerung fähig ist, noch nicht ihr Ende erreicht, und es müßte, im Sinne der in 233 aufgestellten Hypothese zu reden, eine weitere Vertheilung der magnetischen Flüssigkeiten vor sich gehen. Es ist, wenn man schon diese Hypothese gelten lassen will, naturgemäß anzunehmen, daß die Quantität des freien Magnetismus, welcher durch unsere Mittel in einem jeden Elementartheilchen geweckt werden kann, nur einen sehr kleinen Theil der Gesammtmenge des in gedachtem magnetischen Elemente latenten Magnetismus ausmacht.

Auf der von dem Erdmagnetismus herrührenden Magnetisirung durch Vertheilung beruht der magnetische Zustand, den jede Eisenmasse bei genauerer Prüfung zu erkennen gibt. Der Magnetismus, den ein Magnet in weichem Eisen hervorruft, wirkt auf den Magnet zurück und kann zur Verstärkung desselben beitragen. Hierauf gründet sich die Methode hufeisenförmigen Stahllamellen, bei dem gewöhnlichen Magnetisiren derselben mittelst eines Streichmagnetes, einen sogenannten Anker von weichem Eisen vorzulegen, oder gerade Stäbe paarweise durch solche Anker an beiden Enden zu verbinden, und die Erscheinung, daß der Anker vor dem ersten Losreißen nach dem Streichen weit kräftiger an einem Magnete haftet, als wenn er bereits davon getrennt gewesen ist.

244. **Veränderlichkeit des Erdmagnetismus.** Unsere Kenntniß des magnetischen Zustandes des Erdkörpers bezieht sich lediglich auf die Angabe der Richtung und Größe der erdmagnetischen Kraft

an jedem Orte auf seiner Oberfläche. Die Richtung dieser Kraft wird durch die Declination und Inclination angegeben; zur Bestimmung der Größe derselben genügt es, wenn man die Inclination bereits ausgemittelt hat, die Intensität einer Componente des Erdmagnetismus, der horizontalen oder der verticalen, zu kennen. Heißt nämlich die Totalkraft Q, die horizontale Componente H, die verticale V, die Inclination i, so ist, wie der Anblick des Kräftendreieckes lehrt,

$$H : Q = \cos i : 1 \quad \text{und} \quad V : Q = \sin i : 1,$$

woraus man Q findet, wenn H und i oder V und i gegeben sind.

Zur Beobachtung der Declination, Inclination und magnetischen Intensität dienen eigene Instrumente, deren Einrichtung und Gebrauchsweise in neuester Zeit einen hohen Grad von Vollkommenheit erlangt hat.

Der Zweck dieser Instrumente ist entweder die Bestimmung der in einem gegebenen Augenblicke stattfindenden absoluten Werthe der genannten Bestimmungsstücke der magnetischen Erdkraft, oder die Ausmittelung ihrer während einer gewissen Zeit sich ergebenden Aenderungen. Es liegt außerhalb des Planes dieses Lehrvortrages, in eine umständliche Auseinandersetzung der Construction der bei seinen Untersuchungen anzuwendenden Declinatorien, Inclinatorien und Magnetometer und in das Detail der Rücksichten einzugehen, von deren Beachtung die Erzielung verläßlicher Beobachtungsresultate abhängt; daher mögen folgende Bemerkungen über diesen Gegenstand genügen. Zur Wahrnehmung der Variationen der magnetischen Declination wird ein Magnetstab in horizontaler Lage an einem feinen Metalldrahte oder an einem Bündel ungedrehter Seidenfäden so aufgehängt, daß er vor Störungen durch fremdartige Einflüsse, z. B. Luftzug, in der Nähe befindliche Eisenmassen ꝛc. geschützt ist; um die geringsten Aenderungen der Lage der magnetischen Axe des Stabes gegen den magnetischen Meridian wahrzunehmen, trägt derselbe einen kleinen Planspiegel, in welchem man das Bild einer fixen Scale aus einer schicklichen Entfernung mittelst eines Fernrohres betrachtet, was dieselben Dienste leistet, als ob der Magnetstab mit einem langen Zeiger, welcher an einer Scale spielt, versehen wäre. Zur Bestimmung des absoluten Werthes der Declination muß der Winkel ausgemittelt werden, welchen die durch die magnetische Axe des Stabes gelegte Verticalebene mit dem astronomischen Meridiane macht, was durch ein System geometrischer Operationen geschehen kann. 2) Zur Bestimmung der Inclination dient ein in seinem Schwerpunct unterstützter, im magnetischen Meridian beweglicher Magnetstab, dessen Gleichgewichtslagen man auf ähnliche Weise wie jene eines Declinationsstabes beobachtet. Man kann aber auch die Inclination mittelst der Formel $\sin i = \frac{V}{Q}$ berechnen; das Verhältniß der verticalen Componente des Erdmagnetismus zur Totalkraft findet man durch Vergleichung der Anzahl der Schwingungen, welche eine Inclinationsnadel

während einer und derselben Zeit Z macht, wenn man sie sowohl in der Ebene des magnetischen Meridians, als auch in der darauf senkrechten Ebene in Schwingungen versetzt. Ist nämlich N die Anzahl der Schwingungen im ersteren, N' jene im letzteren Falle, so hat man nach 237 $\frac{Z}{N} = \pi\sqrt{\frac{K}{QM}}$; $\frac{Z}{N'} = \pi\sqrt{\frac{K}{VM}}$, mithin $\frac{N'}{N} = \sqrt{\frac{V}{Q}}$, also $sin\, i = \frac{N'^2}{N^2}$. 3) Die Intensität H der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft erhält man, wenn man die Schwingungsdauer t eines horizontal aufgehängten, dem bloßen Einflusse des Erdmagnetismus überlassenen Magnetstabes und nebst dieser noch die Ablenkung ω beobachtet, welche eben dieser Stab hervorbringt, wenn man ihn in fixer Lage einer Declinationsnadel auf eine der in 240 betrachteten zwei Arten gegenüber stellt, und die Distanz x seines Mittelpunctes von dem Drehungspuncte der Declinationsnadel mißt. Die erste Beobachtung gibt den Werth des Productes, die zweite jenen des Quotienten der horizontalen Erdkraft und des magnetischen Momentes des Stabes, denn es ist der Formel $t = \pi\sqrt{\frac{K}{HM}}$ (237) gemäß $HM = \frac{\pi^2 K}{t^2}$ und aus den Formeln

$$tang\,\omega = \frac{M}{H x^3} \quad \text{und} \quad tang\,\omega' = \frac{2M}{H x^3} \quad (239)$$

erhält man

$$\frac{M}{H} = x^3\, tang\,\omega = \tfrac{1}{2} x^3\, tang\,\omega'.$$

Mittelst des Productes und des Quotienten zweier Größen ist aber jede derselben gegeben. Die Aenderungen der horizontalen Erdkraft macht man durch die Variationen der Gleichgewichtslage eines horizontalen Magnetstabes ersichtlich, welcher an zwei einander in einem schicklichen Abstande parallel laufenden Fäden aufgehängt und durch die Stellung der Verbindungslinie der oberen Aufhängepuncte genöthiget ist, eine gegen den magnetischen Meridian mehr senkrechte Position anzunehmen (Bifilar-Magnetometer). Es hat nämlich die Aenderung der Richtung der horizontalen Componente der erdmagnetischen Kraft auf die Gleichgewichtslage eines solchen Stabes einen nur unbedeutenden Einfluß, dagegen wird dieselbe sogleich geändert, wenn die Intensität dieser Componente eine geringe Aenderung erfährt.

Aus sorgfältigen und in kleinen Zeitabschnitten wiederholten Beobachtungen der Bestimmungsstücke der erdmagnetischen Kraft hat sich das wichtige Ergebniß herausgestellt, daß diese Bestimmungsstücke an jedem Orte fortwährenden, sowohl regelmäßigen als unregelmäßigen Variationen unterworfen sind. Erstere erscheinen theils als seculäre, d. h. in einerlei Sinn, wenigstens während eines sehr langen Zeitraumes, fortschreitende, theils als periodische (täglich oder jährlich wiederkehrende) Variationen. Die unregelmäßigen Va-

riationen oder Störungen des Erdmagnetismus hängen von Ursachen ab, welche theils bloß localer Art sind, theils aber wie correspondirende, an vielen Orten in festgesetzten Terminen angestellte Beobachtungen bewiesen haben, ihre Wirksamkeit über sehr ausgedehnte Theile der Erdfläche erstrecken.

Eilftes Hauptstück.

Elektricität.

245. **Elektrische Fundamentalphänomene.** Schon im Alterthume war man auf die Bemerkung gerathen, daß der Bernstein (Elektron) durch Reiben vorübergehend die Eigenschaft erhält, leichte Körper an sich zu ziehen; aber erst im Laufe der letztern Jahrhunderte, nachdem die Methode der Experimentaluntersuchung in der Naturforschung festern Fuß gefaßt hatte, erkannte man in jener Erscheinung einen ganz speciellen Fall der Wirksamkeit eines in der ganzen Körperwelt herrschenden Princips, für welches man die Benennung Elektricität einführte. Noch gegenwärtig sind die davon abhängenden Erscheinungen der Gegenstand der eifrigsten Untersuchung der Physiker und eine Quelle interessanter Entdeckungen. Um zur Kenntniß der Grundgesetze zu gelangen, an welche die Wirkungen der Elektricität gebunden sind, muß man von schicklich gewählten Thatsachen ausgehen und dieselben auf richtige Weise zu beurtheilen suchen. Folgende Betrachtungen werden hiezu dienlich seyn:

1) Reibt man eine Glasröhre der Länge nach mit Tuch oder Seidenzeug, und nähert selbe sodann einigen auf einem Tische liegenden feinen Papierstreifchen, so gerathen diese, wenigstens für kurze Zeit, in eine hin und her gehende Bewegung; sie werden von dem geriebenen Glase angezogen, hierauf abgestoßen, und, nachdem sie den Tisch berührt haben, wieder angezogen u. s. w. Eine ähnliche Wirkung bringt eine mit Tuch oder Pelzwerk geriebene Siegellackstange hervor, und noch andere Körper, z. B. Schwefel, die Edelsteine, besitzen dieselbe Eigenschaft. Bei kräftigem Reiben einer Glasröhre hört man ein Knistern, und im Dunkeln zeigen sich Lichtblitze; fährt man mit dem Finger längs der geriebenen Stange hin, so erscheinen helle, knisternde Funken, auch bemerkt man, zumal wenn das Reiben längere Zeit fortgesetzt wird, einen eigenthümlichen Phosphorgeruch. Man sagt von einem derlei Erscheinungen zeigenden Körper, er befinde sich im elektrischen Zustande, oder er sey elektrisirt. Als das brauchbarste Kennzeichen des elektrischen Zustandes ist das Phänomen der Anziehung und Abstoßung zu betrachten, die man, wenn es sich um Nachweisung schwacher Grade der Elektricität handelt, durch besondere, später anzugebende Vorrichtungen, welche man Elektroskope nennt, bemerklich machen kann.

2) Ein bereits elektrisirter Körper kann seinen Zustand auch einem andern noch unelektrischen Körper *mittheilen*; jedoch bestehen in Betreff der Leichtigkeit, mit welcher die Körper Elektricität annehmen und abgeben, sehr große Unterschiede. Gewisse Stoffe, als Glas, Seide, die Harze, nehmen, wenn sie mit elektrischen Körpern in Contact kommen, die Elektricität nur schwer, und zwar nur an der Berührungsstelle an, und behalten dieselbe mit einiger Hartnäckigkeit. Derlei Stoffe heißen *schlechte Leiter* der Elektricität, auch wohl, wenn gleich unrichtig, *Nichtleiter*. Andere Stoffe, namentlich die Metalle, nehmen die Elektricität mit größter Leichtigkeit an, welche sich, auch wenn die Berührung mit der Elektricitätsquelle nur an einer einzelnen Stelle statt fand, sogleich über ihre ganze Oberfläche verbreitet; sie verlieren die Elektricität eben so leicht, und es kann ihnen dieselbe, selbst wenn die ableitende Ursache nur auf eine einzelne Stelle unmittelbar einwirkt, vollständig entzogen werden. Stoffe dieser Art nennt man *gute Leiter* der Elektricität, oder vorzugsweise *Leiter*. Das hier beschriebene verschiedene Verhalten dieser beiden Arten der Stoffe zeigt sich augenscheinlich, wenn man einen glatten, überall abgerundeten Metallkörper an seidenen Schnüren aufhängt, oder an einer gläsernen Handhabe hält, oder auf eine Unterlage von Glas oder Harz setzt, und dicht an demselben eine elektrisch gemachte Glas- oder Siegellackstange vorüberführt. Der Metallkörper wird an seiner ganzen Oberfläche elektrisch, überall zieht er leichte Körper an, und gibt, wenn man ihm an irgend einer Stelle den Finger, oder ein Metallstück, das man in der Hand hält, gehörig nahe bringt, einen Funken, wobei er einen gewissen Theil seiner Elektricität einbüßt und dieselbe bei erfolgter Berührung gänzlich verliert. Dieses geschieht aber nicht, wenn der elektrisirte Metallkörper mit unelektrischem Glase, mit Seide oder Harz berührt wird. Ein Leiter der Elektricität, welcher, wie der vorerwähnte Metallkörper, allenthalben von Nichtleitern umgeben ist, heißt *isolirt*, die Nichtleiter werden deßhalb auch *Isolatoren* genannt. Rücksichtlich der Leitungsfähigkeit für die Elektricität finden, wie die Erfahrung lehrt, in der Körperwelt unzählige Abstufungen statt, so daß sich zwischen Leitern und Nichtleitern keine Grenze ziehen, sondern vielmehr von den besten Leitern zu den schlechtesten ein allmäliger Uebergang nachweisen läßt. Auch erscheinen Körper für schwache Aeußerungen der Elektricität als Isolatoren, welche bezüglich starker Elektricitätsgrade sich als Leiter bewähren. Kohle, Säuren, Salze, Wasser, der menschliche Körper sind als ziemlich gute Leiter zu betrachten; trockne atmosphärische Luft ist bei nicht zu hoher Temperatur ein Isolator; feuchte Luft leitet die Elektricität um so besser, je mehr sie Wasserdampf enthält. Daher gehen die oben angegebenen und die weiterhin zu beschreibenden Versuche in feuchter Luft nicht wohl von Statten.

3) Ein mit Elektricität versehener isolirter Leiter ist nur an seiner Oberfläche, nicht aber in seinem Innern elektrisch. Man überzeugt sich davon, wenn man eine isolirte metallene Kugel in zwei halbkugelförmige, mit isolirenden Handgriffen versehene, metallene Hüllen ein-

schließt. Theilt man dem Ganzen Elektricität mit, und hebt dann die Hüllen ab, ohne damit den Kern wieder zu berühren, so findet man bloß die Hüllen elektrisch, die in selbe eingeschlossen gewesene Kugel dagegen im unelektrischen Zustande.

4) Es gibt zweierlei elektrische Zustände, deren Kennzeichen durch folgendes Gesetz ausgesprochen werden: *Uebereinstimmend elektrisirte Körper stoßen einander ab; verschiedenartig elektrisirte Körper ziehen einander an.* Zur Nachweisung dieses Gesetzes kann man sich des Kugelelektroskopes bedienen, nämlich eines leichten Kügelchens aus einer die Elektricität leitenden Substanz, z. B. aus Hollundermark, welches an einem Seidenfaden pendelartig hängt und dadurch isolirt ist. Nähert man dem Kügelchen eine mit Seide oder Tuch geriebene Glasstange, so wird es von derselben angezogen; sobald es aber mit dem Glase in Berührung gekommen ist, abgestoßen, und scheint nun die ihm dargebotene Stange fortwährend zu fliehen. Offenbar hat hier das Kügelchen von dem Glase Elektricität empfangen, und wird in Folge dessen von der an der Glasstange zurückgebliebenen Elektricität abgestoßen. Befreit man das Kügelchen durch Berühren mit der Hand von dieser Elektricität, so beginnt die Anziehung von Neuem. Ganz eben so geht der Versuch vor sich, wenn man dem unelektrischen Kügelchen eine mit Tuch oder Pelzwerk geriebene Siegellackstange entgegenhält. Theilt man aber dem Kügelchen zuerst von einer auf die bezeichnete Weise geriebenen Glasstange Elektricität mit, und nähert ihm hierauf die elektrisirte Siegellackstange, so findet Anziehung statt; desgleichen, wenn man umgekehrt verfährt, d. h. dem Kügelchen die Elektricität der Siegellackstange beibringt, und ihm hierauf die elektrisirte Glasstange nähert. Das Korkkügelchen vertritt bei diesen Versuchen die Stelle eines zweiten mit dem Glase oder mit dem Harze gleichnamig elektrisirten Körpers, und es wird dadurch sowohl die Verschiedenheit der elektrischen Zustände des Glases und des Harzes als auch die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Gesetzes bewiesen. Ueberträgt man die irgend einem andern Körper anklebende Elektricität auf ein Kugelelektroskop, so verhält dasselbe sich stets gegen eine wie oben elektrisirte Glas- und gegen eine Siegellackstange auf entgegengesetzte Weise, es wird von der einen angezogen und von der andern abgestoßen. Die Elektricität derjenigen Stange, welche das Kügelchen zurückstößt, ist mit der Elektricität des gegebenen Körpers gleichartig, woraus zugleich der Gebrauch erhellet, den man von dem Kugelelektroskope zur Nachweisung des Vorhandenseyns und zur Bestimmung der Art der Elektricität eines Körpers machen kann.

5) Die elektrischen Zustände des mit Tuch geriebenen Glases und Siegellackes stehen in einem solchen Gegensatze, daß die Uebertragung beider auf einen und denselben Körper eine theilweise oder gänzliche Aufhebung der elektrischen Aeußerung zur Folge hat. Man überzeugt sich hievon leicht, wenn man einem isolirten Leiter zuerst Elektricität der einen, und dann stufenweise Elektricität der anderen Art mittheilt.

Der dem Leiter zuerst beigebrachte elektrische Zustand vermindert sich allmälig, sinkt bis zum unelektrischen oder natürlichen Zustande herab, und geht endlich in den entgegengesetzten elektrischen Zustand über. Da sich solchergestalt die beiden elektrischen Zustände wie entgegengesetzte Größen verhalten, so nennt man, dem mathematischen Sprachgebrauche gemäß, den einen die *positive* und den andern die *negative* Elektricität, wofür man auch die Zeichen + E und — E gebraucht. Es ist allgemein angenommen, die Elektricität des mit Tuch oder Seide geriebenen Glases als die positive zu betrachten.

6) Jeder Körper enthält in sich schon ursprünglich den Grund sowohl zur positiven, als zur negativen Elektricität, und man kann den natürlichen Zustand eines Körpers als das Ergebniß eines gleichmäßigen Zusammenbestehens beider Elektricitäten ansehen. Die Indifferenz des Körpers ist sonach lediglich die Folge des Umstandes, daß von jedem Puncte des Körpers gleiche und entgegengesetzte Kräfte ausgehen. Der unelektrische Zustand eines Körpers kann schon durch bloße Fernwirkung eines bereits in elektrischem Zustande befindlichen Körpers aufgehoben werden, und zwar um so leichter, je besser ersterer Körper die Elektricität leitet. Befindet sich nämlich ein isolirter Leiter A in der Nachbarschaft eines mit Elektricität versehenen Körpers B, jedoch nicht in solcher Nähe, daß letzterer dem ersteren Elektricität mittheilen kann, so zeigt A an der von B abgewendeten Seite dieselbe Elektricität, welche B hat, an der gegen B gekehrten Seite aber die entgegengesetzte Elektricität. Entfernt man den Leiter A aus der Wirkungssphäre des Körpers B, so tritt, vorausgesetzt, daß A unberührt geblieben ist, wieder der frühere natürliche Zustand ein. Zur Nachweisung dieser Thatsache bedient man sich am besten eines länglichen Metallkörpers, welcher in der Mitte mit einem isolirenden Handgriffe versehen ist und an jedem der zugerundeten Enden ein an einem leitenden Faden hängendes Hollundermarkkügelchen trägt, welches die Bestimmung hat, zur Prüfung der an dem betreffenden Ende vorhandenen Elektricität zu dienen. Stellt man nun diesen Leiter A vertical auf, und über oder unter ihn einen elektrischen Körper B, so nehmen die beiden Elektroskop-Pendel, welche früher längs dem Leiter A herabhingen, eine schiefe Lage an, in Folge der Abstoßung, die sie von den zunächst liegenden, nunmehr elektrisch gewordenen Theilen des Leiters, an deren Elektricität sie ebenfalls Theil nehmen, erleiden. Beseitiget man die Einwirkung des Körpers B auf den Leiter A, so treten die Pendel wieder in ihre verticale Lage. Nähert man, während der Leiter A unter dem Einflusse des Körpers B steht, den Pendeln eine elektrisirte Glas- oder Siegellackstange, so erfährt man aus der sich zeigenden Anziehung und Abstoßung die Beschaffenheit der elektrischen Zustände der Enden von A und findet die obige Aussage bestätiget; das von B entferntere Ende des Leiters A hat nämlich dieselbe Elektricität wie B, das nähere Ende aber die entgegengesetzte Elektricität. Berührt man den Leiter A, während der elektrische Körper B in seiner Nähe ist, mit dem Finger, so sinkt das von B entferntere Pendel herab,

das nähere Pendel aber divergirt noch mehr. Wird jetzt der Einfluß von B auf A unterbrochen, so erscheint A elektrisch, und zwar in Bezug auf B entgegengesetzt. In so fern diese letztere Elektricität, während noch B auf den Leiter A einwirkte, diesem durch Berührung mit dem Finger nicht entzogen werden konnte, sagt man, dieselbe sey von der entgegengesetzten Elektricität in B gebunden gewesen, und erst nachher frei geworden. Durch die Berührung ist offenbar vom Leiter A die mit der an B haftenden gleichnamige Elektricität hinweggenommen worden, welche mit der zurückbleibenden gebundenen vereiniget den ursprünglichen unelektrischen Zustand von A wieder hergestellt hätte. Ist der Leiter A nicht zu klein und der Körper B hinreichend stark elektrisch, so erhält man, während B in der Nähe ist, bei Berührung von A einen deutlichen Funken, und nachdem der Einfluß von B aufgehört hat, einen zweiten Funken; beide stammen von den in A schon ursprünglich enthaltenen entgegengesetzten Elektricitäten her. Man nennt diese durch den Einfluß eines elektrischen Körpers ohne irgend eine Mittheilung, in Folge bloßer Action aus der Ferne bewirkte gleichzeitige Entwickelung entgegengesetzter Elektricitäten an einem ursprünglich unelektrischen Leiter die Elektrisirung durch Vertheilung. Die Wirkungssphäre eines elektrischen Körpers, innerhalb welcher er eine merkliche Vertheilung hervorzubringen vermag, heißt seine elektrische Atmosphäre. Aus der Vertheilung erklärt sich nun auch die Anziehung, welche ein elektrischer Körper gegen einen unelektrischen ausübt. Es ist dieß die Anziehung des ersteren gegen den ihm zugekehrten und durch Vertheilung entgegengesetzt elektrisch gewordenen Theil des letztern.

7) Es gibt mannigfaltige Mittel, Elektricität zu erregen; stets aber ist der Act der Elektrisirung mit der Hervorrufung beider elektrischen Zustände verbunden. Die Richtigkeit dieses Satzes wird sich in der Folge bei der Betrachtung der verschiedenen Elektricitätsquellen von selbst ergeben; hier mag es genügen, auf die Elektrisirung durch Reibung hinzuweisen, wobei die beiden einander reibenden Körper jederzeit entgegengesetzte Elektricitäten erhalten. Welcher von beiden aber positiv, welcher negativ wird, hängt von der Natur der Körper, von der Beschaffenheit ihrer Oberfläche und von der Art der Reibung ab. So wird, wenn man gewöhnliches Glas mit Seide reibt, nicht bloß ersteres, sondern immer auch letztere elektrisch und erhält — E; reibt man aber matt geschliffenes Glas mit Seide, so nimmt das Glas — E, die Seide + E an.

246. **Hypothetische Ansicht des Wesens der Elektricität.** Da die Grundursache der elektrischen Erscheinungen nach dem gegenwärtigen Zustande unserer Kenntnisse nicht mit völliger Sicherheit angegeben werden kann, eine passende theoretische Vorstellung hierüber aber bei der wissenschaftlichen Betrachtung der Erscheinungen große Vortheile darbietet, so ist man auch auf diesem Felde genöthiget zu einer Hypothese Zuflucht zu nehmen. Die meisten Physiker setzen voraus, es seyen in der Körperwelt allenthalben zwei äußerst subtile unwäg-

bare Stoffe, die sogenannte positive und die negative elektrische Materie, verbreitet, deren Theilchen von den Molekeln der Körper angezogen werden, aber sich auch im Innern eines Stoffes mit größerer oder geringerer Leichtigkeit bewegen können, überdieß auf einander selbst einwirken, und zwar die Theilchen einer und derselben elektrischen Materie gegenseitig repulsiv, die Theilchen einer elektrischen Materie aber auf die der andern attractiv. Sind beide Materien in einem Körper gleichförmig mit einander gemengt, so befindet sich derselbe im uneleftrischen Zustande, weil sich überall neben einem Theilchen positiver elektrischer Materie ein Theilchen negativer Materie vorfindet, dessen gleiche und entgegengesetzte Action die des anderen aufhebt. Enthält aber irgend eine Stelle eines Körpers eine größere Menge der einen als der andern elektrischen Materie, so erscheint der Körper an dieser Stelle elektrisch, und zwar positiv oder negativ, je nachdem die positive oder die negative Materie im Ueberschusse, d. h. in freiem Zustande vorhanden ist. Die gegenseitige Abstoßung gleichnamig und die Anziehung ungleichnamig elektrisirter Körper ist nach dieser Ansicht eine unmittelbare Folge der vorausgesetzten Beschaffenheit der elektrischen Materien. Die elektrische Vertheilung beruht darauf, daß die überwiegende Action der in einem Körper angehäuften positiven oder negativen Elektricität in jedem andern Körper die Theilchen der gleichnamigen Elektricität zurück zu drängen, die Theilchen der entgegengesetzten herbei zu ziehen sucht, und somit, wenn letzterer Körper ursprünglich uneleftrisch war, die Gleichförmigkeit der Mengung beider elektrischen Stoffe stört, vorausgesetzt, daß der Körper diesen Stoffen in seinem Innern Bewegung gestattet. Immer hat die freie Elektricität an einem Leiter bloß an dessen Oberfläche ihren Sitz, in Folge der zwischen gleichartigen Theilchen der elektrischen Materie bestehenden Repulsion, und bildet da eine gegen den Leiter einwärts sich erstreckende Schichte von sehr geringer Dicke. Die Größe der Kraft, welche von einem Stückchen der Oberfläche eines elektrisirten Leiters in eine bestimmte Entfernung, z B in die Distanz 1 ausgeht, ist als das Maß der Menge der daselbst angehäuften freien Elektricität zu betrachten; der Quotient dieser Menge, durch die Größe des Flächenstückchens getheilt, zeigt die an gedachter Stelle herrschende elektrische Spannung an. Von dieser hängt das Bestreben zur Ausgleichung des Zwangzustandes ab, in welchem sich die Elektricität bezüglich der Umgebung befindet. Der Act der Ausgleichung selbst heißt elektrischer Strom und ist Gegenstand späterer Betrachtung. Geschieht die Ausgleichung durch einen schlechten Leiter hindurch, z. B. durch die Luft, so zeigt sich ein elektrischer Funke oder Blitz.

Im Zustande des Gleichgewichtes muß die Elektricität an der Oberfläche des Leiters dergestalt angeordnet seyn, daß ihre Gesammtaction auf jeden Punct im Innern des Leiters Null ist, weil sonst daselbst eine Störung des natürlichen Zustandes statt finden, mithin eine neue Entwickelung freier Elektricität erfolgen würde, was dem vorausgesetzten Gleichgewichte widerspricht. Eine nothwendige Folge dieses

Grundsatzes ist, daß die von den Theilchen der elektrischen Materien auf einander ausgeübten Kräfte sich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Distanzen ihrer Angriffspuncte. Um dieß einzusehen, betrachte man einen von einem isolirenden Medium umgebenen, freie Elektricität enthaltenden kugelförmigen Leiter. Diese Elektricität wird nächst seiner Oberfläche offenbar eine gleichförmige Schichte, mithin eine Hohlkugel bilden, deren Action auf jeden innerhalb derselben liegenden Punct gleich Null ist. Mit Hilfe der in 167. 2) angestellten Betrachtung überzeugt man sich aber leicht, daß dieß nur dann der Fall seyn kann, wenn die Action jedes kleinsten Stückes der Kugelschale auf den ins Auge gefaßten inneren Punct sich verkehrt verhält, wie das Quadrat der Distanz. Denn es sey A (Fig. 52) dieser Punct und die Ebene DE auf dem durch A gehenden Kugeldurchmesser senkrecht, so liegen alle Theilchen des Kugelsegmentes DME dem Puncte A näher, als die ihnen bezüglich A gerade gegenüberliegenden Theilchen des andern Segmentes DME. Wollte man nun voraussetzen, die Action der elektrischen Theilchen nehme in einem rascheren Verhältnisse ab, als das Quadrat der Distanz zunimmt, so müßte, weil das Theilchen MN' nur in dem Verhältnisse größer ist als das Gegentheilchen MN, in welchem das Quadrat von M'A jenes von MA übertrifft, das Theilchen M'N auf A schwächer einwirken als MN, und da dieß von jedem andern Theilchen des Kugelsegmentes DM'E im Vergleiche mit DME gesagt werden kann, so könnte die Gesammtaction des ersteren Segmentes jene des letzteren nicht aufheben, mithin auch die Totalaction der Hohlkugel auf A nicht Null seyn. Es kann daher die elektrische Action nicht in einem rascheren Verhältnisse abnehmen, als das Quadrat der Distanz wächst. Eben so zeigt man leicht, daß diese Action auch nicht in einem minder raschen Verhältnisse abnehmen könne, wodurch die obige Behauptung gerechtfertiget ist. Sind also m, m' die in zwei Puncten concentrirt gedachten Elektricitätsmengen, und ist r die Distanz dieser Puncte, so ist $\frac{m\,m'}{r^2}$ die Intensität der Kraft, mit welcher dieselben, nach Maßgabe der Qualität ihrer Elektricitäten, anziehend oder abstoßend auf einander einwirken. Mit Hilfe dieses Gesetzes und des Grundsatzes, daß im Zustande des Gleichgewichtes die Resultirende der Actionen aller Theilchen freier Elektricität auf jeden Punct im Innern eines Leiters gleich Null seyn muß, läßt sich nicht bloß die Anordnung der Elektricität auf der Oberfläche eines isolirten Leiters, sondern allgemein die Anordnung der Elektricitäten auf den Oberflächen einer beliebigen Zusammenstellung von Leitern finden, welche unter ihrem wechselseitigen Einflusse, wie auch unter jenem elektrisirter Nichtleiter stehen. Obgleich das in dieser Allgemeinheit aufgefaßte Problem der elektrischen Spannung und Vertheilung die Anwendung höherer Rechnung erfordert, so genügt doch schon die klare Auffassung des erwähnten Grundsatzes, um in vielen Fällen zu einer haltbaren Vorstellung von den zu erwartenden Erfolgen zu gelangen, was den Nutzen der hypothetischen Annahme elektrischer Materien besonders

ersichtlich macht. So kann man auch ohne Rechnung einsehen, daß sich die Elektricität an einem länglichen Leiter ungleichförmig lagern und an den spitzeren Theilen sich mehr anhäufen müsse als an den flacheren u. dgl. m.

Einige Physiker sind noch gegenwärtig der einst von Franklin aufgestellten Hypothese zugethan, daß es bloß eine einzige elektrische Materie gebe, deren Theilchen einander abstoßen, und von den Theilchen der wägbaren Stoffe angezogen werden. Ein gewisser Gehalt an dieser Materie soll, dieser Ansicht gemäß, den unelektrischen Zustand der Körper bedingen; ein Körper, der mehr davon enthält, positiv, und einer, der daran Mangel hat, negativ elektrisch erscheinen. Diese Hypothese gewährt zwar eine einfache Erklärung der Erscheinungen der elektrischen Vertheilung; allein die gegenseitige Abstoßung negativ elektrischer Körper, welche auch im luftleeren Raume statt findet, nöthiget die Anhänger derselben zu der Annahme, daß zwischen den Theilchen der wägbaren Stoffe an sich Abstoßung herrsche, welche um so mehr zum Vorschein kommt, je weniger elektrische Materie sie enthalten. Um nicht mit der Gravitation der Körper in Widerspruch zu gerathen, muß noch vorausgesetzt werden, daß sie von dem Ueberschusse herrühre, um welchen die Anziehung der elektrischen Materie eines Körpers zu dem Stoffe des andern, die Summe der Repulsionen zwischen den elektrischen Materien beider Körper und zwischen ihren wägbaren Theilen unter sich übertrifft. Es ist also die Hypothese, welche bloß eine einzige elektrische Materie postulirt, keineswegs einfacher als das dualistische System.

Die Annahme zweier elektrischen Materien ist der in 233 gemachten Voraussetzung zweier magnetischen Flüssigkeiten analog, jedoch fällt für erstere die Beschränkung weg, welche letzteren den Uebergang von einem Körpertheilchen zu einem andern verwehrt. Da die magnetischen Metalle auch der elektrischen Aeußerungen fähig sind, so enthalten sie sonach die einen wie die anderen unwägbaren Materien.

247. **Das Goldblattelektroskop.** Ein sehr empfindliches und zur Untersuchung des elektrischen Zustandes eines Körpers sehr bequemes Instrument ist das Bennet'sche oder Goldblattelektroskop, dessen Gebrauch bei schwachen Elektricitätsgraden auf der Mittheilung, bei stärkeren auf der Vertheilung der Elektricität beruht. Es besteht aus zwei gleich langen, schmalen Goldblattstreifen, welche an dem Ende eines glatten Messingdrahtes so aufgehängt sind, daß sie im unelektrischen Zustande sich ihrer ganzen Fläche nach berühren. Der Messingdraht geht durch den Hals eines gläsernen Behälters, in welchem die Blättchen vor dem Luftzuge geschützt sind, und endiget sich oben außerhalb des Behälters in einen polirten Metallknopf oder besser in eine polirte, an den Rändern abgerundete Metallplatte, welche die Zuleitungs- oder Collectorplatte genannt wird. Berührt man mit einem schwach elektrischen Körper die Collectorplatte, wodurch derselben und daher auch dem Drahte und den Goldblättchen Elektricität mitgetheilt wird, so stoßen diese einander ab, und weichen deßhalb unter einem Winkel aus einander, welcher um so größer ausfällt, je stärker die den Goldblättchen beigebrachte elektrische Spannung ist, und den man mittelst eines am Behälter angebrachten Gradbogens messen kann. Einen stark elektrischen Körper braucht man nur in die Nähe

der Collectorplatte zu bringen, um schon die Goldblättchen divergiren zu sehen. Entfernt man den Körper, so hört die Divergenz auf. Es geht in diesem Falle eine Vertheilung der natürlichen Elektricität der Collectorplatte und der übrigen leitenden Theile des Apparates vor sich; die mit der Elektricität des Körpers ungleichnamige wird angezogen, die gleichnamige Elektricität zurückgedrängt: letztere ist es, welche die Blättchen aus einander treibt. Nach Entfernung des elektrischen Körpers vereinigen sich die getrennten Elektricitäten wieder, und der natürliche Zustand der Goldblättchen kehrt zurück. Divergiren die Blättchen mit einer gewissen Elektricität, z. B. mit + E, und man nähert der Collectorplatte eine mit Tuch geriebene Glasstange, so weichen sie noch mehr aus einander, weil zu der bereits vorhandenen (positiven) Elektricität noch diejenige gleichnamige hinzukommt, welche durch den Einfluß der Glasstange aus dem im Apparate vorhandenen neutralen Elektricitätsvorrathe auf dem Wege der Vertheilung entwickelt wird; nähert man aber dem Elektroskope allmälig eine mit Tuch geriebene Siegellackstange, so ist die bei der Vertheilung in die Goldblättchen zurückgedrängte Elektricität die negative, und die Blättchen fallen anfänglich zusammen und weichen dann, wenn diese negative Elektricität durch weitere Annäherung der Siegellackstange noch mehr verstärkt wird, wieder aus einander; bei Entfernung der Siegellackstange fallen sie zuerst zusammen, und nehmen dann wieder die ursprüngliche Divergenz an. Diese Erscheinungen bieten ein einfaches Mittel dar, die Beschaffenheit der in den Goldblättchen vorhandenen Elektricität zu erkennen.

Man kann auch den Goldblättchen vorläufig eine bestimmte Elektricität geben, und sodann den Körper, dessen Elektricität auszumitteln ist, der Collectorplatte nähern. Will man den Goldblättchen die positive Elektricität beibringen, so nähere man dem Elektroskope eine geriebene Siegellackstange, bis die Blättchen die gehörige Divergenz zeigen, was eine Folge frei gewordener negativer Elektricität ist, berühre sodann die Collectorplatte mit dem Finger, wodurch die Blättchen zusammenfallen, entferne hierauf den Finger, ohne die Stellung der Siegellackstange zu ändern, und entferne endlich auch diese. Die Goldblättchen, welche durch die Berührung die freie negative Elektricität verloren haben und dadurch gleichsam in den natürlichen Zustand zurück versetzt worden sind, gehen nunmehr mit der positiven Elektricität aus einander, welche früher durch die negative der Siegellackstange festgehalten wurde. Eben so ertheilt man, wenn man diese Operation mittelst einer Glasstange verrichtet, den Goldplättchen freie negative Elektricität. Ein zu prüfender Körper hat dieselbe Elektricität wie die Goldblättchen oder die entgegengesetzte, je nachdem derselbe bei seiner ersten Annäherung an das Elektroskop die Divergenz steigert oder schwächt.

Dieses Elektroskop gestattet eine sehr klare Demonstration des Gegensatzes der Elektricitäten des mit Tuch geriebenen Glases und Harzes. Unterwirft man nämlich die Collectorplatte gleichzeitig dem Einflusse einer auf die bezeichnete Weise elektrisch gemachten Glas- und einer Siegel-

lackstange, so hebt die größere Annäherung der einen Stange immer zuerst die durch die andere bewirkte Divergenz auf, und bringt dann die dem entgegengesetzten Effecte entsprechende Divergenz hervor.

Mittelst zweier solchen Elektroskope läßt sich der Hergang der elektrischen Vertheilung sehr deutlich zeigen. Verbindet man beide Collectorplatten mittelst eines an einem isolirenden Griffe gehaltenen Drahtes, und nähert dem einen Elektroskope einen elektrischen Körper, so divergiren die Plättchen beider mit derselben Elektricität, welche der Körper besitzt. Unterbricht man jetzt die leitende Verbindung der Collectorplatten und entfernt hierauf den elektrischen Körper, so fallen die Plättchen desjenigen Elektroskopes, welchem der Körper näher stand, zusammen und gehen sodann wieder aus einander, die des andern aber behalten ihre frühere Divergenz bei. Die elektrischen Zustände beider Elektroskope sind nun, was man mittelst der Glas- oder der Siegellackstange leicht nachweiset, einander entgegengesetzt. Da es bei derlei Demonstrationen nicht auf die größte Empfindlichkeit der Elektroskope ankommt, so kann man an die Stelle der leicht verletzbaren Goldblättchen Strohhalme setzen.

248. **Die Drehwage.** Bringt man die Theile eines feinen elastischen Metalldrahtes oder eines Glasfadens, welcher durch einen daran gehängten Körper, z. B. durch ein horizontales Stäbchen, geradlinig gespannt ist, aus dem innern Gleichgewichtszustande, indem man den Faden um seine Längenrichtung dreht, so daß die Theilchen, welche vordem in einer mit der Länge des Fadens parallelen geraden Linie lagen, nunmehr in eine Schraubenlinie zu liegen kommen, so geräth das Stäbchen, einer Declinationsnadel ähnlich, in pendelartige Schwingungen, deren Dauer, der Erfahrung gemäß, bei ungeänderter Länge des Fadens von der Schwingungsamplitude unabhängig ist. Hieraus folgt, wie man leicht einsieht, wenn man den Gang der in 125 vorgetragenen Entwickelung umkehrt, d. h. von dem Endresultate auf die Bedingung desselben zurückschließt, daß die durch die Windung (Torsion) des Fadens geweckte Elasticität, welche die Ursache dieser Schwingungen ist, mit dem durch die Elongation des Stäbchens aus der Ruhelage angezeigten Torsionswinkel des Fadens in geradem Verhältnisse stehen müsse. Wird daher das Stäbchen nach und nach durch Kräfte, die senkrecht gegen seine Länge auf einen bestimmten Punct desselben einwirken, aus der natürlichen Gleichgewichtslage, in welcher die Torsion des Fadens Null ist, in andere Gleichgewichtslagen versetzt, so verhalten sich diese Kräfte gerade wie die entsprechenden Torsionen des Fadens. Auf diesem Principe beruht die von Coulomb angegebene elektrische Drehwage, mittelst welcher man elektrische Spannungen mit einander vergleichen kann. Sie besteht aus einem in der Mitte an einem Metalldrahte oder an einem Glasfaden horizontal aufgehängten Stäbchen aus einer nichtleitenden Substanz, Glas oder Schellack, welches an einem Ende eine kleine vergoldete Hollundermarkkugel oder ein Scheibchen aus Goldpapier, am andern Ende eine äquilibrirende Masse trägt und auf eine Scale hinweiset, mittelst welcher man die Ablenkungswinkel des Stäbchens von seiner ursprünglichen Gleichgewichtslage mit einander vergleichen kann.

Der Faden läuft längs der Axe eines röhrenförmigen Aufsatzes des Glaskastens herab, in welchem sich das Stäbchen bewegt; das obere Ende des Fadens ist in der Mitte einer horizontalen mit einer Kreistheilung versehenen Scheibe befestiget, durch deren Drehung auch der Faden um seine Längenrichtung gedreht wird. In den Kasten läßt sich eine metallene Kugel einsetzen, welche von der Kugel des Stäbchens in der Lage desselben, die dem Nullpuncte der Scale entspricht, berührt wird. Stellt man die obere Scheibe so, daß das Stäbchen jene Lage ohne Torsion des Fadens einnimmt, theilt dann der fixen Kugel Elektricität mit, und bringt sie an ihren Platz, so bekommt auch die bewegliche Kugel Elektricität, und wird so weit zurückgestoßen, bis die mit der Torsion anwachsende Kraft des Fadens die bei der Vergrößerung der Distanz abnehmende Abstoßungskraft aufwiegt. Man kann die Abweichung des Stäbchens bei verschiedenen Versuchen durch Drehung der oberen Scheibe stets auf einerlei Größe zurückführen und so die zwischen beiden Kugeln bei derselben Distanz ihrer Mittelpuncte herrschenden Kräfte mit einander vergleichen; die Torsion des Fadens, welche der jedesmaligen Kraft proportional ist, wird durch die Stellung des Stäbchens gegen denjenigen Punct der oberen Scheibe gegeben, welcher der Gleichgewichtslage des Stäbchens im unelektrischen Zustande, wo die Torsion Null ist, entspricht.

Mit Hilfe der Drehwage kann man das Verhältniß der elektrischen Spannungen an verschiedenen Puncten der Oberfläche eines Leiters ausmitteln, wenn man ihn an diesen Puncten mit einer und derselben an einem isolirenden Stäbchen befestigten kleinen unelektrischen Metallkugel oder mit einem metallenen Scheibchen berührt, und die damit aufgenommene Elektricität an die fixe Kugel der Drehwage überträgt. Die derselben beigebrachten Spannungen sind den an vorgedachten Stellen der Oberfläche des Leiters haftenden Spannungen proportional. Auch das Gesetz, nach welchem die elektrische Anziehung oder Abstoßung zweier Kugeln von der Distanz ihrer Mittelpuncte abhängt, läßt sich mit der Drehwage untersuchen, und solchergestalt der Satz, daß jene Kräfte sich verkehrt verhalten wie die Quadrate der Distanzen, empirisch nachweisen.

249. **Elektrisirmaschine.** Auf der Erregung der Elektricität durch Reiben und auf der Mittheilung derselben an einen isolirten Leiter beruhen jene Vorrichtungen zur Hervorrufung kräftiger Aeußerungen elektrischer Spannung, welche man Elektrisirmaschinen nennt. Eine solche Maschine besteht aus dem zu reibenden Körper, aus dem Reibzeuge und aus dem Conductor. Der zu reibende Körper ist bei neueren Maschinen in der Regel eine kreisrunde Glasscheibe; seltener ein Glascylinder oder eine Glocke: an älteren Maschinen findet man auch eine Glaskugel. Die Scheibe steht vertical; durch ihren Mittelpunct geht senkrecht gegen ihre Ebene eine mit einer Kurbel versehene Axe, welche durch ein passendes Gestelle getragen wird, und dazu dient, die Scheibe in drehende Bewegung zu versetzen. Das Reibzeug wird durch ein Paar lederne Kissen gebildet, welche von beiden Seiten an die Scheibe in der Nähe ihres Randes anliegen und durch Federn

gegen selbe gepreßt werden; das Leder ist mit einem Amalgam bekleidet, das aus Quecksilber, Zinn und Zink besteht, und mittelst einer Fettschichte an dem Leder haftet. Die Erfahrung hat dieses Amalgam als das zweckmäßigste Reibungsmittel zur Elektrisirung des Glases nachgewiesen. Häufig sind die Elektrisirmaschinen mit zwei Reibzeugen versehen, welche an den Enden eines Durchmessers einer Scheibe einander gegenüber stehen. Der Conductor ist ein auf Glas ruhender und dadurch isolirter hohler Körper aus Messingblech, mit allseitig abgerundeter und wohl polirter Oberfläche, welcher mit einem oder mit zwei Armen an den Rand der Scheibe reicht, je nachdem die Maschine bloß ein oder zwei Reibzeuge besitzt. Im ersten Falle steht der Arm des Conductors dem Reibzeuge diametral gegenüber; im zweiten Falle sind die Arme um 90° von den Reibzeugen entfernt. Der Zweck des Conductors ist die an der Scheibe bei ihrem Durchgange zwischen den Reibkissen erzeugte Elektricität zu sammeln. Zur Beurtheilung der erlangten elektrischen Spannung trägt der Conductor an seinem von der Scheibe abgekehrten Ende eine kleine Säule mit einem Elektroskop-Pendel, aus dessen Ablenkung von der verticalen Lage auf die Stärke dieser Spannung geschlossen wird. (Henley's Elektroskop.) Um die Elektricität der Reibzeuge eben so wie jene der Scheibe benützen zu können, ist es zweckmäßig, das Gestelle, welches die Reibzeuge trägt, zu isoliren; sehr bequem sind jene Maschinen, bei welchen man die Arme des Conductors drehen und an die Reibzeuge anlegen kann. Um die Zerstreuung der Elektricität, während die geriebene Stelle der Scheibe von dem Reibzeuge zum Conductorarme rückt, zu vermindern, ist an jedem Kissen des Reibzeuges nach der Seite hin, gegen welche die Scheibe gedreht wird, ein bis zum Conductor reichendes Blatt von Wachstaffet befestiget. Weil die positive Elektricität der Scheibe und die negative des Reibzeuges einander anziehen und daher der Trennung entgegenwirken, ist es, damit die eine möglichst kräftig hervortrete, nothwendig die andere zu entfernen. Will man also positive Elektricität erzeugen, so verbindet man das Reibzeug, will man negative, so verbindet man die Sauger an der Scheibe leitend mit der Erde. Mit einer Elektrisirmaschine läßt sich die elektrische Anziehung und Abstoßung, das verschiedene Leitungsvermögen der Körper, der Unterschied zwischen positiver und negativer Elektricität, der Hergang der elektrischen Vertheilung, die Anordnung der Elektricität an der Oberfläche der Leiter, die leuchtende, erwärmende, zündende Eigenschaft der elektrischen Funken u. gl. gleichsam im Großen demonstriren und dadurch auf das Handgreiflichste vor Augen stellen. Verbindet man den Conductor und das isolirte Reibzeug mittelst eines Drahtes, oder auch nur beide mit der Erde, und setzt die Maschine in Bewegung, so geht in dem Drahte eine beständige Ausgleichung der beiden an der Berührungsstelle des Glases und Reibzeuges getrennten Elektricitäten vor sich, d. h. es bildet sich ein elektrischer Strom. Ein solcher besteht eigentlich aus zwei einander entgegengesetzten Strömen, einem positiven und einem negativen, welche man sich füglich als Fortpflanzungen von Verbin-

dungen und Trennungen der beiden entgegengesetzten Elektricitäten vorstellen kann, indem sich jede Elektricität, z. B. + E, mit der in der angrenzenden natürlichen enthaltenen — E, und die von dieser getrennte + E wieder einer benachbarten — E u. s. w. combinirt. Schaltet man einen Körper in den Schließungskreis ein, so geht der Strom, wenn er das ihm entgegenstehende Leitungshinderniß zu überwältigen vermag, durch diesen Körper hindurch, wobei sich bei größerem Widerstande Glühphänome und Lichterscheinungen ergeben.

Die Kraft einer Elektrisirmaschine pflegt man nach der größten Distanz zu beurtheilen, in welcher noch Funken aus dem Conductor auf einen mit dem Reibzeuge in Verbindung stehenden Elektricitätsleiter übergehen. Man nennt diese Distanz die Schlagweite. Sie ist in dünnerer Luft größer als in dichter, am größten im luftleeren Raume, welcher als ein Nichtleiter zu betrachten ist. Ein langer Funke bildet eine mit Ausbiegungen versehene gebrochene Linie. Setzt man an den Conductor eine Metallspitze, so vermindert sich seine elektrische Spannung ausnehmend, und man sieht an der Spitze im Dunkeln einen Lichtbüschel in Folge der ausströmenden positiven Elektricität. Daher muß man an den leitenden Theilen der Elektrisirmaschine alle scharfen Kanten, Ecken, Spitzen vermeiden. Am Reibzeuge zeigt eine Spitze einen weit kürzeren Lichtbüschel, welcher der negativen Elektricität eigen ist. Derselbe kurze Lichtbüschel bildet sich auch, wenn man dem Conductor eine Spitze entgegen hält. Läßt man einen Strom von Funken durch eine luftleer gemachte Glasröhre gehen, an deren Enden sich metallene Fassungen mit einander zugekehrten Spitzen befinden, so erscheint die ganze Röhre mit elektrischem Lichte gefüllt. Setzt man eine Metallplatte auf einen Harzkuchen, leitet Elektricität darauf und bestaubt die Stelle des Harzkuchens, an welcher sich die Platte befand, mit Lycopodium-, Schwefel- oder Mennigpulver, so erscheint daselbst bei positiver Elektricität eine strahlige, bei negativer eine strahlenlose Figur. (Lichtenberg'sche Figuren.) Der Funke einer Elektrisirmaschine entzündet Aether, Weingeist, Colophoniumstaub u. dgl. Schon ein schwacher Funke entzündet Wasserstoffgas und Knallluft (elektrische Pistole). Kräftige Funken schmelzen dünne Metallblättchen und Drähte und verursachen im menschlichen Körper, wenn sie durch selben geleitet werden, eine starke Erschütterung.

Eine Hilfsgeräthschaft zum Gebrauche der Elektrisirmaschine ist der Isolirschemmel, ein starkes Brett mit Glasfüßen, worauf sich eine Person stellen kann. Hält diese einen Metallstab in der Hand und legt denselben an den Conductor an, so wird sie gleichsam ein Theil des letztern, zeigt so wie dieser die elektrische Anziehung und Abstoßung, ihre Haare sträuben sich in die Höhe, sie gibt gegen einen mit der Erde in Verbindung stehenden Leiter Funken u. s. w.

Man hat die Eigenschaften der Elektricität zu einer Menge von Spielwerken angewendet, dergleichen sind der elektrische Tanz, der Hagel, das Glockenspiel u. s. w.

250. **Elektrische Batterie.** Belegt man die innere und äußere Fläche einer Glasflasche, eines Glascylinders oder eines umgekehrten Glassturzes mit Zinnfolie (Stanniol), so daß oben ein Rand, etwa von 1 — 2 Zoll frei bleibt, den man mit einer Lackschichte überzieht, und läßt man mitten durch die Mündung des Glases einen Metalldraht gehen, der sich oben in eine Kugel (Knopf) endiget und un-

ten die innere Belegung an mehreren Stellen berührt, so hat man eine sogenannte elektrische Flasche (Leidner oder Kleist'sche Flasche). Mehrere elektrische Flaschen, deren innere Belegungen (an den Drahtknöpfen) unter einander, und deren äußere Belegungen (mittelst einer metallischen Unterlage) gleichfalls unter einander leitend verbunden sind, bilden eine elektrische Batterie. Der Zweck dieser Apparate ist die Erzeugung eines kräftigeren elektrischen Stromes, als ihn eine Elektrisirmaschine liefern kann, und sie bilden daher wichtige Ergänzungsstücke der letzteren.

Verbindet man den Knopf einer Leidner Flasche mit dem Conductor einer in Gang gesetzten Elektrisirmaschine und die äußere Belegung mit der Erde (oder auch umgekehrt), so wird die Flasche geladen. Stellt man zwischen der äußeren und inneren Belegung der geladenen Flasche eine leitende Verbindung her, so wird die Flasche entladen; es erfolgt im Augenblicke der Schließung des Verbindungskreises an dem Puncte, wo dieselbe vollendet wird, eine starke elektrische Explosion (Funke und Knall).

Der Hergang der Ladung ist folgender: Wird dem Knopfe einer Leidner Flasche von dem Conductor der Elektrisirmaschine positive Elektricität zugeführt, so verbreitet sich dieselbe über die ganze innere Belegung, und wirkt durch das Glas hindurch vertheilend auf die natürliche Elektricität der äußeren Belegung ein; die negative Elektricität wird angezogen und festgehalten, die positive zurückgedrängt: es zeigt sich sonach, wenn die Flasche isolirt ist, an der äußeren Belegung freie positive Elektricität, und man erhält aus derselben Funken wie vom Conductor. Wird diese abgestoßene positive Elektricität abgeleitet, so wird dadurch die Zerlegung der natürlichen Elektricität der äußeren Belegung befördert, weil die Rückwirkung gedachter positiven Elektricität auf die negative der äußeren Belegung wegfällt; und da die positive Elektricität der inneren Belegung von der negativen der äußeren eben so gehalten wird, wie diese von jener, so wird auch das Elektricitätsquantum vermehrt, welches die innere Belegung vom Conductor aufnimmt. In Folge der gegenseitigen Anziehung der an den beiden Belegungen angesammelten entgegengesetzten Elektricitäten dringen diese auch beiderseits in die Glasmasse bis auf eine gewisse, von der Spannung der Elektricität abhängende Tiefe ein, und die Ladung hört auf, sobald die Spannung der Elektricität an der inneren Belegung jener am Conductor gleich geworden ist. Hat das Glas eine zu geringe Dicke, um dem Andrange der entgegengesetzten Elektricitäten gehörigen Widerstand zu leisten, so vereinigen sich diese durch das Glas hindurch, und die Flasche wird durchbohrt; ist der Rand zu schmal, so erfolgt die Vereinigung, indem ein Funke denselben überspringt; findet aber weder der eine noch der andere Uebelstand statt, so bleibt die Flasche geladen. Verbindet man die beiden Belegungen leitend mit einander, so erfolgt, und zwar im ersten Augenblicke der Schließung, die Vereinigung der am Glase haftenden Elektricitäten, denn jeder Punct der elektrisirten Glasflächen steht mit einem Leiter in Berührung. Nähert

man dem Knopfe der geladenen Flasche eine Kugel, welche mit der äußeren Belegung durch einen Draht verbunden ist, stufenweise, so entsteht bei einer gewissen Distanz der Kugel (Schlagweite) eine Funke, und die Glasflächen verlieren den größten Theil ihrer Elektricitäten; den zurückbleibenden Rückstand der Ladung kann man durch weitere Annäherung des entladenden Leiters bis zur Berührung des Knopfes allmälig entfernen. Aus dem Gesagten erhellet, warum eine Flasche, deren äußere Belegung isolirt ist, nur schwach geladen wird, daß aber bei länger anhaltender Verbindung mit dem Conductor doch eine gewisse Ladung zu Stande kommt, wenn nämlich die äußere Belegung einen Theil ihrer Elektricität an die Luft abgesetzt hat. Daß die Ladung der Flasche wirklich im Glase ihren Sitz hat, zeigt sich, wenn man den Versuch mit einer Flasche macht, deren Belegungen sich abnehmen lassen. Da es hier auf die Form des Glases nicht ankommt, so kann man sich dazu einer Glastafel bedienen (Franklin'sche Tafel), welche auf einer isolirten, etwas kleineren Metallplatte liegt, und auf welche eine gleiche, mit einem isolirenden Handgriffe versehene Metallplatte gelegt wird. Trennt man die Belegungen und das Glas, so findet man nicht bloß erstere, sondern auch letzteres, und zwar seine beiden Flächen entgegengesetzt elektrisch, und setzt man, nachdem man den Belegungen die Elektricität genommen hat, das Ganze wieder zusammen, so erscheint die Tafel wieder geladen. Eine Batterie ist bloß wie eine größere Flasche zu betrachten und zu behandeln.

Mit einer gut eingerichteten Batterie lassen sich bemerkenswerthe Effecte, Schmelzungen von dünnen Metalldrähten oder Streifen, Durchbohrungen von Glas, Papier, Zersprengung einer mit Wasser gefüllten Glasröhre u. dgl. zu Stande bringen. Leitet man die Entladung einer nur mäßigen Flasche durch den menschlichen Körper, so fühlt man in den Gelenken eine heftige Erschütterung (elektrischer Schlag), welche sich auch durch eine Reihe von Personen führen läßt; die Entladung einer Batterie vermag selbst größere Thiere zu tödten. Stehen der Entladung mehrere Wege gleichzeitig offen, so vertheilt sich der elektrische Strom in selbe nach dem Verhältnisse ihrer Leitungsgüte. Da der menschliche Körper die Elektricität weit weniger gut leitet als ein Metalldraht, so kann man eine stark geladene Flasche mit einem in den Händen gehaltenen Drahte entladen, dessen beide Enden man mit den Belegungen in Contact bringt. Zur gefahrlosen Entladung einer Batterie hat man übrigens Auslader mit gläsernen Handhaben. Um Schießpulver durch den Strom einer Batterie zu entzünden, muß man diesen verlangsamen, indem man ihn durch einen schlechteren Leiter, z. B. eine nasse Seidenschnur gehen läßt. Bringt man im Schließungskreise einer Flasche oder Batterie eine Lücke an, so erfolgt der Schlag erst wenn die Ladung eine solche Spannung erreicht hat, daß das Leitungshinderniß überwältigt werden kann. Hierauf beruht die Einrichtung der sich selbst entladenden (Lane'schen) Flasche.

251. **Geschwindigkeit der elektrischen Strömung.** Wenn eine elektrische Flasche entladen wird, so bilden sich zwei entgegengesetzte elektrische Ströme, welche von den beiden Belegungen ausgehen, und in der Mitte des Schließungsleiters zusammentreffen. Es folgt dieß aus dem Umstande, daß wenn beide Belegungen mittelst eines

sehr langen Schließungsdrahtes verbunden werden, der nächst den Belegungen und in der Mitte unterbrochen ist, damit an diesen drei Stellen während der elektrischen Explosion Funken entstehen, die beiden Funken nächst den Belegungen gleichzeitig, der in der Mitte des Schließungsdrahtes aber später erscheint. Da die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Ausgleichung der entgegengesetzten Elektricitäten in einem Drahte fortpflanzt, ungemein groß ist, so bedarf es eines besondern Hilfsmittels, um das Zeitintervall zwischen dem Auftreten des mittleren und der beiden äußeren Funken sensibel zu machen, und die Verspätung des ersteren gegen den letzteren außer Zweifel zu setzen. Ein solches Mittel hat Wheatstone ausgedacht. Er ordnete die drei Lücken des Schließungsleiters so an, daß sie in eine gerade Linie zu stehen kamen, und betrachtete die Funken mittelst eines ebenen Spiegels, welcher sich um eine in seiner Ebene liegende und der Linie, in welcher die Funken entstehen mußten, parallele Axe, äußerst schnell drehte. Da zeigte sich das Bild des mittleren Funken merklich gegen die Bilder der äußeren im Sinne der Rotation des Spiegels verschoben, zum Beweise, daß der mittlere Funke erst entstand, als der Spiegel in seiner Drehung schon weiter gerückt war, was die Verschiebung des Bildes zur Folge hatte. Aus der bekannten Länge des Schließungsdrahtes, aus der Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels und aus der Größe der Verschiebung des Bildes konnte sogar auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Strömung geschlossen werden. In der Lehre vom Lichte wird gezeigt, daß bei der Drehung eines Spiegels die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher das Bild eines fixen Punctes sich verschiebt, noch einmal so groß ist, als die Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels. Bei Wheatstone's Versuch wurde Kupferdraht angewendet, dessen Länge von einem Unterbrechungspuncte nächst den Belegungen zum andern $\frac{1}{7}$ englische Meile betrug, also bis zur Mitte $\frac{1}{14}$ Meile; der Spiegel machte 800 Umdrehungen in der Secunde, und die Verrückung des Bildes des mittleren Funkens gegen die Bilder der äußeren war $\frac{1}{8}$ Grad. Die Verspätung des mittleren Funkens entsprach also der Zeit, während welcher der Spiegel $\frac{1}{4}$ Grad zurücklegte, nämlich $\frac{1}{800\,360.4}$ Secunden. Da nun die Elektricität während dieser Zeit $\frac{1}{14}$ englische Meile durchlief, so folgt daraus ihre Geschwindigkeit in Kupferdraht = 800.360 = 288000 englische Meilen oder 61000 österreichische Meilen in der Secunde.

Die Beschaffenheit des leitenden Materiales hat offenbar auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wirkung einen Einfluß, auch kann das obige Resultat wegen der Schwierigkeit einer scharfen Messung der ins Spiel tretenden Drehungsgeschwindigkeit des Spiegels und der Verschiebung des Funkenbildes nur für ein beiläufiges gelten: jedoch ist durch dasselbe der Beweis hergestellt, daß die elektrische Entladung auf Bewegung beruht, und ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit ungemein groß ist

252. **Elektrophor.** Reibt man einen Harzkuchen von einigen Linien Dicke und 1—2 Fuß Durchmesser, welcher in eine flache lei-

tende Schüssel gegossen ist, mit Pelzwerk, so wird er negativ elektrisch; setzt man nun einen etwas kleineren leitenden Deckel darauf, welcher an seidenen Schnüren hängt, so zeigt dieser sogleich freie negative Elektricität, in Folge vor sich gegangener elektrischer Vertheilung; hebt man den Deckel in die Höhe, so ist jede Spur von Elektricität verschwunden: berührt man aber den Deckel, während er auf dem Kuchen liegt, mit dem Finger, um jene negative Elektricität abzuleiten, so zeigt der gehobene Deckel freie positive Elektricität, welche vorher durch den Einfluß der Elektricität des Kuchens gebunden war. Man kann so aus dem Deckel einen ziemlich starken positiven Funken ziehen, und dieß so oft man will wiederholen, ohne daß dadurch die Elektricität des Kuchens eine merkliche Schwächung erleidet. Eine solche Vorrichtung, welche die Stelle einer kleinen Elektrisirmaschine vertreten, z. B. zur Ladung einer kleinen Flasche dienen kann, und von Volta angegeben wurde, heißt Elektrophor. Diese Benennung rechtfertiget sich dadurch, daß der Kuchen lange Zeit seine Elektricität behält, wenn nur der Deckel auf demselben liegen bleibt. Die Schüssel (Form) kann aus Holz bestehen, der Deckel aus einem Holzringe, der mit Leinwand bespannt ist; beide müssen dann mit Stanniol bekleidet seyn. Der Zweck der leitenden Form ist Steigerung der negativen elektrischen Erregung des Kuchens. In der That wird ein Kuchen, den man auf eine Metallplatte gelegt hat, durch Reiben bei weitem stärker negativ elektrisch, als ohne die Metallplatte, aber diese intensivere Elektricität erscheint erst, nachdem man den Kuchen von der Metallplatte abgehoben hat. So wie sich nämlich an der oberen Fläche des Kuchens bei dem Reiben — E entwickelt, wird die natürliche Elektricität der Metallplatte zersetzt, + E angezogen, — E abgestoßen; letztere Elektricität entweicht bei nicht isolirter Form. Dieser Vorgang läßt sich mittelst eines Elektroskopes nachweisen, auf dessen Collectorplatte man eine Harzscheibe gelegt hat, die man mit Pelzwerk reibt. Die angezogene positive Elektricität zieht sich zum Theile in die untere Fläche des Kuchens hinein, und dient dazu, der negativen an der oberen Fläche Beschäftigung darzubieten, mithin eine größere Menge derselben festzuhalten. Wird der Deckel auf den Kuchen gesetzt, so gewinnt ein kleiner Theil der positiven Elektricität der unteren Fläche des Kuchens Freiheit und zersetzt jetzt die natürliche Elektricität der Form so, daß nunmehr — E angezogen, + E abgestoßen wird, und bei nicht isolirter Form entweicht; noch mehr ist dieß der Fall, wenn die — E des Deckels durch Berühren mit dem Finger weggeschafft wird. Berührt man gleich nach dem Aufsetzen des Deckels auf den Kuchen zuerst die Form mit einem, dann den Deckel mit einem andern Finger der Hand, so empfindet man einen elektrischen Schlag, weil hier die negative Elektricität des Deckels sich mit der gleichzeitig an der Form ausgeschiedenen positiven vereiniget. Kann man den Kuchen aus der Form nehmen, so tritt, während der seiner negativen Elektricität beraubte Deckel noch aufliegt, die positive Elektricität der Unterfläche des Kuchens deutlicher hervor, als wenn kein Deckel aufliegt, und läßt sich an einem Elektroskope besser

nachweisen. Man kann den Elektrophor wie eine Franklin'sche Tafel mittelst einer Elektrisirmaschine laden; nach der Entladung beginnt dann sogleich seine eigentliche elektrophorische Wirkung.

Der Elektrophor hat bei der Hydrogengas-Zündmaschine Anwendung gefunden. Statt des Harzkuchens könnte man auch eine auf der Rückseite mit Stanniol belegte Glasplatte anwenden und dieselbe durch Reiben mit Amalgam positiv elektrisch machen, wobei sämmtliche Elektricitäten die entgegengesetzten würden; doch hält eine Glasplatte, da sie sich leicht mit Feuchtigkeit bekleidet, die Elektricität nicht lange.

253. **Condensator.** Wenn man einen elektrischen Körper X mit einem isolirten Leiter A in Berührung bringt, so nimmt letzterer von ersterem so lange Elektricität auf, bis diejenige Anordnung derselben eingetreten ist, bei welcher Gleichgewicht bestehen kann. Beide Körper bilden da gleichsam nur einen, und es muß sich die Elektricität auf der Oberfläche des Leiters A dergestalt lagern, daß die Resultirende der Actionen aller Partikel der freien elektrischen Materie auf jeden Punct im Innern desselben Null ist. Der Leiter A empfängt also einen seiner Oberfläche und Gestalt angemessenen Theil der Elektricität. Wird während der elektrische Körper X den Leiter A berührt, ein nicht isolirter Leiter B in die Nähe von A gebracht, so beginnt eine Vertheilung der natürlichen Elektricität auf B; die Elektricität von A und X drängt sich nach der dem Leiter B zugewendeten Seite von A, während auf der gegen A gekehrten Seite von B sich die entgegengesetzte Elektricität anhäuft. Es gehört nämlich B jetzt auch zu dem Systeme, auf welches sich die Wirkung der vorhandenen Elektricität erstreckt; das Gleichgewicht der natürlichen Elektricität auf B und in Folge dessen auch jenes der freien Elektricität auf A und X wird gestört, und es muß sich die gesammte Elektricität nunmehr so ordnen, daß die Bedingung des Gleichgewichtes wieder hergestellt wird, d. h es muß die Resultirende der elektrischen Totalaction nicht bloß für alle Puncte im Innern des Leiters A, sondern auch für alle Puncte im Innern des Leiters B verschwinden, was nur bei der oben beschriebenen Anordnung der Elektricität möglich ist. Solchergestalt empfängt der Leiter A von X mehr Elektricität, als er nach dem bloßen Mittheilungsgesetze erhalten haben würde, und wenn X von A getrennt und sodann auch B entfernt wird, tritt die auf A angesammelte Elektricität in Freiheit und erscheint in ihrer vollen Spannung. Hatte die vordem nur an X allein haftende Elektricität eine so schwache Spannung, daß sie das Goldblatt-Elektroskop nicht merklich zu afficiren vermochte, oder ist X eine Elektricitätsquelle, welche Elektricität in großer Menge, aber in sehr schwacher Spannung liefert, so kann diese auf A zusammengedrängt am Elektroskope sensibel werden. Auf dieser theoretischen Betrachtung beruht die Einrichtung und der Gebrauch des gleichfalls von Volta erfundenen elektrischen Condensators, eines für die Untersuchung der elektrischen Phänomene höchst wichtigen Instrumentes, welches zur Entdeckung schwacher Grade elektrischer Spannung dient. Der Condensator besteht aus zwei gleichen wohl abgeschliffenen und an ihren ebenen Flächen mit einan-

der in Berührung zu setzenden Metallplatten; die eine derselben ist zugleich die Collectorplatte eines empfindlichen Elektroskopes, die andere aber mit einem isolirenden Handgriffe versehen: die einander zugekehrten Flächen beider sind mit einer dünnen Firnißschichte überzogen. Bei dem Gebrauche des Instrumentes setzt man die Collector- oder Unterplatte mit dem in Bezug auf seine Elektricität zu prüfenden Körper in leitende Verbindung, und berührt die Oberplatte mit dem Finger; hierauf entfernt man den Körper und hebt die Oberplatte ab: das Elektroskop gibt sodann die Elektricität des Körpers zu erkennen. Man kann auch die Oberplatte mit der Elektricitätsquelle in Verbindnng setzen und die Unterplatte mit dem Finger berühren; nach dem Abheben der Oberplatte erscheint dann am Elektroskope die entgegengesetzte Elektricität bezüglich jener, welche in Frage stand.

Die elektrische Vertheilung wird hier durch die Harzschichte vermittelt, welche den Uebergang der Elektricität von einer Platte zur andern hindert. Es ist darauf zu achten, daß die Harzschichte nicht Elektricität annehme und bei fernerem Gebrauche des Instrumentes elektrophorisch wirke, was zu Täuschungen Veranlassung geben könnte. Auch müssen die Condensatorplatten vor dem Gebrauche von der etwa an ihnen haftenden Elektricität entladen werden.

Es sey die Unterplatte U eines condensirenden Elektroskopes mit einer Elektricitätsquelle in Berührung gebracht und die Oberplatte O mit dem Finger berührt worden, also O mit Elektricität, welche jener des Körpers entgegengesetzt ist, geladen. Setzt man nun O, ohne diese Platte ihrer Elektricität zu berauben, auf die Unterplatte V eines zweiten gleichen Elektroskops, und berührt V mit dem Finger, so ist V auch mit Elektricität geladen, und zwar mit derselben, welche U hat. Man verbinde jetzt U mit V mittelst eines an einem isolirenden Handgriffe gehaltenen Drahtes, so geht ein Theil der gegenwärtig freien Elektricität von U in V über; berührt man zugleich O mit dem Finger, so zieht sich fast alle Elektricität von U in V hinein. Entfernt man den Verbindungsdraht und hebt O von V ab, so hat V eine stärkere elektrische Ladung als U früher besaß. Ueberträgt man wieder O auf U, so kann man durch Wiederholung desselben Verfahrens in U eine stärkere Spannung hervorrufen, als sich vordem in V befand u. s. w. War also die Elektricität in U bei dem ersten Versuche zu schwach, um auf das Elektroskop merklich einzuwirken, so kann sie durch dieses Verfahren merklich gemacht werden. Auf diesem Principe beruht der sogenannte Duplicator, welchen die so eben beschriebene Manipulation vollständig ersetzt.

254. **Berührungs-Elektricität.** Wenn zwei heterogene Elektricitätsleiter einander berühren, so werden sie dabei elektrisch, und zwar der eine positiv, der andere negativ. Die solchergestalt hervorgerufene Elektricität heißt Berührungs-Elektricität, oder weil dieselbe bei Untersuchung einer von Galvani entdeckten Erscheinung, wovon später die Rede seyn wird, von Volta zuerst nachgewiesen wurde, galvanische oder Volta'sche Elektricität. Die Körper, bei deren Contact Elektricität entsteht, heißen Elektromotoren; die Ursache der Elektricitätsentwickelung heißt elektromotorische Kraft, oder in so ferne diese Benennung auch bei andern Elektricitätsquellen Anwendung findet, Galvanismus.

Die durch den Contact veranlaßte elektrische Ladung der Körper ist stets nur sehr gering, und kann daher nur durch feinere Versuche nachgewiesen werden. Sie zeigt sich bei gegenseitiger Berührung je zweier Metalle, unter den gemeineren am besten an Zink und Kupfer: bei dem Contacte beider erhält das Zink die positive, das Kupfer die negative Elektricität. Der Versuch, welcher diese Thatsache vor Augen legt, heißt der Volta'sche Fundamentalversuch. Er läßt sich mannigfaltig abändern; die vorzüglichsten Arten, ihn anzustellen, sind folgende: 1) Man versehe ein sehr empfindliches Elektroskop mit einer eben geschliffenen Collectorplatte aus Kupfer, und setze eine gleichgroße, eben geschliffene, mit einem isolirenden Handgriffe versehene Zinkplatte darauf, so daß das Ganze die Form eines Condensators hat, mit dem Unterschiede, daß hier an den Berührungsflächen der Platten der isolirende Firnißüberzug fehlt. Waren die Platten vor ihrem Contacte unelektrisch, und man hebt die Zinkplatte von der Kupferplatte mit der Vorsicht ab, daß die Trennung beider gleichzeitig an allen Puncten geschieht, so zeigt das Elektroskop negative Elektricität an, die Zinkplatte aber besitzt positive Elektricität, was man mittelst eines zweiten Elektroskopes nachweisen kann, oder auch mittelst des vorigen, wenn man nur vorher die Collectorplatte von ihrer Elektricität befreit. Es versteht sich von selbst, daß auch die Collectorplatte aus Zink und die Oberplatte aus Kupfer bestehen könnte; immer findet man bei Aufhebung des Contacts das Zink positiv, das Kupfer negativ elektrisch. Berühren sich die beiden Platten nicht ihrer ganzen Fläche nach, sondern nur zum Theile, so wird die Elektricitätsäußerung nach dem Contacte um so schwächer, je weniger sich die Platten decken; findet die Berührung zwischen den Platten nur an wenigen Puncten statt, so wird die Elektricität ganz unmerklich, deßgleichen, wenn man die obere Platte von der unteren nicht parallel abhebt. Dagegen erleidet das Auftreten der Elektricitäten der Platten keine Störung, wenn man die eine oder die andere während des Contactes mit der Erde leitend verbindet. Man kann auch die Collectorplatte am Elektroskope vertical anbringen und dieselbe von beiden Seiten mit Platten aus dem andern Metall ihrer ganzen Fläche nach berühren; man erhält hiebei, nachdem die Seitenplatten von der mittlern parallel getrennt worden, eine noch stärkere Indication der Elektricität. 2) Wendet man bei dem vorhergehenden Versuche Platten an, welche an der Berührungsfläche mit einer Firnißschichte überzogen sind, so daß sich der Apparat als ein Condensator mit ungleichartigen Metallplatten darstellt, so findet man, wenn man die eine Platte auf die andere in unelektrischem Zustande setzt, daran nach dem Abheben keine Elektricität. Diese erscheint aber, wenn man vor dem Abheben beide Platten mittelst eines Metalldrahtes leitend verbindet. 3) Man kann den Versuch auch so machen, daß man eine Kupfer- und eine Zinkplatte, welche gut auf einander geschliffen sind, mit wohl isolirenden Handgriffen versieht, sie in unelektrischem Zustande ihrer ganzen Fläche nach mit einander in Berührung setzt, und sodann die Elektricität einer der Platten an die Collectorplatte

eines mit einem Elektroskope versehenen Condensators überträgt. Durch mehrmalige Wiederholung der Operation, wobei jedesmal die andere Platte vorher in den natürlichen Zustand zu versetzen ist, läßt sich die Ladung des Condensators und dadurch auch die Einwirkung auf das Elektroskop steigern. 4) Berührt man die aus Kupfer bestehende Collectorplatte eines condensirenden Elektroskopes mit einem nicht isolirten Stücke Zink, oder die aus Zink bestehende Collectorplatte mit einem nicht isolirten Stücke Kupfer, so zeigt sich im ersten Falle am Elektroskope die negative, im zweiten die positive Elektricität. Der Effect bleibt derselbe, die Berührung mag ein oder mehrere Male vollzogen werden und die Berührungsfläche größer seyn oder der Contact sich nur auf wenige Puncte erstrecken.

Diese Erscheinungen führen zu nachstehender Erklärung: Setzt man ein isolirtes und unelektrisches Stück Zink mit einem isolirten und unelektrischen Stücke Kupfer in Berührung, so erfolgt in beiden eine Scheidung der in natürlichem Zustande befindlichen Elektricitäten; das Zink erhält ein gewisses Quantum positiver und das Kupfer ein gleich großes Quantum negativer Elektricität. Beide Elektricitäten streben sich ihrer Anziehung gemäß mit einander zu vermengen, häufen sich daher an der Berührungsstelle an, und binden da gleichsam einander: ihre wirkliche Vereinigung wird, des Leitungsvermögens der Metalle ungeachtet, durch die elektromotorische Kraft gehindert. In Folge dieses gegenseitigen Einflusses der einander bekämpfenden Elektricitäten erscheint, so lange die Metalle in Berührung stehen, die elektrische Spannung an jedem derselben so gering, daß sie nicht wohl an einem Elektroskope mit gehöriger Deutlichkeit direct, d. h. ohne Hilfe der Condensation bemerklich gemacht werden kann. Sobald aber gedachter Einfluß dadurch, daß man die Metalle von einander trennt, beseitiget wird, und die Berührungsfläche derselben nicht zu klein war, so treten die nunmehr in gänzliche Freiheit gesetzten Elektricitäten an den isolirten Metallen mit ihrer vollen Spannkraft auf und wirken mit weit größerer Energie auf das Elektroskop ein, als vordem. Denkt man sich eines der im Contacte stehenden Metalle mit Beibehaltung derselben Berührungsfläche fortwährend vergrößert, oder auch mit einem immer größern indifferenten Körper in Berührung gesetzt, so findet eine Mittheilung der Elektricität an selben und daher eine Aenderung der Anordnung der Elektricitäten an beiden Elektromotoren statt; das Extrem dieser Aenderung tritt ein, wenn die Isolirung des einen Metalles gänzlich aufgehoben, d. h. dasselbe mit der Erde in leitende Verbindung gesetzt wird. In diesem Falle verschwindet die elektrische Spannung an gedachtem Metalle gänzlich, und jene des anderen nimmt zu: wird dem letzteren Metalle durch einen ableitenden Körper Elektricität entzogen, so wird dieselbe in Folge der Wirksamkeit der elektromotorischen Kraft sogleich wieder ersetzt. Hierauf gründet sich die Ladung des Condensators bei dem Versuche 4). Die an der Berührungsfläche einander bindenden Elektricitäten können durch Aufhebung der Isolirung der Elektromotoren nicht abgeleitet werden, und es verhalten sich sonach

eine Kupfer- und Zinkplatte im metallischen Contacte unter der Herrschaft der elektromotorischen Kraft gerade so, als wären sie wie bei einem gewöhnlichen Phänomen elektrischer Vertheilung durch einen isolirenden Körper von einander getrennt.

255. **Gesetze der Volta-elektrischen Spannung.** Die Erscheinungen, welchen Berührungs-Elektricität zum Grunde liegt, beziehen sich theils auf das Gleichgewicht der an den Elektromotoren rege gemachten Elektricitäten, theils auf deren Ausgleichung oder Bewegung. Die ersteren Erscheinungen beruhen auf elektrischer Spannung, die letzteren auf einem elektrischen Strome. Wie aus dem Vorhergehenden erhellet, ist die an den Elektromotoren herrschende Spannung eine andere, während dieselben noch im Contacte stehen, und eine andere nach ihrer Trennung. Nur die dem Contacte entsprechende elektrische Spannung meint man, wenn von Volta'scher oder galvanischer Spannung die Rede ist. Die Erfahrung hat für selbe folgende Gesetze kennen gelehrt: 1) Bei ungeänderter Beschaffenheit der Elektromotoren ist die an denselben vorhandene elektrische Differenz, d. h. der Unterschied der mit den Zeichen der betreffenden Elektricitäten genommenen Spannungen bezüglich aller möglichen elektrischen Ladungen eine constante Größe. Bezeichnet nämlich, in so fern beide Elektromotoren isolirt sind, und vor dem Contacte sich in unelektrischem Zustande befanden, $+e$ die Spannung an dem einen, also $-e$ die Spannung an dem andern, so besteht die elektrische Differenz $e-(-e)=2e$. Wird nun den Elektromotoren eine Elektricitätsmenge mitgetheilt, welche für sich betrachtet an denselben die Spannung E zu erzeugen vermag, so erscheint an dem ersten Elektromotor die Spannung $E+e$, an dem zweiten die Spannung $E-e$, wornach sich die elektrische Differenz $E+e-(E-e)=2e$, mithin dieselbe, wie vorhin ergibt. 2) Die chemisch einfachen Elektricitätsleiter, ferner viele zusammengesetzte lassen sich in Hinsicht ihrer galvanischen Action dergestalt in eine Reihe stellen, daß jedes vorangehende Glied mit jedem folgenden in Contact gebracht positiv, also letzteres negativ elektrisch wird, und überdieß die elektrische Differenz zweier beliebigen Glieder der Summe der elektrischen Differenzen der Zwischenglieder gleich kommt. Diese Reihe führt den Namen Spannungsreihe; die darin enthaltenen Elektromotoren heißen Leiter erster Ordnung; diejenigen aber, welche der Bedingung der Spannungsreihe nicht Genüge leisten, Leiter zweiter Ordnung. Das so eben ausgesprochene Gesetz der Spannungsreihe gründet sich auf die Thatsache, daß die elektrische Differenz an je zwei Leitern erster Ordnung einerlei Größe zeigt, diese beiden Leiter mögen einander unmittelbar berühren, oder zwischen denselben beliebig viele Leiter erster Ordnung eingeschaltet seyn. Es ist klar, daß die an der Berührungsstelle zweier Elektromotoren condensirten Elektricitätsmengen mit den während des Contactes sich äußernden Spannungen in einer bestimmten Beziehung stehen, mithin von der Unveränderlichkeit der nach Aufhebung des Contactes sich zeigenden Spannungen auf jene der während des Contactes bestehenden geschlossen werden darf.

Glieder der Spannungsreihe in ihrer Aufeinanderfolge vom positivsten angefangen sind: Zink, Blei, Zinn, Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Platin, Kohle. Ein condensirendes Elektroskop, dessen Platten aus heterogenen Metallen bestehen, z. B. aus Kupfer und Zink, gibt denselben Ausschlag, man mag beide Platten mit was immer für einem Metalle oder mit einer Folge von Metallen leitend verbinden.

Hiernach lassen sich die elektrischen Spannungen der Glieder einer wie immer angeordneten Folge einander berührenden Leiter erster Ordnung aus den ihnen zukommenden elektrischen Differenzen leicht entnehmen. Sind z. B. vier solche Elektromotoren A, B, C, D vorhanden, und geben AB, BC, CD die elektrischen Differenzen a, b, c, so hat man, wenn u, x, y, z die elektrischen Spannungen der Elektromotoren bedeuten, $u - x = a$, $x - y = b$, $y - z = c$, also $y = c + z$, $x = b + y = b + c + z$, $u = a + x = a + b + c + z$. Steht D mit der Erde in Verbindung, so ist $z = 0$, mithin hat man $y = c$, $x = b + c$, $u = a + b + c$. Sind aber die Körper isolirt und waren sie vor dem Contacte unelektrisch, so muß $u + x + y + z = 0$ seyn, mithin ergibt sich $a + 2b + 3c + 4z = 0$, also $z = -\frac{1}{4}(a + 2b + 3c)$, $y = \frac{1}{4}(c - a - 2b)$, $x = \frac{1}{4}(2b + c - a)$, $u = \frac{1}{4}(3a + 2b + c)$.

256. **Volta'sche Ketten.** Aus dem verschiedenen Verhalten der Stoffe, je nachdem sie Glieder der Spannungsreihe sind oder nicht, ergeben sich nachstehende weitere Folgerungen: 1) Eine in sich selbst zurückkehrende Folge wie immer angeordneter, einander berührenden Leiter erster Ordnung ist stets in elektrischem Gleichgewichte, oder die Tendenz der elektromotorischen Kraft die Elektricitäten in dem einen Sinne in Bewegung zu setzen, wird durch die gleiche Tendenz eine Bewegung der Elektricitäten in dem entgegengesetzten Sinne zu bewirken aufgehoben. Es ist dieß ein nothwendiges Ergebniß des Gesetzes der Spannungsreihe; denn bilden die Leiter einen Cyklus und trennt man denselben mitten in einem Gliede, z. B. bei A, so hat man eine Reihe im Contacte stehender Elektromotoren erster Ordnung von der Gestalt A, B, C ... A vor sich; die elektrische Differenz der äußersten Glieder A und A ist nun nach dem angeführten Gesetze dieselbe, als ob diese Glieder einander unmittelbar berührten, d. h. $= 0$, wornach, wenn der Cyklus wieder hergestellt wird, gar kein Grund zur Bewegung der Elektricitäten statt findet. 2) In einem Cyklus einander berührender Elektromotoren, welcher aus Leitern erster und zweiter Ordnung gebildet wird, kann die Tendenz zur Bewegung der Elektricitäten in einem Sinne die entgegengesetzte überwiegen, mithin ein continuirlicher elektrischer Strom (galvanischer Strom) zu Stande kommen. Hierauf beruht die Construction der Volta'schen Ketten. Eine Zusammenstellung von zwei Leitern erster Ordnung mit einem oder zwei Leitern zweiter Ordnung heißt eine einfache Kette; eine periodisch wiederkehrende Folge von Leitern erster und zweiter Ordnung, oder was dasselbe ist, eine Zusammenstellung von gleichmäßig angeordneten einfachen Ketten heißt eine zusammengesetzte Kette oder eine Volta'sche Batterie. Eine Kette heißt geschlossen, wenn alle Glieder derselben leitend mit einander verbunden sind; ist dieselbe aber unterbrochen, so heißt sie offen. Jedes Paar einan-

der berührender Elektromotoren für sich wird ein Volta'sches Element genannt. Die Bestandtheile der Volta'schen Elemente sind in der Regel feste Körper; in den bei physikalischen Versuchen gewöhnlichen Volta'schen Ketten — und nur von solchen ist hier die Rede — macht Zink stets den positiven Bestandtheil aus; als negativer dient Kupfer, oder Platin, oder Kohle. Die zu Volta'schen Ketten verwendbaren Leiter zweiter Ordnung sind tropfbare Körper, nämlich Lösungen von Salzen (Kochsalz, Kupfervitriol ꝛc.) oder Säuren (Schwefelsäure, Salpetersäure ꝛc.). Man nennt sie daher oft auch kurzweg flüssige Leiter. Hinsichtlich des Andauerns des elektrischen Stromes unterscheidet man veränderliche und beständige Ketten. Letztere, welche vor ersteren bei weitem den Vorzug verdienen, sind erst in neuester Zeit in Gebrauch gekommen, sie enthalten stets zwei flüssige Leiter, die von einander durch eine poröse Scheidewand (Diaphragma) getrennt sind und nur durch selbe hindurch in Wechselwirkung stehen.

Am leichtesten stellt man, wie schon Volta gethan hat, eine einfache Kette dar, wenn man ein Stück Kupferblech und ein Stück Zinkblech in ein mit Kochsalzlösung, oder mit Kupfervitriollösung oder mit verdünnter Schwefelsäure gefülltes Glasgefäß bringt, und die Metalle durch dazwischen gelegte Glas- oder auch Holzstäbe hindert, einander in der Flüssigkeit leitend zu berühren; setzt man die Metalle außerhalb der Flüssigkeit mittelst eines Messing- oder Kupferdrahtes in leitende Verbindung, so ist die Kette geschlossen. Einen solchen Verbindungsdraht nennt man den Schließungsleiter der Kette. Man kann auch statt des Glasgefäßes einen Kasten aus Kupferblech mit der Flüssigkeit füllen und eine zur Isolirung mit Holzleisten versehene Zinkplatte hineinsetzen. Wo nur schwache Wirkungen gefordert werden, genügt es schon eine Zink- und Kupferplatte anzuwenden, zwischen welche man einen mit der Salzlösung getränkten Tuchlappen oder ein damit befeuchtetes Stück Pappe legt; die Schließung der Kette geschieht wie im vorhergehenden Falle. Stellt man mehrere Gefäße von der oben beschriebenen Einrichtung neben einander, und setzt das Zink eines jeden mit dem Kupfer des nächstfolgenden in leitende Verbindung, so hat man eine Volta'sche Batterie, der man zur bequemeren Handhabung verschiedene Formen geben kann (Trogapparate). Der einfachste Apparat dieser Art ist die Volta'sche Säule, welche man erhält, wenn man Kupfer- und Zinkplatten, dann mit dem flüssigen Leiter befeuchtete Papp- oder Tuchscheiben in regelmäßiger Abwechslung auf einander schichtet. Die Batterie oder Säule ist geschlossen, wenn die an den Enden derselben befindlichen Metalle mit einander in leitender Verbindung stehen.

Von constanten Ketten hat man mehrere sehr brauchbare Anordnungen, die von Daniell, von Grove und von Bunsen. Bei jeder dieser Anordnungen wird in das Gefäß, welches die Bestandtheile der Kette aufnimmt, ein kleineres aus gebranntem, unglasirtem Thone gesetzt, so daß auf diese Weise zwei durch eine poröse Scheidewand gesonderte Zellen entstehen; die eine Zelle wird mit verdünnter Schwe-

felsäure gefüllt und das Zinkblech hinein gesetzt; in die andere kommt nach Daniell Kupfervitriollösung und Kupferblech; nach Groove Salpetersäure und Platinblech; nach Bunsen Salpetersäure und ein Stück Kohle, welches am besten durch Zusammenbacken von gepulverter harziger Steinkohle und Koaks im Glühfeuer gebildet wird. Es ist zweckmäßig das Zink mit einem Quecksilberüberzuge zu versehen (zu amalgamiren). Die Verbindung mehrerer solcher Ketten zu einer Batterie geschieht wie oben angegeben wurde.

257. **Elektrische Spannung einer Volta'schen Batterie.** Um die Abstufungen der in einer zusammengesetzten Volta'schen Kette herrschenden elektrischen Spannung kennen zu lernen, betrachten wir eine Zink-Kupfersäule. Auf eine nicht isolirte Kupferplatte sey eine Zinkplatte gelegt, und die durch die elektromotorische Kraft erzeugte Spannungsdifferenz zwischen Kupfer und Zink sey d, so befindet sich die Kupferplatte im natürlichen Zustande oder sie hat die Spannung 0, und das Zink hat die Spannung d. Kommt nun auf das Zink eine mit dem flüssigen Leiter getränkte Tuchscheibe zu liegen, und darauf wieder eine Kupferplatte, und nehmen wir der Einfachheit der Betrachtung wegen an, es wirke der flüssige Leiter auf Zink und Kupfer gar nicht elektromotorisch ein, so pflanzt sich die Spannung d auch auf den flüssigen Leiter und auf diese Kupferplatte fort. Legt man darauf eine Zinkplatte, so erhält diese durch Mittheilung die Spannung d und in Folge der elektromotorischen Kraft ebenfalls dieselbe Spannung; ihre Spannung wird somit = 2d. Diese läßt sich mittelst des flüssigen Leiters auf ein drittes Element fortpflanzen, dessen Kupferplatte daher die Spannung 2 d und dessen Zinkplatte 3 d haben wird, u. s. w. Sind also in der Säule n Elemente vorhanden, so schreiten die Spannungen in den Zinkplatten und eben so in den Kupferplatten in arithmetischer Progression fort, und es hat die oberste Zinkplatte die Spannung n d. Da jedoch der flüssige Leiter auf die benachbarten Metalle ebenfalls elektromotorisch einwirkt, so ist dieß nur als ein angenähertes Resultat zu betrachten. Wie directe Versuche am Condensator gelehrt haben, werden die zur Construction wirksamer Säulen vorzüglich passenden Flüssigkeiten im Contacte mit Zink und Kupfer positiv, die Metalle negativ elektrisch, aber das Zink bei weitem mehr als Kupfer; es unterstützen also diese Flüssigkeiten die elektromotorische Action zwischen den Metallen in der Säule bedeutend, und bewirken eine namhaft größere Spannung, als wenn sie sich, wie oben vorausgesetzt wurde, gegen die Metalle ganz indifferent verhielten. Bei umgekehrter Anordnung der Metalle in der nicht isolirten Säule wird die Spannung in der obersten Platte, die in diesem Falle eine Kupferplatte ist, unter vorgedachter Voraussetzung, = — n d Wird aber die Säule im isolirten Zustande aufgebaut, so ist, weil nebstdem, daß die Spannungen der gleichnamigen Glieder in arithmetischer Progression fortschreiten, auch die Summe aller Spannungen = 0 seyn muß, die Spannung der äußersten Kupferplatte an dem einen Ende der Säule = — n. $\frac{1}{2}$ d; die Spannung der nächstfolgenden Zinkplatte, des flüssigen Leiters und

der Kupferplatte $= -n.\frac{1}{2}d + d = -(n-2).\frac{1}{2}d$, die Spannung in jedem Gliede der darauf folgenden Gruppe $= -(n-4).\frac{1}{2}d$ u. s. w.; an dem andern Ende der Säule kommen von der äußersten Zinkplatte angefangen dieselben Spannungen, jedoch mit dem Zeichen + vor. Ist die Anzahl der Elemente gerade, so befinden sich die drei Glieder in der Mitte der Säule im natürlichen Zustande. Man nennt die Enden einer Volta'schen Säule ihre Pole, den einen den positiven, den andern den negativen Pol. Endiget sich die Säule, wie es bei obigen Betrachtungen angenommen wurde, beiderseits mit einem vollständigen Elemente, so befindet sich am positiven Pole eine Zinkplatte, am negativen eine Kupferplatte, weßwegen man ersteren auch den Zinkpol, letzteren den Kupferpol genannt hat. Bilden aber alle Glieder der geschlossenen Säule einen gleichförmigen Cyklus, wie dieß bei den aus einfachen Ketten bestehenden Batterien der Fall ist, so endiget sie sich mit unvollständigen Elementen, und dann kommt das Zink an den negativen, das Kupfer aber oder dessen Stellvertreter an den positiven Pol zu stehen.

258. **Trockne Säulen und darauf sich gründendes Goldblatt-Elektroskop.** Schichtet man eine große Anzahl von Scheibchen aus Gold- und Silberpapier fest auf einander, so daß die metallischen Flächen sich paarweise zugekehrt sind, und durchgehends in derselben Ordnung abwechseln, so entsteht eine Säule, welche an ihren Enden entgegengesetzte, das Elektroskop kräftig afficirende Spannungen zeigt und dieselben fortwährend beibehält. Eine solche Säule heißt im Gegensatze mit der Volta'schen, welche einen flüssigen Leiter enthält, eine trockne Säule oder eine Zamboni'sche. Man kann sie auch aus bloßem Goldpapier construiren, das an der Rückseite mit Braunstein eingerieben ist. Bei diesen Säulen vertritt das Papier mit seiner Feuchtigkeit die Stelle des flüssigen Leiters. Gewöhnlich gibt man eine solche Säule in eine Glasröhre, und schließt dieselbe mit metallenen Fassungen, welche mit den Enden der Säule in leitender Verbindung stehen. Stellt man zwei solche gleich starke Säulen neben einander, so daß sie sich ihre entgegengesetzten Pole zukehren, und läßt in der Mitte zwischen beiden Polen ein isolirtes Pendel aus einem leitenden Materiale herabhängen, so bleibt dieses, wenn es im unelektrischen Zustande ist und genau in der Mitte steht, im Gleichgewichte, weil es von beiden Polen gleich stark angezogen wird; bringt man aber dieses Pendel mit dem einen Pole in Berührung, so, daß dieser ihm seine Elektricität mittheilt, so wird es von genanntem Pole abgestoßen und von dem andern angezogen, kommt mit letzterem in Berührung, nimmt dessen Elektricität an und wird nunmehr wieder zu dem ersteren Pole hingestoßen u. s. f. Auf diese Weise kann eine fortdauernde oscillirende Bewegung des Pendels zu Stande kommen. Dasselbe läßt sich auch mittelst einer einzigen Säule bewirken, wenn man an ihre Fassungen Spangen setzt, welche in einander gegenüberstehende Platten ausgehen.

Bohnenberger hat auf diese von den Polen einer trocknen Säule gegen einen zarten und beweglichen mit Elektricität versehenen

Leiter ausgehenden Kräfte die Construction eines empfindlichen Goldblatt-Elektroskopes gegründet. Sobald nämlich ein zwischen den entgegengesetzten Polen zweier oder auch nur einer trocknen Säule hängendes Goldblättchen in den elektrischen Zustand geräth, wird es von dem ungleichnamig elektrischen Pole angezogen, von dem gleichnamigen abgestoßen, und man erkennt solchergestalt nicht bloß die Anwesenheit, sondern auch die Art der Elektricität. In Verbindung mit dem Condensator ist ein nach diesem Principe eingerichtetes Elektroskop das feinste Untersuchungsmittel der Elektricität. Daher eignet sich dieses Elektroskop sehr gut zur Anstellung des Volta'schen Fundamentalversuches.

259. **Elektrischer Strom einer Volta'schen Kette und dessen physiologische und thermische Effecte.** Setzt man die beiden Metalle einer einfachen oder die beiden Pole einer zusammengesetzten Volta'schen Kette mittelst eines Schließungsdrahtes in leitende Verbindung, so erfolgt, auf ähnliche Weise wie bei einer Leidner Flasche, eine Ausgleichung der entgegengesetzten Spannungen in der ganzen Kette, und es entstehen darin zwei nach entgegengesetzten Richtungen circulirende elektrische Ströme, ein positiver und ein negativer, nur mit der Besonderheit, daß sich diese Ströme in Folge der Wirksamkeit der elektromotorischen Kraft sogleich wieder erneuern, was bei der Leidner Flasche nur dann der Fall wäre, wenn dieselbe durch eine in fortwährender Thätigkeit befindliche Elektrisirmaschine nach jeder Entladung augenblicklich wieder geladen würde. Um nicht zu fortwährenden Unterscheidungen genöthiget zu seyn, faßt man allgemein bloß den positiven Strom in das Auge, und meint nur diesen, wenn von elektrischer Strömung ohne weiteren Beisatz die Rede ist. Da in einem Zink-Kupferelemente die positive Elektricität durch die elektromotorische Kraft vom Kupfer zum Zink getrieben wird, so fordert die Ausgleichung, daß dieselbe wieder vom Zink zum Kupfer zurückkehre. In der einfachen Kette kommen die Elektromotoren erst durch den Schließungsleiter mit einander in Contact; der elektrische Strom circulirt also in selber vom Kupfer oder von dessen Stellvertreter (Platin, Kohle) durch den Schließungsdraht zum Zink, und von diesem durch die Flüssigkeit wieder zum vorgenannten Bestandtheile des Elementes. In einer geschlossenen Batterie oder Säule geht der Strom von jedem negativen Elektromotor (Kupfer, Platin, Kohle) zu dem mit ihm metallisch verbundenen positiven (Zink) und von dem positiven Pole durch den Schließungsleiter zum negativen Pole gerade so wie sich die Elektricität von der positiv geladenen Belegung einer Leidner Flasche zur negativ geladenen bewegt. Nach dieser Regel läßt sich in jedem einzelnen Falle die Richtung des Stromes leicht angeben.

Der elektrische Strom einer geschlossenen Volta'schen Kette bringt nicht bloß an den Körpern, durch welche er geleitet wird, merkwürdige Erscheinungen hervor, sondern er besitzt auch an sich selbst ausgezeichnete Eigenschaften, welche in dem Folgenden näher betrachtet werden. Berührt man die Pole einer Volta'schen Säule von 50 — 100 Elementen mit nassen Händen, so empfindet man einen Schlag oder vielmehr eine

Zuckung in den Armen, die sich so oft erneuert als man die Kette schließt, und selbst bei einer geringen Anzahl der Elemente bis zum Unerträglichen gesteigert wird, wenn man das Oeffnen und Schließen der Kette durch eine passende Vorrichtung (Unterbrecher, Blitzrad) rasch hinter einander bewerkstelligen läßt, während man metallene, mit den Polen der Säule durch Drähte verbundene Cylinder (Conductoren) in den feuchten Händen hält. Eine einfache Kette gibt zwar, wenn man die Schließung mit den Händen macht, keinen merklichen Schlag; wohl aber, wenn man von den Elektromotoren Leitungsdrähte, einen über, den andern unter die Zunge gehen läßt, wird der elektrische Strom wahrnehmbar und gibt sich durch eigene Geschmacksempfindungen kund.

Ausgezeichnet sind die Licht- und Glühphänomene einer Volta'schen Kette, insbesondere nach Grove's und Bunsen's Einrichtung. Schon ein einzelnes solches Element macht einen in den Schließungsleiter eingeschalteten dünnen Platindraht glühend; eine Batterie von einigen nicht zu kleinen Grove'schen oder Bunsen'schen Ketten bringt einen dickeren Platindraht zum lebhaften Glühen, schmilzt Eisendraht u. dgl. Wird die Schließung unterbrochen, so zeigen sich Funken; äußerst glänzend ist die Lichterscheinung, welche eine kräftige Batterie gewährt, wenn man die Entladung durch einander nahe gestellte Kohlenstücke gehen läßt.

Die ersten Aeußerungen der Berührungs-Elektricität, welche man kennen lernte, waren jene des durch sie bewirkten elektrischen Stromes. Galvani entdeckte nämlich im Jahre 1790, daß der frisch abgeschnittene Untertheil eines Frosches in lebhafte Zuckungen geräth, wenn die Cruralnerven und Schenkelmuskel zugleich mittelst eines, oder noch besser mittelst zweier heterogenen Metallstücke in Verbindung gesetzt werden. Er schrieb diese Wirkung einem dem Organismus des thierischen Körpers eigenthümlichen Agens zu, welches die Elektricitätsleiter durchströme, von den Nichtleitern aber aufgehalten werde, also mit der Elektricität identisch sey; aber Volta erkannte in dem Froschpräparate nur ein sehr empfindliches Strom-Elektroskop und in dem Metallcontacte die wahre Quelle der hiebei ins Spiel tretenden Elektricität.

260. **Elektrolyse.** Wird ein elektrischer Strom von angemessener Stärke und Dauer durch gewisse chemisch zusammengesetzte Stoffe geleitet, welche sich in Folge geeigneter Temperatur, oder durch Beihilfe eines Auflösungsmittels in tropfbarem Zustande befinden, so werden dieselben zerlegt; ein Bestandtheil oder eine Partie der Bestandtheile wird an der Eintrittsstelle des Stromes in die Flüssigkeit, der andere Bestandtheil oder die andere Partie der Bestandtheile an der Austrittsstelle des Stromes ausgeschieden. Die Zerlegung eines Stoffes durch Einwirkung strömender Elektricität heißt Elektrolyse; ein der Elektrolyse fähiger Stoff heißt ein Elektrolyt; die Stellen des Ein- und Austrittes des Stromes am Elektrolyten heißen die Elektroden, und zwar führt die Eintrittsstelle oder die positive Elektrode insbesondere den Namen Anode, und die Austrittsstelle oder die negative Elektrode den Namen Kathode. Die Bestandtheile, in welche der Elektrolyt zerfällt, heißen dessen Jonen; das Jon, wel-

ches an der Anode auftritt, wird Anion, das zur Kathode gehende Kation genannt. Nicht immer stellen sich die Jonen so dar, wie sie der elektrische Strom aus dem Elektrolyten abscheidet, sondern sie werden bald durch die an den Elektrolyten grenzenden, als Elektroden dienenden Zu- und Ableiter des Stromes, bald durch Stoffe, mit welchen der Elektrolyt vor der Zerlegung verbunden war, verändert; der eigentliche Erfolg der Elektrolyse ist in einem solchen Falle gleichsam versteckt, und es erscheinen bloß secundäre Zersetzungsresultate. Den zur Elektrolyse geeignetsten elektrischen Strom liefert eine Volta'sche Batterie; aber auch mittelst des Stromes einer Elektrisirmaschine lassen sich chemische Zersetzungen bewirken: doch steht letzterer hierin dem ersteren, und zwar, wie die Folge näher ins Licht setzen wird, wegen quantitativer Verhältnisse bei weitem nach.

Der Vorgang der Elektrolyse hat sich am Wasser zuerst dargeboten, und konnte auch, sobald man versuchte den Strom einer Volta'schen Batterie durch Wasser zu leiten, nicht wohl verborgen bleiben. Die Zerlegung des Wassers zeigt sich sogleich, wenn man zwei Platindrähte, welche mit den Polen einer Volta'schen Batterie leitend verbunden werden können, in Wasser taucht und die Kette schließt. An den mit dem Wasser in Berührung stehenden Enden der Platindrähte, welche hier die Elektroden sind, tritt alsbald eine Gasentwickelung ein; sie gewinnt an Lebhaftigkeit, wenn man dem Wasser etwas Schwefelsäure zusetzt, wodurch dessen Leitungsfähigkeit für den elektrischen Strom zunimmt. Läßt man die Platindrähte durch den Boden eines Glasbechers gehen, welchen man mit dem zu elektrolysirenden Wasser füllt, und setzt über die Drähte Glasröhren, die an dem oberen Ende geschlossen und gleichfalls mit Wasser gefüllt sind, so kann man die Gase bequem auffangen und untersuchen. Das der Anode entsprechende Gas ist Sauerstoffgas, das der Kathode entsprechende Wasserstoffgas: die Volume beider stehen, einen geringen Verlust durch ungleiche Absorption von Seite des Wassers abgerechnet, in dem Verhältnisse wie es die Wasserbildung fordert. Besteht die Anode aus einem direct oxydirbaren Metalle, z. B. aus Eisen oder Kupfer, so entwickelt sich kein Sauerstoffgas, sondern der aus dem Wasser abgeschiedene Sauerstoff verbindet sich sogleich mit diesem Metalle.

Auf ähnliche Weise zerlegt der Strom einer Volta'schen Batterie viele andere zusammengesetzte Stoffe. So gibt Salzsäure an der Anode Chlor, an der Kathode Wasserstoff; Kali, Natron ꝛc. liefern als Anion Sauerstoff, als Kation Kalium, Natrium ꝛc. In der That hat Davy die Zerlegung dieser Alkalien gerade durch die Volta'sche Batterie zuerst bewirkt. Glaubersalz (schwefelsaures Natron) gibt als Anion Schwefelsäure, als Kation Natron ꝛc. Schwefelsäure dagegen wird durch den elektrischen Strom direct nicht zerlegt, ist also kein Elektrolyt.

Da das Wasser das gewöhnlichste Auflösungsmittel der Stoffe ist, so treten seine Bestandtheile häufig ins Spiel und veranlassen secundäre Erscheinungen. So erhält man bei der elektrolytischen Behandlung von Jodkaliumlösung an der Anode Jod, an der Kathode Wasserstoffgas und Kali; Kupfervitriol (schwefelsaures Kupferoxyd) gibt an der Anode Sauerstoffgas und an der Kathode metallisches Kupfer, entstanden aus der Reduction des von der Schwefelsäure getrennten Kupferoxydes durch den Wasserstoff; essigsaures Bleioxyd gibt an der Anode Bleihyperoxyd, an der Kathode metallisches Blei.

Das aus Kupfervitriollösung durch einen nicht allzu rasch wirkenden elektrischen Strom ausgeschiedene Kupfer legt sich an die Kathode,

seiner feinsten Vertheilung ungeachtet, in cohärenter Form an; gebraucht man als wirksamen Theil der Kathode eine Münze, eine gravirte Kupferplatte, einen mit Graphit, Silber ꝛc. an der Oberfläche leitend gemachten Gipsabguß u. dgl., so kann das daran abgesetzte Kupfer als eine zusammenhängende Masse abgenommen werden, welche den genauesten Abdruck des Originals darstellt. Hierauf beruht die Galvanoplastik, und wenn man statt des Kupfersalzes passende Gold-, Silber-, Platinverbindungen anwendet, das Vergolden, Versilbern, Platiniren ꝛc. auf galvanischem Wege.

Jodkalium gehört unter die durch strömende Elektricität am leichtesten zerlegbaren Stoffe, daher es durch den Strom einer zamboni'schen Säule, wie auch einer Elektrisirmaschine in seine Bestandtheile zerfällt, während diese Elektricitätsquellen auf das Wasser nicht merklich einwirken.

261. **Theoretische Vorstellung des Herganges der Elektrolyse.** Der Umstand, daß die Jonen bei der Elektrolyse an den Elektroden auftreten, während es doch der Begriff der Zerlegung eines zusammengesetzten Stoffes mit sich bringt, daß die Bestandtheile jedes Molekels an dem Orte, wo dasselbe sich befindet, von einander gesondert werden müssen, läßt sich erklären, wenn man annimmt, daß mit der Scheidung dieser Bestandtheile an einem Molekel zugleich die Vereinigung eines derselben mit dem heterogenen Bestandtheile des in der Richtung des elektrischen Stromes zunächst stehenden Molekels vor sich gehe, mithin bloß die ungleichnamigen Jonen der beiden äußersten Theilchen in Freiheit treten. Sind nämlich A, A', A'', A''' ꝛc. Theilchen des Anions, K, K', K'', K''' ꝛc. Theilchen des Kations, AK, A'K', A''K'', A'''K''' ꝛc. die neben einander liegenden Theilchen des Elektrolyten vor der Zersetzung, so läßt sich der Act der Elektrolyse als eine Wanderung der Theilchen K, K', K'', K''' ꝛc. in der Richtung des Stromes und der Theilchen A, A', A'', A''' ꝛc. in entgegengesetzter Richtung betrachten, so daß, wenn beispielweise zwischen der Anode und Kathode bloß vier Molekel des Elektrolyten der Reihe nach Platz hätten, die in einem Augenblicke vorhandene Anordnung AK, A'K', A''K'', A'''K''' im nächsten Augenblicke in

A, A'K, A''K', A'''K'', K'''

übergeht, mithin an der Anode A und an der Kathode K''' ausgeschieden wird. Da diese Vorstellungsweise mit derjenigen übereinstimmt, welche man sich von dem Hergange der Ausgleichung der entgegengesetzten Elektricitäten bei dem Stattfinden eines elektrischen Stromes machen kann (249), so hat es den Anschein, als wären die Theilchen des Anions schon in ihrer Verbindung mit den Theilchen des Kations mit negativer, letztere mit positiver Elektricität geladen, und als folgten hier nur die des flüssigen Zustandes wegen leicht beweglichen Theilchen dem Zuge der Elektricitäten, welche sich gegen die Anode und Kathode hin verschieben.

Aus diesem Grunde nennt man auch, bezüglich jeder einzelnen Verbindung, den Bestandtheil, welcher bei der Elektrolyse zur Anode wandert, den elektronegativen, jenen, welcher zur Kathode geht, den elektropositiven. Die einfachen Stoffe lassen sich in eine Reihe so ordnen, daß jedes Glied in Beziehung auf jedes folgende sich elek-

tronegativ, in Beziehung auf jedes vorangehende aber sich elektropositiv verhält. Diese Reihe beginnt mit dem Sauerstoffe als dem elektronegativsten und endiget mit dem Kalium als dem elektropositivsten Stoffe. Bei der Zerlegung einer Säure verhält sich das säurende Princip negativ, das Radical positiv; bei Zerlegung eines Amphidsalzes erscheint die Säure negativ, die Basis positiv. Erhebt man dieses Verhalten zur allgemeinen Norm, so gibt die Elektrolyse, wo sie möglich ist, ein Mittel an die Hand, in zweifelhaften Fallen über die chemische Qualität eines Stoffes zu entscheiden.

262. **Meßbarkeit der elektrolytischen Action.** Man leitet den Strom einer kräftigen Volta'schen Batterie durch einen Wasserzersetzungsapparat; man wird während einer gewissen Zeit ein gewisses Gasquantum erhalten. Schaltet man noch einen Wasserzersetzungsapparat in die Kette ein, so daß der elektrische Strom genöthiget ist beide nach einander zu durchlaufen, so wird sich in beiden, auch wenn die Größe und der Abstand der Elektroden, dann der Säuerungsgrad des Wassers verschieden ist, doch fortwährend gleichviel Gas sammeln, aber binnen derselben Zeit namhaft weniger als im vorhergehenden Falle, wo der Strom bloß durch eine einzige Wasserschichte zu gehen hatte. Führt man den Strom derselben Batterie durch drei Wasserzersetzungsapparate, so erhält man in allen einerlei Gasmenge, aber während der festgesetzten Zeit wieder bedeutend weniger, als bei dem vorigen Versuche, und bei Vermehrung der Wasserzersetzungsapparate wird bald die Elektrolyse so schwach, daß die Gasmengen nicht mehr meßbar sind. Man sieht hieraus, daß jede neue Wasserschichte, welche der elektrische Strom zu durchdringen hat, einen neuen Widerstand in die Kette bringt, und somit den Strom schwächt, daß aber ein und derselbe Strom seine bestimmte elektrolysirende Kraft besitzt, die sich durch die Zerlegung einer bestimmten Menge Wasser während einer festgesetzten Zeit kund gibt. Bietet man dem elektrischen Strom gleichzeitig mehrere Wege dar, so theilt er sich in dieselben, und die Gasmengen, welche jeder einzelne Theilstrom für sich erzeugt, geben zusammenaddirt die Gasmenge, welche der ungetheilte Strom gleichzeitig hervorbringt. Es sey z. B. u v (Fig. 93) eine Drahtleitung, in welche der Wasserzersetzungsapparat A eingeschaltet ist; sie spalte sich bei v in die Aeste v x und v y, wovon der erste durch den Wasserzersetzungsapparat B, der zweite durch die zwei Apparate C und D führt; beide Aeste kommen in z wieder in eine Drahtleitung zusammen, welche weiter durch den Wasserzersetzungsapparat E geht. Verbindet man die Drahtenden u und t mit einer kräftigen Volta'schen Batterie, so erscheint in A und E gleichviel Gas; eben so sind die in C und D erhaltenen Gasmengen unter sich gleich, und die Summe der Gasmengen in B und C entspricht genau dem Quantum in A. Leitet man endlich einen elektrischen Strom durch Wasser und nach seinem Austritte aus demselben noch durch irgend einen andern Elektrolyten, so zeigt es sich, daß die Jonen des letzteren mit den Bestandtheilen des Wassers der Quantität nach chemisch äquivalent sind, und dieselbe Uebereinstimmung besteht rücksichtlich der Jonen einer beliebigen Folge von Elektrolyten, welche ein und derselbe Strom durchwandert. Dieß ist

das Gesetz der festen elektrolytischen Action. Dasselbe berechtiget uns der strömenden Elektricität, so wie andern Stoffen, hinsichtlich ihrer chemischen Action, eine gewisse Quantität zuzuschreiben, und dieselbe nach der Menge irgend eines Elektrolyten zu beurtheilen, welcher durch die in Frage stehende bewegte Elektricität zerlegt, oder was dasselbe heißt, nach der Menge irgend eines Jons, welches dadurch in Freiheit gesetzt wird, ohne Rücksicht auf die Zeit, welche dazu nöthig ist. Betrachtet man aber das zerlegte Quantum eines Elektrolyten mit Rücksicht auf die Zeit, während welcher die Elektrolyse vor sich ging, so erwächst daraus die Vorstellung der Stromstärke. Ist also durch einen elektrischen Strom eine gewisse Menge Wasser zerlegt worden, so ist eine bestimmte Elektricitätsmenge durch das Wasser gegangen; der Strom aber war um so stärker, je mehr Wasser binnen einer gewissen Zeit zerlegt wurde, oder je kürzer die Zeit war, während welcher die Zerlegung einer gegebenen Wassermenge erfolgte. Diese Beziehung der aus der Elektrolyse entspringenden Gasmenge zur Stromstärke hat dem Wasserzersetzungsapparate mit einer graduirten Gasröhre die Benennung und den Rang eines Strommessers oder Volta-Elektrometers erworben, nur ist zu bemerken, daß die Anwesenheit dieses Instrumentes im Schließungskreise auf die bestehende Stromstärke selbst einen großen Einfluß ausübt, und noch keinen sichern Schluß auf die Kraft gestattet, welche eine gegebene Volta'sche Batterie auszuüben vermag, wenn das Volta-Elektrometer aus dem Schließungskreise entfernt wird.

263. **Chemischer Vorgang in der geschlossenen Volta'schen Kette.** Aus dem Vorhergehenden folgt, daß der elektrische Strom, welcher im Schließungsleiter einer einfachen oder zusammengesetzten Volta'schen Kette erscheint, auch in der Kette selbst vorhanden ist, und daher auf den flüssigen Leiter, mit welchem die Elektromotoren in Berührung stehen, seinen elektrolytischen Einfluß ausüben müsse, womit die Erfahrung übereinstimmt. In einer einfachen, mit verdünnter Schwefelsäure geladenen Zink-Kupferkette wird, so lange die Kette geschlossen bleibt, das Zink, auch wenn es durch Amalgamirung vor dem gewöhnlichen Angriff der Schwefelsäure geschützt ist, auf Kosten des Wassers oxydirt und von der Schwefelsäure consumirt, während an der Kupferplatte Wasserstoffgas entweicht. In der Daniell'schen Kette reducirt der Wasserstoff das Kupferoxyd und es bekleidet sich die Kupferplatte mit einem metallischen Kupferüberzuge; in der Grove'schen oder Bunsen'schen Kette bemächtiget sich der Wasserstoff eines Theiles des Sauerstoffes der Salpetersäure, welche dadurch auf eine niedrigere Oxydationsstufe herabgesetzt wird. Aus der Natur der Sache ergibt sich die weitere Folge, daß die Menge des in jeder Zelle einer Volta'schen Batterie elektrolytisch consumirten Zinkes dieselbe ist, und mit der Stromstärke in einem solchen Zusammenhange steht, daß von der einen Größe auf die andere geschlossen werden kann. Doch muß bemerkt werden, daß die effective Consumtion des Zinkes in einer Volta'schen Batterie sich immer größer herausstellt, als nach der auf die erhaltene Stromstärke

gegründeten Rechnung: dieß rührt von localen, nicht dem Strome der Batterie angehörenden Actionen her, welche sich auch bei der sorgfältigsten Anordnung der Batterie nicht gänzlich beseitigen lassen. In Folge des elektrolytischen Vorganges erleidet die Oberfläche der Elektromotoren einer gewöhnlichen Zinkkupferkette oder Volta'schen Säule eine Veränderung, welche auf den Effect der Kette zurückwirkt und denselben schwächt. Es wird nämlich das gebildete schwefelsaure Zinkoxyd wieder zerlegt, und es bekleidet sich die Kupferplatte mit metallischem Zinke, welches aus der Reduction des Zinkoxydes durch den Wasserstoff entspringt; hiedurch muß die elektromotorische Action nothwendig eine Verminderung erleiden. Diesem Uebelstande beugt das Diaphragma der Daniell'schen Kette vor, weßwegen die Stromstärke derselben constant erhalten wird. Eine ähnliche Bewandtniß hat es auch mit den übrigen constanten Ketten.

264. **Wechselwirkung zwischen einem elektrischen Strome und einem Magnete.** Die elektrische Strömung ertheilt den Körpern, in welchen sie statt findet, gleichsam magnetische Kraft, nämlich die Fähigkeit, auf einen Magnet bewegende Kräfte auszuüben und gleicherweise auch von einem Magnete afficirt zu werden. Um diese merkwürdige von Oersted entdeckte Thatsache auf einfache Weise vor Augen zu legen, und zur Erkenntniß des Gesetzes der Wechselwirkung zwischen strömender Elektricität und Magnetismus den Weg zu bahnen, nehme man einen geraden Draht aus einem nicht magnetischen Metalle, gebe ihm eine horizontale Lage, vorerst in der Ebene des magnetischen Meridianes, bringe eine Magnetnadel, welche unter dem alleinigen Einflusse der Schwere und des Erdmagnetismus in horizontaler Stellung ruht, und nach allen Richtungen um ihren Aufhängepunct leicht beweglich ist, einmal über, das andere Mal unter den Draht, ein drittes und viertes Mal auf die eine und auf die andere Seite neben denselben, und leite jedesmal den Strom einer kräftigen Volta'schen Kette bald in der einen, bald in der entgegengesetzten Richtung durch den Draht, so wird die Magnetnadel stets von ihrer Gleichgewichtslage abgelenkt; in den beiden ersten Versuchen bloß in horizontalem, in den beiden letztern bloß in verticalem Sinne, und nimmt eine neue Position des Gleichgewichtes an; sobald aber der elektrische Strom aufhört, kehrt sie wieder in die frühere Gleichgewichtslage zurück. Dieser Erfolg wird nicht merklich geändert, wenn man einen Schirm aus was immer für einem nicht magnetischen Stoffe, er mag ein Elektricitätsleiter seyn oder nicht, zwischen den Strom und die Magnetnadel hält; aber der Ablenkungswinkel wird kleiner, wenn die Nadel von dem Strome weiter absteht. Denkt man sich eine menschliche Figur in den Draht so gelegt, daß der elektrische Strom von ihren Füßen zu dem Kopfe geht, und das Gesicht derselben gegen die Magnetnadel gewendet ist, so weicht der Nordpol der Nadel bei jedem der angeführten Versuche gegen die linke Hand der Figur hin aus. Die Einwirkung des elektrischen Stromes auf die Magnetnadel zielt dahin, dieser eine gegen den Draht senkrechte Lage zu geben, und nur die Richtkraft des

Erdmagnetismus hindert dieß; denn richtet man den Draht wie immer senkrecht gegen die ursprüngliche Gleichgewichtslage der Nadel und leitet den Strom so durch ihn, daß der Nordpol in der so eben erklärten Bedeutung links gegen die Stromrichtung steht, so findet keine Ablenkung statt, sondern die Nadel beharrt vielmehr mit um so größerer Stabilität in ihrer Position, denn sie schwingt jetzt, wenn sie daraus abgelenkt wird, rascher, als wenn der elektrische Strom nicht vorhanden ist. Dieses Bestreben des elektrischen Stromes, die Nadel senkrecht gegen seine Richtung zu stellen, zeigt sich auch, wenn der Strom sehr kräftig ist, oder wenn man die Nadel *astatisch* macht, d. h. sie der Richtkraft des Erdmagnetismus entzieht, entweder indem man ihr bloß gestattet, sich in der Ebene des magnetischen Aequators zu drehen, oder indem man mit ihr eine zweite Nadel in paralleler Stellung unveränderlich verbindet, deren Pole die entgegengesetzte Lage haben. Aus den hier angedeuteten Versuchen, wie auch aus allen Abänderungen, die man daran in Hinsicht auf die Lage des Drahtes, in welchem der elektrische Strom fließt, und auf die Stellung der Magnetnadel gegen denselben vornehmen mag, geht hervor, daß ein geradliniger Strom die Pole einer Magnetnadel nach Richtungen zu treiben sucht, deren jede auf der Ebene, welche die Stromrichtung und den betreffenden Pol in sich faßt, senkrecht steht, und zwar den Nordpol links, den Südpol rechts gegen die Stromrichtung. Aus dieser Wirkungsweise folgt weiter, daß ein elektrischer Strom, dessen Einfluß auf den einen Pol eines Magnetes jenen auf den andern Pol überwiegt, dem Magnete, wenn er frei beweglich ist, eine rotirende Bewegung um den Stromleiter herum ertheilen müsse, was die Erfahrung bestätiget; denn verbindet man einen bis zu einer Quecksilberfläche fortgehenden verticalen Draht mit dem einen und die Grenze des Quecksilbers mit dem anderen Zuleiter einer Volta'schen Kette, und setzt man ein Magnetstäbchen in das Quecksilber, welches darin durch eine unten angehängte Platinmasse in verticaler Lage schwimmend erhalten wird, so läuft der Magnet um den Draht herum, und zwar vom Drahte aus gesehen, wenn der Nordpol aufwärts gekehrt ist, und auch der Strom im Drahte aufwärts geht, von der Rechten gegen die Linke, wenn aber der Strom abwärts geht, in dem entgegengesetzten Sinne, und wenn der Südpol des Magnetes oben ist, in beiden Fällen wieder entgegengesetzt, immer jedoch ganz nach der angegebenen Regel Richtet man einen Magnetstab so vor, daß er sich bloß um seine Längenaxe, jedoch mit Leichtigkeit drehen kann, umgibt ihn bis zur Mitte mit Quecksilber und leitet einen elektrischen Strom durch den obern Theil des Magnetes und das angrenzende Quecksilber, so geräth der Magnet sogleich in Rotation. Hier hängt der Effect vornehmlich von der überwiegenden Einwirkung des auf dem Quecksilber fließenden Stromtheiles gegen die ihm zugekehrte Partie des Magnetes ab, und der Sinn der Drehung entspricht ganz der angeführten Regel.

Ist der Magnet fix, dagegen ein Theil des Schließungsleiters beweglich, wird nämlich ein kräftiger Magnet in die Nähe desselben ge-

bracht, so entspricht der vorerwähnten Action des elektrischen Stromes auf den Magnet, eine gleiche und parallel entgegengesetzte des Magnets auf den Schließungsleiter. Läßt man einen leicht beweglichen Draht auf eine Quecksilberfläche herabhängen, welche einen Pol eines fixen Magnetstabes umgibt, und leitet man einen elektrischen Strom durch den Draht und das Quecksilber, so rotirt der Draht um den Magnetpol ebenfalls nach dem obigen Gesetze. Man hat diesen Versuch auf mannigfaltige Weise abgeändert.

265. **Fundamentalgesetz der elektro-magnetischen Action.** Die Kraft, mit welcher der Strom einer Volta'schen Kette einen Magnet afficirt, hängt offenbar von dem ganzen Schließungskreise ab, denn eine Magnetnadel wird nicht bloß in der Nähe des Schließungsdrahtes, sondern auch in der Nachbarschaft der Volta'schen Zelle selbst von ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage abgelenkt. Es ist daher natürlich anzunehmen, daß diese Kraft das Resultat der Actionen sey, welche sämmtliche Theilchen des Stromes auf sämmtliche Theilchen des Magnetes ausüben, und es kommt nur darauf an, das Gesetz der Elementaractionen aus den Ergebnissen der Erfahrung abzuleiten. Läßt man eine kleine Declinationsnadel im gewöhnlichen Zustande wie auch unter dem Einflusse eines Volta'schen Stromes schwingen, welcher durch einen horizontalen und senkrecht gegen den magnetischen Meridian geführten langen geraden Draht geht, bezüglich dessen der Nordpol der Nadel sich links befindet, und von dem die Volta'sche Kette in einer solchen Entfernung steht, daß ihre Einwirkung auf die Nadel unmerklich erscheint, und ändert man die Distanz der Nadel von dem Drahte mannigfaltig ab, so findet man nach der in 238 befolgten Methode, daß die Kräfte, welche die Magnetpole von dem Strome erfahren, sich verkehrt verhalten wie die Distanzen der Pole von dem Drahte. Dieses Gesetz ergibt sich als Folgerung, wenn man von der Annahme ausgeht, daß jedes Stromtheilchen auf jeden Magnetpol senkrecht gegen die Ebene, in welcher beide liegen, mit einer Kraft einwirkt, die sich direct verhält wie die Länge des Stromtheilchens, ferner wie der Sinus des Winkels, den die Richtung des Stromtheilchens mit der Geraden bildet, welche von dem Stromtheilchen zu dem Pole geht, und verkehrt wie das Quadrat der Länge dieser Geraden oder der Distanz des Stromtheilchens von dem Pole. Um dieß zu zeigen, sey UV (Fig. 94) der geradlinige Stromleiter, P der Magnetpol, MM' irgend ein unendlich kleines Stromtheilchen. Man ziehe PM, PM', beschreibe aus P mit dem Halbmesser PM den Bogen MN und fälle aus P auf UV die Senkrechte PA. Zur Abkürzung sey $PA = p$, ferner der Winkel $AMP = \varphi$, $\angle MPM' = \varphi'$ und $MPM' = \psi$. Nach der gemachten Annahme wird die Kraft, womit das Stromtheilchen MM' den Pol P senkrecht gegen die Ebene MPM' treibt, durch den Ausdruck $f = \frac{MM' \cdot \sin\varphi}{PM^2}$ gemessen. Da man das unendlich kleine Dreieck MMN als ähnlich mit dem Dreiecke APM betrachten darf, so ist $MM' : MN = PM : PA$,

folglich $MM' = \frac{MN \cdot PM}{p}$; ferner ist der Kreisbogen $MN = PM.\psi$, also $MM' = \frac{PM^2.\psi}{p}$. Hiedurch wird $f = \frac{\psi \cdot \sin\varphi}{p}$. Nun ist der Winkel AM'P dem Unterschiede der Winkel AMP und MPM' gleich, d. h. $\varphi' = \varphi - \psi$, daher hat man

$$\cos\varphi' = \cos(\varphi - \psi) = \cos\varphi \cdot \cos\psi + \sin\varphi \cdot \sin\psi.$$

Wegen der unendlichen Kleinheit von ψ kann man $\cos\psi = 1$ und $\sin\psi = \psi$ setzen; dieß gibt

$$\cos\varphi' = \cos\varphi + \psi \cdot \sin\varphi, \text{ also } \psi \cdot \sin\varphi = \cos\varphi' - \cos\varphi.$$

Demnach ist $f = \frac{1}{p}(\cos\varphi' - \cos\varphi)$. Betrachten wir nun die auf MM' unmittelbar folgenden Stromtheilchen M'M'', M''M''' u. s. w. und bezeichnen wir die Winkel AM''P, AM'''P u. s. w. mit φ'', φ''' u. s. w. und die auf die Ebene PAV senkrechten Kräfte, welche sie auf P ausüben, mit f', f'' u. s. w., so haben wir $f' = \frac{1}{p}(\cos\varphi'' - \cos\varphi')$, $f'' = \frac{1}{p}(\cos\varphi''' - \cos\varphi'')$ u. s. w. Alle diese Kräfte addiren sich; daher ist die Kraft, womit das Stromstück MM''' auf P wirkt,

$$= f + f' + f'' = \frac{1}{p}(\cos\varphi''' - \cos\varphi)$$

und aus gleichem Grunde, wenn wir den Winkel $ALP = \lambda$ setzen, die Kraft, womit das Stromstück ML auf P wirkt $= \frac{1}{p}(\cos\lambda - \cos\varphi)$. Lassen wir jetzt den Punct M nach A rücken und den Punct L in das Unendliche hinaus, so wird λ unendlich klein, mithin $\cos\lambda = 1$; der Winkel φ verwandelt sich in den rechten Winkel PAV und daher wird $\cos\varphi = 0$. Hiernach ist das Maß der Kraft, welche der Stromtheil von A gegen V hin auf P ausübt, $= \frac{1}{p}$, und da ein Gleiches auch von der Kraft gilt, womit der andere Stromtheil von U gegen A hin den Punct P afficirt, so ist $\frac{2}{p}$ das Maß der Action des Stromleiters UV auf P, also wirklich diese Action dem Abstande des Punctes P von der Geraden UV verkehrt proportionirt.

Die Einwirkung eines elektrischen Stromes auf die Pole einer Magnetnadel geht offenbar aus der Gesammtwirkung des Stromes auf jedes magnetische Elementartheilchen hervor; daher wird das oben angedeutete Grundgesetz eigentlich auf die Action der kleinsten linearen Theilchen eines elektrischen Stroms gegen die mit freiem Magnetismus begabten Partikel des Magnetes zu beziehen seyn.

Mit Hilfe dieses Gesetzes lassen sich alle Fragen beantworten, die man hinsichtlich der Kräfte stellen mag, womit ein beliebig gestalteter linearer Leiter oder Schließungskreis in Folge der in ihm strömenden Elektricität auf einen gegebenen Magnet einwirkt, vorausgesetzt, daß man die Reduction der Elementarkräfte auf ihre Resultirenden durchzuführen vermag, was, die leichtesten Fälle abgerechnet, die Kräfte des

elementar-mathematischen Calculs übersteigt. Der Fall, wenn der Stromleiter die Gestalt eines Kreises hat und eine kleine Magnetnadel im Mittelpuncte desselben steht, ist einer der einfachsten und bedarf kaum einer Rechnung. Hier wirken alle gleich langen Stromtheilchen mit gleicher Kraft, und die Richtung eines jeden macht mit der Geraden zu jedem Magnetpole einen Winkel, der für einen rechten gelten kann; es verhält sich sonach die Action des Kreises auf die Magnetpole gerade wie die Länge der Kreisperipherie und verkehrt wie das Quadrat des Halbmessers, mithin ist, weil die Peripherie selbst mit dem Halbmesser in geradem Verhältnisse steht, diese Action dem Halbmesser des Kreises verkehrt proportional. Nicht schwieriger ist es, die Action des kreisförmigen Stromes auf eine sehr kleine Magnetnadel zu beurtheilen, die sich in der vom Mittelpuncte des Kreises senkrecht gegen seine Ebene ausgehenden Geraden befindet. Ist C (Fig. 95) der Mittelpunct des Kreises, M ein Punct seiner Peripherie, P ein Pol der Nadel, so wird dieser von dem bei M liegenden Kreisstückchen nach der in der Ebene MCP auf MP senkrechten Geraden Px getrieben, in der einen oder der andern Richtung, nach Maßgabe des Sinnes, in welchem die Elektricität in dem Kreise strömt, und nach der Beschaffenheit des in P vorhandenen Magnetismus. Die Resultirende aller Actionen auf P fällt in die Gerade CP, folglich handelt es sich nur um die Summe der Componenten aller längs CP zerlegten Elementaractionen. Es verhält sich daher die Action des kreisförmigen Stromes auf P gerade wie die Peripherie desselben, getheilt durch das Quadrat von MP und multiplicirt mit dem Bruche $\frac{CM}{MP}$, d. h. diese Action wird durch den Ausdruck $\frac{2\pi CM^2}{MP^3}$ gemessen, oder was dasselbe heißt, durch die doppelte Kreisfläche getheilt durch den Würfel des Abstandes des Magnetpoles von irgend einem Puncte der Peripherie. Ist P weit entfernt von C im Vergleiche mit dem Halbmesser CM, so kann man statt MP auch CP setzen. Unter dieser Form läßt sich die Aehnlichkeit des Ausdruckes mit dem in 239 für die Action eines sehr kleinen Magnetes auf einen in der Verlängerung seiner Axe liegenden Punct nicht verkennen. Ein kreisförmiger elektrischer Strom wirkt also so in die Ferne als ob seine Fläche dießseits und jenseits mit ungleichnamigen Magnetismen besetzt wäre, und repräsentirt sonach gleichsam eine magnetische Platte von sehr geringer Dicke. Um dieß näher zu beleuchten, nehmen wir diejenige Stromstärke als Einheit an, welche statt findet, wenn ein Leiter, dessen Länge $= 1$ ist, und der die Form eines mit dem Halbmesser $= 1$ beschriebenen Kreisbogens hat, auf die im Mittelpuncte dieses Kreisbogens concentrirt gedachte Einheit des freien Magnetismus die bewegende Kraft $= 1$ ausübt, und setzen wir $CP = x$, $CM = a$, ferner die Intensität des in dem vorhandenen Kreise circulirenden Stromes nach vorgedachter Einheit gemessen $= S$, und die bewegende Kraft, welche derselbe auf die in P befindliche Einheit des freien Magnetismus äußert, $= R$, so haben wir, in so fern x gegen a sehr groß ist, dem so eben Gesagten gemäß, $R = \frac{2\pi a^2 S}{x^3}$. Eine magnetische Platte oder ein Kurzer mit dem magnetischen Momente M begabter Magnet, dessen Mittelpunct in C fällt und dessen Axe die Richtung CP hat, wirkt auf P mit der Kraft $\frac{2M}{x^3}$. Diese ist der vorgenannten R gleich, wenn $\pi a^2 S = M$ ist. Man kann daher das Product $\pi a^2 S$ füglich das magnetische Moment des Kreisstro-

mes nennen. Wäre die Kreisfläche $\pi a^2 = 1$, so hätte man $S = M$. Es wird also die Intensität eines Stromes durch dieselbe Zahl ausgedrückt, wie das Moment eines Magnetstabes, der nach der Richtung seiner Axe in die Ferne eben die Kraft äußert, welche der Strom, wenn er die Kreisfläche = 1 umfließt, nach der von seinem Mittelpuncte senkrecht auf seine Ebene ausgehenden Richtung in gleicher Distanz ausübt.

Ein System kreisförmiger, in einerlei Sinn fließenden elektrischen Ströme, deren Mittelpuncte in sehr kleinen Abständen längs einer geraden Linie liegen und deren Ebenen gegen diese Linie senkrecht stehen, gilt daher einem Systeme an einander gelegter, sehr dünnen magnetischen Platten gleich, die auf der einen Seite nördlichen, auf der andern südlichen Magnetismus an sich tragen, und zusammen einen Magnetstab repräsentiren. Ein solches System elektrischer Ströme heißt nach Ampère ein Solenoid. Man erhält einen diesem ganz äquivalenten Effect, wenn man einen Volta'schen Strom durch einen schraubenförmig gewundenen Draht leitet, dessen jedes Ende durch die ihm entsprechende Hälfte der Schraube zurückgeht und an der Mitte austritt, wodurch die Schiefe der Gänge compensirt wird. Ein solcher Schraubendraht verhält sich, so lange Elektricität in ihm strömt, einem Magnete gegenüber, in allen Stücken wie ein Magnet, dessen Pole genau an seinen Enden liegen, wird nach dem Gesetze der magnetischen Polarität angezogen und abgestoßen, und richtet sich unter dem Einflusse des Erdmagnetismus nach den Weltgegenden. Hiernach läßt sich erwarten, daß derselbe auch einem andern Schraubendrahte, und, im Allgemeinen einem elektrischen Strome gegenüber den Charakter des Magnetes behaupten werde, was die Erfahrung vollkommen bestätiget. Hieraus fließt die nothwendige Folge, daß elektrische Ströme als solche auf einander bewegende Kräfte äußern. Mit dieser wichtigen Entdeckung hat Ampère die Wissenschaft bereichert.

Auch diese gegenseitige Action elektrischer Ströme läßt sich auf Kräfte zurückführen, womit die kleinsten Theile des einen die des andern, und zwar in der Richtung ihrer Verbindungslinien afficiren. Das Gesetz, welches dieser Kraftäußerung zum Grunde liegt, läßt sich auf ähnliche Weise, wie die Action zwischen den Theilchen der Magnete und elektrischen Ströme mit Hilfe der mathematischen Analyse aus den Ergebnissen zweckmäßig eingeleiteter Versuche folgern; auf diesem Wege ergibt sich, daß die gegenseitige Action der Theilchen elektrischer Ströme unter übrigens gleichen Umständen (so wie alle übrigen bis jetzt bekannten Actionen in die Ferne) dem Quadrate der Distanz verkehrt proportional ist, überdieß aber noch von der Lage der Richtungen der Stromtheilchen gegen einander abhängt. Die Entwickelung dieses Gegenstandes überschreitet jedoch die Grenzen der hier zu Gebote stehenden mathematischen Hilfsmittel. Wir beschränken uns daher auf die Angabe folgender, auf experimentalem Wege leicht darstellbaren Erscheinungen: 1) Zwei parallele elektrische Ströme, welche in demselben Sinne fließen, ziehen einander an. 2) Zwei parallele und entgegengesetzte Ströme stoßen einander ab. 3) Zwei unter einem Winkel gegen einander gestellte Stromtheile streben sich immer so zu drehen, daß ihre Richtungen parallel und übereinstimmend werden.

Der Umstand, daß die Action zweier Stromtheilchen längs ihrer Verbindungslinie statt findet, während jene eines magnetischen Punctes und eines Stromtheilchens eine laterale ist; ferner daß letztere auf erstere reducirt werden kann, wenn man an die Stelle der magnetischen Elementarpartikel Solenoide setzt, bewog Ampère den Magnetismus für eine Wirkung elektrischer Ströme zu erklären, welche die

kleinsten Theile der magnetischen Körper umkreisen. Dieser Hypothese fehlt aber die Analogie mit dem sonstigen Verhalten der Elektricität in so guten Leitern wie es die magnetischen Metalle sind; auch kennen wir keinen Fall eines selbstständigen Fortbestehens elektrischer Ströme, sondern sie setzen immer eine das elektrische Gleichgewicht störende, d. i. elektromotorische Kraft voraus. Es ist sonach die Ampère'sche Ansicht um nichts einfacher als die Voraussetzung zweier magnetischen Materien und der lateralen Action der elektrischen Ströme auf selbe.

266. **Magnetisirungsvermögen des elektrischen Stromes.** Nach den entgegengesetzten bewegenden Kräften, welche ein elektrischer Strom auf ungleichnamig magnetisirte Puncte äußert, läßt sich vermuthen, er sey auch im Stande in einem unmagnetischen, aber des Magnetismus fähigen Körper die daselbst (im Sinne der im vorhergehenden Hauptstücke adoptirten Ansicht gesprochen) gleichförmig mit einander gemengten Magnetismen von einander zu trennen, d. h. den Körper magnetisch zu machen. Die Erfahrung bestätiget dieß vollkommen. Durch einen elektrischen Strom, welcher an einem Stahlstabe oder an einem Stabe von weichem Eisen senkrecht gegen dessen Länge vorbeigeht, erhält dieser magnetische Kraft; ersterer bleibend, letzterer vorübergehend, d. h. so lange der Strom dauert, gerade so, als wäre er nach der Länge mit einem Magnetpole gestrichen worden: die Nordpolarität erscheint da, wo die linke Hand einer menschlichen Figur hinweiset, welche den Kopf nach der Richtung des Stromes und das Gesicht gegen den Stab gewendet, in den Strom gelegt wird. Um die Wirkung ausgiebiger zu machen, ist es nöthig, mehrere übereinstimmende elektrische Ströme transversal am Stabe vorbei zu führen; dieses wird eben so leicht als zweckmäßig erreicht, wenn man den Strom in einer Spirale um den zu magnetisirenden Stab herumgehen läßt. Hierauf gründet sich die Construction der so kräftigen temporären oder Elektromagnete, die man erhält, wenn man einen geraden oder hufeisenförmig gebogenen Stab aus weichem Eisen mit einer Spirale aus Kupfer- oder Messingdraht umwickelt, welcher durch einen isolirenden Ueberzug vor dem metallischen Contacte mit dem Eisen geschützt ist, und die Enden der Spirale mit einer kräftigen Volta'schen Kette verbindet. Legt man dem Hufeisen einen Anker vor, so kann man eine ungeheure Tragkraft dieses Elektromagnetes erzielen.

267. **Das Galvanometer.** Stellt man unter ein geradliniges Stück des Schließungsdrahtes einer Volta'schen Batterie eine Declinationsnadel, und schaltet zugleich einen Wasserzersetzungsapparat in die Kette ein, so zeigt sich eine um so stärkere Ablenkung der Magnetnadel von ihrer Gleichgewichtslage, je mehr Wasser in einer bestimmten Zeit zersetzt wird, d. h. je größer die Stromstärke ist. Es läßt sich also von der magnetischen Kraft des Schließungsleiters einer Volta'schen Kette auf die in derselben herrschende Stromstärke schließen. Zweckmäßig eingeleitete Versuche zeigen, daß die magnetische Kraft des elektrischen Stromes seinem elektrolytischen Effecte genau proportionirt ist, also mit der Menge der Elektricität in geradem Verhältnisse steht, welche während einer festgesetzten Zeit durch einen Querschnitt des Schlie-

ßungsleiters strömt. Sonach kann die Kraft, womit der elektrische Strom auf die Magnetnadel einwirkt, als Maß der Stromstärke dienen. Hierauf gründet sich die Einrichtung des Galvanometers, eines für die Untersuchung strömender Elektricität höchst nützlichen, ja unentbehrlichen Instrumentes, das durch die von einem elektrischen Strome herrührende Ablenkung einer Magnetnadel aus ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage das Vorhandenseyn, die Richtung und die Stärke des Stroms anzeigt. Man hat diesem Instrumente die mannigfaltigsten Einrichtungen gegeben; wir beschränken uns hier auf die wichtigsten Formen, welche zugleich eine Messung der Stromstärke zulassen. Sie sind die Tangenten- und die Sinusbussole.

Die Tangentenbussole besteht aus einem kreisförmig gebogenen Metallstabe, dessen Enden in der Peripherie des Kreises an einander grenzen und daselbst durch eine isolirende Zwischenlage getrennt sind, so daß der leitende Kreis nur an dieser Stelle unterbrochen ist, an welcher der Zu- und Ableiter des durch den Kreis zu sendenden elektrischen Stromes in dessen Peripherie eingreifen. Die Ebene des Kreises steht vertical und der Mittelpunct desselben ist zugleich der Drehungspunct einer Declinationsnadel, deren Länge gegen den Halbmesser des Kreises klein ist. Die Zuleiter müssen eine Strecke weit mit einander parallel fortlaufen, oder durch einen isolirenden Ueberzug von einander getrennt und in einen Strang zusammen gewunden seyn, damit wenn man einen elektrischen Strom durch den Kreis leitet, die einander gerade entgegengesetzten Actionen des zu- und abfließenden Stromtheiles auf die Nadel sich genau aufheben; auch muß die Quelle des elektrischen Stromes von der Nadel so weit entfernt gehalten werden, daß sie darauf nicht merklich einzuwirken vermag. Unter solchen Umständen wird also die Magnetnadel bloß von der in dem Umfange des Kreises strömenden Elektricität afficirt. Die Action derselben auf die Nadel läßt sich auf zwei Kräfte reduciren, welche die Pole der Nadel senkrecht gegen die Ebene des Kreises mit gleicher Intensität nach entgegengesetzten Seiten treiben, den Nordpol bezüglich der Stromrichtung links, den Südpol rechts. Stellt man nun den Kreis vor der Schließung der Kette in den magnetischen Meridian, so wird die Nadel durch den elektrischen Strom von ihrer Gleichgewichtslage um einen Winkel ω abgelenkt, dessen trigonometrische Tangente dem Quotienten gleich kommt, den man erhält, wenn man die Totalkraft R des Stromes in der Kreisperipherie durch die horizontale Componente H der erdmagnetischen Kraft dividirt, was sich nach der in 240 angestellten Betrachtung sogleich ergibt, wenn man daselbst statt der ablenkenden Kraft R die von dem elektrischen Strome ausgehende setzt. Es ist sonach $tang\,\omega = \frac{R}{H}$. Ergibt sich bei einem zweiten Versuche, wo die Stromkraft R' herrscht, der Ablenkungswinkel ω', so ist eben so $tang\,\omega' = \frac{R'}{H}$ und man hat $R : R' = tang\,\omega : tang\,\omega'$. Es ist gut zu bemerken, daß eine Aenderung des Magnetismus der Nadel auf die Werthe der

Quotienten $\frac{R}{H}$, $\frac{R}{H}$ keinen Einfluß haben kann, mithin die Winkel ω und ω' dieselben bleiben wie vordem. Um diese Winkel ablesen zu können, muß die Magnetnadel mit einem getheilten Kreise versehen seyn, dessen Nullpunct in die Ebene des Stromes fällt.

Um, wo schwächere Ströme zu vergleichen sind, die Einwirkung auf die Galvanometernadel noch merklich zu machen, kann man einen mit Seide besponnenen Kupferdraht mehrere Male um einen kreisförmigen Rahmen herumwinden, und die Enden des Drahtes mit der Stromquelle in Verbindung setzen. Jede einzelne Windung wirkt da für sich, und alle zusammen in einerlei Sinn auf die Magnetnadel. Ein solches Drahtgewinde heißt ein *multiplicirendes* und ein damit versehenes Galvanometer heißt ein *Multiplicator*.

Die Einwirkung des elektrischen Stromes auf die Magnetnadel wird kräftiger, und daher das Galvanometer noch für schwächere Ströme empfindlich, wenn der die Magnetnadel umgebende Stromleiter eine solche Form hat, daß er allenthalben nur wenig von der Nadel absteht, so auch wenn die Nadel von einem breiteren multiplicirenden Drahtgewinde umgeben ist. In diesem Falle ändert sich aber die Kraft, mit welcher der Strom auf die Nadel einwirkt, zugleich mit der Stellung der Nadel gegen das Drahtgewinde, und nur wenn die Lage der Nadel bei zwei verschiedenen Strömen in derselben Stellung gegen das Gewinde zu bleiben genöthigt ist, verhalten sich die Kräfte, welche die Pole der Nadel erfahren, gerade wie die Intensitäten der in den einzelnen Windungen vorhandenen Ströme. Will man daher mittelst eines so vorgerichteten Galvanometers die Stärken S, S' zweier Ströme mit einander vergleichen, so muß das Drahtgewinde um eine verticale Axe drehbar seyn, damit man seine Lage so abändern könne, daß die Nadel gegen das Gewinde bei beiden Versuchen einerlei Stellung erhält, was auf vielfache Weise möglich ist. Sind nun ψ und ψ' die Winkel, um welche die Nadel dabei von dem magnetischen Meridiane abgelenkt erscheint, so hat man $S : S' = \sin\psi : \sin\psi'$. Es sey nämlich (Fig. 96) C der Drehungspunct der Nadel, NS ihre Gleichgewichtslage unter dem alleinigen Einflusse des Erdmagnetismus, N'S' ihre Gleichgewichtslage unter der ablenkenden Action des elektrischen Stromes und $NCN' = \psi$. Stellt NE die auf CN' senkrechte Componente U der Galvanometerkraft, und N'F die horizontale Componente H des Erdmagnetismus vor, so muß CN' mit der Richtung der Resultirenden N'G der vorgenannten Kräfte in dieselbe gerade Linie fallen, daher auch $FN'G = \psi$ seyn. Nun ist wegen des rechten Winkels $FGN' = EN'G$

$$FG : N'F = \sin FN'G : 1, \quad \text{also} \quad \sin\psi = \frac{U}{H}.$$

Eben so ist in einem zweiten Falle $\sin\psi' = \frac{U'}{H}$, mithin

$$U : U' = \sin\psi : \sin\psi'.$$

Aber offenbar ist wegen der gleichen Stellung der Nadel gegen den

Galvanometerdraht, $U : U' = S : S'$, woraus die oben angegebene Proportion $S : S' = \sin\psi : \sin\psi'$ folgt. Ein nach diesem Principe eingerichtetes Galvanometer heißt eine Sinusbussole. In ihrer vollkommensten Form muß sie gestatten, sowohl den Drehungswinkel des Drahtes als auch die jedesmalige Stellung der Magnetnadel gegen den Draht zu messen. Sind mehrere Ströme zu vergleichen, so genügt es die Ausschlagswinkel der Magnetnadel bei einer und derselben Position des Stromes zu bestimmen, wenn man nur ein für alle Mal die Lagen untersucht hat, welche der Galvanometerdraht, während irgend ein Strom durch ihn geht, haben muß, damit die Magnetnadel von dem Drahte um dieselben Winkel abweiche, wie bei den früheren Versuchen. Man ist im Besitze aller Daten, um das Verhältniß jedes der ersteren Ströme zu dem letzt genannten, mithin auch die gegenseitigen Verhältnisse jener Ströme anzugeben. Uebrigens gilt bezüglich des Galvanometers dieselbe Bemerkung, welche oben (262) hinsichtlich des Volta-Elektrometers gemacht wurde: das Galvanometer übt auf die Stromstärke einen gewissen, nicht jederzeit zu vernachlässigenden Einfluß aus, weßwegen man mittelst dieses Instrumentes nur die Verhältnisse jener Stromstärken findet, welche, während es einen Theil des Schließungskreises ausmacht, daselbst vorhanden sind. Die Principien, nach welchen der Einfluß des galvanometrischen Leitungsdrahtes auf die Stromkraft zu beurtheilen ist, werden später vorkommen.

Wo es sich mehr um die Nachweisung der Existenz elektrischer Ströme und um Angabe ihrer Richtung als um numerische Vergleichung ihrer Intensitäten handelt, bedient man sich der Multiplicatoren mit astatischen Nadeln. Es sind dieß zwei parallele an einer gemeinschaftlichen Axe unveränderlich mit einander verbundene Nadeln, deren Pole eine entgegengesetzte Lage haben; eine dieser Nadeln steht über dem Drahtgewinde und die andere innerhalb desselben. Auf ein solches System von Magnetnadeln hat der Erdmagnetismus einen nur geringen Einfluß, wogegen die Actionen des elektrischen Stromes in einerlei Sinn statt finden, mithin es dem Strome um so leichter wird, die Kraft, welche der Erdmagnetismus der Ablenkung der Nadeln von ihrer gewöhnlichen Ruhelage entgegensetzt, zu überwinden und einen deutlichen Ausschlag hervorzubringen. Auch gibt man zuweilen den Multiplicatoren ein Gewinde, welches aus zwei neben einander laufenden Drähten besteht, damit man gleichzeitig durch jedes derselben einen besondern elektrischen Strom, und zwar beide Ströme im entgegengesetzten Sinne leiten und solchergestalt den Unterschied ihrer Kräfte auf die Nadel einwirken lassen könne. Ein solches Galvanometer heißt deßhalb ein Differenzial-Galvanometer.

Hat man eine bestimmte Stromstärke als Einheit der Stromintensitäten gewählt, z. B diejenige, bei welcher eine gewisse Gewichtmenge Wasser binnen einer festgesetzten Zeit zerlegt, oder während dieser Zeit ein gewisses Volum Sauerstoffgas, Wasserstoffgas oder Knallluft entwickelt wird u. dgl., so darf man nur den Galvanometerstand bei einem Versuche beobachten, wobei die Stromintensität nach dieser Einheit direct bekannt ist, z. B. während sich gleichzeitig ein Volta-Elektrometer im Schließungskreise befindet, um im Stande zu seyn, die in jedem andern Falle statt findende Stromstärke auf die vorgedachte Einheit zu beziehen.

Die oben angegebene Einrichtung der Tangentenbussole gestattet die Stärke eines elektrischen Stromes unmittelbar mit dem Erdmagnetismus zu vergleichen, und sonach auch auf absolutes magnetisches Maß zu reduciren. Nimmt man zu diesem Behufe diejenige Stromstärke als Einheit an, welche statt findet, wenn ein Leiter, dessen Länge = 1 ist, und der die Form eines mit dem Halbmesser = 1 beschriebenen Kreisbogens hat, auf die im Mittelpuncte dieses Kreisbogens concentrirt gedachte Einheit des freien Magnetismus die bewegende Kraft = 1 ausübt, so ist die Action R des in einem Galvanometerkreise vom Halbmesser a circulirenden Stromes S auf die Einheit des Magnetismus im Mittelpuncte nach 265. Anm. $= \frac{2\pi a S}{a^2} = \frac{2\pi S}{a}$, mithin hat man, wenn die obigen Bedeutungen der Buchstaben beibehalten werden, der Gleichung $\frac{R}{H} = tang\,\omega$ zu Folge,

$$\frac{2\pi S}{H a} = tang\,\omega, \quad \text{also} \quad \frac{S}{H} = \frac{a}{2\pi} . tang\,\omega,$$

und so fern H in absolutem Maße gegeben ist,

$$S = \frac{1}{2\pi} a . tang\,\omega.$$

268. **Erregung elektrischer Ströme durch Induction.** In neuerer Zeit (1831) hat Faraday in der Bewegung sowohl der Elektricität als des Magnetismus eine eigenthümliche Quelle elektrischer Ströme entdeckt, indem er folgende Gesetze thatsächlich nachwies: 1) Jeder elektrische Strom erzeugt in dem Augenblicke seines Entstehens in jedem benachbarten Elektricitätsleiter, welcher einem Strome Raum gibt, einen elektrischen Strom von nur momentaner Dauer, dessen Richtung jener des ersteren entgegengesetzt ist. 2) Jeder elektrische Strom erzeugt im Augenblicke seines Verschwindens in jedem benacharten Leiter einen momentanen Strom, dessen Richtung mit jener des ersteren übereinstimmt. 3) Wird ein Leiter, in welchem bereits ein elektrischer Strom vorhanden ist, einem andern Leiter rasch genähert, so entsteht in letzterem ein elektrischer Strom, dessen Richtung jener des ersteren entgegengesetzt ist. 4) Wird ein von Elektricität durchströmter Leiter plötzlich aus der Nähe eines andern Leiters entfernt, so entsteht in diesem ein elektrischer Strom, dessen Richtung mit jener des ersteren übereinstimmt. 5) Befindet sich ein Magnet in Bewegung, so erzeugt jeder seiner Pole in einem benachbarten Leiter einen elektrischen Strom, dessen Richtung auf jener der Bewegung des Poles senkrecht steht, und für den Nordpol von der Linken zur Rechten, für den Südpol von der Rechten zur Linken einer menschlichen Figur geht, die man sich mit dem Kopfe vorwärts und das Gesicht gegen den Leiter gewendet mit dem Pole fortbewegt denkt. 6) Der in weichem Eisen entstehende oder verschwindende Magnetismus wirkt auf benachbarte Elektricitätsleiter gerade so wie es ein gleichnamiger zu dem entstehenden Pole hin, oder von dem verschwindenden weg bewegter Magnetpol thun würde. 7) In allen diesen Fällen bringt die Bewegung des Leiters gegen den vorhandenen Strom oder gegen einen Magnet hin denselben Effect hervor, wie die Annäherung des Stromes oder Magnetes an den Leiter; ein Gleiches

gilt bezüglich der Entfernung des Leiters vom Strome oder Magnete. Es kommt also nur auf die Aenderung der relativen Lage beider Körper an, und nur so lange eine solche Aenderung vorhanden ist, wird die Elektricität im Leiter zur Bewegung angeregt. Man nennt die auf solche Weise entstehenden elektrischen Ströme *inducirte* und den Act ihrer Hervorrufung *Induction*. In so fern ein elektrischer Strom durch einen andern hervorgerufen wird, heißt dieser der *primäre*, jener der *secundäre*.

Um hinreichend deutliche Inductionseffecte zu erhalten, muß man das Princip der Multiplication zu Hilfe nehmen. Man wendet daher als Leiter, in welchem ein Strom inducirt werden soll, einen mit Seide besponnenen Kupferdraht an, den man in vielen Lagen neben und über einander auf einen hohlen Cylinder aufwickelt, und verbindet die Enden dieses Drahtes zum Behufe der Bestimmung der Stromrichtung mit einem Galvanometer. Will man die Sätze 1) und 2) nachweisen, so gibt man in die Höhlung des Cylinders ein zweites Drahtgewinde, und verbindet die Enden desselben mit einer Volta'schen Kette, oder trennt die bereits bestehende Verbindung. Im Momente des Schließens der Kette erfolgt ein Ausschlag der Galvanometernadel, sie kehrt aber wieder zu ihrer gewöhnlichen Gleichgewichtslage zurück und bleibt in selber, vorausgesetzt, daß mit der Stärke des primären Stromes keine Aenderung vor sich geht; wird die Schließung der Kette aufgehoben, so erfolgt wieder ein Ausschlag der Nadel, aber in entgegengesetztem Sinne. Jedes Wachsen oder Abnehmen der Stärke des primitiven Stromes hat das Entstehen eines entsprechenden secundären momentanen Stromes zur Folge. Zum Beweise der Sätze 3) und 4) schiebt man das Drahtgewinde, in welchem der primitive Strom bereits vorhanden ist, in das den Leiter für den secundären Strom vorstellende hinein, und zieht es heraus; zum Beweise des Satzes 5) führt man einen Magnetstab in das Drahtgewinde für den inducirten Strom ein und zieht ihn heraus. Hiebei ist jedoch zu bemerken, daß beide Pole zugleich inducirend wirken, also nur der vorherrschende Effect des dem Drahtgewinde näheren Poles sich kund gibt. Daher bringt die Mitte des Magnetstabes bei einer geringen Verrückung desselben keinen inducirten Strom hervor, und wenn man den ganzen Stab durch das Drahtgewinde durchzieht, gibt die zweite Hälfte desselben bezüglich der ersten den entgegengesetzten Strom. Um die Sätze 6) zu rechtfertigen, legt man in die Höhlung der Inductionsspirale einen Stab von weichem Eisen, und berührt ein Ende desselben mit einem Pole oder gleichzeitig beide Enden mit den beiden Polen eines kräftigen Magnets oder mit den ungleichnamigen Polen zweier Magnete, oder hebt den bestehenden Contact auf. Mit dem Entstehen und Vergehen des Magnetismus im weichen Eisen ist jedesmal eine momentane Stromäußerung in dem Drahtgewinde verbunden, und zwar in der durch die obige Regel bestimmten Richtung. Zum Beweise von 7) schiebt man das Inductionsgewinde über jenes, welches den primitiven Strom enthält, oder über einen Magnetstab oder zieht es wieder ab.

Der inducirte Strom kann bei Anwendung kräftiger Erregungsmittel und des Princips der Multiplication so verstärkt werden, daß er glänzende Funken, Glühphänome, elektrolytische Erscheinungen, starke Erschütterungen des menschlichen Körpers u. s. w., kurz alle Effecte eines Volta'schen Stromes hervorbringt. Zur Erzielung solcher Wirkungen bedient man sich mit Vortheil der magneto-elektrischen Rotationsmaschine. Sie besteht aus einem Körper aus weichem Eisen in Form eines Magnet-Ankers, dessen Arme mit isolirtem Drahte bewickelt sind; dieser Körper, »Inductor« genannt, kann unter dem Einflusse einer kräftigen Magnetbatterie in Rotation versetzt werden, so daß seine Arme gleichzeitig an den Polen des Magnetes bald in der einen, bald in der andern Stellung nahe vorbeigehen. So oft dieß geschieht, wechselt die Stromrichtung in dem Inductionsgewinde, vorausgesetzt daß die Enden desselben mit einander in leitender Verbindung stehen; und daher ist in diesem Augenblicke die Stromstärke Null, in den Zwischenlagen ist sie am größten. Durch eine besondere Veranstaltung (Commutator) lassen sich die Ströme ihres steten Wechsels ungeachtet in einerlei Richtung durch die Körper führen, die man ihrer Action aussetzen will; auch kann man leicht das Zustandekommen des einen Stromes hindern, so daß nur der andere wirksam wird.

Ein durch Induction erzeugter Strom kann seinerseits einen inducirten Strom und dieser wieder einen andern hervorbringen u. s. w. Zur Hervorrufung eines inducirten Stromes durch einen andern ist nicht einmal ein abgesonderter Leiter nöthig; es kann ein elektrischer Strom in demselben Leiter, in welchem er fließt, einen Strom induciren. Daher bildet sich, wenn eine Volta'sche Kette durch ein Drahtgewinde geschlossen wird, bei Unterbrechung der Schließung darin ein inducirter Strom, dessen Stärke bedeutend zunimmt, wenn man in das Gewinde einen Kern von weichem Eisen gibt, welches durch den primären Strom magnetisch wird, bei dem Erlöschen dieses Stroms aber seinen Magnetismus verliert und dadurch für sich zur Hervorrufung eines inducirten Stromes mitwirkt. Dasselbe findet bei der oben angeführten Rotationsmaschine statt, wenn der Leitungskreis des inducirten Stromes unterbrochen wird, und es läßt sich darauf ein Mittel zur Verstärkung des Stromes gründen.

Es ist bemerkenswerth, daß die Richtung des durch Bewegung eines elektrischen Stromes oder Magnetes in einem Leiter hervorgerufenen inducirten Stroms immer die entgegengesetzte von derjenigen ist, die der Strom in dem Leiter haben müßte, um durch seine Action die vorgedachte Bewegung des primären Stromes oder des Magnetes hervorzubringen. Daher kommt eine Magnetnadel, die über eine Metallplatte schwingt, viel eher zur Ruhe, als wenn die Platte nicht vorhanden ist; es entstehen nämlich durch die Bewegung der Nadel in der Platte inducirte Ströme, welche dieser Bewegung entgegenwirken. In Folge solcher inducirter Ströme geräth auch ein leicht beweglicher Magnet, unter dessen Polen eine Metallplatte rotirt, in drehende Bewegung in demselben Sinne wie die Platte.

269. **Thermoelektricität.** Durch Temperaturänderung können an gewissen Körpern theils Erscheinungen der elektrischen Spannung, theils elektrische Ströme hervorgerufen werden. Krystalle, deren Flächen an den Enden einer Axe nicht symmetrisch angeordnet sind, gerathen durch Erwärmung in den elektrischen Zustand und zeigen an einem Ende die positive, an dem andern die negative Elektricität; bei dem Erkalten wechselt die elektrische Polarität. Diese Eigenschaft tritt

vornehmlich am Turmalin hervor, wenn er etwas über 25° R. gleichmäßig erwärmt wird. Dieser zu den Nichtleitern gehörende Körper zeigt dabei eine Beschaffenheit, die man mit jener eines Stahlmagnetes vergleichen könnte; an jeder Stelle, wo man ihn zerbricht, erscheint die Vertheilung des natürlichen Zustandes der Theilchen in positive und negative Elektricität, welche sich an den beiden Bruchflächen der von einander gesonderten Stücke kund geben. Bei Krystallen mit mehreren Axen von oben berührter Beschaffenheit erscheinen mehrere elektrische Pole, z. B. am Boracit, welcher deren vier Paare zeigt, die den Ecken des Hexaeders entsprechen.

An guten Elektricitätsleitern, wie es die Metalle sind, erzeugt eine ungleichförmige Vertheilung der Temperatur die Tendenz zur Entwickelung eines elektrischen Stromes, welcher zu Stande kommt, sobald der Elektricität ein Weg zur Circulation dargeboten wird. Dieß ist der Fall, wenn man die Enden eines größeren Metallstückes mit einem empfindlichen Multiplicator verbindet; wird das Metall an einem Ende rasch erhitzt, so gibt der Ausschlag der Magnetnadel die Anwesenheit eines elektrischen Stromes zu erkennen. Besonders günstig ist der Erzeugung eines solchen *thermoelektrischen* Stromes eine Ungleichartigkeit in der Beschaffenheit des Leitungskreises, was Statt findet, wenn in demselben verschiedene Metalle an einander grenzen und ihre Berührungsstelle erwärmt oder erkältet wird. Aber am kräftigsten ist die Stromerregung zwischen Wismuth und Spießglanz (Antimon). Löthet man zwei Stücke aus diesen Metallen an einander, verbindet ihre Enden durch einen Leitungsdraht und erwärmt die Löthstelle, so entsteht ein elektrischer Strom, welcher durch diese Stelle hindurch vom Wismuth zum Antimon geht; erkältet man die Löthstelle, oder was dasselbe leistet, erwärmt man die von einander entfernten Enden der Metalle, so hat der Strom die entgegengesetzte Richtung. Man hat versucht die Metalle in einer Reihe so zu ordnen, daß der Strom bei Erwärmung der Berührungsstelle irgend eines Gliedes mit einem folgenden von ersterem zu letzterem geht. In einer solchen Beziehung stehen z. B. Wismuth, Nickel, Platin, Blei, Zinn, Kupfer, Gold, Silber, Zink, Eisen, Antimon. Fügt man mehrere Stäbchen aus Wismuth und Antimon in abwechselnder Folge zu einer Säule an einander, so daß die ungeraden Verbindungsstellen ihrer Enden auf der einen, die geraden auf der entgegengesetzten Seite liegen, die Stäbchen aber im übrigen Verlaufe isolirend von einander getrennt sind, so hat man eine sogenannte *thermoelektrische Säule*. Bringt man das eine Ende einer solchen Säule in siedendes Wasser, während man das andere kühl hält, so entwickelt sich bei leitender Verbindung der äußersten Glieder der Säule ein elektrischer Strom, welcher, wenn gleich in schwächerem Maße, die Effecte einer Volta'schen Kette nachahmt.

So wie Erwärmung und Erkältung der Verbindungsstelle eines Wismuth-Antimonelementes elektrische Ströme von entgegengesetzter Richtung erzeugen, eben so bringen elektrische Ströme, welche man durch ein solches Element leitet, nach Maßgabe ihrer Richtung an der Verbin-

dungsstelle Erwärmung oder Erkältung hervor, jedoch mit der Besonderheit, daß derjenige Strom, welcher selbst als Folge der Erwärmung auftritt, nämlich der vom Wismuth zum Antimon gehende, wenn er in diesem Sinne durch die Verbindung der Metalle geleitet wird, Erkältung der Verbindungsstelle zur Folge hat, dagegen der vom Antimon zum Wismuth gehende Erwärmung.

270. **Maß des Leitungswiderstandes.** Schaltet man in den Schließungskreis einer Volta'schen Kette, einer thermoelektrischen Säule oder einer Inductionsspirale ein Galvanometer ein, welches durch den Ausschlagswinkel seiner Magnetnadel die vorhandene Stromstärke anzeigt, so findet man, daß dieselbe bei ungestörter Wirkungsweise der Stromquelle sich vergrößert, wenn man einen den Strom leitenden Bestandtheil aus dem Schließungskreise wegnimmt, dagegen kleiner wird, wenn man zu den bereits anwesenden noch neue Leiter in den Schließungskreis einfügt. Diese Erscheinung deutet augenscheinlich darauf hin, daß jeder Theil des Schließungskreises für sich genommen dem elektrischen Strome einen gewissen Widerstand entgegensetzt, in Folge dessen die Stärke des Stromes, welchen eine und dieselbe Elektricitätsquelle liefert (d. i. nach dem oben (s. 262) aufgestellten Begriffe, die Elektricitätsmenge, welche während einer gegebenen Zeit durch irgend einen Querschnitt des Schließungskreises strömt), eine entsprechende Schwächung erleidet. Hieraus erwächst der Begriff des *Leitungswiderstandes*, dessen Größe wir eben nach dem schwächenden Einflusse beurtheilen, den er auf die Stromstärke ausübt. Es handelt sich jetzt darum, diesem Begriffe die zu seinem wissenschaftlichen Gebrauche nöthige Bestimmtheit zu geben, wozu folgende Betrachtungen behilflich seyn werden: Wir nennen zwei Stromleiter *äquivalent*, in so fern in einem gegebenen Stromkreise, der Stromstärke unbeschadet, der eine an die Stelle des andern gesetzt werden darf. Hier bietet sich sogleich die Frage dar, ob zwei Leiter, die bei einer bestimmten Beschaffenheit der Elektricitätsquelle und des Schließungskreises sich äquivalent erwiesen haben, auch in jedem andern Falle äquivalent bleiben. Die Erfahrung lehrt, daß in dieser Beziehung flüssige Leiter sich anders verhalten als feste. Letztere, namentlich die metallischen Leiter, zeigen sich, wenn sie in irgend einer elektrischen Kette als äquivalent erscheinen, in so fern sie am Schließungskreise lediglich an feste Leiter grenzen und ihre Temperatur ungeändert bleibt, auch für alle andern elektrischen Combinationen äquivalent; es tritt also jeder feste Leiter mit seinem bestimmten, von der Erregungs- und Fortpflanzungsweise des Stromes unabhängigen Widerstande in den Schließungskreis ein. Hat man dagegen in einem Falle einen festen Leiter ausgemittelt, welcher einem flüssigen der Stromstärke unbeschadet substituirt werden kann, so gilt diese Aequivalenz nicht unbedingt in jedem andern Falle. Wir betrachten daher vor der Hand bloß den Widerstand metallischer Leiter, und diesen nur in so ferne dieselben in cylindrischer oder in prismatischer Form, nämlich als *Drähte* angewendet werden. In Betreff dieser gelten, der Erfahrung gemäß, folgende Gesetze: 1) Zwei Drähte aus demselben Metalle und von gleicher Tem-

peratur sind äquivalent, wenn sich ihre Längen verhalten wie die Flächeninhalte ihrer Querschnitte. 2) Die Längen äquivalenter Drähte von gleichen Querschnittsflächen aus verschiedenen Metallen, oder aus demselben Metalle, jedoch bei verschiedenen Temperaturen, stehen in einem bestimmten Verhältnisse, welches bloß von der materiellen Beschaffenheit der Drähte und von den Temperaturen, nicht aber von den absoluten Werthen ihrer Längen oder von der gemeinschaftlichen Größe des Querschnittes abhängt. Bezeichnen also L, L′ die Längen und Q, Q′ die Querschnittsflächen zweier Drähte, so wird die Bedingung ihrer Aequivalenz durch die Gleichung $\frac{L}{Q} = \frac{hL'}{Q'}$ ausgedrückt, wobei h einen Factor bedeutet, der sich bloß mit der materiellen Beschaffenheit und der Temperatur der Drähte ändert. Hieraus folgt, daß der Widerstand, den ein Draht von der Länge L und von dem Querschnitte Q in den Schließungskreis bringt, sich bloß nach dem Betrage des Ausdruckes $\frac{kL}{Q}$ richtet, wobei k für ein Metall und für eine gewisse Temperatur nach Belieben angenommen, z. B. = 1 gesetzt werden kann, für jedes andere Metall aber und für jede Temperatur einen besonderen Werth hat, d. h. dieser Widerstand bleibt sich in verschiedenen Fällen gleich, wenn $\frac{kL}{Q}$ in allen diesen Fällen einerlei Werth besitzt, und ändert sich, wenn $\frac{kL}{Q}$ einen andern Werth erhält. Die Größe $\frac{kL}{Q}$ heißt die reducirte Länge des Drahtes, denn sie zeigt die Länge des diesem äquivalenten Drahtes an, dessen Querschnitt = 1 ist, und welcher aus dem Material besteht und die Temperatur hat, wofür k = 1 ist. Nun ist es offenbar naturgemäß anzunehmen, daß aus der Einschaltung von 2, 3, 4 ꝛc. äquivalenten Drähten in einen Stromkreis ein Widerstand erwachse, welcher 2, 3, 4 Mal ꝛc so groß ist als derjenige, den einer dieser Drähte für sich allein in den Schließungskreis gebracht hätte, d. h. es ist naturgemäß den Leitungswiderstand eines Drahtes seiner reducirten Länge proportional zu setzen. Da die Einheit des Leitungswiderstandes willkürlich gewählt werden darf, so ist es am einfachsten denselben durch die reducirte Länge des betreffenden Drahtes selbst auszudrücken. Bezeichnen wir sonach mit W den Leitungswiderstand eines Drahtes von der Länge L und vom Querschnitte Q, so haben wir die Gleichung

$$W = \frac{kL}{Q},$$

welche also die Stelle der Definition des Leitungswiderstandes vertritt. Der Factor k ist der Leitungswiderstand des Drahtes bei der Länge = 1 und dem Querschnitte = 1. Er mag der specifische Leitungswiderstand genannt werden, im Gegensatze mit dem absoluten, dessen Betrag W ist. In wie fern obiger Ausdruck für W auch auf flüssige Leiter ausgedehnt werden darf, wird sich später zeigen.

Es ist klar, daß die Hinzufügung eines Leitungswiderstandes zu dem in einem Kreise bereits bestehenden Widerstande die Stärke des diesem entsprechenden Stromes um so weniger ändern werde, je größer letzterer Widerstand gegen ersteren ist. Bei der Nachweisung der oben für die Aequivalenz der Drähte hinsichtlich ihres Leitungswiderstandes aufgestellten Gesetze ist es daher zur Erzielung einer gewissen Empfindlichkeit des Stromes für Aenderungen im Schließungskreise nöthig, sich einer Stromquelle zu bedienen, welche an sich selbst dem Strome keinen großen Widerstand entgegenstellt. Aus diesem Grunde eignet sich ein thermoelektrisches Element oder eine Inductionsspirale zu derlei Untersuchungen weit besser als eine Volta'sche Kette, welche flüssige Leiter enthält, deren Widerstand jenen der Metalldrähte viele Male übersteigt Wendet man ja eine solche an, so ist auf Beständigkeit des Stromes und auf die Temperatur der Leitungen zu sehen, welche sich unter dem Einflusse eines kräftigen Stromes leicht erhitzen. Ein thermoelektrisches Element oder eine Thermosäule ist, wenn ihre entgegengesetzten Verbindungsstellen auf constanten Temperaturen erhalten werden, eine sehr constante Stromquelle; ein gleiches gilt von der bei Anwendung der magnetischen Induction noch bequemer zu handhabenden Inductionsspirale. Schiebt man die Spirale von einem Ende eines Magnetstabes rasch gegen seine Mitte oder von dieser gegen das Ende, so bildet sich stets ein Strom von einerlei Effect auf die Nadel des mit der Spirale in Verbindung stehenden Galvanometers, wenn auch die Schnelligkeit der inducirenden Bewegung veränderlich ist, wofern sie überhaupt nur groß ist. Die Galvanometernadel weicht nämlich aus ihrer Ruhelage in Folge der Impulse, die sie von dem inducirten Strome empfängt; bei größerer Schnelligkeit der Bewegung der Inductionsspirale sind zwar die Impulse heftiger, allein ihre Dauer ist in eben demselben Verhältnisse kürzer, woraus derselbe Totaleffect auf die Nadel entspringt. Den Betrag des Totalimpulses, welcher hier als eine momentane Kraftäußerung betrachtet werden darf, mißt man nach der Drehungsgeschwindigkeit, mit welcher die Nadel ihre Gleichgewichtslage verläßt; diese ist der Geschwindigkeit gleich, mit welcher sie unter dem Einflusse des Erdmagnetismus aus der erreichten Amplitude wieder in die Gleichgewichtslage eintritt, und kann, so wie jene eines Pendels der Quadratwurzel der Fallhöhe des Schwingungsmittelpunctes oder der Quadratwurzel des Sinus versus, mithin dem Sinus des halben Elongationswinkels proportional ist, eben so dem Sinus der Hälfte des Ausschlagswinkels proportional gesetzt werden.

Nach den Resultaten der Versuche ist, wenn der specifische Leitungswiderstand des Kupfers bei 0° R. als Einheit angenommen wird, dieser Widerstand für genanntes Metall bei 80° R. = 1,37, bei 160° R. = 1,82; für Silber ist derselbe bei den genannten Temperaturen 0,74; 1,05; 1,45; für Eisen 5,63; 9,19; 14,28; für Platin 7,06; 9,15; 11,08. Es nimmt also der Leitungswiderstand der Metalle mit der Temperatur zu.

271. **Das Ohm'sche Gesetz.** Wenn irgend eine Elektricitätsquelle bei stets gleicher Behandlung einen Strom durch metallische Leitungen von verschiedenem Widerstande sendet, so verhalten sich, der Erfahrung gemäß, die Intensitäten der unter diesen Umständen bestehenden Ströme verkehrt wie die Gesammtwiderstände des Stromkreises, oder, was dasselbe heißt, das Product der Stromstärke mit dem Gesammtwiderstande des Stromkreises ist für einerlei Elektricitätsquelle eine constante Größe. Man überzeugt sich hievon, wenn die Elektri-

citätsquelle keine flüssigen Leiter enthält, nämlich, wenn eine thermoelektrische Säule oder eine Inductionsspirale angewendet wird, dadurch, daß man mit Hilfe einer andern Elektricitätsquelle den Widerstand der leitenden Bestandtheile der ersteren Elektricitätsquelle auf den äquivalenten Widerstand einer Drahtlänge von bekannter Beschaffenheit reducirt, und sodann die Kette mittelst verschiedener Leiter, deren Widerstand auf dieselbe Weise untersucht wurde, schließt. Man kann auch folgender Maßen verfahren: Es seyen L, L', L''... verschiedene Längen eines gleichförmigen Drahtes und S, S', S''... die Stromstärken, welche sich ergaben, während diese Drahtlängen nach einander in den Schließungskreis der gewählten und stets auf einerlei Weise behandelten Elektricitätsquelle eingeschaltet waren. Bezeichnet x die der Elektricitätsquelle äquivalente Länge von demselben Drahte, so muß, falls das oben ausgesprochene Gesetz richtig ist, die Gleichung

$$S(x+L) = S'(x+L') = S''(x+L'') = \text{ꝛc.}$$

bestehen, mithin aus der Gleichsetzung je zweier solchen Producte ein und derselbe Werth für x folgen. Diese Methode paßt auch auf eine Volta'sche Kette und x gibt die ihr gewisser Maßen äquivalente Drahtlänge an, jedoch folgt daraus nicht, daß dieselbe Drahtlänge den Widerstand dieser Volta'schen Kette auch in einem noch andere Elektromotoren enthaltenden Kreise repräsentire, wie aus dem Folgenden näher zu ersehen seyn wird.

Das Product aus der Stromstärke in den Gesammtwiderstand des Schließungskreises, welches für einerlei Elektricitätsquelle einerlei Werth, für verschiedene Elektricitätsquellen aber verschiedene Werthe erhält, gibt uns eine Vorstellung von der Intensität der Kraft, der die strömende Elektricität ihren Ursprung verdankt, welche Kraft man im Allgemeinen elektromotorische Kraft nennen kann. In der That ist es naturgemäß die Ursache eines elektrischen Stromes, sowohl in dem Verhältnisse für die mächtigere zu halten, in welchem der Strom den sie bei festgesetztem Leitungswiderstande liefert, stärker ist, als auch in jenem, in welchem der Leitungswiderstand, bei dem sie einen Strom von festgesetzter Stärke zu liefern vermag, größer seyn kann. Da die Einheit der elektromotorischen Kräfte nach Belieben angenommen werden darf, so ist es gestattet, gedachtes Product als Maß dieser Kraft gelten zu lassen, und dem gemäß, wenn S die Stromstärke, W den Gesammtwiderstand des Schließungskreises, und E die elektromotorische Kraft, oder falls eine zusammengesetzte Elektricitätsquelle vorliegt, die Summe der elektromotorischen Kräfte bedeutet,

$$E = WS$$

zu setzen, woraus $S = \frac{E}{W}$ folgt. Dieser Ausdruck für die Stromstärke heißt nach seinem Urheber das Ohm'sche Gesetz.

272. **Ausdehnung des Ohm'schen Gesetzes auf den Fall, wenn sich im Schließungsleiter der Stromquelle Flüssigkeiten befinden.** Enthält der Leiter, durch welchen irgend eine Elektricitätsquelle geschlossen wird, Flüssigkeiten als Zwischentheile, so grei-

sen diese in den gewöhnlichen Fällen, von welchen hier allein die Rede ist, nur durch den Contact mit Metallflächen in den Schließungskreis ein. Die Erfahrung lehrt, daß selbst vollkommen gleichartige Metalle, welche also im Contacte mit einer Flüssigkeit nicht elektromotorisch wirken, alsogleich elektromotorische Kraft erlangen, sobald sie zur Leitung eines durch die Flüssigkeit hindurchgeführten elektrischen Stromes dienen, und zwar daß sie einen elektrischen Strom zu erzeugen suchen, dessen Richtung jener des geleiteten Stroms entgegengesetzt ist. Man schreibt diesen Vorgang, der die Polarisation der Metalle genannt zu werden pflegt, mit Grund einer Veränderung zu, welche die Berührungsflächen der Metalle mit der Flüssigkeit unter dem Einflusse des elektrischen Stroms erleiden, und erklärt diese Veränderung durch die an den Metallflächen als Elektroden vor sich gehende Ablagerung der Jonen, welche aus der elektrolytischen Action des Stromes auf die Flüssigkeit entspringen. Indem nämlich diese Jonen sich entweder chemisch mit den Metallen verbinden, oder wenigstens die Oberflächen derselben überziehen, gerathen die Metalle selbst in Bezug auf einander in ungleichartige Zustände, was das Auftreten einer elektrischen Differenz zur Folge hat. Die Polarisation der Metallflächen tritt augenblicklich ein, sobald ein elektrischer Strom durch die Flüssigkeit hindurch geht, und sie hält, wenn der Strom nicht zu kurze Zeit gedauert hat, auch noch einige Zeit nach seinem Erlöschen an, wodurch sie leicht thatsächlich nachgewiesen werden kann. Verbindet man nämlich die gleichartigen Elektroden eines Wasserzersetzungsapparates, durch welchen ein elektrischer Strom geleitet wurde, nach Unterbrechung des Stromes mit einem Galvanometer, so gibt sich die Anwesenheit eines secundären elektrischen Stromes zu erkennen, dessen Richtung jener des vorigen entgegengesetzt ist.

Nimmt man auf die Polarisation der an eine Flüssigkeit grenzenden Stromleiter Rücksicht, so läßt sich die Ohm'sche Formel auch auf einen mit flüssigen Leitern versehenen Schließungskreis ausdehnen. Man hat zu dem Ende nur von der elektromotorischen Kraft der Elektricitätsquelle den Gesammtbetrag der aus der Polarisation hervorgehenden Gegenkraft abzuziehen und den Leitungswiderstand der Flüssigkeit ganz nach dem in 270 aufgestellten Gesetze zu behandeln. Ist nämlich E die elektromotorische Gesammtkraft der Stromquelle, W die Summe aller in ihr und in den metallischen Leitern liegenden Leitungswiderstände, F die Summe aller Leitungswiderstände der zur Schließung verwendeten Flüssigkeiten, P die Summe aller Polarisationen und S die Stromstärke, so gilt die Formel

$$S = \frac{E - P}{W + F}.$$

Die Begründung derselben liegt darin, daß sie die unter wie immer abgeänderten Umständen in jedem Schließungskreise sich ergebenden Erscheinungen vollkommen repräsentirt, und es zeigt sich dabei, daß die Polarisation P bloß von der materiellen Beschaffenheit der im

Contacte befindlichen Metalle und Flüssigkeiten, nicht aber von der Stromstärke, von der Größe der Metallflächen, wenigstens über eine gewisse Grenze hinaus, oder von dem Concentrationsgrade der Flüssigkeiten abhängt.

Diese Formel gibt darüber Aufschluß, warum ein Metalldraht einer Flüssigkeitssäule in einem elektrischen Kreise nicht allgemein äquivalent seyn kann. Denn ist R der Widerstand eines mit der Flüssigkeit, worauf sich F und P beziehen, äquivalenten Drahtes, so gibt die Gleichheit der Ströme $\frac{E}{W+R} = \frac{E-P}{W+F}$, mithin $W + R = \frac{E(W+F)}{E-P}$ und $R = \frac{E(W+F)}{E-P} - W = \frac{EF + PW}{E-P}$, welcher Ausdruck, sobald W oder E oder beide Größen sich ändern, für R verschiedene Werthe liefert. Soll R bei jeder dieser Aenderungen constant bleiben, so muß $P = 0$ seyn, d. h. es darf keine Polarisation statt finden.

Zur weiteren Beleuchtung des Zustandes der elektrischen Polarisation der Metalle mag noch Folgendes dienen: Die Analogie mit dem sonstigen Verhalten der Elektrolyten bei der Leitung eines elektrischen Stromes führt zu der Annahme, daß auch der schwächste Strom eine, wenn gleich nicht sichtbare Zersetzung des im Contacte mit metallischen Elektroden stehenden Wassers bewirke, in Folge dessen die Anode A sich mit einer Sauerstoffgas-, die Kathode K mit einer Wasserstoffgasschichte bekleidet. Dadurch aber werden die Elektroden heterogen, und wenn man sie unter einander in Verbindung setzt, spielt A in der solchergestalt gebildeten Kette die Rolle des negativen, K die des positiven Elektromotors. Somit geht jetzt in der Flüssigkeit ein Strom von K zu A; es entwickelt sich an A Wasserstoffgas und an K Sauerstoffgas, und diese Stoffe verbinden sich in ihrem Entstehungszustande sogleich, ersterer mit dem von der frühern Elektrolyse herrührenden, an A noch haftenden Sauerstoffe, letzterer mit dem an K haftenden Wasserstoffe zu Wasser, wodurch die Ungleichartigkeit von A und K und damit auch der Grund zum elektrischen Strome um so eher verschwindet, je geringer der Effect der ersten Elektrolyse war, d. h. je weniger Gas an den Platten haftet. Mit einer Reihe solcher, durch vorhergegangene Elektrolyse polarisch gemachten Plattenpaare läßt sich sogar eine galvanische Batterie darstellen; hierauf beruht die Ritter'sche Ladungssäule, welche aus abwechselnd über einander geschichteten Kupfer- und feuchten Pappscheiben besteht, für sich allein keine elektromotorischen Phänomene zeigt, aber zu einer galvanischen Säule wird, sobald sie eine Zeit lang als Schließungsleiter einer gewöhnlichen Volta'schen Kette gedient hat. Sie liefert sodann für sich allein geschlossen einen umgekehrten Strom, welcher den als Elektromotoren auftretenden ungleichartig afficirten Flächen der Kupferplatten seinen Ursprung verdankt. Daß der bloße Contact mit Sauerstoff- und Wasserstoffgas Metallplatten heterogen machen kann, zeigt Grove's Gasbatterie. Sie besteht aus Platinplatten, deren jede zum Theile in gesäuertes Wasser getaucht, zum Theile von Gas umgeben ist, abwechselnd die einen von Sauerstoffgas, die anderen von Wasserstoffgas. Je zwei Platinplatten sind mit einander metallisch verbunden, und je zwei benachbarte nicht metallisch zusammenhängende Platten befinden sich in einer gemeinschaftlichen Flüssigkeitszelle. Der elektrische Strom, den eine solche Batterie im geschlossenen Zustande gibt, geht in der Flüssigkeit von den mit Wasserstoffgas in Berührung stehenden Platten zu

den von Sauerstoffgas umgebenen, und es verschwinden die Gase während der Circulation des Stromes allmälig, und zwar in dem Verhältnisse, in welchem sie Wasser bilden.

273. **Abhängigkeit des Effectes einer geschlossenen elektrischen Kette von der Größe und Anzahl der Elemente.** Mit Hilfe des Ohm'schen Gesetzes läßt sich beurtheilen, welchen Einfluß die Größe und die Anzahl der Elemente einer Volta'schen Kette, die Gliederzahl einer thermoelektrischen Säule, die Länge des Drahtes einer Inductionsspirale auf die Leistung desselben hat, also eine Theorie der Wirkungen dieser Apparate geben.

Es sey eine Zink- und eine Kupferplatte zu einer einfachen Volta'schen Kette combinirt, und durch einen Leiter geschlossen. Stellt E die elektromotorische Kraft der Kette vor, die Polarisation der Elektromotoren mit eingerechnet, W den Widerstand in der Kette, R den Widerstand im Schließungsleiter, und S die erhaltene Stromstärke, so ist $S = \frac{E}{W+R}$. Man bilde nun eine Batterie aus n solchen einfachen Ketten, und schließe sie durch denselben Leiter, wie vorhin. Die elektromotorische Gesammtkraft ist jetzt nE, der Gesammtwiderstand in der Batterie nW, folglich kommt die Stromstärke $S' = \frac{nE}{nW + R}$ zu Stande. Endlich vereinige man sämmtliche Zink- und eben so sämmtliche Kupferplatten dieser Batterie zu einer einzigen großen Zink- und zu einer Kupferplatte und gebe der Flüssigkeitsschichte zwischen denselben die nämliche Dicke, wie in den vorigen Fällen, so herrscht nunmehr dieselbe elektromotorische Kraft E wie im ersten Falle, weil diese Kraft von der Größe der Erreger unabhängig ist; der Widerstand in der Kette ist aber jetzt wegen des n Mal größeren Querschnittes $\frac{W}{n}$; wird die Kette wieder mit dem nämlichen Leiter, wie vorhin geschlossen, so entsteht die Stromstärke $S'' = \frac{E}{\frac{W}{n} + R} = \frac{nE}{W + nR}$.

Diese Ausdrücke zeigen, daß der Effect bei dem Uebergange von dem ersten Falle zu dem zweiten oder dritten sich auf eine sehr verschiedene Weise gestaltet, je nachdem R im Vergleiche mit W größer oder kleiner ist. Um dieß auf eine schlagende Weise zu sehen, fassen wir die hiebei möglichen äußersten Fälle in das Auge, nämlich, wenn der Widerstand im Schließungsleiter gegen jenen in der Kette sehr groß, und wenn ersterer gegen letzteren sehr klein ist. Darf man nicht bloß W, sondern auch nW im Vergleiche mit R vernachläßigen, so ist sehr nahe $S = \frac{E}{R}$, $S' = \frac{nE}{R}$, $S'' = \frac{nE}{nR} = \frac{E}{R}$, mithin $S' = nS$ und $S'' = S$. Bei einem sehr großen Widerstande im Schließungsleiter nützt daher die Vergrößerung der Erregerplatten nichts; aber die Vermehrung der Anzahl der Elemente steigert den Effect in eben dem Verhältnisse. Ist dagegen R, ja sogar nR eine gegen W zu vernach-

läßigende Größe, so hat man näherungsweise $S = \frac{E}{W}$, $S' = \frac{nE}{nW} = \frac{E}{W}$, $S'' = \frac{nE}{W}$, folglich $S' = S$ und $S'' = nS$. Bei einem sehr kleinen Widerstande im Schließungsleiter nützt also die Vermehrung der Elemente nichts, aber die Vergrößerung der Erregerplatten steigert den Effect in demselben Verhältnisse. Aehnliche Betrachtungen gelten auch für thermoelektrische Ketten.

Fügt man zu dem im Schließungskreise einer Kette, deren elektromotorische Gesammtkraft E ist, bereits bestehenden Widerstande W einen neuen R hinzu, so nimmt die Stromstärke ab, denn es geht ihr Ausdruck $\frac{E}{W}$ in $\frac{E}{W+R}$ über, d. h. es verhält sich die Stromstärke im ersten und im zweiten Falle wie $\frac{1}{W} : \frac{1}{W+R} = W + R : W$ oder wie $1 + \frac{R}{W} : 1$. Dieses Verhältniß entfernt sich um so weniger von jenem der Gleichheit, je geringer R in Bezug auf W ist. Je größer daher der Widerstand ist, den ein Strom bereits überwunden hat, desto weniger verliert er an Stärke durch Hinzutreten eines neuen Widerstandes. Dagegen sinkt ein bei kleinem ursprünglichen Widerstande gebildeter, wenn gleich kräftiger Strom sehr herab, sobald er genöthiget wird einen Leiter von größerem Widerstande zu durchlaufen. Hiernach erklärt es sich, warum eine Volta'sche Säule mit einer großen Anzahl kleiner Platten im menschlichen Körper starke Erschütterungen hervorbringt, aber keine Glühphänomene, wogegen eine einfache Kette mit großen Platten auf den menschlichen Körper nicht merklich einwirkt, aber ausgezeichnete Glühphänomene darbietet; warum eine thermoelektrische Säule, welche durch einen Leitungsdraht von geringer Länge und größerem Querschnitte geschlossen einen kräftigen Strom liefert, in Bezug auf Zersetzung des Wassers wie auch in physiologischer Hinsicht so wenig leistet; warum man den Inductor einer magneto-elektrischen Rotationsmaschine, welcher Glühphänomene, Magnetismus u. dgl. hervorbringen soll, mit einer kürzeren Spirale aus dickerem Drahte versehen muß, wogegen zu jenem Inductor, welcher zu chemischen und physiologischen Effecten bestimmt ist, viele Windungen eines dünnen Drahtes gehören (Quantitäts- und Intensitätsinductor) u. dgl. m.

274. **Vortheilhafteste Anordnung einer Volta'schen Batterie.** Soll aus einer bestimmten Quantität Zink- und Kupferblech eine Volta'sche Batterie construirt werden, so kann man derselben entweder eine geringere Anzahl von Elementen und dafür jedem Elemente eine größere Fläche geben, oder man kann die Anzahl der Elemente auf Kosten ihrer Größe vermehren. Für jeden besonderen in den Schließungskreis der Batterie aufzunehmenden Leitungswiderstand wird bei einer gewissen Anzahl von Elementen der größte Effect eintreten, mithin die Anordnung der Batterie die vortheilhafteste seyn. Um diese Anzahl, welche n heißen mag, kennen zu lernen, sey R der Widerstand

des Körpers, durch den der Strom der Batterie geleitet werden soll, E die elektromotorische Kraft, W der Widerstand, welcher in der Kette für sich allein statt fände, wenn aus dem gegebenen Material bloß ein Element gebildet würde, so ist nW der Widerstand in jedem der n Elemente, und $n^2 W$ der Gesammtwiderstand in der Batterie; mithin ergibt sich für die Stromstärke S der Ausdruck

$$S = \frac{nE}{n^2 W + R} = \frac{E}{nW + \frac{R}{n}}.$$

Dieser Bruch erhält bei jener Annahme für n den größten Werth, bezüglich welcher sein Nenner $nW + \frac{R}{n}$ am kleinsten ausfällt. Man denke sich n so gewählt, daß dieß der Fall ist, so muß für jeden anderen Werth n' dieser Zahl $n'W + \frac{R}{n'} > nW + \frac{R}{n}$ werden, mithin die Differenz $n'W + \frac{R}{n'} - \left(nW + \frac{R}{n}\right)$ oder der ihr gleiche Ausdruck $(n'-n)W + R\left(\frac{1}{n'} - \frac{1}{n}\right) = (n'-n)\left(W - \frac{R}{nn'}\right)$ stets positiv erscheinen. Ist also $n' > n$, mithin der eine Factor $n'-n$ des vorliegenden Productes positiv, so muß auch der andere Factor $W - \frac{R}{nn'}$ positiv, folglich $\frac{R}{nn'} < W$ seyn; ist dagegen $n' < n$, also $n'-n$ negativ, so muß, damit ein positives Product herauskomme, auch $W - \frac{R}{nn'}$ negativ, folglich $\frac{R}{nn'} > W$ seyn. Läßt man nun n' von 0 an fortwährend wachsen, so nimmt $\frac{R}{nn'}$ offenbar fortwährend ab, und da, nach dem so eben Gefundenen, so lange n' unter n steht, $\frac{R}{nn'}$ größer als W, und sobald n' den Werth von n übersteigt, $\frac{R}{nn'}$ kleiner als W erscheint, so muß, wenn man $n' = n$ annimmt, nothwendig $\frac{R}{nn} = W$ werden, woraus $n = \sqrt{\frac{R}{W}}$ folgt. Es erfordert daher zur Erzielung des größten Effectes die Batterie so viele Elemente, als die ganze Zahl, welche der Größe $\sqrt{\frac{R}{W}}$ am nächsten liegt, Einheiten enthält. Die größtmögliche Stromstärke wird, weil hier, dem so eben erhaltenen Resultate gemäß, $n^2 W = R$ seyn muß, durch die Formel $S = \frac{nE}{2R} = \frac{E}{2R}\sqrt{\frac{R}{W}} = \frac{E}{2\sqrt{RW}}$ angezeigt. Da $n^2 W$ den Gesammtwiderstand der Batterie vorstellt, so spricht die Gleichung $n^2 W = R$ folgende Regel aus: »Bei einer gegebenen Quantität des »Materiales liefert jene Volta'sche Batterie den stärksten Strom, de»ren Gesammtwiderstand jenem des Körpers, durch den der Strom ge»leitet werden soll, gleich kommt.«

275. **Betrachtung der galvanometrischen Apparate hinsichtlich ihres Leitungswiderstandes.** Bereits bei der Erklärung der Construction und des Gebrauches der Galvanometer und des Volta-Elektrometers ist auf den Einfluß aufmerksam gemacht worden, den diese Apparate auf die Intensität des durch selbe geleiteten Stromes ausüben, in Folge dessen der Strom, welcher der Messung dargeboten wird, von der Beschaffenheit des zur Messung in Anwendung gebrachten Werkzeuges selbst abhängt. Mit Hilfe der im Vorhergehenden entwickelten Lehren läßt sich dieser Einfluß nicht bloß beurtheilen, sondern auch auf die dem Zwecke der Messung am besten zusagende Weise reguliren.

Betrachten wir, um bezüglich der Galvanometer sogleich den allgemeinsten Fall vor Augen zu haben, ein multiplicirendes Instrument dieser Art mit n Drahtwindungen, deren jede dem hindurchgehenden Strome den Widerstand r entgegensetze. Ist E die elektromotorische Kraft, W der eigene Widerstand der Stromquelle, so ergibt sich, wenn das Galvanometer sich im Schließungskreise befindet, für die Stromstärke in jeder Windung der Ausdruck $\frac{E}{W + nr}$. Nehmen wir zur Erleichterung unserer Betrachtung an, die Actionen sämmtlicher Windungen auf die Magnetnadel seyen einander gleich. Da die Kraft, womit jede Windung auf die Magnetnadel einwirkt, der in dieser Windung herrschenden Stromstärke proportional ist, so können wir jede einzelne solche Action durch den Ausdruck $\frac{hE}{W + nr}$ vorstellen, wobei h einen bloß von der Gestalt des Drahtes und von dem Magnetismus der Nadel abhängenden Factor bedeutet. Die Gesammtwirkung des Galvanometergewindes auf die Nadel ist sonach $= \frac{nhE}{W + nR}$. Gibt man diesem Ausdrucke die Form $\frac{hE}{\frac{W}{n} + r}$, so sieht man, daß die so eben genannte Action auf die Nadel um so größer ausfällt, je mehr Drahtwindungen das Galvanometer enthält, daß aber diese Kraft auch bei noch so vielen Windungen nicht über die Grenze $\frac{hE}{r}$ hinausgetrieben werden kann, und dieß um so weniger, als der Effect der von der Nadel entfernteren Windungen offenbar geringer ist, als derjenigen, welche der Nadel näher liegen. Erhält der Bruch $\frac{hE}{r}$ nur einen sehr kleinen Werth, so kommt mittelst eines solchen Galvanometers kein deutlicher Ausschlag der Nadel zu Stande; in diesem Falle muß man, da sich lediglich der Werth von r einer Aenderung unterwerfen läßt, zu dickerem Drahte seine Zuflucht nehmen; in der That gibt oft ein Galvanometer mit wenigen Windungen dickeren Drahtes einen weit größeren Effect, als ein anderes, welches zahlreiche Windungen feineren Drahtes an sich trägt. Bleibt die Summe der Querschnitte aller Win-

dungen und deren Gestalt, mithin auch die Drahtmasse dieselbe und wird nur die Anzahl der Windungen entsprechend geändert, so gibt es immer eine Anordnung des Gewindes, welche die größte Action auf die Nadel darbietet. Denn ist A der geringste unter der hier angenommenen Voraussetzung mögliche Widerstand der Galvanometerleitung, jener nämlich, welcher obwaltet, wenn alle Windungen in eine einzige vereiniget sind, so ist bezüglich der Abtheilung der Drahtmasse in n Windungen der Widerstand einer Windung $= nA$ und der Widerstand aller Windungen $= n^2 A$, mithin die Action des ganzen Gewindes auf die Nadel $= \frac{nhE}{W + n^2 A}$. Auf dieselbe Weise wie in 274 ergibt sich, daß dieser Ausdruck seinen größten Werth erhält, wenn der Widerstand des Galvanometergewindes jenem der Stromquelle gleich kommt, nämlich wenn $n^2 A = W$ oder $n = \sqrt{\frac{W}{A}}$ wird, wobei also die Action $\frac{hE}{2\sqrt{WA}}$ auf die Nadel statt findet. Ist $A = W$ oder $A > W$, so ist dem gemäß bei gleicher Drahtmasse eine einzige Windung zur Wahrnehmung schwacher Ströme vortheilhafter als mehrere von derselben Gestalt. Hierauf beruht die Einrichtung des Fechner'schen Galvanometers für thermoelektrische Versuche.

Darf man den Widerstand der Galvanometerleitung im Vergleiche mit dem Widerstande der Stromquelle vernachläßigen, wie es z. B. der Fall ist, wenn die in 267 beschriebene Tangentenbussole in den Schließungskreis einer Volta'schen Batterie eingeschaltet wird, so erhält man für die galvanometrische Action auf die Nadel den Ausdruck $\frac{hE}{W}$; bei zwei verschiedenen Batterien verhalten sich also die Quotienten der elektromotorischen Totalkräfte getheilt durch die entsprechenden Widerstände wie die Tangenten der Ablenkungswinkel der Nadel. Wiederholt man den Versuch, indem man den Schließungskreis um einen bekannten Leitungswiderstand a vermehrt, so ergeben sich auf diesem Wege, wenn E' und W' sich auf eine zweite Batterie beziehen, die Verhältnisse $\frac{E}{W} : \frac{E'}{W'}$ und $\frac{E}{W+a} : \frac{E'}{W'+a}$, mithin auch $E : E'$ und $W : W'$. Auf dieselbe Weise kann man mit jedem anderen Galvanometer vorgehen, wofern nur der Leitungswiderstand desselben aus vorläufiger Untersuchung bekannt ist.

Auf das Volta-Elektrometer sind ähnliche Betrachtungen anwendbar; mittelst zweier Versuche, welche zwei Gleichungen zur Bestimmung zweier unbekannten Größen darbieten, kann man die Polarisation, um welche dieser Apparat die elektromotorische Kraft der Stromquelle schwächt und den Leitungswiderstand, den derselbe in die Kette bringt, ausmitteln, und anderweitigen Messungen galvanischer Ströme zum Grunde legen. Doch gestattet das Volta-Elektrometer bei weitem nicht dieselbe Präcision, wie das Galvanometer, und muß daher bei feineren Untersuchungen letzterem Instrumente weichen.

276. **Stromtheilung.** Spaltet sich ein Stromleiter an einer Stelle in zwei sich wieder vereinigende Aeste, so wird ein elektrischer Strom, welcher diesem Leiter folgt, daselbst in zwei Seitenströme getheilt. Es sey u der Widerstand des einen, u′ jener des zweiten Astes. Man kann diese Widerstände stets durch diejenigen repräsentiren, welche gleich lange, sich bloß im Querschnitte unterscheidende Drähte aus einerlei Material leisten; nennen wir die gemeinschaftliche Länge dieser Drähte λ, ihren specifischen Leitungswiderstand h, den Querschnitt des ersten q und den des zweiten q′, so haben wir $u = \frac{h\lambda}{q}$, $u' = \frac{h\lambda}{q'}$, mithin $q = \frac{h\lambda}{u}$, $q' = \frac{h\lambda}{u'}$. Diese zwei Drähte zusammen gelten in Bezug auf Stromleitung offenbar eben so viel wie ein einziger Draht von demselben Material und von derselben Länge, dessen Querschnitt der Summe der Querschnitte ersterer $q + q'$ gleich kommt. Stellt U den Widerstand dieses letzteren Drahtes vor, so ist $q + q' = \frac{h\lambda}{U}$, mithin besteht die Gleichung

$$\frac{h\lambda}{U} = \frac{h\lambda}{u} + \frac{h\lambda}{u'}, \quad \text{woraus} \quad \frac{1}{U} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u'}$$

folgt. Bezeichnet S die Intensität des ungetheilten Stromes, und sind s, s′ die Intensitäten der Seitenströme, so haben wir, weil bei der Spaltung eines elektrischen Stromes in gleich lange Aeste von gleicher materiellen Beschaffenheit offenbar jeder einzelne Ast einen seinem Querschnitte proportionalen Theil des Stromes empfängt, gerade so, als wären beide Aeste beisammen und zu einem Leiter mit größerem Querschnitte verbunden, $s : s' : S = \frac{1}{u} : \frac{1}{u'} : \frac{1}{U}$, mithin wird

$$s = S.\frac{U}{u}, \quad s' = S.\frac{U}{u'}.$$

Die obige Gleichung gibt $U = \frac{uu'}{u+u'}$, daher ist

$$s = \frac{Su'}{u+u'} \quad \text{und} \quad s' = \frac{Su}{u+u'}.$$

Eben so berechnet man die Stromspaltung in mehr als zwei Aeste.

Eine Größe wie $\frac{1}{u}$, nämlich der reciproke Werth des Leitungswiderstandes kann als das Maß der *Leitungsgüte* oder der *Leitungsfähigkeit* angesehen werden. In diesem Sinne zeigt die Gleichung $\frac{1}{U} = \frac{1}{u} + \frac{1}{u'}$, daß die Leitungsfähigkeit des Aggregates zweier, von einem und demselben Puncte ausgehenden und sich in einem andern Puncte vereinigenden Leiter der Summe ihrer zugehörigen Leitungsfähigkeiten gleichkommt, und aus der oben aufgestellten Proportion erhellet, daß sich der Hauptstrom in Seitenwege nach dem Verhältnisse ihrer relativen Leitungsfähigkeiten theilt.

Das Theilungsgesetz der elektrischen Ströme gestattet eine nützliche galvanometrische Anwendung. Ein empfindliches, bloß auf die Anzeige

schwacher elektrischen Ströme berechnetes Galvanometer kann man nicht in den Schließungskreis einer kräftig wirkenden Stromquelle bringen. Dem ungeachtet kann dasselbe auch noch in diesem Falle gebraucht werden, wenn man nur einen Theil des Stromes durch den Galvanometerdraht sendet. Dieses geschieht, wenn man die beiden Drahtenden in einer geringen Entfernung von einander an den die Schließung der Kette bereits bewirkenden Leiter, welcher der Hauptleiter heißen mag, anlegt, so daß zwischen denselben ein Stück z dieses Hauptleiters enthalten ist, dessen Widerstand = u sey. Der elektrische Strom wird jetzt nicht mehr durch z allein gehen; der Galvanometerdraht, dessen Widerstand m sey, bietet ihm noch einen zweiten Weg dar; es verhält sich die Sache so, als wäre z aus der Hauptleitung herausgenommen, und dafür ein etwas besser leitendes Stück, das nunmehr bloß den Widerstand U darbietet, eingefügt worden. Deßhalb nimmt die Stromstärke, welche sich im übrigen Theile des Schließungskreises kund gibt, um etwas zu, in z aber nimmt sie um etwas ab, indem jetzt ein Stromzweig auch durch den Galvanometerdraht geht. Es sey S die jetzt im Ganzen bestehende Stromstärke, E die elektromotorische Kraft der Stromquelle, W der Widerstand, den die Stromquelle und der Schließungsleiter, jedoch das Stück z abgerechnet, leisten, s die Stromstärke in z und s′ jene im Galvanometerdrahte, so hat man

$$S = \frac{E}{W+U} \text{ und } U = \frac{um}{u+m}, \text{ mithin } S = \frac{E(u+m)}{W(u+m)+um}$$

und sonach $s = \frac{Em}{W(u+m)+um}$, $s' = \frac{Eu}{W(u+m)+um}$.

Ist u im Vergleiche mit m sehr klein, was der Fall ist, wenn z aus einem kurzen dicken Drahte, aus einem starken Metallstreifen, aus einer Queckſilbermasse in einer gleichförmigen Rinne ꝛc., das Galvanometergewinde dagegen aus einem langen und dünnen Drahte besteht, oder wenigstens demselben ein großer Leitungswiderstand beigefügt wird, so kann man $s' = \frac{Eu}{(W+u)m}$ setzen, und ist auch noch W gegen u sehr groß, so hat man mit großer Näherung $s' = \frac{E}{W} \cdot \frac{u}{m}$. Unter diesen Umständen ist bei Anwendung derselben Stromquelle die Intensität s′ des Nebenstromes der Distanz der Galvanometer-Enden oder der Länge von z (wornach sich u richtet) proportional. Darnach lassen sich die Werthe der Scalentheile eines jeden Galvanometers oder Multiplicators leicht bestimmen, auch genügt es zur Vergleichung der Werthe von $\frac{E}{W}$ in verschiedenen Fällen, u so zu reguliren, daß einerlei Ausschlag der Galvanometernadel erfolgt; die Werthe des genannten Quotienten verhalten sich dann umgekehrt wie die entsprechenden Längen von z. Diese sinnreiche galvanometrische Methode wurde von Professor Petrina angegeben.

Man sieht hieraus, welche Mannigfaltigkeit der Wege sich die Wissenschaft zu eröffnen vermag, sobald die Principien eines Gegenstandes festgestellt sind. Mit den an vorhergehenden Orten angedeuteten galvanometrischen Methoden sind die Hilfsmittel zur Messung elektrischer Ströme keineswegs erschöpft. So läßt sich die in 265 zu Hilfe genommene Schwingungsmethode zur Strommessung benützen, und es kann dieselbe bei jedem Multiplicator in Anwendung gebracht werden, wenn man das Gewinde desselben senkrecht gegen die gewöhnliche Ruhelage der Nadel stellt, und diese einmal unter dem bloßen Einflusse des Erd-

magnetismus, das andere Mal unter Mitwirkung des elektrischen Stromes schwingen läßt. Ferner läßt sich das Princip der Drehwage (248) zur Galvanometrie gebrauchen, desgleichen die Erwärmung eines Leiters, der dem Strome ein bedeutendes Hinderniß entgegensetzt. Letztere Methode eignet sich besonders zum Studium der Entladungsströme der Leidner Flaschen. Die Grenzen dieses Lehrvortrages gestatten nicht in eine nähere Betrachtung genannter Gegenstände einzugehen, welche durch neueste Untersuchungen der Physiker sehr wichtige Entwickelungen erhalten haben.

277. **Uebersicht der bis jetzt bekannten Erregungsweisen der Elektricität.** Im Vorhergehenden mußten mit der Betrachtung der Gesetze der Elektricität zugleich die Mittel angegeben werden, dieselbe in den Zustand der Spannung wie auch der Strömung zu versetzen, jedoch kamen dabei nur jene Elektricitätsquellen in Erwägung, auf welche sich die brauchbarsten Apparate und Untersuchungsmethoden gründen. Die bereits betrachteten Mittel zur Hervorrufung der Elektricität sind: 1) Reibung, 2) Berührung, 3) Induction, 4) Wärme. Diesen können noch folgende beigefügt werden: 5) Druck, 6) mechanische Trennung der Körpertheile, 7) chemische Action, 8) Lebensproceß, welche nunmehr in Kürze berührt werden sollen.

Der Druck ist ein sehr allgemeines Mittel Elektricität, rege zu machen. Sobald man einen Körper preßt und ihn dadurch örtlich verdichtet, wird Elektricität frei und läßt sich am Elektroskop nachweisen. In ausgezeichnetem Grade besitzt der Kalkspath diese Eigenschaft, welcher durch bloßes Zusammendrücken zwischen den Fingern positive Elektricität erhält; aber feinere Versuche lehrten, daß je zwei Körper, zwischen welchen Heterogenität obwaltet, und sey es nur in Folge einer Temperaturdifferenz, durch Aneinanderdrücken entgegengesetzte elektrische Zustände annehmen, und zwar daß die Elektricitätsentwickelung mit der Stärke des Druckes zunimmt.

Wird ein Körper spalten, so entsteht gleichfalls Elektricität. Dieses läßt sich besonders an jenen Körpern nachweisen, welche regelmäßige Theilbarkeit besitzen, als Glimmer ꝛc.

Wo chemische Vorgänge, Vereinigungen heterogener Stoffe sowohl als Scheidungen derselben statt finden, tritt jederzeit Elektricität ins Spiel. So wird bei dem Verbrennungsprocesse Elektricität erregt, der verbrennende Körper erhält die eine, der das Verbrennen unterhaltende, wie auch das Verbrennungsproduct erhält die andere Elektricität. Verbrennt man Kohle, welche mit der Collectorplatte eines condensirenden Elektroskops in Verbindung ist, so zeigt sich die Kohle negativ elektrisch; leitet man den Strom des sich dabei bildenden Kohlensäuregases gegen die Collectorplatte, so gibt sich positive Elektricität zu erkennen. Ueberhaupt nimmt der Sauerstoff, wo er Verbindungen mit andern Stoffen eingeht, die positive Elektricität an. Aehnliche Erscheinungen treten bei chemischen Scheidungen ein. Schon die bloße Trennung des Auflösungsmittels vom aufgelösten Stoffe ist ein Grund zur Elektricitätserregung. So erhält man bei dem Abdampfen wässeriger Lösungen am entweichenden Wasserdampfe stets Zeichen elek-

trischer Spannung. Das Verdampfen des reinen Wassers an sich bewirkt keine Elektricitätsentwickelung.

Auch bei dem Vegetationsprocesse und bei Vorgängen im thierischen Organismus hat man Erregung elektrischer Zustände wahrgenommen. Besonders merkwürdig sind die elektrischen Fische (Zitterrochen, Zitteraal u. a.), welche mit Organen zur Entwickelung sehr kräftiger elektrischen Ströme versehen sind, die mit den Strömen der Volta'schen Apparate die größte Aehnlichkeit zeigen, und nicht bloß durch sehr starke Erschütterungen fühlbar werden, sondern, wie durch Versuche nachgewiesen worden ist, auch alle übrigen Erscheinungen galvanischer Ströme (Funken, Magnetismus, Induction ꝛc.) hervorbringen.

Mehrere Physiker sehen die chemische Action als den eigentlichen Grund der sogenannten Contactelektricität an. Sie betrachten die in der geschlossenen Volta'schen Kette statt findende elektrolytische Action als die Ursache, nicht als die Wirkung der circulirenden Elektricität, und gehen sogar so weit, selbst den Volta'schen Fundamentalversuch auf den chemischen Angriff, den das Zink vom Sauerstoffe der Luft erfährt, zurückführen zu wollen. Die Verschiedenheit der über die Zulässigkeit der Contacttheorie herrschenden Meinungen hat zu einem lebhaften Streite Veranlassung gegeben, welcher, so viel auch über diesen Gegenstand geschrieben, wohl auch experimentirt worden ist, der chemischen Hypothese noch nicht die Beistimmung aller Physiker zu erwerben vermochte.

278. **Atmosphärische Elektricität.** Die Aehnlichkeit des Funkens am Conductor einer kräftig wirkenden Elektrisirmaschine mit dem Blitze hat die Physiker zur Erkenntniß der wahren Natur des letzteren geführt. Der Blitz ist nichts anderes als eine elektrische Entladung in großem Maßstabe; der Donner ist der Knall, welchen der gewaltige elektrische Funke bei seinem Durchgange durch die Luft erzeugt, die er bei Seite schiebt und dadurch heftig erschüttert. Die Identität des Blitzes mit einem elektrischen Funken wird nicht bloß durch sein Verhalten bei dem Einschlagen gerechtfertiget, wobei er stets dem besten Leiter folgt und Wirkungen hervorbringt, die man sämmtlich mittelst der Reibungselektricität im Kleinen nachahmen kann (Erschütterungen, Durchbohren und Zersprengen schlechter Leiter, Schmelzen der Metalle, Entzündung brennbarer Stoffe u. dgl.), sondern sie ist auch durch directe Versuche bewiesen. Man ließ papierne Drachen, an deren Schnur ein Metalldraht herablief, zur Zeit als Gewitterwolken am Himmel standen, in die Luft steigen, und erhielt von einer mit dem Ende des Drahtes verbundenen isolirt gehaltenen Metallkugel, gerade so wie vom Conductor einer Elektrisirmaschine Funken, man konnte daran Flaschen laden und die gewöhnlichen Zeichen elektrischer Spannung, Anziehung und Abstoßung wahrnehmen. Daß solche Versuche gefährlich sind und daher große Vorsicht erfordern, ist für sich klar. Das Zeitintervall, welches zwischen Blitz und Donner verfließt, wird durch die Entfernung des Ortes der elektrischen Explosion vom Beobachter bedingt; das Rollen des Donners ist eine Folge theils der ungleichen Entfernung der in der Luftstrecke, welche den Blitz durchlief, erschütterten Stellen vom Beobachtungsorte, theils des durch Reflexion

des Schalles erzeugten Wiederhalles. Befindet man sich in der Nähe des Ortes, wo der Blitz einschlägt, so hört man bloß einen momentanen Knall, der gleichzeitig mit dem Blitze entsteht. Auf die elektrische Beschaffenheit des Blitzes gründet sich die schützende Wirkung der Blitzableiter, dicker eiserner Stangen, die man an den höchsten Puncten eines Gebäudes aufstellt, und sowohl unter einander als auch mit der Erde durch massive metallische Leitungen verbindet. Ist das Gebäude mit einem Metalldache versehen, so genügt es, dieses mit der Erde in leitende Verbindung zu setzen.

Schwieriger als die Natur des Blitzes zu erkennen ist es, sich eine haltbare Vorstellung von der Quelle zu machen, aus welcher er herstammt. Eine aufmerksame Erwägung der ein Gewitter begleitenden Erscheinungen läßt schließen, daß die Elektricität erst bei dem Verdichten des Wasserdampfes zu tropfbarem Wasser in der hohen Spannung hervortrete, welche im Blitze ihre Ausgleichung findet, denn bei jedem Blitzschlage verstärkt sich der Regen, auch zeigen die Wolken in der Regel nicht die der gewaltigen Entladung angemessene Spannung, endlich sind Thau und Nebel stets mit sehr merklicher Elektricität versehen. Auf Grundlage der Versuche, welche nachgewiesen haben, daß bei der Abscheidung des Wassers von Salzen der Wasserdampf mit positiver Elektricität entweicht, deßgleichen bei Verbrennungsprocessen die gasförmigen Producte, sieht man gewöhnlich diese Vorgänge als die Quelle der Elektricität an, welche die Luft selbst bei völlig heiterem Himmel zeigt, und die sich mittelst elektroskopischer Vorrichtungen (Luftelektroskop) sichtbar machen läßt. Auf dieselbe Quelle wäre sonach auch die Elektricität der Wolken zurückzuführen. Es ist nach den bekannten Gesetzen der elektrischen Vertheilung evident, daß die elektrische Ladung einer Gewitterwolke den entgegengesetzten Zustand an der Erdfläche und an benachbarten Wolken hervorrufen müsse. Man erklärt sich daraus den Rückschlag, worunter man die Einwirkung eines Blitzschlages auf Orte versteht, die er nicht unmittelbar trifft. Sind nämlich die Elektricitäten in einem Körper durch Vertheilung von einander getrennt worden, so müssen sie sich, sobald die vertheilende Elektricität weggeschafft wird, wieder vereinigen, und es kann dieß nicht minder kräftige Wirkungen hervorbringen, als die unmittelbare Entladung jener Elektricität gegen den Körper. Ist die Luft an Elektricität reich, so leuchten manchmal in die Höhe ragende, mit spitzen Enden versehene Gegenstände (Kreuze auf Thürmen, Blitzableiter, Masten der Schiffe u. dgl.) gerade so wie eine Spitze leuchtet, die man dem geladenen Conductor einer Elektrisirmaschine gegenüber hält.

Obgleich man bis jetzt nicht im Stande ist das Nordlicht auf eine überzeugende Weise zu erklären, so vermuthet man doch, daß es gleichfalls eine in der Atmosphäre vor sich gehende elektrische Erscheinung sey. Es besteht in Lichtbüscheln, die von einer Stelle am nördlichen Horizonte sich gegen das Zenith zu bewegen scheinen, und wird vornehmlich in den nördlichen Gegenden sehr häufig gesehen, wo es sogar zur Erhellung der langen Nächte beiträgt. In der That hat man durch viele Beobachtungen einen Zusammenhang zwischen auffallenden Stö-

rungen der Stellung der Magnetnadel und dem Auftreten eines, wenn gleich entfernten, und daher am Beobachtungsorte nicht unmittelbar wahrnehmbaren Nordlichtes außer Zweifel gesetzt, auch erscheint strömende Elektricität in verdünnter Luft leuchtend. Ueberhaupt mögen die fortwährenden Aenderungen der Bestimmungsstücke des Erdmagnetismus zum Theile von elektrischen Strömen herrühren, und es können letztere gar wohl durch Temperaturänderungen der Erdfläche zu Stande kommen.

Zwölftes Hauptstück.

Licht.

279. Verschiedenheiten der Körper bezüglich des Lichtes. Zum Sehen reicht bekanntlich nicht der bloße Besitz des Gesichtsorganes oder Auges und dessen gehörige Beschaffenheit hin, sondern es ist dazu nebstdem noch ein eigenthümlicher Zustand der Körper erforderlich, welcher unzählige Abstufungen zuläßt und den man im Allgemeinen mit dem Worte *Helligkeit* bezeichnet. Geringere Grade von Helligkeit nennt man *Dunkelheit*; gänzlichen Mangel derselben *Finsterniß*. Der objective Grund der Helligkeit heißt *Licht*. Dieses stammt immer von einer gewissen materiellen Quelle her, und wird von jedem sichtbaren Körper den übrigen mitgetheilt. Körper, welche für sich selbst, d. h. ohne der Gegenwart eines andern Körpers zu bedürfen, hell sind und Helligkeit verbreiten, heißen *leuchtende* Körper; diejenigen, welche erst in Folge der Anwesenheit leuchtender Körper sich im Zustande der Helligkeit befinden, heißen *beleuchtete*: man sagt die ersteren senden das Licht aus, die letzteren empfangen es bloß. Einige Körper hindern das Sehen und die Beleuchtung der Körper nicht, wenn sie sich zwischen dem Auge und dem zu betrachtenden Körper, oder zwischen der Lichtquelle und dem zu beleuchtenden befinden; man sagt, sie lassen das Licht durch sich hindurch, und nennt sie *durchsichtige* Körper; andere dagegen hemmen die Wirkung des Lichtes und heißen *undurchsichtige* Körper. Es gibt verschiedene Grade der Durchsichtigkeit; weniger durchsichtige Körper heißen *durchscheinend*.

Selbstleuchtende Körper sind die Sonne, die Fixsterne, alle brennenden Körper u. m. a.; auch der Elektricität in Funkenform kommt die Fähigkeit zu leuchten zu. Durchsichtig sind die Luftarten, das Wasser und viele andere tropfbare Flüssigkeiten, das Glas, viele krystallisirte Körper u. dgl. Mehrere undurchsichtige Stoffe sind in dünnen Blättchen durchscheinend.

280. Geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Die Wirkung des Lichtes geht im leeren Raume und in einem gleichförmigen durchsichtigen Medium nach gerader Richtung vor sich, denn ein Punct eines hellen Gegenstandes ist nur dann nicht sichtbar, wenn die gerade Linie, welche von diesem Puncte zum Auge geht, durch einen undurch-

sichtigen Körper unterbrochen wird, so wie ein undurchsichtiger Körper die von einer Lichtquelle ausgehende Beleuchtung nur nach der Gegend hin hindert, welche von den gemeinschaftlichen Tangenten der Begrenzung des undurchsichtigen und des leuchtenden Körpers umschlossen wird. Jede von einem leuchtenden Puncte ausgehende gerade Linie kann also als eine Folge von Puncten betrachtet werden, auf welche sich, in so fern kein Hinderniß im Wege steht, die Wirkung des Lichtes erstreckt; jede solche gerade Linie wird ein Lichtstrahl genannt. Der Raum, in welchen das Licht wegen der Anwesenheit eines undurchsichtigen Körpers nicht kommen kann, wie auch jeder Durchschnitt dieses Raumes mit einer ebenen oder krummen Fläche, heißt Schatten. In Folge der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes reducirt sich die Bestimmung der Grenzen des Raumes, welcher von einem leuchtenden Puncte Licht empfängt oder nicht, auf ein bloßes Problem der Geometrie. Wir beschränken uns hier auf die Betrachtung einiger einfachen Fälle, woraus das allgemeine Verfahren leicht zu ersehen ist.

1) Es sey A (Fig. 97) ein leuchtender Punct oder ein so kleiner Körper, daß man seine Ausdehnung vernachläßigen darf, und HK ein undurchsichtiger Körper, an welchem eine Dimension vorwaltet, z. B. ein Stab. Zieht man die Geraden AHu, AKv, so ist uHKv der Raum, in welchen von A kein Licht kommt, also der Schatten. Wird dieser Raum durch eine Fläche MN durchschnitten, so erscheint das Stück hk derselben dunkel, die angrenzenden Stücke hM, kN aber hell; es ist also hk der Schatten, welchen der Gegenstand HK auf die Fläche MN wirft. Wäre aber HK eine Oeffnung in einem undurchsichtigen Scheine RS, so fiele bloß auf hk Licht, hingegen hM und kN lägen im Dunkeln.

2) Es sey AB (Fig. 98) eine leuchtende Linie, HK eine mit der vorgenannten in derselben Ebene liegende, von ersterer beleuchtete, undurchsichtige Linie, so ist wie vorhin uHKv der Raum, in welchen von A kein Licht gelangt; eben so ist xHKy der Raum, in welchen von B kein Licht eindringt, und auf gleiche Weise ergibt sich der Raum rHKs, in welchen irgend ein zwischen A und B befindlicher Punct C kein Licht sendet. Man sieht hieraus, daß nur der Raum außerhalb xHKv von AB volles Licht empfängt, in den Raum uHKy gar kein Licht von AB eindringen kann, und die Räume xHu und yKv bloß theilweise von AB Licht erhalten. Zu den in der Geraden Hr liegenden Puncten des Raumes xHu kommt nämlich bloß von den zwischen A und C enthaltenen Puncten Licht, keines aber von dem Theile CB der Lichtquelle. Je näher die Hr an Hu fällt, desto näher rückt C an A, desto kleiner ist also der Theil von AB, welcher zur Beleuchtung der längs Hr liegenden Theilchen des Raumes xAu beiträgt. Sonach muß die Lichtstärke längs den von H ausgehenden geraden Linien im Raume xHu, von der Grenze Hx angefangen gegen Hu hin bis zum völligen Verschwinden des Lichtes fortwährend abnehmen. Dasselbe läßt sich auch vom Raume yKv sagen, worin ebenfalls die Lichtstärke von der Grenze Kv angefangen gegen Ky hin in allen von K

ausgehenden geraden Linien bis Null abnimmt. Man nennt den alles Lichtes von AB beraubten Raum uHKy, wie auch jeden Durchschnitt desselben den Kernschatten, die Räume xHu, yKv, zu welchen nur von einem Theile der Lichtquelle Strahlen gelangen, den Halbschatten des undurchsichtigen Gegenstandes HK. Es ist aus dem Vorhergehenden klar, daß die Bildung des Halbschattens eine Folge der räumlichen Ausdehnung der Lichtquelle ist, und immer eintritt, sobald dieselbe aus mehr als einem leuchtenden Puncte besteht. Wäre HK eine Oeffnung in einem undurchsichtigen Schirme, so erhielte der Raum uHKy volles Licht von AB; die seitwärts daran grenzenden Raumtheile uHx, yKv befänden sich im Halblichte, dessen Intensität gegen Hx und Kv fortwährend abnimmt, und an den genannten Grenzen selbst in völlige Dunkelheit übergeht.

3) Es sey A (Fig. 99) der Mittelpunct einer leuchtenden Kugel, K der Mittelpunct einer kleinern undurchsichtigen und von ersterer beleuchteten Kugel. Zieht man zu den Kreisen, in welchen beide Kugeln von einer durch ihre Mittelpuncte gelegten Ebene geschnitten werden, die vier gemeinschaftlichen Tangenten BLu, CMv, DNx, EPy, wovon die zwei ersten mit der Verlängerung der Geraden AK in F zusammentreffen, die beiden letztern aber sich in einem zwischen A und K liegenden Puncte der AK kreuzen; denkt man sich ferner die so entstandene Figur um die Axe AF herumgedreht, so beschreiben die beiden Kreise die ihnen entsprechenden Kugeln, die Tangenten aber kegelförmige Räume. Auf ähnliche Weise wie in 2) überzeugt man sich leicht, daß der Kegel LFM der Kernschatten der Kugel K ist, alle übrigen Theile des Raumes yPNx aber zu dem Halbschatten gehören, da sie von einem Stücke der Kugel A Licht empfangen, welches kleiner ist als dasjenige, von dem sie beleuchtet würden, wenn K nicht vorhanden wäre. Das Stück der Kugel A, welches irgend einem Orte Licht zusendet, ist zugleich der Theil genannter Kugel, welcher von einem an diesem Orte befindlichen Auge gesehen werden kann. Für alle Puncte des Raumes LFM ist die Kugel A durch K ganz verdeckt; in den Puncten der Räume yPFv, xNFu erscheint die Kugel bloß als ein sichelförmig ausgeschnittener Theil eines Kreises; in den Puncten des Raumes uFv erscheint sie ringförmig. Setzt man AB = R, KL = r, AK = d, KF = z, so hat man wegen AB : KL = AF : KF oder R : r = d + z : z die Proportion R − r : r = d : z, mithin die Länge des Schattenkegels $z = \frac{rd}{R-r}$.

Diese Betrachtungen finden in der Lehre von den Sonnen- und Mondesfinsternissen Anwendung. Stellt A die Sonne, K die Erde vor, so verhält sich R zu r wie die Hälfte des Winkels, unter welchem die Sonne von der Erde aus gesehen wird, zur horizontalen Sonnenparallaxe, mithin wenn man ersteren Winkel im Mittel = 32 Minuten und letzteren = 8,6 Secunden setzt, wie 16.60 : 8,6 oder wie 112 : 1. Sonach ist R = 112r, ferner ist d = 23984r (s. S. 185), folglich die Länge des Kernschattens der Erde $= \frac{23984r}{111} = 216$ Erdhalbmessern.

Da die Distanz des Mondes im Mittel nur 60 Erdhalbmesser beträgt, so kann derselbe bei seiner Opposition mit der Sonne allerdings in den Erdschatten gerathen. Beschreibt man mit der Distanz des Mondes vom Erdmittelpuncte, welche durch KQ vorgestellt werde, den Bogen QS, so zeigt dieser den Halbmesser des Erdschattens in der Distanz des Mondes an, und es ist SKQ der Winkel, unter welchem dieser Halbmesser von der Erde aus gesehen erscheint. Verlängert man SK nach W und zieht BK, so ist der Winkel SKQ = BKW — BKA = KSL + KBL — BKA. Hier ist KSL die horizontale Parallaxe des Mondes im Mittel = 57′, BKA ist die scheinbare Größe des Sonnenhalbmessers = 16′ und KBL kommt sehr nahe der Sonnenparallaxe gleich; sonach ist SKQ = 57′ + 8″,5 — 16′ = 41′, während der Mondhalbmesser von der Erde aus gesehen nur unter dem Winkel 15½ Minuten erscheint. Daraus erhellet die Möglichkeit einer totalen Mondesfinsterniß, und es läßt sich hiernach mit Hilfe der Bewegung der Erde und des Mondes auch auf die größtmögliche Dauer einer solchen Verfinsterung schließen. Denkt man sich unter K den Mond, und einen Ort der Erdfläche in der Richtung der Linie KF, so tritt eine centrale Sonnenfinsterniß ein, und zwar je nachdem die Distanz dieses Ortes vom Mittelpuncte des Mondes größer ist als KF oder nicht, eine ringförmige oder eine totale. Fällt gerade der Punct F auf die Erdfläche, so ist die Verfinsterung der Sonne nur einen Augenblick total.

281. **Intensität der Beleuchtung.** Wird eine Fläche in verschiedene Stellungen gegen eine Lichtquelle gebracht, so ändert sich die Dichte der Lichtstrahlen, welche diese Fläche treffen, oder die Beleuchtungsstärke. Folgende Betrachtungen werden zur Kenntniß der Umstände, von welchen sie abhängt, führen. 1) Es sey A (Fig. 100) ein leuchtender Punct und BC irgend ein sehr kleines Stück einer von demselben beleuchteten Ebene MN. Man denke sich diese Ebene ihrer früheren Lage parallel nach M′N′ in eine größere Entfernung von A gebracht, so breitet sich die Lichtmenge, welche früher auf BC fiel, nunmehr auf ein größeres Flächenstückchen B′C′ aus; die Dichte der Lichtstrahlen nimmt daher in dem Verhältnisse ab, in welchem B′C′ größer ist als BC, d. h. wenn J, J′ die Intensitäten der Beleuchtung in BC, B′C′ vorstellen, so ist J : J′ = B′C′ : BC. Zieht man ADD′ senkrecht auf die genannten Ebenen, so ist der bekannten Eigenschaft paralleler Schnittflächen an Pyramiden oder Kegeln zu Folge B′C′ : BC = AD′² : AD², mithin besteht die Proportion

$$J : J' = AD'^2 : AD^2.$$

»Bei gleicher Stellung beleuchteter Ebenen gegen die von einer Licht»quelle auf sie gefällten Senkrechten verhalten sich also die Beleuchtungs»intensitäten verkehrt wie die Quadrate der Distanzen dieser Ebenen »von der Lichtquelle.« 2) Es falle der Lichtstrahl AB (Fig. 101) von dem leuchtenden Puncte A senkrecht auf die Ebene MN und es sey BC ein so kleines Stück derselben, daß man alle von A zu dessen Begrenzung gehenden geraden Linien als parallel betrachten darf. Nimmt nun die Ebene MN, indem sie sich um eine in ihr enthaltene, durch B gehende Axe dreht, eine andere Lage PQ an, so verbreitet sich das Licht, welches früher auf BC fiel, nunmehr über ein größeres Stückchen BE, und wenn J, J′ die Intensitäten der Beleuchtung im ersteren

und letzteren Falle bezeichnen, ist $J : J' = BE : BC$. Aber es verhalten sich, wenn man die beleuchtete Ebene durch senkrecht gegen die Drehungsaxe geführte gerade Linien in unendlich schmale Streifen zertheilt, je zwei Streifen, auf welche dieselbe Lichtmenge fällt, wie die Flächen BE, BC, und wenn die Linien BE und BC die Längen zweier solchen Streifen vorstellen, ist

$$BE : BC = 1 : \sin AEB = 1 : \sin ABP,$$

mithin hat man

$$J : J' = 1 : \sin ABP.$$

»Die Intensität der Beleuchtung eines jeden Flächenstückchens ist also »unter übrigens gleichen Umständen dem Sinus des Winkels propor»tional, unter welchem das Licht dieses Flächenstückchen trifft.«

Auf den Satz 1) läßt sich eine Methode gründen, die Leuchtkräfte zweier Lichtquellen mit einander zu vergleichen. Es verhalten sich nämlich diese Leuchtkräfte wie die Beleuchtungsstärken, die sie in gleicher Distanz hervorbringen. Regulirt man also die Distanzen beider Lichtquellen von einer beleuchteten Fläche dergestalt, daß sie eine gleich starke Beleuchtung hervorbringen, so verhalten sich die Leuchtkräfte gerade wie die Quadrate der Distanzen. Es gibt mehrere Instrumente, welche zur Handhabung dieses Principes dienen. Man nennt sie Photometer. Man kann zu diesem Zwecke auch die Vergleichung der Schatten benützen, welche ein von beiden Lichtquellen zugleich beleuchteter Gegenstand auf eine Fläche wirft. Dem stärkeren Lichte gehört offenbar der stärkere Schatten, und sind die Lichtquellen so gestellt, daß die Schatten gleiche Dunkelheit besitzen, so ist das Verhältniß der Quadrate der Distanzen der Lichtquellen von dem den Schatten gebenden Objecte jenes ihrer Leuchtkräfte.

282. **Gesetze der Reflexion des Lichtes.** Fällt Licht auf eine glatte Fläche, so wird es daran im Allgemeinen reflectirt, d. h. es bildet sich ein neuer Lichtbündel, der in das vorige Medium zurückkehrt. Es sey H (Fig. 102) ein Punct der das Licht reflectirenden Fläche, in welchem dieselbe von dem Strahle AH getroffen wird; MN diese Fläche selbst, wenn sie eben ist, oder im entgegengesetzten Falle die zu H gehörende tangirende Ebene der Fläche, und HP eine auf der Ebene MN senkrechte Gerade, so heißt AH der einfallende Strahl, H der Einfallspunct, HP das Einfallsloth, die durch AH und HP gelegte Ebene die Einfallsebene und der Winkel AHP, welchen der einfallende Strahl mit dem Einfallslothe bildet, der Einfallswinkel. Stellt die Gerade HR den reflectirten Strahl vor, so heißt eben so die Ebene, worin dieser und das Einfallsloth liegen, die Reflexionsebene und der Winkel RHP der Reflexionswinkel. Jede polirte Fläche wird, in so fern sie zur Reflexion des Lichtes dient, ein Spiegel genannt. Diese Benennungen vorausgesetzt, lassen sich die Gesetze, nach welchen die Reflexion des Lichtes vor sich geht, folgender Maßen aussprechen: 1) Der reflectirte Strahl liegt stets in der erweiterten Einfallsebene und bezüglich des einfallenden Strahles auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslothes; die Reflexionsebene ist sonach mit der Einfallsebene einerlei. 2) Der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich. Man über-

zeugt sich leicht von der Richtigkeit dieser Gesetze, wenn man einen Sonnenstrahl durch eine am Fensterladen angebrachte kleine Oeffnung in ein verfinstertes Zimmer treten läßt, denselben mit einer polirten Glastafel oder noch besser mit einer polirten Metallplatte in verschiedenen Lagen auffängt und die Position des reflectirten Strahles geometrisch untersucht. Schon der bloße Anblick des Herganges der Reflexion des Sonnenlichtes an der Oberfläche eines ruhenden Gewässers mußte längst auf die Erkenntniß dieser so einfachen Gesetze führen, welche sich bei der schärfsten Prüfung bewähren.

Eine rauhe Fläche kann als ein Aggregat sehr vieler in verschiedenen Lagen gegen einander gestellten äußerst kleinen Flächenstücke betrachtet werden; eine solche Fläche wirft die Theile eines auf sie fallenden Lichtbündels nach allen Seiten, es bilden sich sonach unzählige reflectirte Strahlen nach allen Richtungen, deren jeder einzelne eine nur geringe Lichtstärke mit sich trägt. Man nennt diesen Hergang die unregelmäßige Reflexion oder die Zerstreuung des Lichtes, im Gegensatze mit der oben betrachteten regelmäßigen Reflexion. Auch bei der vollkommensten Politur, welche wir einer spiegelnden Fläche zu geben im Stande sind, bleibt noch ein gewisser Grad von Rauhigkeit zurück, es findet deßhalb am Einfallspuncte nebst der regelmäßigen Reflexion immer noch eine Zerstreuung des Lichtes statt, wie der Umstand beweiset, daß man die im finsteren Zimmer von einem Lichtbündel getroffene Stelle eines Spiegels an allen Orten außerhalb des reflectirten Lichtbündels sieht.

283 **Erscheinungen an einem ebenen Spiegel.** Es sey A (Fig. 103) ein leuchtender Punct, von welchem Licht auf eine spiegelnde Ebene fällt, MN die Gerade, in welcher diese Ebene von einer gegen sie durch den Lichtstrahl AH, dessen Reflexion wir untersuchen wollen, senkrecht gelegten Ebene geschnitten wird. Man errichte in dem Einfallspuncte H das Einfallsloth HP und ziehe in der Ebene AHN die Gerade HR so, daß der Winkel PHR = PHA wird, so ist HR die Richtung des reflectirten Strahles. Man verlängere die Gerade HR rückwärts, bis sie mit der Verlängerung der von A auf MN senkrecht gezogenen AS zusammentrifft, was im Puncte a geschehe, so ist Sa = SA. Es ist hier nämlich wegen der Gleichheit der Winkel SHa und RHN, ferner der Winkel SHA und RHN, auch SHa = SHA; da nun überdieß die rechten Winkel HSa und HSA gleich sind, so sind die Dreiecke SHa, SHA, welchen die Seite HS gemeinschaftlich angehört, congruent, mithin ist Sa = SA. Diese Gleichheit kann erwiesen werden, welche Lage AH', AH'' ꝛc. auch immer der einfallende Strahl AH in der Ebene ASN oder in einer anderen haben mag; stets trifft der ihm zugehörende reflectirte R'H', R''H'' ꝛc., rückwärts gezogen die Verlängerung der vom leuchtenden Puncte auf die Spiegelebene gefällten Senkrechten in dem Puncte a, welcher eben so weit hinter der Spiegelebene liegt, als der leuchtende Punct A vor dieser Ebene. Die von A zur spiegelnden Ebene gelangenden Strahlen werden also von dieser Ebene so reflectirt, als ob die

reflectirten Strahlen sämmtlich von a ausgegangen wären. Wir versetzen in Folge des Eindruckes, den die von einem leuchtenden Puncte ausgehenden und unmittelbar in unser Auge eindringenden Lichtstrahlen auf dasselbe machen, den leuchtenden Punct an die Spitze des Strahlenkegels, welchen das Auge empfängt. Treffen nun Strahlen, welche so gegen einander geneigt sind, als kämen sie von einem und demselben Puncte her, unser Auge, so wird derselbe Eindruck wie im vorhergehenden Falle hervorgerufen. Wenn daher einige der vorgenannten von der Spiegelebene MN reflectirten Strahlen HR, H'R', H''R'' &c. in das Auge eines Beobachters eindringen, so glaubt dieser in a einen mit A identischen leuchtenden Punct wahrzunehmen. Der Punct a heißt das Bild des Punctes A. Es gilt sonach der Satz: »Ein ebener »Spiegel erzeugt von jedem vor ihm befindlichen leuchtenden Punct ein »Bild, welches hinter dem Spiegel, in der vom leuchtenden Puncte »auf die Spiegelebene geführten Senkrechten und eben so weit von der »Spiegelebene entfernt erscheint, als der leuchtende Punct vor ihr liegt.«

Mit Hilfe dieses Satzes läßt sich der Ort des Bildes eines jeden Punctes der Oberfläche eines vor einem ebenen Spiegel befindlichen Gegenstandes angeben; der Inbegriff der Bilder sämmtlicher Puncte eines Gegenstandes ist das Bild des Gegenstandes selbst. Es sey z. B. MN (Fig. 104) der Spiegel und ABC seyen Puncte an der Oberfläche eines Körpers; man ziehe AS, BT, CU senkrecht auf MN und mache deren Verlängerungen Sa = AS, Tb = BT, Uc = CU, so erscheint, wenn der Körper Licht gegen den Spiegel sendet, das Bild von A in a, von B in b, von C in c; es wird sonach der Körper ABC mittelst des Spiegels in abc gesehen. Da in Folge dieser Construction sämmtliche Puncte des Bildes gegen die Ebene des Spiegels genau dieselbe Lage haben, wie die entsprechenden Puncte des Gegenstandes, so stimmt das Bild der Gestalt und Größe nach mit dem Gegenstande völlig überein, nur ist die Anordnung der Theile des Bildes rücksichtlich jener des Gegenstandes im Sinne von rechts und links verwechselt. Aus derselben Construction folgt weiter, daß eine Veränderung der Lage des Gegenstandes bezüglich der spiegelnden Ebene eine gleiche Aenderung der Lage des Bildes bezüglich genannter Ebene nach sich zieht. Die vollkommene Uebereinstimmung aller solchergestalt aus dem Grundgesetze der Reflexion des Lichtes abgeleiteten Erscheinungen mit der Erfahrung bestätiget die Richtigkeit dieses Gesetzes in vollem Maße.

Zur Erweiterung der Einsicht in die Wirkungsweise eines ebenen Spiegels wird es nützlich seyn, noch in folgende nähere Erörterungen einzugehen: 1) Hat man von einem leuchtenden Puncte A (Fig 103) auf die Spiegelebene MN die Senkrechte AS gezogen und diese bis a verlängert, so daß Sa = AS ist, so ergibt sich für jeden auf den Spiegel fallenden Strahl AH sogleich die Richtung des reflectirten, wenn man von dem Puncte a durch den Einfallspunct H eine gerade Linie zieht. Die Verlängerung HR dieser Linie ist die Richtung des reflectirten Strahles. Es liegt hier nämlich HR mit AH und AS, folglich auch HR mit AH und HP in einerlei Ebene, und überdieß ist in Folge der Congruenz der rechtwinkligen Dreiecke ASH, aSH der Winkel aHS = AHS, mithin auch RHN = AHS und RHP = AHP.

2) Ist R ein Punct auf derselben Seite der Spiegelebene, auf welcher der leuchtende Punct A liegt, und zieht man aR, so bezeichnet der Durchschnitt dieser Geraden mit der Spiegelebene den Punct H, in welchem ein von A ausgehender Strahl den Spiegel treffen muß, damit er nach R hin reflectirt werde. Erstreckt sich der Spiegel nicht so weit, daß H auf demselben Platz findet, so kann ein in R befindliches Auge das Bild a des Punctes A mittelst dieses Spiegels nicht sehen. 3) Es sey AB (Fig. 105) eine Dimension eines vor dem ebenen Spiegel MN befindlichen Gegenstandes, ab das Bild von AB, R der Ort eines Auges, so sieht dieses das Bild ab mittelst des Stückes HK des Spiegels, dessen Länge durch die Durchschnittspuncte H, K der von a und b nach R gezogenen Geraden mit der Spiegelfläche bestimmt wird. Je näher R am Spiegel steht, ein desto kleineres Spiegelstück reicht zur Uebersicht von ab hin. Hat der Spiegel MN eine verticale Lage und ist AB die Höhe eines vor demselben stehenden Menschen und O dessen Auge, so hat der wirksame Theil EF des Spiegels die Hälfte der Höhe von AB. Es ist nämlich

$$EF : ab = OE : Oa = AS : Aa = 1 : 2.$$

4) Bewegt sich der ebene Spiegel MN (Fig. 106) seiner ursprünglichen Lage parallel nach M'N', wodurch das Bild a des Punctes A nach a' rücke, so beschreibt es einen doppelt so langen Weg als der Spiegel, d. h. es ist $aa' = 2HH'$. Denn es ist $aH = HA$, $a'H' = H'A$, mithin $aH - a'H' = HA - H'A = HH'$. Addirt man beiderseits HH', so wird $aH + HH' - a'H' = 2HH'$ oder $aH' - a'H' = 2HH'$, mithin $aa' = 2HH'$. 5) Dreht sich die Spiegelebene MN (Fig. 107) um eine in ihrer Ebene liegende Axe, in Folge dessen sie die Lage M'N' annimmt, so beschreibt das Bild a eines Punctes A um eben diese Axe einen Kreisbogen aa', dessen Halbmesser der Entfernung des Punctes A von genannter Axe gleichkommt, und es ist der Drehungswinkel des Bildes doppelt so groß als jener des Spiegels, d. h. wenn F den Punct vorstellt, in welchem die Drehungsaxe von der aus A auf sie gefallten Senkrechten getroffen wird, so ist $aFa' = 2MFM'$. Man hat nämlich, wenn Aa auf MN, Aa' auf M'N' senkrecht steht, und $aS = AS$, $a'S' = AS'$ ist, auch $aFM = AFM$, $a'FM' = AFM'$, mithin $a'FM' - aFM = AFM' - AFM$ oder $a'FM' - aFM = MFM'$. Addirt man beiderseits MFM', so wird $a'FM - aFM = 2MFM'$, folglich $aFa' = 2MFM'$. 6) Hat ein Gegenstand AB (Fig. 108) gegen die Spiegelebene MN eine Neigung von 45°, so hat das Bild ab gegen diese Ebene gleichfalls die Neigung von 45°, und daher steht seine Richtung auf jener des Gegenstandes senkrecht. Es ist dieß ein Mittel einen liegenden Gegenstand aufrecht, einen aufrechten liegend erscheinen zu lassen. 7) Befindet sich ein leuchtender Punct A innerhalb des Winkels MZN (Fig. 109) zweier ebenen Spiegel ZM, ZN, deren spiegelnde Flächen einander zugekehrt sind, so gibt A nicht bloß in jedem der beiden Spiegel ein Bild, nämlich a in ZM und b in ZN, sondern es kann jedes dieser Bilder (z. B. a) bezüglich des andern Spiegels (ZN) die Stelle eines Objectes vertreten, weil letzterer Spiegel die reflectirten Strahlen so empfangt, als ob sie von dem Bilde (a) herkämen und erzeugt sonach wieder ein Bild (c) u. s. w. Hiedurch entstehen mehrfache Bilder. Offenbar ist $aZM = AZM$ und $bZN = AZN$, ferner $aZ = AZ = bZ$ und aus gleichem Grunde muß $cZN = aZN$ und $cZ = aZ$ seyn. Macht man den Winkel $PZN = MZN$, so ergibt sich $cZP = aZM$. Beschreibt man daher aus Z mit dem Halbmesser ZA einen Kreis, so liegen sämmtliche Bilder in der Peripherie desselben, und trägt man den zwischen den Spiegeln enthaltenen Bogen mn auf diese Peripherie so oft es angeht auf, so fällt in jeden Bogen ein

Bild und diese Bilder haben paarweise von dem zwischen ihnen liegenden Theilungspuncte des Kreises gleiche Abstände, sie sind also symmetrisch geordnet. Ist der Winkel M Z N ein aliquoter Theil von 360°, so bietet der Gegenstand mit seinen Bildern eine symmetrische Figur dar mit so viel Abtheilungen, als der Quotient $\frac{360°}{MZN}$ Einheiten enthält. 8) Steht ein Gegenstand zwischen parallelen Spiegeln, so werden die von ihm ausgehenden Strahlen abwechselnd von dem einen auf den andern Spiegel geworfen und es müßten sonach unendlich viele in regelmäßiger Folge hinter einander stehende Bilder zum Vorschein kommen, wenn nicht mit den vielfachen Reflexionen eine Schwächung des Lichtes verbunden wäre, in Folge deren die entfernteren Bilder unmerklich werden. Auf der Wirkung der unter einem Winkel gestellten Spiegel beruht das Kaleidoskop; auf der Verbindung dieser mit der Wirkung der Parallelspiegel beruht der Effect der Spiegelzimmer. Da die gewöhnlichen Wandspiegel aus Glastafeln bestehen, welche an der Rückseite mit Zinnamalgam (Spiegelfolie) belegt sind, so wird ein Theil des Lichtes an der Vorderfläche, der übrige in das Glas eindringende Theil an der Hinterfläche des Spiegels reflectirt. Letzterer Theil, welcher der größere ist, erleidet bei seinem Austritte aus dem Glase an der Vorderfläche wieder eine partielle Reflexion u. s. w. Es entstehen daher an einem solchen Spiegel mehrere Bilder, die sich gewöhnlich decken, aber bei feineren Apparaten störend einwirken. Man sieht diese Vervielfachung der Bilder leicht, wenn man eine Lichtflamme als Object wählt. Wo es auf reine Bilder ankommt, muß man daher Metallspiegel anwenden.

284. **Der Heliostat.** Bei mancherlei optischen Versuchen ist es nöthig einen Sonnenstrahl nach einer bestimmten Richtung in ein verfinstertes Zimmer zu leiten. Man bewerkstelliget dieses durch einen Planspiegel, dem man eine solche Lage gibt, daß er das Sonnenlicht nach der erforderlichen Richtung reflectirt. Weil aber der Stand der Sonne sich jeden Augenblick ändert, so muß, wenn die Richtung des reflectirten Lichtstrahles unverändert bleiben soll, der Spiegel fortwährend in einer entsprechenden Bewegung erhalten werden. Eine hiezu dienliche Vorrichtung heißt ein Heliostat. Da es nicht immer thunlich ist, dem Spiegel die erforderliche Bewegung mit der Hand zu geben, so verbindet man ihn mit einem Uhrwerke, welches ihn nach der Sonne dreht. Es ist klar, daß es genügt den reflectirten Sonnenstrahl in irgend einer fixen Richtung zu erhalten; mittelst eines zweiten Spiegels kann man diesem sodann jede beliebige andere Richtung geben. Als Fundamentalrichtung des reflectirten Lichtes dient am besten jene der Weltaxe; es bedarf hiezu bloß einer Uhr, deren Zeigeraxe während 24 Stunden einen Umlauf macht und einen Spiegel trägt, der um eine in seiner Ebene liegende, der Ebene des Zifferblattes parallele Axe drehbar ist, und solchergestalt in die erforderliche Neigung gegen das Zifferblatt gestellt werden kann. Bei dem Gebrauche richtet man die Ebene des Zifferblattes dem Aequator parallel, wodurch die Zeigeraxe die Lage der Weltaxe erhält, gibt dem Spiegel eine solche Neigung gegen das Zifferblatt, daß der Winkel, welchen die Ebenen beider mit einander bilden, um die Hälfte der Declination der Sonne für den Zeitpunct des Versuches kleiner oder größer als 45° ist, je nachdem die

Sonne nördlich oder südlich vom Aequator abweicht, und wendet den Spiegel so gegen die Sonne, daß seine Neigungsaxe gegen den Declinationskreis senkrecht steht, so wird das auf den Spiegel fallende Sonnenlicht, vorausgesetzt, daß die Uhr gehörig im Gange ist, fortwährend nach der Richtung der Weltaxe reflectirt. Denn es sey AE (Fig. 110) die Ebene des Zifferblattes in der Lage des Aequators, MN die Ebene des Spiegels, C die Zeigeraxe, SC der einfallende, CP der reflectirte Sonnenstrahl. Soll dieser die Lage der Weltaxe haben, so muß erstlich die Einfalls- oder die Reflexionsebene des Spiegels, nämlich die Ebene SCP auf der Ebene des Aequators senkrecht stehen, d. h. mit jener des Declinationskreises zusammenfallen, sodann muß noch, in so fern in der Figur AE, MN die Geraden vorstellen, in denen das Zifferblatt und der Spiegel von der Reflexionsebene SCP geschnitten werden, der Winkel ACP oder ACM + MCP ein rechter seyn. Aber es ist

$$MCP = NCS = ECN + ECS = ACM + ECS,$$

folglich hat man

$$2\,ACM + ECS = 90°, \text{ also } ACM = 45° - \tfrac{1}{2}ECS.$$

Der Winkel ECS entspricht aber der Declination der Sonne, und die Figur setzt voraus, daß dieselbe eine nördliche sey; fände das Gegentheil statt, so erhielte, wie sich eben so leicht zeigen läßt, ECS das entgegengesetzte Zeichen. Hiermit ist die oben ausgesprochene Regel bewiesen. Zur bequemen Einstellung des Spiegels gegen die Sonne ist die Axe des Zifferblattes noch mit einem gegen die Neigungsaxe des Spiegels senkrechten Zeiger versehen, den man nach wahrer Sonnenzeit richtet. Es versteht sich von selbst, daß die Bezifferung des Uhrblattes richtig orientirt seyn, d. h. die Zahl 12 genau der Ebene des Meridianes entsprechen muß.

Man hat auch Heliostaten mit einem Spiegel, bei welchen der das Sonnenlicht direct empfangende Spiegel es sogleich nach der beliebig gewählten fixen Richtung reflectirt. Derlei Instrumente sind complicirter als der oben beschriebene Heliostat mit zwei Spiegeln und kommen seltener in Anwendung, weßhalb sie hier übergangen werden.

285. **Erscheinungen sphärischer Hohlspiegel.** Hat eine spiegelnde Fläche die Gestalt eines Abschnittes einer Hohlkugel, so nennt man sie einen sphärischen Hohlspiegel Um die Beschaffenheit der Bilder kennen zu lernen, welche ein solcher Spiegel erzeugt, untersuchen wir zuerst den Gang, welchen Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte ausgehen, nach der Reflexion an einem sphärischen Hohlspiegel nehmen. Es sey A (Fig. 111) ein Punct, welcher vom Spiegel weiter entfernt ist als der Krümmungsmittelpunct C, und den Strahl AM an den Hohlspiegel sende; man denke sich durch diesen Punct und durch C, vorausgesetzt, daß letzterer Punct sich nicht in der Geraden AM selbst befinde, eine Ebene gelegt, und es schneide dieselbe den Spiegel in dem Kreisbogen MBN. Zieht man den Halbmesser CM zum Einfallspuncte, so ist dieser offenbar das Einfallsloth, mithin geht die Reflexion des Strahles in der Ebene AMN vor sich, und der reflec-

tirte Strahl erhält die Richtung MR so, daß der Winkel RMC = AMC wird. Es sey H der Durchschnittspunct von MR und der Geraden ACB. Hätte der einfallende Strahl die Richtung der letzteren, so würde er in B längs eben dieser Linie, nämlich längs BCA, reflectirt. Aus diesem Grunde heißt der durch A und durch den Krümmungsmittelpunct des Spiegels gehende Strahl ACB der Hauptstrahl des Punctes A; den Winkel MAB kann man die Elongation des Strahles AM nennen. Denkt man sich die vorhandene Figur um die Gerade AB als Axe gedreht, so nimmt AM nach und nach die Lage aller Strahlen an, welche aus A unter gleicher Elongation auf den Hohlspiegel fallen, und da dabei der Punct H unbeweglich bleibt, so durchkreuzen alle aus diesen einfallenden Strahlen entstehende reflectirte einander im Puncte H. Von diesem Puncte gehen daher die reflectirten Strahlen dergestalt aus, als wäre er ein leuchtender Punct; es nimmt also ein Auge, welches einige dieser Strahlen empfängt, in H ein Bild des Punctes A wahr. Betrachten wir nun einen von A ausgehenden Strahl AM', dessen Elongation kleiner ist als die des Strahles AM, so wird der reflectirte Strahl M'H' den Hauptstrahl AB in einem näher an C liegenden Puncte H' schneiden. Denn weil die MC den Winkel AMH halbirt, so ist im Dreiecke AHM

$$AM : MH = AC : CH, \text{ folglich } AM = AC.\frac{MH}{CH}.$$

Aus demselben Grunde ist $AM' = AC.\frac{M'H'}{CH'}$. Aber es ist $AM' > AM$, folglich auch $\frac{M'H'}{CH'} > \frac{MH}{CH}$. Letztere Bedingung kann nicht erfüllt werden, wenn H' in H oder zwischen H und B fiele, weil dann $M'H' < MH$ und zugleich $CH' > CH$ wäre. Es gibt daher jeder von A ausgehende Kegel von einerlei Elongation ein besonderes Bild des Punctes A, sonach ist mittelst eines sphärischen Spiegels kein vollkommen reines Bild eines leuchtenden Punctes möglich. Man nennt diesen Umstand die Abweichung der reflectirten Strahlen.

Wegen $CH' < CH$ müssen sich die Strahlen MH, M'H' über der AB in einem Puncte x begegnen. Denkt man sich nun eine stetige Folge von Strahlen AM, AM', AM'' ꝛc. (Fig. 112), welche in einerlei Ebene von dem Puncte A auf den Spiegel fallen, und für je zwei unmittelbar neben einander liegende reflectirte Strahlen den Durchschnittspunct bestimmt, so bildet die Folge sämmtlicher so erhaltenen Durchschnittspuncte eine krumme Linie $xx'x''\ldots$, welche von allen reflectirten Strahlen tangirt wird. Man nennt dieselbe die Brennlinie des Punctes A, und die Fläche, welche aus der Rotation der Brennlinie um die Axe AB entsteht, die Brennfläche. An der Spitze K der Brennfläche kommen diejenigen Strahlen zusammen, deren Elongation von dem Hauptstrahle AB die kleinste ist, und dort findet auch die geringste Abweichung statt. Um die Position dieser Spitze auszumitteln, deren Abstand vom Spiegel, nämlich BK durch k vorgestellt werde, gehen wir von der bereits oben aufgestellten Proportion

$AM : MH = AC : CH$ aus. Je näher der Einfallspunct M des Strahles AM an B rückt, desto mehr nähert sich jeder der Quotienten $\frac{AM}{AB}, \frac{MH}{BK}, \frac{CH}{CK}$ der Einheit. Setzt man daher AB statt AM, so geht MH in BK und CH in CK über. Es besteht also auch die Proportion $AB : BK = AC : CK$. Bezeichnet man AB mit a und den Halbmesser CB des Hohlspiegels mit r, so hat man

$a : k = a - r : r - k$, folglich $(a - r)k = a(r - k)$ oder

$$(a - r)k = ar - ak,$$

woraus sich $(2a - r)k = ar$ und $k = \frac{ar}{2a - r}$ ergibt.

Hat der sphärische Hohlspiegel MN eine im Vergleiche mit seinem Krümmungshalbmesser nur geringe Ausdehnung, so daß ein leuchtender Punct, welcher vom Spiegel weiter absteht, als der Krümmungsmittelpunct, nur Strahlen, welche vom Hauptstrahle um eine sehr geringe Elongation abweichen, zu dem Spiegel sendet, so kann man wenigstens näherungsweise annehmen, daß die reflectirten Strahlen ohne Rücksicht auf die Elongationen der einfallenden Strahlen, von welchen sie herrühren, sich sämmtlich in einem Puncte des Hauptstrahles vereinigen, dessen Abstand vom Spiegel durch die Größe, welche wir oben mit k bezeichnet haben, angegeben wird. Wir setzen hier nunmehr durchgehends voraus, daß diese Annahme, welche uns der Betrachtung der Abweichung der reflectirten Strahlen überhebt, gemacht werden dürfe, auch dann noch, wenn die Entfernung des leuchtenden Punctes vom Spiegel geringer ist, als der Krümmungshalbmesser, auf welchen Fall die obige Formel für k gleicherweise anwendbar ist.

Untersuchen wir nun den Einfluß, welchen der Abstand a des leuchtenden Punctes vom Spiegel auf die Bildweite k hat. Zu diesem Behufe geben wir der Formel $k = \frac{ar}{2a - r}$ eine andere Gestalt; da nämlich aus derselben $\frac{1}{k} = \frac{2a - r}{ar}$ folgt, so haben wir $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$. Je weiter sich der leuchtende Punct vom Spiegel entfernt, d. h. je größer a wird, desto kleiner wird der Bruch $\frac{1}{a}$ und es kann derselbe bei unendlicher Vergrößerung von a kleiner werden, als jede denkbare noch so kleine Größe. Nehmen wir $a = \infty$ an, welche Voraussetzung eigentlich sagt, daß die auf den Spiegel fallenden Strahlen dem Hauptstrahle parallel sind, so haben wir $\frac{1}{a} = 0$ zu setzen, wornach $\frac{1}{k} = \frac{2}{r}$, mithin $k = \frac{r}{2}$ wird. Derlei Strahlen vereinigen sich daher in dem Puncte des Hauptstrahles, dessen Abstand vom Spiegel der Hälfte des Krümmungshalbmessers gleichkommt. Ein Vereinigungspunct paralleler Strahlen heißt im Allgemeinen Brennpunct (Focus) und sein Abstand vom Spiegel Brennweite. Be-

zeichnen wir diese im vorliegenden Falle mit f, so ist $f = \frac{r}{2}$. Ist der leuchtende Punct vom Spiegel zwar weit entfernt, jedoch nicht so weit, daß man $\frac{1}{a}$ als eine verschwindende Größe betrachten darf, so weicht die Bildweite k von der Brennweite f nur wenig ab, und da die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ offenbar $\frac{1}{k} < \frac{2}{r}$ gibt, so ist $k > \frac{r}{2}$ oder $k > f$. Zugleich hat man, wenn, wie hier vorausgesetzt wird, $a > r$ ist, $\frac{1}{k} > \frac{2}{r} - \frac{1}{r}$, d. h. $\frac{1}{k} > \frac{1}{r}$ also $k < r$. Das Bild fällt demnach zwischen den Brennpunct und den Krümmungsmittelpunct. Nähert sich der leuchtende Punct dem Spiegel, d. h. nimmt a ab, so wächst $\frac{1}{a}$, es nimmt also $\frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ oder $\frac{1}{k}$ ab, und daher wächst k, das Bild entfernt sich demnach vom Spiegel. Wird $a = r$, d. h. befindet sich der leuchtende Punct im Krümmungsmittelpuncte des Spiegels, so hat man $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{r} = \frac{1}{r}$, also $k = r$, folglich fällt das Bild mit dem Objecte zusammen. Steht der leuchtende Punct zwischen dem Krümmungsmittelpuncte und dem Brennpuncte, so ist $a > \frac{r}{2}$ und zugleich $a < r$, mithin $\frac{1}{a} < \frac{2}{r}$ und $\frac{1}{a} > \frac{1}{r}$, weßwegen k positiv erscheint und $\frac{1}{k} < \frac{2}{r} - \frac{1}{r}$, also $\frac{1}{k} < \frac{1}{r}$, folglich $k > r$ wird; das Bild kommt also in diesem Falle weiter vom Spiegel zu stehen, als der Krümmungsmittelpunct. Befindet sich der leuchtende Punct im Brennpuncte selbst, so hat man $a = \frac{r}{2}$, folglich

$$\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{2}{r} = 0, \quad \text{und deßhalb} \quad k = \infty.$$

Dieses Resultat zeigt, daß Strahlen, die vom Brennpuncte des Spiegels ausgehen, durch die Reflexion dem Hauptstrahle parallel werden. Steht endlich der leuchtende Punct dem Spiegel näher als der Brennpunct, so ist $a < \frac{r}{2}$, mithin $\frac{1}{a} > \frac{2}{r}$, sonach gibt die Formel $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} - \frac{1}{a}$ für k einen negativen Werth. Dieß bedeutet, daß die Strahlen nunmehr nach der Reflexion nicht mehr vor dem Hohlspiegel, sondern gehörig rückwärts verlängert hinter dem Spiegel in einem Puncte der Verlängerung des Hauptstrahles zusammentreffen; es scheinen sonach die reflectirten Strahlen von diesem Puncte auszugehen, welcher dadurch den Charakter eines Bildes des leuchtenden Punctes erhält. Setzt man hier $-k = k'$, so wird $\frac{1}{k'} = \frac{1}{a} - \frac{2}{r}$, folglich $\frac{1}{k'} < \frac{1}{a}$, d. h. $k' > a$. Die Entfernung des Bildes vom Spiegel

ist also in einem solchen Falle stets größer als jene des leuchtenden Punctes. Nimmt a ab, so geschieht ein Gleiches mit k'; nähert sich also der leuchtende Punct dem Spiegel, so nähert sich diesem auch das Bild.

Alle diese Resultate lassen sich eben so leicht aus der geometrischen Betrachtung des Ganges der Lichtstrahlen ableiten. Ist nämlich wieder MN (Fig. 113) der sphärische Hohlspiegel, C dessen Krümmungsmittelpunct, ACB der Hauptstrahl, der Strahl DM diesem parallel, und wird DM nach MF reflectirt, so ist der Winkel DMC = FMC. Aber es ist DMC = MCF, folglich auch FMC = MCF, mithin im Dreiecke MFC, FC = MF. Liegt, wie oben vorausgesetzt wurde, M sehr nahe an B, so kann man MF = B'F setzen. Solchergestalt hat man BF = FC, d. h. der Brennpunct F liegt in der Mitte zwischen B und C. Für den Strahl AM ist der Einfallswinkel AMC kleiner als DMC, folglich muß auch der Reflexionswinkel des Strahles AM kleiner ausfallen als FMC, es liegt also der reflectirte Strahl MK zwischen MF und MC. Rückt A gegen C hin, so wird der Winkel AMC kleiner, es muß also auch der Winkel KMC abnehmen, d. h. es rückt auch K gegen C. Kommt der leuchtende Punct nach C, so ist CM der einfallende Strahl; da er den Spiegel senkrecht trifft, so kehrt er nach der Reflexion auf demselben Wege zurück. Kommt der leuchtende Punct nach K, so wird der Strahl KM nach MA reflectirt. Eben so gibt der von F ausgehende Strahl FM den reflectirten Strahl MD, welcher dem Hauptstrahle parallel lauft. Kommt endlich der leuchtende Punct zwischen F und B nach L, so geht, weil der Einfallswinkel LMC > FMC ist, das reflectirte Licht nach MR, so daß CMR > CMD wird. Es kann also nur die Verlängerung von RM mit jener von AB in K' zusammentreffen.

Da mit Hilfe des Vorhergehenden der Ort des Bildes eines jeden vor einem sphärischen Hohlspiegel befindlichen Punctes gegeben ist, so ist man auch im Stande die Lage und Größe des Bildes eines ausgedehnten Gegenstandes zu beurtheilen. Es sey AB (Fig. 114, a, b und c) eine Dimension eines vor dem Spiegel MN aufgestellten Gegenstandes; man ziehe durch den Mittelpunct C die Hauptstrahlen AD, BE, so entsteht das Bild von A in a, von B in b. Befindet sich der Gegenstand in größerem Abstande vom Spiegel als der Krümmungsmittelpunct, so erscheint, wie Fig. 114, a zeigt, das Bild vor dem Spiegel (als Luftbild) zwischen dem Mittelpuncte und dem Brennpuncte, in verkehrter Lage und verkleinert. Letzteres folgt aus der Proportion ab : AB = aC : AC; denn es ist aC < AC (wie aus Fig. 111 erhellet, wo die Proportion HC : AC = HM : AM wegen HM < AM auch HC < AC gibt), mithin ist nothwendig ab < AB. Befindet sich der Gegenstand zwischem dem Brennpuncte und dem Mittelpuncte (Fig. 114, b), so erscheint das Bild aus gleichem Grunde vor dem Mittelpuncte, umgekehrt und vergrößert. Befindet sich endlich der Gegenstand zwischen dem Spiegel und dem Brennpuncte (Fig. 114, c), so erscheint das Bild hinter dem Spiegel, aufrecht und vergrößert.

Man bedient sich der sphärischen Hohlspiegel als Brennspiegel; kehrt man einen solchen Spiegel gegen die Sonne, so entsteht im Brennpuncte ein kleines Sonnenbild, und daselbst wegen der großen Intensität des Lichtes eine große Hitze, wodurch brennbare Substanzen entzündet, und bei gehöriger Größe des Spiegels, wovon die Menge der condensirten Lichtstrahlen abhängt, selbst schwer schmelzbare Körper geschmolzen und verflüchtiget werden können. Dieser Umstand hat dem Brennpuncte seine Benennung erworben. Stellt man einen leuchtenden Körper genau oder nahe in die Brennweite eines Hohlspiegels, so bilden die reflectirten Strahlen einen Cylinder oder einen schwach convergirenden oder divergirenden Kegel. Hierauf gründet sich der Gebrauch der Hohlspiegel als Beleuchtungsspiegel bei Lampen ꝛc. und zur Sichtbarmachung entfernter Objecte zur Nachtzeit. Die schöne Erscheinung des Luftbildes hat zur Construction der phantasmagorischen Apparate Veranlassung gegeben. Von der Anwendung des sphärischen Hohlspiegels zur Construction der Teleskope wird später die Rede seyn.

Bei paraboloischen Hohlspiegeln, deren Form der durch Umdrehung einer Parabel um ihre Hauptaxe entstehenden Fläche entspricht, findet für Strahlen, die der Hauptaxe parallel einfallen, gar keine Abweichung der reflectirten Strahlen statt. Bei elliptischen Hohlspiegeln vereinigen sich die von dem einen Brennpuncte ausgehenden Strahlen nach der Reflexion im andern Brennpuncte. Cylindrische und kegelförmige Hohlspiegel wirken in dem einen Sinne, in welchem sich auf ihrer Fläche gerade Linien ziehen lassen, wie ebene Spiegel, in dem darauf senkrechten Sinne wie sphärische Hohlspiegel. Die herzförmige Linie, welche man auf dem Boden eines inwendig glatten Gefäßes sieht, wenn Strahlen einer Lichtflamme hineinfallen, ist der Durchschnitt der Brennfläche mit der Bodenfläche.

286. **Sphärische Conexspiegel.** Es sey MN (Fig. 115) eine kugelförmig gekrümmte, erhabene, spiegelnde Fläche; A ein leuchtender Punct, von welchem Strahlen auf MN fallen. Man ziehe den Hauptstrahl AC, welcher den Spiegel in D schneide, und den Halbmesser CM, dessen Verlängerung MP das Einfallsloth ist, so hat man, wenn man den Winkel PMR = AMP macht, die Richtung des reflectirten Strahles MR. Diese schneidet rückwärts verlängert den Halbmesser CD in K, und da die von den unter gleicher Elongation gegen AD einfallenden Strahlen herrührenden reflectirten ebenfalls von K herzukommen scheinen, und wenn die Elongation nur sehr gering ist, dasselbe auch von allen übrigen Strahlen gesagt werden kann, so wird in K ein Bild des Punctes A gesehen. Dieses liegt also jedenfalls hinter dem Spiegel. Ein aufrechter Gegenstand AB (Fig. 116) liefert daher ein gleichfalls aufrechtes und verkleinertes Bild ab. Man kann die Bildweite für den sphärischen Conexspiegel unmittelbar nach der für den sphärischen Hohlspiegel gefundenen Formel

$$k = \frac{ar}{2a - r}$$

berechnen, wenn man, im Einklange mit der entgegengesetzten Lage des Krümmungsmittelpunctes gegen den Spiegel, das Zeichen von r ändert. Man erhält sonach $k = -\frac{ar}{2a + r}$, also für k einen negativen Werth, was auf die entgegengesetzte Lage des Bildes hinweiset.

Aendert man für den vorliegenden Fall das Zeichen von k, so hat man $k = \frac{ar}{2a + r}$. Gibt man dieser Gleichung die Gestalt $\frac{1}{k} = \frac{2}{r} + \frac{1}{a}$ so kann man darauf ähnliche Betrachtungen wie oben anwenden. Hier wird $k = 0$, wenn man $a = 0$ setzt; wächst a, so nimmt auch k zu und erhält für $a = \infty$ den größten Werth $\frac{r}{2}$, den man der Analogie mit dem Hohlspiegel gemäß die Brennweite des Converspiegels nennen kann.

Die practische Anwendung des sphärischen Converspiegels ist sehr beschränkt. Er kann dienen Landschaften u. dgl. zum Behufe des Nachzeichnens im verkleinerten Maßstabe zu betrachten. Da die Gegenstände in cylindrischen und kegelförmigen Converspiegeln verzerrt erscheinen, so kann man Zerrbilder so zeichnen, daß sie in derlei Spiegeln in natürlichen Verhältnissen erscheinen (katoptrische Anamorphosen).

287. **Gesetze der gewöhnlichen Brechung des Lichtes.** Wenn ein Lichtstrahl an die Grenzfläche, welche zwei durchsichtige Medien von einander scheidet, gelangt, so erleidet er an derselben im Allgemeinen eine Reflexion, ein Theil des Lichtstrahles kehrt nämlich nach den bereits angegebenen Gesetzen in das vorige Medium zurück, der andere Theil desselben aber dringt in das angrenzende Medium ein, wobei er zugleich seine bisherige Richtung ändert. Man sagt in diesem Falle der Lichtstrahl werde gebrochen. Die im Einfallspuncte des Strahles auf die Grenzfläche beider Medien errichtete Senkrechte (Normallinie) heißt hier ebenfalls das Einfallsloth, der Winkel zwischen dem einfallenden Strahle und dem Einfallslothe heißt der Einfallswinkel, dessen Ebene die Einfallsebene, der Winkel zwischen dem gebrochenen Strahle und dem Einfallslothe der Brechungswinkel, und dessen Ebene die Brechungsebene. Die Erfahrung hat in Betreff der Brechung des Lichtes, wie sie bei dem Uebergange desselben aus der Luft in Glas, Wasser und andere tropfbare Flüssigkeiten, und überhaupt in nicht krystallinische durchsichtige Stoffe statt findet, folgende Gesetze kennen gelehrt: 1) Der gebrochene Strahl liegt in der Einfallsebene und hinsichtlich des einfallenden auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslothes. Es ist also zwischen Brechungsebene und Einfallsebene kein Unterschied zu machen. 2) So lange das Medium, aus welchem der Lichtstrahl geht, wie auch jenes, in welches er eindringt, keine Aenderung erleidet und bloß die Neigung des einfallenden Lichtes gegen die Trennungsfläche der Medien wechselt, steht der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels stets in demselben Verhältnisse, welches man das Brechungsverhältniß nennt; der Quotient, den man erhält, wenn man den Sinus des Einfallswinkels durch den Sinus des Brechungswinkels dividirt, wird der Brechungsexponent oder Brechungsinder genannt. Nimmt das Licht in beiden Medien den umgekehrten Gang, so kehrt sich bloß das Brechungsverhältniß um; bei einer Zusammenstellung anderer Medien aber wird das Brechungsverhältniß durch andere

Zahlen ausgedrückt, jedoch lassen sich die Brechungsverhältnisse so darstellen, daß jedes Medium in allen Combinationen mit anderen immer mit einer und derselben Zahl als correspondirendem Gliede des Brechungsverhältnisses auftritt.

Wir führen hier das Gesetz, nach welchem die Brechung des Lichtes in den gewöhnlichen durchsichtigen Substanzen vor sich geht, vorerst als ein bloßes Ergebniß der Erfahrung an, so wie es sich zunächst darbietet, und der Entwicklungsgeschichte der Wissenschaft zu Folge auch wirklich dargeboten hat; eine umfassende Darlegung des Herganges der Brechung des Lichtes kann erst später gegeben werden. Ein einfaches Mittel das Gesetz der gewöhnlichen Lichtbrechung zu erkennen wäre folgendes: Es sey JKLM (Fig. 117) ein rechtwinkliges parallelepipedisches Gefäß, dessen Boden und eine Wand ML undurchsichtig, die übrigen Wände aber durchsichtig sind. Man beobachte die Schattenlänge der Wand ML, sowohl wenn das Gefäß leer, als wenn es bis MJ mit Wasser gefüllt ist, bei verschiedener Höhe einer Lichtquelle, deren Strahlen auf ML fallen. Es sey AME die Richtung des einfallenden Lichtes, also LE der Schatten der Wand ML bei leerem Gefäße, so erscheint derselbe, wenn sich Wasser im Gefäße befindet, kürzer, nämlich er hat bloß die Länge LH, weil nunmehr der äußerste Lichtstrahl AM in Folge der Brechung im Wasser den Weg MH nimmt. Aendert sich die Richtung des einfallenden Lichtes, so ändern sich die Schattenlängen LE und LH, aber das Verhältniß der Quotienten $\frac{LE}{ME}$ und $\frac{LH}{MH}$ bleibt stets dasselbe. Die Längen ME und MH sind aus den Maßen von ML, LE, LH leicht zu berechnen, daher genügt es bloß letztere Längen zu messen. Steht, wie wir es hier voraussetzen, die Wand ML vertical, so ist AMP = LME der Einfalls- und LMH der Brechungswinkel, folglich, wenn wir ersteren mit α, letzteren mit β bezeichnen, $\sin\alpha = \frac{LE}{ME}$, $\sin\beta = \frac{LH}{MH}$: es ist demnach das Verhältniß $\sin\alpha : \sin\beta$ für alle Richtungen des einfallenden Lichtes, bei dessen Uebergang aus der Luft in Wasser constant. Aehnliche Beobachtungen ließen sich an einem parallelepipedischen Glasstücke machen, und würden zu demselben Gesetze führen; doch gibt es bequemere und schärfere Mittel die Richtigkeit des in Rede stehenden Gesetzes zu rechtfertigen, welche die Folge kennen lehren wird.

Stellt man einem Lichtstrahl Ax (Fig. 118) einen von parallelen ebenen Flächen HK, LM begrenzten durchsichtigen Körper, z. B. ein Glasstück in den Weg, so zeigt sich die Richtung des austretenden Lichtstrahles jener des eintretenden stets parallel. Es sey BC die Richtung des Lichtes im Glase und PQ, RS seyen die den Einfallspuncten B, C auf den Flächen HK, LM zugehörenden Lothe. Die Winkel QBC, BCR sind wegen des Parallelismus von HK und LM, und die Winkel ABP, SCy nach dem Ergebnisse der Erfahrung gleich. Man sieht hieraus, daß der Einfallswinkel BCR an der zweiten Fläche ML so groß ist als der Brechungswinkel QBC an der ersten, und der

Brechungswinkel SCy an der zweiten so groß als der Einfallswinkel an der ersten. Hieraus folgt, daß wenn der gebrochene Lichtstrahl sich gerade umkehren, d. h. sich in einen einfallenden verwandeln würde, er durch die Brechung an der Grenzfläche beider Medien bei dem Uebertritte in das frühere Medium den Weg des früher dagewesenen einfallenden Strahles in umgekehrtem Sinne beschreiben müßte. Es wird demnach auch das Brechungsverhältniß umgekehrt.

Der Parallelismus des austretenden Lichtstrahles mit dem einfallenden besteht, wie die Erfahrung lehrt, eben so, wenn das Licht, nachdem es eine Reihe von durchsichtigen Substanzen, welche mit parallelen Flächen an einander grenzen, durchwandert hat, in das ursprüngliche Medium wieder zurückkehrt. Es sey z. B. A, B, C, A die Reihenfolge der an einander grenzenden Medien; α der Einfallswinkel, β der Brechungswinkel bei dem Uebergange des Lichtes von A in B; γ der Brechungswinkel bei dem Uebergange von B in C, so ist auch β der Einfallswinkel an der Trennungsfläche zwischen B und C und γ jener an der Trennungsfläche zwischen C und A, endlich α der letzte Brechungswinkel. Bezeichnen wir die Brechungsexponenten für die Uebergänge des Lichtes von A in B, von B in C und von A in C mit m, n und x, so finden folgende Proportionen statt: $\sin\alpha : \sin\beta = m : 1$, $\sin\beta : \sin\gamma = n : 1$, $\sin\gamma : \sin\alpha = 1 : x$. Multiplicirt man dieselben gliedweise, so ergibt sich $x = mn$. Oder bringt man das Verhältniß m : 1 auf die Form a : b und n : 1 auf die Form b : c, so nimmt das Verhältniß x : 1 die Form a : c an, womit die oben in 2) ausgesprochene Behauptung gerechtfertiget ist.

Wenn der Brechungswinkel kleiner ist als der Einfallswinkel, so sagt man das Licht werde *zum Einfallslothe hin* gebrochen, ist aber der erstgenannte Winkel der größere, so sagt man die Brechung geschehe *vom Einfallslothe weg*. Im ersten Falle ist der Brechungsinder größer, im letztern kleiner als die Einheit. Bei der Brechung vom Einfallslothe kann der Fall eintreten, daß das Brechungsverhältniß für den Sinus des Einfallswinkels eine Zahl darbietet, welche die Einheit übersteigt. Denn ist α der Einfalls-, β der Brechungswinkel, n der Brechungsexponent, also $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$, so hat man $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$. Sobald $n < 1$ ist, kann $\sin\alpha > n$ werden, und dann wäre $\sin\beta > 1$. In einem solchen Falle kann also das angegebene Brechungsgesetz nicht bestehen und die Erfahrung zeigt, daß dann auch wirklich keine Brechung mehr statt findet, sondern eine Verstärkung des an der Trennungsfläche der Medien reflectirten Lichtes eintritt. Man nennt diesen Vorgang die *totale Reflexion*. Sie beginnt, sobald der Einfallswinkel eine solche Größe erreicht hat, daß sein Sinus dem Brechungsinder gleich wird, und besteht für alle größern Einfallswinkel.

Für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Wasser ist der Brechungsinder sehr nahe $= \frac{4}{3}$, für den Uebergang in Glas variirt er nach Beschaffenheit dieses Stoffes von $\frac{3}{2} = 1{,}5$ bis 1,6 und darüber; für Ter-

pentinöl ist er = 1,48, für Weingeist von der Dichte 0,825 ist er = 1,37. Meistens erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes in ein dichteres Medium zum Einfallslothe, doch läßt sich darauf keine sichere Regel bauen; namentlich brechen brennbare Körper das Licht in einem größeren Maße zum Einfallslothe als es nach ihrer Dichte im Vergleiche mit jener des Wassers oder Glases zu erwarten wäre. So erfolgt die Brechung bei dem Uebergange des Lichtes aus Terpentinöl in Wasser vom Einfallslothe, obgleich Terpentinöl minder dicht ist als Wasser.

288. **Geometrische Construction des gebrochenen Strahles.** Nach dem Brechungsgesetze läßt sich die Richtung des gebrochenen Strahles, wenn jene des einfallenden gegeben ist, durch folgende Construction finden: Es sey MN (Fig. 119) die Durchschnittslinie der Einfallsebene mit der Trennungsfläche beider Medien, wenn diese Fläche eben ist, oder mit der zum Einfallspuncte H der Trennungsfläche gelegten Berührungsebene, wenn die Medien in einer krummen Fläche an einander grenzen. Man beschreibe aus H als Mittelpunct in dem Theile der Einfallsebene, welcher in dem brechenden Medium liegt, Halbkreise, deren Halbmesser AE, AF sich verhalten wie der Brechungsexponent n zur Einheit. Ist nun AH die Richtung des einfallenden Strahles, so verlängere man sie bis zu dem mit dem Halbmesser AE verzeichneten Halbkreise, den sie in dem Puncte K trifft; man ziehe zu diesem Puncte die Tangente KL und von dem Puncte L, in welchem dieselbe der MN begegnet, zu dem andern Halbkreise die Tangente LR, so ist die von H zu dem Berührungspuncte R der letzteren Tangente geführte Gerade die Richtung des gebrochenen Lichtstrahles. Denn errichtet man in H das Einfallsloth PHQ, so ist AHP der Einfallswinkel; damit nun RHQ der Brechungswinkel sey, also RH wirklich der gebrochene Strahl, muß die Proportion

$$\sin AHP : \sin RHQ = n : 1$$

statt finden. Daß dieses der Fall ist, erhellet folgender Maßen: In den Dreiecken HLK, HLR ist $\sin HLK : 1 = HK : HL$, $\sin HLR : 1 = HR : HL$, mithin hat man

$$\sin HLK : \sin HLR = HK : HR.$$

Aber es ist der Winkel $HLK = AHP$ und $HLR = RHQ$; ferner $HK = HE$ und $HR = HF$, also

$$\sin HLK : \sin HLR = HE : HF$$

und da bei der Construction $HE : HF = n : 1$ angenommen wurde, so ist $\sin HLK : \sin HLR = n : 1$ w. z. b. w.

Ist $n > 1$, folglich $HE > HF$ (Fig. 119, a), in welchem Falle die Brechung zum Einfallslothe geschieht, so liegt der Punct L immer außerhalb der Peripherie des mit dem Halbmessers HF beschriebenen Kreises und die angegebene Construction des gebrochenen Strahles ist bei jeder Größe des Einfallswinkels ausführbar; ist aber $HE < HF$ (Fig. 119, b), so kann, wenn der Einfallswinkel AHP eine gewisse leicht zu erkennende Größe überschreitet, L zwischen E und F fallen, und es läßt sich sodann von L keine Tangente zu dem durch F gehenden Halbkreise ziehen. Dieß ist der Fall der totalen Reflexion.

Wollte man zu einem gegebenen gebrochenen Strahle HR den einfallenden finden, der jenen erzeugt, so darf man nur den Gang der Con-

struction umkehren. Man zieht zuerst zu dem mit dem Halbmesser HF beschriebenen Halbkreise die Tangente RL, und dann aus L zu dem andern Halbkreise die Tangente LK, so gibt HK die Richtung des verlangten einfallenden Strahles an.

289. **Einfluß der Brechung des Lichtes in Wasser und Luft auf den scheinbaren Ort eines Gegenstandes.** Befindet sich ein Gegenstand unter Wasser, so erleiden die von ihm ausgehenden Lichtstrahlen, bevor sie zu dem Auge gelangen, bei dem Uebergange aus dem Wasser in die Luft eine Brechung vom Einfallslothe, der zu Folge der Gegenstand an einem andern, und zwar höheren Orte erscheint, als er wirklich eine hat. Es sey nämlich MN (Fig. 120) die ebene Oberfläche einer im Zustande der Ruhe befindlichen Wassermasse, A ein leuchtender Punct im Wasser, O der Ort des Auges in der Luft, so wird der von A gerade nach O hin ausgehende Lichtstrahl an der Fläche MN seitwärts abgelenkt und geht an dem Auge vorbei, dagegen kommt ein anderer Strahl AH, welcher nach der Brechung den Weg HO nimmt zum Auge, weßwegen der Punct A in der Richtung OHx erscheint. Um den Ort zu bestimmen, an welchem A längs dieser Richtung gesehen wird, muß man auf den Gang der an AH zunächst liegenden, mit ersterem zugleich in die Augenöffnung (Pupille) eintretenden Lichtstrahlen Rücksicht nehmen. Es sey AH′ ein solcher Strahl, HO′ seine Richtung nach der Brechung und B der Punct, in welchem derselbe rückwärts verlängert die Hx trifft. Da nun die in das Auge gelangenden Strahlen von B herzukommen scheinen, so sieht das Auge den Punct A in B. Es läßt sich beweisen, daß der Winkel HBH′ größer ist als der Winkel HAH′. Sind nämlich PQ, P′Q′ die Einfallslothe für die Puncte H, H′, so sind AHP, AH′P′ die Einfallswinkel der Strahlen AH, AH′ und wegen AH′P′ = AJP ist

$$HAH' = AJP - AHP = AH'P' - AHP,$$

d. h. HAH′ ist der Unterschied der Einfallswinkel der Strahlen AH, AH′. Auf ähnliche Weise erkennt man den Winkel HBH′ als den Unterschied der Brechungswinkel OHQ, O′H′Q′ dieser Strahlen. Setzt man nun zur Abkürzung $AHP = \alpha$, $HAH' = \alpha'$, $OHQ = \beta$, $HBH' = \beta'$, so ist $AH'P' = \alpha + \alpha'$, $O'H'Q' = \beta + \beta'$. Nach dem Brechungsgesetze hat man, wenn n den Brechungsexponenten für den Uebergang des Lichtes aus dem Wasser in die Luft vorstellt,

$$\sin\alpha : \sin\beta = n : 1, \text{ also } \sin\alpha = n\sin\beta$$

und eben so $\sin(\alpha + \alpha') = n\sin(\beta + \beta')$.

Letztere Gleichung gibt

$$\sin\alpha\cos\alpha' + \cos\alpha\sin\alpha' = n(\sin\beta\cos\beta' + \cos\beta\sin\beta').$$

Wegen der Kleinheit der Winkel α' und β' kann man $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$, $\cos\beta' = 1$ setzen, und hat somit

$$\sin\alpha + \alpha'\cos\alpha = n\sin\beta + n\beta'\cos\beta;$$

nach Weglassung der einander gleichen Glieder $\sin\alpha$ und $n\sin\beta$ bleibt

$\alpha'\cos\alpha = n\beta'\cos\beta$, woraus $\beta' = \frac{\alpha'\cos\alpha}{n\cos\beta}$ folgt. Aber es ist

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin\alpha^2},$$

$n \cos\beta = n\sqrt{1-\sin\beta^2} = \sqrt{n^2-n^2\sin\beta^2} = \sqrt{n^2-\sin\alpha^2}$, folglich muß, wegen $n<1$, nothwendig $n\cos\beta < \cos\alpha$ seyn, mithin $\beta' > \alpha'$. Es liegt sonach der Punct B gewiß höher als der Punct A. Der Ort des Bildes B hängt von der Stellung des Auges ab; die Folge sämmtlicher auf diese Weise sich ergebenden Bilder eines bestimmtes Punctes stellt eine besondere krumme Linie (Brennlinie) dar, deren Untersuchung außerhalb der Grenzen dieses Lehrvortrages liegt. Ein schief in das Wasser gehaltener Stab erscheint aus dem angeführten Grunde aufwärts gebrochen und ein wenig gekrümmt.

In der atmosphärischen Luft pflanzt sich das Licht, so lange dieselbe einerlei Dichte hat, geradlinig fort; durchwandert aber das Licht Luftschichten von verschiedener Dichte, so wird es von seinem geraden Wege abgelenkt, und zwar bei dem Uebergange aus dünnerer Luft in dichtere zum Einfallslothe hin, bei dem umgekehrten Gange vom Einfallslothe weg gebrochen. Hieraus erklärt man sich leicht wie es kommen kann, daß zuweilen im Freien entfernte Gegenstände doppelt oder gar mehrfach, bald in aufrechter, bald in verkehrter Lage gesehen werden. Diese Erscheinung, welche man Luftspiegelung nennt, zeigt sich besonders in Gegenden, wo die Sonnenstrahlen den sandigen Boden stark erhitzen, in Folge dessen die dem Boden zunächst liegende Luftschichte eine geringere Dichte erhält, als die in etwas größerer Höhe befindliche. Unter solchen Umständen können Strahlen von entfernten Objecten auf mehreren Wegen zum Auge gelangen, wodurch eben so viele Bilder entstehen. Einen ähnlichen Grund hat auch das Zittern der Gegenstände in der Luft an heißen Sommertagen, weil das durch eine bewegte, ihre Dichte fortwährend ändernde Luftschichte gehende Licht mannigfaltig von seinem Wege abgelenkt wird. Hierher gehört auch das Phänomen der astronomischen Refraction. Ein von einem Gestirne in die Atmosphäre der Erde schief gegen den Horizont eindringender Lichtstrahl wird, in je tiefere und dichtere Luftschichten er gelangt, um so mehr zum Einfallslothe gebrochen und beschreibt sonach eine gegen die Erdfläche concave Linie; das Auge sieht deßhalb den Punct, von welchem der Lichtstrahl herrührt, nach der Tangente des Endes dieser Curve, also höher als er wirklich ist. Sämmtliche Gestirne werden solchergestalt durch die Refraction gehoben, und zwar um so mehr, je näher sie dem Horizonte stehen. Aus diesem Grunde sieht man auch die Sonne schon vor ihrem wirklichen Aufgange und noch nach ihrem wirklichen Untergange.

290. **Brechung des Lichtes in sphärischen Linsen.** Ein durchsichtiger Körper, welcher von zwei Kugelsegmenten, oder von einem Kugelsegmente und einer ebenen Fläche begrenzt wird, heißt eine sphärische Linse. Man verfertigt Linsen in der Regel nur aus Glas und verwendet sie vielfältig mit dem größten Nutzen zur Construction optischer Instrumente, weßwegen die Brechung des Lichtes in Linsengläsern einer besonderen Beachtung werth ist. Es lassen sich sechs Formen von Linsen unterscheiden, deren Durchschnitte in Fig. 121, a — f dargestellt sind, nämlich a) die doppelt convexe Linse mit bei-

derseits erhabenen Flächen; b) die planconvexe, deren eine Fläche erhaben, die andere plan ist; c) die concav convexe oder Meniskus mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, deren erstere mehr gekrümmt ist als die letztere; d) die doppelt concave mit zwei hohlen Flächen; e) die planconcave mit einer hohlen und einer ebenen Fläche; f) die convex concave mit einer erhabenen und einer hohlen Fläche, deren erstere weniger gekrümmt ist als die letztere. Die gerade Linie, welche durch die Mittelpuncte der Krümmung beider Flächen geht, oder wenn eine Fläche eben ist, auf dieser senkrecht steht und den Krümmungsmittelpunct der andern Fläche in sich enthält, heißt die Axe der Linse. Geht die Axe zugleich durch den Mittelpunct der Gestalt der Linse, so heißt die Linse centrirt.

Es sey nun A (Fig. 122) ein leuchtender Punct in der Axe einer doppelt convexen Linse MN; B und C seyen die Krümmungsmittelpuncte ihrer beider Flächen. Ein der Richtung AC folgender Lichtstrahl, welcher die Vorderfläche der Linse in D trifft, dringt ungebrochen in dieselbe ein, und tritt an der Hinterfläche bei E ungebrochen aus der Linse heraus, weil seine Richtung den Berührungsebenen der Linsenflächen in D und E normal begegnet, somit der Einfallswinkel und daher auch der Brechungswinkel Null ist. Jeder andere von A zur Linse gehende Lichtstrahl AH wird gebrochen, und zwar zuerst bei H zum Einfallslothe BH nach der Richtung HL; in dem Puncte L aber, wo der letztere Strahl die hintere Fläche der Linse trifft, nach der Richtung LK, wobei, wenn wir nur die Distanz AD hinreichend groß annehmen, die Puncte J, K, worin die Richtungen der Strahlen HL, LK mit der Axe der Linse zusammentreffen, auf der von A abgewendeten Seite der Linse liegen. Denkt man sich die Figur AHLK um die Axe AK herumgedreht, so durchlauft die Gerade AH den geometrischen Ort aller von A ausgehenden Strahlen, welche unter gleicher Elongation gegen die Axe auf die Linse fallen; und da der Punct K hiebei unbeweglich bleibt, so durchkreuzen sich alle diese Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse in K: einem weiter als K von der Linse entfernten Auge erscheint also in K ein Bild des Punctes A. Aber Strahlen, welche unter verschiedenen Elongationen von A ausgehen, kommen auf der anderen Seite der Linse in verschiedenen Puncten zusammen, und die Aufeinanderfolge der solchergestalt sich bildenden gebrochenen Strahlenkegel erzeugt eben so wie dieß in 285 bei Gelegenheit der Betrachtung des sphärischen Hohlspiegels nachgewiesen wurde, eine Brennfläche, deren in die Axe der Linse fallende Spitze der Vereinigung aller Strahlen entspricht, welche die Linse unter sehr kleinen Elongationen treffen. Nur mit solchen Strahlen können wir uns hier beschäftigen, indem wir die von der Form der Linse herrührende sogenannte sphärische Abweichung der gebrochenen Strahlen bei Seite setzen.

Bezeichnet n den Brechungsexponenten für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in das Material der Linse, so ist

$$\sin AHP : \sin BHJ = n : 1.$$

Da nach der Voraussetzung, daß der Winkel HAD sehr klein sey, auch AHP und BHJ sehr kleine Winkel sind, so kann man an die Stelle der Sinusse die Winkel selbst setzen, mithin die Proportion

$$AHP : BHJ = n : 1$$

gelten lassen, welche $AHP = nBHJ$ gibt. Aber es ist $AHP = HAB + HBA$ und $BHJ = HBA - HJB$, folglich

$$HAB + HBA = n(HBA - HJB) \text{ oder}$$
$$HAB = (n-1)HBA - nHJB.$$

Es sey $AD = a$, $BD = r$, $DJ = z$, $HD = \omega$, so ist, wegen der Kleinheit der Winkel, $HAB = HAD = \frac{HD}{AD} = \frac{\omega}{a}$,

$$HBA = HBD = \frac{HD}{BD} = \frac{\omega}{r}, \quad HJB = HJD = \frac{HD}{JD} = \frac{\omega}{z},$$

daher besteht nach Weglassung des allen Gliedern gemeinschaftlichen Factors ω die Gleichung

$$\text{I.} \quad \frac{1}{a} = \frac{n-1}{r} - \frac{n}{z}.$$

Bezüglich der Brechung bei L hat man

$$\sin HLC : \sin KLQ = 1 : n \text{ oder}$$
$$HLC : KLQ = 1 : n, \text{ folglich } KLQ = nHLC.$$

Aber es ist $KLQ = LKC + LCK$, $HLC = LJC + LCK$, mithin $LKC + LCK = n(LJC + LCK)$ oder

$$LKC = (n-1)LCK + nLJC.$$

Setzt man $CE = R$, $DE = \delta$, $EK = k$, $LE = \psi$, so wird

$$LKC = LKE = \frac{LE}{EK} = \frac{\psi}{k}, \quad LCK = LCE = \frac{LE}{CE} = \frac{\psi}{R},$$

$$LJC = LJE = \frac{LE}{EJ} = \frac{\psi}{z-\delta}; \text{ man hat also}$$

$$\text{II.} \quad \frac{1}{k} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{z-\delta}.$$

Berechnet man mittelst der Gleichung I. den Werth von z und substituirt denselben in die Gleichung II., so hat man den Betrag der Bildweite k. Da es sich jedoch hier mehr um eine Uebersicht der Erscheinungen der Linsengläser, als um scharfe Berechnung handelt, so können wir uns erlauben, die Dicke δ der Linse im Vergleiche mit z zu vernachläßigen, und so in der Gleichung II. $\frac{n}{z}$ statt $\frac{n}{z-\delta}$ zu schreiben. Diese Gleichung nimmt dadurch die Gestalt

$$\frac{1}{k} = \frac{n-1}{R} + \frac{n}{z}$$

an; addirt man letztere zur Gleichung I., so wird

$$\text{III.} \quad \frac{1}{k} + \frac{1}{a} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right).$$

Suchen wir vor allem die Position des Vereinigungspunctes parallel mit der Axe auf die Linse fallender Strahlen oder die sogenannte Brennweite der Linse, deren Betrag durch f bezeichnet werde. Damit k

in f übergehe, muß $a = \infty$ werden; dem gemäß folgt aus der Gleichung III.:

$$\text{IV.}\quad \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right), \text{ wodurch auch}$$

$$\text{V.}\quad \frac{1}{k} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f} \text{ oder } \frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a} \text{ wird.}$$

Die Rechnung wurde hier zunächst nur für eine doppelt convexe Linse geführt; sie gilt aber auch für alle andern Arten von Linsen, wofern man nur den Krümmungshalbmessern r und R die entsprechenden Werthe und Zeichen ertheilt. Für jede concave Fläche ist nämlich, wegen der entgegengesetzten Lage des Mittelpunctes der Krümmung, der zugehörige Halbmesser negativ zu nehmen, für eine plane Fläche ist er $= \infty$ zu setzen. Uebrigens ist es gleichgiltig, welche Fläche man als die vordere betrachtet; durch Verwechslung von r und R erleidet f, und mithin auch k keine Veränderung. Bezeichnen r und R lediglich positive Größen, so ist also

a) für doppelt convexe Linsen: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$,

b) » plan convexe » $\frac{1}{f} = (n-1).\frac{1}{r}$,

c) » concav convexe » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$, wobei $r < R$,

d) » doppelt concave » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(-\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$
$= -(n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$,

e) » plan concave » $\frac{1}{f} = -(n-1).\frac{1}{r}$,

f) » convex concave » $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R}\right)$, wobei $r > R$ ist.

Hiernach zerfallen die Linsen in zwei Abtheilungen; die eine umfaßt diejenigen, für welche f einen positiven und die andere jene, für welche f einen negativen Werth erhält. Die ersteren heißen Sammellinsen, die letzteren Zerstreuungslinsen. Sammellinsen sind nach obigen Formeln offenbar die doppelt convexen, die plan concaven und die concav convexen Linsen; Zerstreuungslinsen dagegen die doppelt concaven, die plan concaven und die convex concaven. Erstere kann man auch unter der gemeinschaftlichen Benennung Convexlinsen, letztere unter jener der Concavlinsen zusammenfassen.

Setzt man für den Uebergang des Lichtes aus der Luft in Glas annäherungsweise $n = \frac{3}{2}$, so hat man $n - 1 = \frac{1}{2}$, mithin für eine doppelt convexe Linse $\frac{1}{f} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{R}\right)$. Sind beide Krümmungen gleich, so wird $\frac{1}{f} = \frac{1}{r}$, also $f = r$. Der Brennpunct fällt also unter diesen Annahmen mit dem Krümmungsmittelpuncte zusammen. Zwei

plan convexe Linsen leisten, wie aus der Vergleichung der Formeln b) und a) erhellet, so viel wie eine doppelt convexe.

291. Erscheinungen an Sammellinsen. Für die Sammellinsen gilt die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$, wobei f einen positiven Werth hat. Mit Hilfe derselben sieht man, daß k einen positiven oder negativen Werth erhält, je nachdem a größer oder kleiner ist als f. Befindet sich daher ein leuchtender Punct in der Axe der Linse und in größerer Entfernung von der Linse als der Brennpunct, so treten die von ihm ausgehenden Strahlen auf der andern Seite convergirend aus der Linse und vereinigen sich daselbst zu einem Bilde; steht aber der leuchtende Punct der Linse näher als der Brennpunct, so treten die Strahlen divergirend aus der Linse, und scheinen von derselben Seite herzukommen, von welcher sie ausgegangen sind, jedoch, weil dann wegen $\frac{1}{k} = -\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{f}\right)$ der absolute Werth von $\frac{1}{k}$ kleiner als $\frac{1}{a}$, mithin $k > a$ ist, von einem Puncte, welcher von der Linse weiter entfernt ist, als derjenige, der sie ausgesendet hat. Divergirende Strahlen werden also durch die Brechung in einer Sammellinse convergirend oder doch weniger divergirend, auf welche Eigenschaft auch die Benennung dieser Linsen hindeutet. Steht der leuchtende Punct von der Linse sehr weit entfernt, so ist sehr nahe $k = f$, d. h. die Strahlen vereinigen sich in der Brennweite; nähert sich der leuchtende Punct der Linse, so nimmt k zu, und wenn $a = 2f$ geworden ist, so wird $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{2f} = \frac{1}{2f}$, mithin $k = 2f$. In diesem Falle hat das Bild dieselbe Distanz von der Linse wie der Gegenstand. Rückt der Gegenstand der Linse noch näher, so nimmt k noch mehr zu, und kommt der leuchtende Punct in die Brennweite, so verschwindet $\frac{1}{k}$, d. h. es werden die von genanntem Puncte auf die Linse fallenden Strahlen durch die Brechung einander parallel. Bei noch weiterer Annäherung des leuchtenden Punctes an die Linse rückt der Durchschnittspunct der rückwärts verlängerten gebrochenen Strahlen, welcher anfänglich in sehr große Entfernung von der Linse fiel, immer näher an dieselbe heran. Für $a = \frac{1}{2}f$ wird $k = -f$.

Man darf sich offenbar erlauben diese Resultate auch auf Strahlen auszudehnen, welche von außerhalb der Axe, jedoch ihr sehr nahe stehenden Puncten ausgehen, wofern die Elongationen der Strahlen bezüglich des gegen die Mitte der Linse gerichteten Strahles, welcher der Hauptstrahl genannt wird, sehr gering sind. Betrachtet man den Hauptstrahl, weil die Berührungsebenen der Linse an den Orten seines Ein- und Austrittes einander sehr nahe parallel sind, als ungebrochen durch die Linse gehend, so liegt in ihm der Vereinigungspunct der übrigen Strahlen. Hiernach ist es leicht die Beschaffenheit des durch eine Sammellinse erzeugten Bildes eines Objectes von geringer Ausdehnung anzugeben. Es sey nämlich C (Fig. 123) der Mittelpunct

der Gestalt einer Sammellinse, oder der sogenannte optische Mittelpunct, und AB ein Gegenstand, welcher Licht auf die Linse sendet, so entsteht, wenn die Distanz des Gegenstandes von der Linse größer ist als die Brennweite, ein umgekehrtes Luftbild ab auf der andern Seite der Linse (Fig. 123, a), dessen Größe im Vergleiche mit AB von dem Verhältnisse Ca : CA abhängt. Ist aber die Distanz des Gegenstandes AB von der Linse kleiner als die Brennweite, so entsteht für ein Auge, welches die aus der Linse heraustretenden gebrochenen Strahlen empfängt, auf derselben Seite der Linse, wo sich der Gegenstand befindet, ein aufrechtes und von der Linse weiter entferntes, mithin stets vergrößertes Bild ab (Fig. 123, b).

Fängt man mit einer Sammellinse convergirende Strahlen auf, welche ein Luftbild zu erzeugen streben, so werden dieselben durch die Brechung noch convergirender gemacht, und sie vereinigen sich daher zu einem der Linse näher liegenden und kleineren Bilde. Es erhellet dieß sogleich aus Fig 123, b, wenn man den Gang der Strahlen umgekehrt denkt, und ab für das Luftbild annimmt, welches die Strahlen ohne Dazwischenkunft der Linse zu erzeugen streben; AB wird sodann das mittelst dieser Linse zu Stande kommende Bild.

292 **Erscheinungen an Zerstreuungslinsen.** Für die Zerstreuungslinsen gilt, in so ferne f eine positive Größe vorstellt, die Gleichung $\frac{1}{k} = -\frac{1}{f} - \frac{1}{a} = -\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a}\right)$. Ist also a positiv, wie es der Fall ist, wenn Strahlen, die von einem leuchtenden Puncte ausgehen, die Linse treffen, so bleiben die Strahlen nach der Brechung divergent, denn k hat stets einen negativen Werth. Betrachten wir k als positiv, so haben wir $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$. Da hier $\frac{1}{k} > \frac{1}{a}$, mithin $k < a$ erscheint, so treten die von einem leuchtenden Puncte zur Linse gesandten Strahlen noch divergenter aus derselben, als sie es bei dem Eintritte in die Linse waren, die Strahlen werden also durch eine solche Linse wirklich zerstreut. Ein Gegenstand AB (Fig. 124) wird daher mittelst einer Zerstreuungslinse von einem auf der andern Seite befindlichen Auge in ab, nämlich in geringerer Entfernung von der Linse und verkleinert gesehen.

Fallen convergirende Strahlen, welche ein Luftbild zu erzeugen streben, auf eine Zerstreuungslinse, so werden dieselben durch die Linse weniger convergirend oder nach Umständen sogar divergirend gemacht. Es ist nämlich in diesem Falle in der Formel $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a}$ die Distanz a des Gegenstandes eine negative Größe, und somit, wenn man unter a dennoch eine positive Größe verstehen will, $\frac{1}{k} = \frac{1}{f} - \frac{1}{a}$ zu schreiben. Ist nun $a > f$, so erscheint k positiv, d. h. die Strahlen werden divergirend; ist $a = f$, so wird $k = \infty$, mithin treten die Strahlen parallel aus der Linse; ist $a < f$, so wird k negativ, d. h. die Strahlen bleiben convergirend, aber der numerische Werth von k ist größer als a, mithin convergiren die gebrochenen Strahlen weniger als die einfallenden.

293. Zerlegung des Lichtes in farbige Bestandtheile. Das Licht, wie es von der Sonne und von anderen selbstleuchtenden Körpern ausgesendet wird, besteht aus Bestandtheilen, welche bei dem Uebergange aus einem durchsichtigen Medium in ein anderes in Folge der Brechung verschiedene Richtungen erhalten und sich dadurch von einander trennen. Man überzeugt sich hievon, wenn man den Gang des gebrochenen Strahles, welcher von einem aus der Luft in Wasser, Glas u. dgl. eindringenden Lichtstrahle herrührt, einer aufmerksamen Untersuchung unterwirft. Ein cylinderförmiger Strahl weißen Lichtes wird nämlich durch die Brechung in einen Büschel divergirender Strahlen ausgebreitet, welche die Fähigkeit besitzen, in dem Auge die Empfindung verschiedener Farben hervorzurufen. Diese Zerlegung des weißen Lichtes nimmt man am leichtesten wahr, wenn man einen Sonnenstrahl durch ein dreiseitiges Prisma aus einer durchsichtigen Substanz leitet. Es sey nämlich L M N (Fig. 125) der Durchschnitt eines solchen Prisma's mit einer senkrecht gegen seine Seiten gelegten Ebene und A x die Richtung eines in dieser Ebene enthaltenen und auf die Seitenfläche L N des Prisma's im Puncte B fallenden Lichtstrahles. Bei dem Eintritte aus der Luft in das Prisma wird dieser Strahl zum Einfallslothe P P' gebrochen, und erhält die Richtung B y. Ist der Einfallswinkel B C Q, unter welchem dieser Strahl die Seitenfläche M N des Prisma's im Puncte C trifft, nicht zu groß, so tritt der Lichtstrahl bei C aus dem Prisma in die Luft und erleidet dabei eine Brechung vom Einfallslothe Q Q' weg nach der Richtung C D. Indem solchergestalt das Licht den Weg A B C D nimmt, wird es zweimal in demselben Sinne von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt, und dem gemäß muß, wenn das Licht verschieden brechbare Bestandtheile in sich enthält, die Sonderung derselben bei weitem mehr hervortreten, als wenn bloß eine Brechung statt findet, oder wenn zwei Brechungen auf einander folgen, welche das Licht in entgegengesetztem Sinne ablenken. In der That sieht man, wenn man einen durch eine enge Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer einfallenden Sonnenstrahl mit einem dreiseitigen Prisma aus reinem Glase, dessen Flächen wohl geebnet und polirt sind und dessen Kanten der Spalte parallel laufen, auffängt, aus demselben einen divergirenden Strahlenbüschel heraustreten, und es zeigt sich auf einer weißen Wand, welche dieser Strahlenbüschel trifft, oder auf einem weißen Schirme, den man in den Weg desselben stellt, ein längliches von zwei parallelen gegen die Kanten des Prisma's senkrechten geraden Linien begrenztes, an den Enden abgerundetes Farbenbild oder Spectrum, dessen Breite dem Durchmesser des dem ungebrochenen Lichte entsprechenden Sonnenbildes gleich kommt, und worin man eine Reihe unzähliger allmälig in einander übergehenden Farbenabstufungen wahrnimmt, unter denen sich von dem der Richtung des einfallenden Lichtes zunächst liegenden Ende des Farbenbildes angefangen folgende sechs Hauptfarben: Roth, Orange, Gelb, Grün, Blau, Violet unterscheiden lassen. Läßt man einen einzelnen dieser farbigen Strahlen durch eine am Schirme, worauf

das Farbenbild fällt, angebrachte Oeffnung hindurch zu einem zweiten Prisma gehen, so entsteht kein Farbenbild mehr, sondern der Strahl wird durch die neue Brechung ohne Aenderung seiner Farbe bloß von seiner Richtung abgelenkt, und zwar um so mehr, je weiter diese Farbe von dem rothen Ende des Spectrums abliegt. Fängt man den ganzen Büschel farbigen Lichtes, wie er aus dem Prisma heraustritt, mit einer Sammellinse auf, und vereinigt dadurch die divergirenden Strahlen zu einem Bilde, so erscheint dieses weiß wie das ursprüngliche Sonnenlicht. Auf ähnliche Weise wie ein Prisma aus Glas wirkt auch ein Prisma aus irgend einer andern durchsichtigen Substanz auf das Licht, und zwar es mag dieses von der Sonne oder von einer Kerzenflamme oder von einem andern selbstleuchtenden Körper herrühren; es unterliegt somit keinem Zweifel, daß gewöhnliches Licht aus farbigen Bestandtheilen besteht, welchen verschiedene Grade der Brechbarkeit zukommen. Am wenigsten brechbar sind die dem rothen, am meisten brechbar die dem violetten Ende des Spectrums entsprechenden Strahlen. Man nennt die Eigenschaft eines durchsichtigen Mediums die verschieden farbigen Strahlen verschieden zu brechen, die *Dispersion* (Zerstreuung) und sagt von jenem Medium, welches bei gleicher Incidenz des weißen Lichtes ein größeres, d. h. durch mehr divergirende Strahlen gebildetes Farbenspectrum erzeugt, es besitze ein größeres Zerstreuungsvermögen.

Vereinigt man eine Partie farbigen Lichtes des prismatischen Spectrums mittelst einer Sammellinse, so erhält man an der Durchkreuzungsstelle eine Mischungsfarbe, welche mit einer im Spectrum selbst liegenden dem Anscheine nach übereinstimmen kann, aber doch davon wohl zu unterscheiden ist, da erstere durch ein Prisma in die Bestandtheile, aus welchen man dieselbe zusammengesetzt hat, zerlegt wird, letztere aber nicht. Um zu sehen, ob eine vorliegende Farbe von *einfachem* (homogenem) oder von *zusammengesetztem* (heterogenem) Lichte herrühre, genügt es dieselbe durch ein Prisma zu betrachten; sobald eine Scheidung des ungleichartigen Lichtes erfolgt, dringen die Strahlen desselben in das Auge nach verschiedenen Richtungen ein, und man nimmt somit getrennte Bilder wahr. Hieraus erklärt es sich auch, warum man durch ein Prisma einen weißen Gegenstand in der auf die Kanten desselben senkrechten Richtung sich mit farbigen Säumen endigen sieht; diese entsprechen nämlich den von den äußersten Strahlen herrührenden Farbenbildern, welche über die benachbarten, von denen sie zum Theile gedeckt werden, hervorragen. Theilt man die Farben des prismatischen Spectrums in zwei Partien, so erhält man durch Vereinigung der jeder einzelnen Partie zugewiesenen einfachen Farben zwei Mischungsfarben, welche zusammen genommen offenbar Weiß hervorbringen, weil dieses das Resultat der Mengung aller einzelnen prismatischen Farben ist. Man nennt Farben, welche sich zur weißen Farbe ergänzen, *complementäre* Farben.

Theilt man eine kreisförmige Scheibe durch Radien in Sectoren, deren Flächen sich verhalten wie die Räume, welche die Farben im prisma-

tischen Spectrum einnehmen, belegt diese Sectoren mit den entsprechenden Farben, und läßt den Kreis rasch um eine auf seiner Ebene senkrechte Axe rotiren, so erhält man den Eindruck von Weiß, oder vielmehr von Grau, weil man nicht im Stande ist durch Pigmente die Reinheit und Lebhaftigkeit der Farben des Spectrums zu erreichen. Bringt man bloß einige Farben auf die Scheibe, so zeigt sich bei dem Rotiren derselben diejenige Farbe, welche aus der Mengung ersterer hervorgeht. Man nennt eine solche zur Mischung der Farben durch Rotation eingerichtete Scheibe einen Farbenkreisel. Die Wirkung desselben beruht darauf, daß der Eindruck der einen Farbe im Auge noch anhält, während der Eindruck der nächsten sich dazu gesellt. Der Farbenkreisel kann aus diesem Grunde auch zum Beweise der äußerst kurzen Dauer des Lichtes eines elektrischen Funkens dienen. Denn beleuchtet man einen rotirenden Farbenkreisel mit dem Lichte eines aus dem Conductor einer Elektrisirmaschine gezogenen oder durch Entladung einer Leidner Flasche entstehenden Funkens, so sieht man keine Mischungsfarbe, sondern bloß die auf dem Kreisel befindlichen Farben jede für sich allein, gerade so, als ob der Kreisel in der Lage, welche er im Augenblicke der elektrischen Explosion hat, in Ruhe wäre.

Stellt man die Namen der sechs Farben des Spectrums nach ihrer Ordnung in einen Cyklus, so daß sie gleichsam den Endpuncten eines regelmäßigen Sechseckes entsprechen, so zeigen je zwei einander diametral gegenüberliegende Farben diejenigen an, welche als complementäre zusammengehören. Scheidet man nämlich aus dem Spectrum die rothe Farbe aus, und vermengt die übrigen, so entsteht eine Art Grün; und eben so geben die Farben der Spectrums nach Ausscheidung von Grün eine Art Roth. Es ergänzen sich demnach Roth und Grün zu Weiß. Aber Roth ist die erste, Grün die vierte Farbe in der Reihenfolge des Spectrums, daher stehen diese Farben in dem vorerwähnten Sechsecke einander gerade gegenüber. Auf dieselbe Weise findet man, daß Orange und Blau, dann Gelb und Violet einander als complementäre Farben correspondiren.

Es ist bemerkenswerth, daß die Farben im Cyklus des Spectrums gerade so auf einander folgen, wie man sie anordnen muß, um von jeder zu einer andern durch eine stetige Reihe von Zwischenstufen übergehen zu können. So gibt es z. B. von Roth zu Blau nur zwei Uebergangsarten; entweder durch Violet, oder durch Orange, Gelb und Grün, und ein Gleiches zeigt sich auch in den andern Fällen.

Newton, der Entdecker der Zusammensetzung des weißen Lichtes, nahm im Spectrum sieben Hauptfarben an, indem er zwischen Gelb und Violet noch Hellblau und Dunkelblau (Indigblau) unterschied.

294. **Dunkle Linien im prismatischen Spectrum.** Da die Anzahl der Farbenabstufungen im Spectrum des Sonnenlichtes nicht angebbar ist und als unendlich groß betrachtet werden kann, so besteht ein weißer Sonnenstrahl aus einer unzählbaren Menge von Bestandtheilen, welche sich ihrer verschiedenen Brechbarkeit wegen bei dem Uebergange von einem Medium in ein anderes von einander trennen. Allein die Reihenfolge dieser Bestandtheile des Sonnenlichtes ist keine stetige, sondern es liegt zwischen dem Brechungsinder des äußersten rothen und jenem des äußersten violetten Lichtes eine große Menge von Zahlen, denen als Brechungsinder kein Farbenstrahl im Sonnenlichte entspricht. Leitet man nämlich durch eine enge Spalte Sonnenlicht in ein verfinstertes Zimmer und läßt dieses auf ein Prisma aus sehr rei-

nem Glase mit genau ebenen Seitenflächen fallen, dessen Kanten der Spalte parallel sind, und welches sich von der Spalte in einiger Entfernung befindet, so daß die von ihr zu dem Prisma gelangenden Strahlen sämmtlich sehr kleine Winkel mit einander bilden, und dreht das Prisma um seine Axe bis man das Spectrum deutlich sieht, so erblickt man in demselben mehrere dunkle Linien, welche der das Licht gebenden Spalte parallel laufen, und kommt man dem Auge mit einem guten Fernrohre zu Hilfe, so überzeugt man sich leicht, daß die Anzahl dieser Linien sehr groß ist, denn durch ein stärker vergrößerndes Fernrohr angesehen, lösen sich Linien, die man vordem für einzelne hielt, in Gruppen von mehreren auf. Man hat auf diese Weise im Sonnenspectrum bereits an 2000 dunkle Linien unterschieden. Man nennt dieselben nach ihrem Entdecker Fraunhofer'sche Linien. Sie sind nichts anderes als Lücken im Spectrum, wo Strahlen, denen eine gewisse Brechbarkeit zukommen würde, fehlen. In der That, ginge von der Spalte nur einfaches Licht, z. B. bloß rothes aus, so würde man mittelst des Prisma's die Oeffnung der Spalte in rother Beleuchtung, jedoch wegen der durch die Brechung im Prisma bewirkten Ablenkung des in das Auge eindringenden Lichtes an einem anderen Orte sehen. Eine ähnliche Erscheinung würde sich zeigen, wenn von der Spalte bloß gelbes Licht auf das in derselben Stellung wie vorhin befindliche Prisma fiele, aber der scheinbare Ort des Spaltenbildes wäre jetzt ein anderer, und zwar von dem wahren Orte der Spalte weiter entfernt, weil das gelbe Licht brechbarer ist als das rothe, mithin dasselbe durch das Prisma eine größere Ablenkung von seiner ursprünglichen Richtung erleidet. Käme von der Spalte zugleich rothes und gelbes Licht in einerlei Richtung zum Prisma, so müßten zwei getrennte Bilder der Spalte, ein rothes und ein gelbes, jedes an dem der Brechbarkeit seiner Strahlen entsprechenden Orte erscheinen, und zwischen beiden läge ein dunkler Raum. Das Spectrum, welches man sieht, wenn man, wie bei dem oben beschriebenen Versuche, eine Spalte, durch die ein Lichtbündel dringt, mittelst eines Prisma's betrachtet, ist das Ergebniß der Nebeneinanderlagerung sämmtlicher den Bestandtheilen des Lichtes entsprechenden Bilder der Spalte; ist die Breite der Spalte sehr gering, so wird jede Lücke in der Reihe dieser Bilder als dunkle Linie bemerkbar. Da man in dem Spectrum des Sonnenlichtes stets dieselbe Anordnung der dunklen Linien wahrnimmt, aus welchem Stoffe immer das angewendete Prisma bestehen mag, so fehlen die Strahlen von den correspondirenden Graden der Brechbarkeit schon in dem Sonnenlichte selbst, ehe es zum Prisma gelangt, und werden nicht erst durch eine Einwirkung des Prisma's auf das Licht erzeugt. In dem Spectrum des durch eine enge Spalte hindurch gehenden Kerzenlichtes findet man keine dunklen Linien, wohl aber zeigt sich im gelben Theile dieses Spectrums ein helleres Spaltenbild, welches von einem in dem Kerzenlichte enthaltenen Ueberschusse an homogenen gelben Strahlen herrührt. Läßt man aber das Kerzenlicht, ehe es zur Spalte kommt, durch eine Schichte von salpetrigsaurem Gase, oder von Jod- oder Bromgas gehen, so

entziehen ihm diese gefärbten Gase gewisse Strahlen, für welche genannte Gase undurchsichtig sind, und das Spectrum erscheint von zahlreichen dunklen Linien durchzogen.

Bedient man sich eines Fernrohres zur Betrachtung der dunklen Linien im prismatischen Farbenbilde, so ist es am zweckmäßigsten das Fernrohr so vorzurichten, daß man die Spalte, von welcher das Licht kommt, vollkommen scharf sieht. Dann aber muß das Prisma eine solche Stellung haben, daß die Strahlen aus demselben nahe unter demselben Winkel gegen die Fläche des Prisma's austreten, unter welchem sie zum Prisma kommen, denn nur dann bilden die einander nächsten Strahlen unter sich bei dem Austritte denselben Winkel, wie bei dem Eintritte in das Prisma, was zur Folge hat, daß das Bild der mittelst des Prisma's betrachteten Spalte in derselben Distanz vom Auge und daher auch vom Fernrohre erscheint, wie ohne Prisma. Die Stellung des Prisma's, in welcher der Winkel ABL (Fig. 125) dem Winkel DCM gleichkommt, ist zugleich diejenige, bei welcher der Winkel DEx, um welchen der aus dem Prisma tretende Strahl CD von der Richtung Ax, die er bei dem Eintritte in das Prisma hatte, abweicht, am kleinsten ausfällt. Um dieß einzusehen, sey der Einfallswinkel an der Vorderfläche LN des Prisma's, nämlich $ABP = \alpha$, der Brechungswinkel $P'BC = \beta$, der Einfallswinkel an der Hinterfläche MN, nämlich $BCQ = \gamma$, der Brechungswinkel $Q'CD = \delta$, ferner der Ablenkungswinkel $DEx = \omega$, der brechende Winkel des Prisma's $LNM = \psi$, endlich der Brechungsexponent für den Eintritt des ins Auge gefaßten einfachen Lichtstrahles aus der Luft in das Prisma $= n$. Man hat hier $DEx = EBC + BCE$; $EBC = P'BE - P'BC = ABP - P'BC = \alpha - \beta$; $BCE = ECQ - BCQ = Q'CD - BCQ = \delta - \gamma$, folglich $\omega = \alpha - \beta + \delta - \gamma = \alpha + \delta - (\beta + \gamma)$. Aber es ist $P'JC = JBC + JCB = P'BC + BCQ = \beta + \gamma$ und auch $P'JC = LNM = \psi$, weil die Schenkel beider Winkel auf einander senkrecht stehen, mithin ist $\beta + \gamma = \psi$ und demnach $\omega = \alpha + \delta - \psi$. Da nach dem Gesetze der Brechung die Proportionen $sin\,\alpha : sin\,\beta = n : 1$ und $sin\,\gamma : sin\,\delta = 1 : n$ bestehen, so hat man $sin\,\alpha = n\,sin\,\beta$ und $sin\,\delta = n\,sin\,\gamma$, mittelst welcher Gleichungen und der vorerwähnten $\beta + \gamma = \psi$ die Winkel $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ mit einander zusammenhängen. Untersuchen wir nun, welchen Einfluß eine sehr kleine Aenderung von α auf diese Winkel und in Folge dessen auf den Ablenkungswinkel ω ausübt. Nehmen wir an es befinde sich α im Zustande des Wachsens, so wird auch β wachsen, dagegen γ um eben so viel abnehmen, denn die Winkel β und γ geben zusammen stets die Summe ψ, welcher letztere Winkel sich nicht ändert; es muß also auch δ abnehmen. Es sey α' die Zunahme von α, β' jene von β, mithin auch die Abnahme von γ, und δ' die Abnahme von δ; ferner stelle ω' die Aenderung von ω vor, die wir als eine Zunahme betrachten wollen; ist sie dieß wirklich, so wird sie sich als eine positive Größe bewähren, im entgegengesetzten Falle aber mit dem negativen Zeichen erscheinen. Wir haben also $\omega + \omega' = \alpha + \alpha' + \delta - \delta' - \psi$, folglich, wenn beiderseits Gleiches weggelassen wird, $\omega' = \alpha' - \delta'$. Ferner ist

$$sin\,(\alpha + \alpha') = n\,sin\,(\beta + \beta') \text{ und } sin\,(\delta - \delta') = n\,sin\,(\beta - \beta').$$

Auf dieselbe Weise wie in 289 erhält man, wegen der Kleinheit von α', der zu Folge $cos\,\alpha' = 1$ und $sin\,\alpha' = \alpha'$ gesetzt werden darf,

$$sin\,(\alpha + \alpha') = sin\,\alpha\,cos\,\alpha' + cos\,\alpha\,sin\,\alpha' = sin\,\alpha + \alpha'\,cos\,\alpha$$

und eben so

$$sin\,(\beta + \beta') = sin\,\beta + \beta'\,cos\,\beta,$$

$$sin\,(\gamma - \beta') = sin\,\gamma - \beta'\,cos\,\gamma, \quad sin\,(\delta - \delta') = sin\,\delta - \delta'\,cos\,\delta,$$

daher bestehen die Gleichungen $\sin\alpha + \alpha' \cos\alpha = n \sin\beta + n\beta' \cos\beta$, $\sin\delta - \delta' \cos\delta = n \sin\gamma - n\beta' \cos\gamma$, welche nach Weglassung der gleichen Größen beiderseits des Gleichheitszeichens, $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$, $\delta' \cos\delta = n\beta' \cos\gamma$ geben. Dividirt man die erste Gleichung durch die zweite, so folgt $\frac{\alpha' \cos\alpha}{\delta' \cos\delta} = \frac{\cos\beta}{\cos\gamma}$ oder $\frac{\alpha'}{\delta'} = \frac{\cos\beta \cos\delta}{\cos\alpha \cos\gamma}$. Es ist also α' größer oder kleiner als δ', je nachdem das Product $\cos\beta \cos\delta$ größer oder kleiner ist als $\cos\alpha \cos\gamma$, oder was dieselbe Folge nach sich zieht, je nachdem $n^2 \cos\beta^2 \cos\delta^2$ größer oder kleiner ist als $n^2 \cos\alpha^2 \cos\gamma^2$, d. h. je nachdem die Differenz $n^2 \cos\beta^2 \cos\delta^2 - n^2 \cos\alpha^2 \cos\gamma^2$ positiv oder negativ erscheint. Es ist aber

$$n^2 \cos\beta^2 = n^2 (1 - \sin\beta^2) = n^2 - n^2 \sin\beta^2 = n^2 - \sin\alpha^2,$$

und eben so $n^2 \cos\gamma^2 = n^2 - \sin\delta^2$, ferner $\cos\alpha^2 = 1 - \sin\alpha^2$, $\cos\delta^2 = 1 - \sin\delta^2$, mithin hat man

$$n^2 \cos\beta^2 \cos\delta^2 = (n^2 - \sin\alpha^2)(1 - \sin\delta^2) = n^2 - \sin\alpha^2 - n^2 \sin\delta^2 + \sin\alpha^2 \sin\delta^2,$$
$$n^2 \cos\alpha^2 \cos\gamma^2 = (n^2 - \sin\delta^2)(1 - \sin\alpha^2) = n^2 - \sin\delta^2 - n^2 \sin\alpha^2 + \sin\alpha^2 \sin\delta^2,$$

folglich $n^2 \cos\beta^2 \cos\delta^2 - n^2 \cos\alpha^2 \cos\gamma^2 = (n^2 - 1)(\sin\alpha^2 - \sin\delta^2)$. Da $n > 1$ ist, so erhält diese Differenz das Zeichen + oder —, je nachdem $\sin\alpha^2 - \sin\delta^2$ das eine oder das andere Zeichen annimmt, d. h. je nachdem $\alpha > \delta$ oder $\alpha < \delta$ ist. Wir kommen sonach zu folgendem Schlusse: So lange α kleiner ist als δ, erscheint $\alpha' < \delta'$, mithin ω' negativ, d. h. ω nimmt ab; sobald aber $\alpha > \delta$ wird, zeigt sich $\alpha' > \delta'$, mithin ω' positiv, folglich nimmt ω zu. Ist also $\alpha = \delta$ oder was dasselbe heißt, sind die Winkel ABL, DCM einander gleich, so hat ω seinen kleinsten Werth, w. z. b. w. Dreht man daher das Prisma um seine Axe, so wird es eine Stellung desselben geben, bei welcher das Spectrum von der Gegend, nach welcher die Spalte zu liegt, am wenigsten abgelenkt erscheint; diese Stellung ist es, welche das Prisma bei derjenigen Anordnung des Fernrohres, bei der man die Spalte deutlich sieht, haben muß.

295. **Genauere Deutung des Gesetzes der gewöhnlichen Brechung des Lichtes.** Die Kenntniß der Zusammensetzung des Sonnenlichtes gestattet uns das Gesetz der Brechung, welches wir im Vorhergehenden ohne nähere Beachtung der Beschaffenheit des Lichtes ausgesprochen haben, genauer zu untersuchen. Die sorgfältigste Prüfung desselben hat gezeigt, daß dieses Gesetz für einfaches Licht in vollkommener Schärfe richtig ist, nur gehört jeder homogenen Farbe für sich ein eigener Brechungsexponent, welcher von der Natur der an einander grenzenden Medien, zwischen welchen die Brechung vor sich geht, abhängt. Wenn also von dem Brechungsinder ohne weitere Bezeichnung der Art der Strahlen die Rede ist, so ist derselbe jederzeit auf Strahlen mittlerer Brechbarkeit, nämlich auf die der Mitte des Spectrums entsprechenden, an der Grenze zwischen Gelb und Grün befindlichen zu beziehen.

Die Beobachtung der Ablenkung, welche ein Strahl durch ein Prisma aus einer brechenden Substanz erfährt, ist das schärfste Mittel den ihr zugehörenden Brechungsinder für jede Sorte farbigen Lichtes zu bestimmen. Hiebei leisten die dunklen Linien im Farbenspectrum, da sie eine eben so leichte als sichere Orientirung bezüglich der untersuchten Lichtsorte gewähren, die wichtigsten Dienste. Hat man es mit festen Substanzen zu thun, so muß man also denselben die Form eines

Prisma's geben, wobei es genügt, daran zwei einander unter einem Winkel schneidende ebene Flächen herzustellen. Flüssige Stoffe schließt man in ein hohles Prisma aus Glastafeln ein, deren jede einzelne für sich vollkommen ebene und parallele Flächen hat.

Kennt man in Folge genauer Messung die Winkel, welche wir in der Anmerkung zu 294 mit ψ, ω und α bezeichnet haben, so laßt sich der Werth des Brechungsexponenten n mit Hilfe des Systemes der Gleichungen: $\sin\alpha = n\sin\beta$, $\beta + \gamma = \psi$, $\sin\delta = n\sin\gamma$, $\omega = \alpha + \delta - \psi$ berechnen. Am einfachsten ist es, entweder den Strahl senkrecht auf die Vorderfläche des Prisma's einfallen zu lassen, oder jene Stellung des Prisma's zu wahlen, bei welcher der Austritt des Lichtes unter demselben Winkel wie der Eintritt erfolgt. Im ersten Falle ist $\alpha = 0$, $\beta = 0$, $\gamma = \psi$, $\delta = \omega + \psi$ und $n = \frac{\sin\delta}{\sin\gamma} = \frac{\sin(\omega+\psi)}{\sin\psi}$. Im zweiten Falle hat man $\alpha = \delta$, also $\alpha = \frac{1}{2}(\omega + \psi)$ und $\beta = \gamma$, also $\beta = \frac{1}{2}\psi$, daher $n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\frac{1}{2}(\omega+\psi)}{\sin\frac{1}{2}\psi}$.

296. **Erklärung des Regenbogens.** Die Uebereinstimmung der Farben des Regenbogens mit jenen des prismatischen Sonnenspectrums läßt sogleich vermuthen, daß der Regenbogen seinen Ursprung einer Zerlegung des Sonnenlichtes verdanke. Eine aufmerksame Erwägung der Umstände, unter welchen ein Regenbogen sich zeigt, und der Beschaffenheit des Phänomens selbst, setzt es außer Zweifel, daß derselbe ein Product der Brechung ist, welche das auf eine regnende Wolke fallende und von den Regentropfen zurückstrahlende Sonnenlicht in denselben erleidet. Man sieht nämlich einen Regenbogen immer nur der Sonne gegenüber, wenn bei nicht zu hohem Stande derselben sich Regenwolken über dem der Sonne entgegengesetzten Theile des Horizontes befinden und von der Sonne beschienen werden; also gewöhnlich Abends nach einem Regen, wenn die Wolken sich zertheilen und einzelne noch regnende Wolken weiter ziehen. Man erblickt da, wenn der Sonne eine hinreichend ausgedehnte Wolke gegenüber steht, zwei concentrische mit den prismatischen Farben gezierte kreisförmige Streifen, deren Mittelpunct in der Geraden liegt, welche von dem Mittelpuncte der Sonne durch das Auge des Beobachters zum entgegengesetzten Theile des Himmelsgewölbes geht; der innere Bogen ist heller gefärbt als der äußere: ersterer heißt darum der Hauptregenbogen, letzterer der Nebenregenbogen. Im Hauptregenbogen zeigt sich am inneren Rande Violet, am äußeren Roth; im Nebenregenbogen findet die umgekehrte Anordnung der Farben statt. Der Raum zwischen beiden Bogen an der Wolke ist merklich dunkler als der vom Hauptregenbogen umschlossene und der außerhalb des Nebenregenbogens liegende. Hat die regnende Wolke eine zu geringe Ausdehnung, so erscheinen bloß Fragmente des einen oder des andern Regenbogens. Die Dimensionen beider Bogen sind stets dieselben; der Halbmesser des inneren Randes des Hauptregenbogens beträgt 40 Grade; die Breite des Bogens 2 Grade; am Nebenregenbogen umfaßt der Halbmesser des inneren Randes 51°

und dessen Breite 3°. Nächst dem inneren Rande des Hauptregenbogens sieht man noch einige concentrische schmale roth und blau gefärbte Streifen.

Die Erklärung des Hauptregenbogens ist der Hauptsache nach folgende: Es sey C (Fig. 126) der Mittelpunct eines Regentropfens, SA ein auf denselben fallender homogener Sonnenstrahl. Ein Theil dieses Strahles wird nach Ax reflectirt, so daß, wenn man den Halbmesser CA, welcher hier die Richtung des Einfallslothes angibt, nach P verlängert, die Winkel xAP, SAP einander gleich sind. Dieser Theil des Strahles SA trägt nichts zur Bildung des Regenbogens bei, daher wir ihn nicht weiter beachten. Der andere Theil des Strahles SA dringt in den Regentropfen ein, und nimmt, indem er zum Einfallslothe gebrochen wird, die Richtung AB an. Bei B, wo der Strahl AB an die Begrenzung des Tropfens gelangt, tritt ein Theil desselben, welchen wir jedoch unbeachtet lassen, aus dem Tropfen heraus, ein anderer aber erleidet eine Reflexion nach BD, so daß der Winkel CBD = CBA wird. Bei D erfolgt eine weitere Reflexion des Strahles BD, welche an der Bildung des Hauptregenbogens keinen Antheil hat, aber ein Theil dieses Strahles, auf den es hier ankommt, tritt, indem er von dem Einfallslothe CDQ weggebrochen wird, nach der Richtung DO aus dem Tropfen heraus und kann in das Auge O eines Beobachters gelangen. Bei der solchergestalt zweimal erfolgenden Brechung des Lichtes wird das Sonnenlicht zugleich in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, und es erhalten dieselben bei dem Austritte aus dem Tropfen verschiedene Richtungen; stellt z. B. DO violettes Licht vor, so nimmt das rothe einen von dem Einfallslothe CDQ weniger abweichenden Weg DO', und es können nicht beide Strahlen zugleich in das Auge eines Beobachters eintreten. Es ist klar, daß wenn das Auge O von einem Tropfen C (Fig 127) durch Brechung und Reflexion des nach der Richtung SA einfallenden Sonnenstrahles violettes Licht empfängt, alle Tropfen, welche bezüglich der durch O zu SA parallelen OM in einerlei Elongation stehen, dem Auge bei einerlei Incidenz der Sonnenstrahlen violettes Licht liefern; die Mittelpuncte dieser Tropfen liegen in der Kegelfläche, welche die Gerade OC bei der Rotation des Winkels COM um die Axe OM beschreibt. Die Tropfen, welche wie C' der um den Betrag des Dispersionswinkels vCr größeren Elongation C'OM entsprechen, senden bei derselben Incidenz der Sonnenstrahlen, wie im vorhergehenden Falle, rothes Licht in das Auge O; der Halbmesser des rothen Kreises ist also größer als der des violetten und die den Farben mittlerer Brechbarkeit zugehörenden Kreise liegen zwischen diesen, woraus sich die Ordnung der Farben im Hauptregenbogen von selbst erklärt.

Es handelt sich nur noch um Ausmittelung der Elongation rücksichtlich der Axe OM, welche denjenigen Tropfen zukommt, die den Hauptregenbogen bilden. Diese Elongation ist dem Winkel SEO gleich, welchen der aus dem Tropfen austretende Strahl DO (Fig. 126) mit dem eintretenden Strahle SA macht. Wegen CB = AC ist der

Winkel CAB = CBA, ferner ist nach dem Reflexionsgesetze CBA = CBD, und wegen CD = CB ist CBD = CDB, mithin sind die vier Winkel CAB, CBA, CBD, CDB einander gleich, folglich ist auch ACB = DCB. Nach dem Brechungsgesetze folgt aus der Gleichheit der Winkel CAB, CDB jene von SAP und QDO, oder was dasselbe ist, die Gleichheit der Winkel CAE, CDE; es liegt demnach der Punct E, in welchem sich die Geraden SA, OD schneiden, in der Verlängerung von CB. Es sey nun AEC = ω, also SEO = 2ω, ferner SAP = α und CAB = β. Es ist

$$AEC = ABC - BAE = CAB - (CAE - CAB) = 2CAB - CAE,$$

mithin $\omega = 2\beta - \alpha$. Es erleide, wenn α um den sehr kleinen Winkel α′ geändert wird, β die Aenderung β′ und ω die Aenderung ω′, so besteht die Gleichung

$$\omega + \omega' = 2(\beta + \beta') - (\alpha + \alpha') = 2\beta - \alpha + 2\beta' - \alpha',$$

daher ist $\omega' = 2\beta' - \alpha'$. Weil die Winkel α, β zugleich wachsen und abnehmen, so haben α′ und β′ gleiche Zeichen, ω′ aber erhält dasselbe oder das entgegengesetzte Zeichen, je nachdem $2\beta' > \alpha'$ oder $2\beta' < \alpha'$ ist. Um hierüber zu entscheiden, sey n der Brechungsexponent für die ins Auge kommende Lichtsorte bei dem Uebergange aus der Luft in den Regentropfen, mithin $\sin\alpha : \sin\beta = n : 1$, so ist $\sin\alpha = n \sin\beta$, und eben so $\sin(\alpha + \alpha') = n \sin(\beta + \beta')$, oder weil man wegen der Kleinheit von α′ und β′, $\sin\alpha' = \alpha'$, $\cos\alpha' = 1$, $\sin\beta' = \beta'$, $\cos\beta' = 1$ setzen darf,

$$\sin\alpha + \alpha' \cos\alpha = n \sin\beta + n\beta' \cos\beta, \quad \text{folglich}$$

$\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$ und dem gemäß $\frac{2\beta'}{\alpha'} = \frac{2\cos\alpha}{n\cos\beta}$. Es ist also $2\beta'$ größer oder kleiner als α′, je nachdem $2\cos\alpha$ größer oder kleiner ist als $n\cos\beta$, oder je nachdem die Differenz der Quadrate dieser Größen, nämlich $4\cos\alpha^2 - n^2\cos\beta^2 = 4(1 - \sin\alpha^2) - n^2(1 - \sin\beta^2) = 4 - 4\sin\alpha^2 - n^2 + n^2\sin\beta^2 = 4 - 4\sin\alpha^2 - n^2 + \sin\alpha^2 = 4 - n^2 - 3\sin\alpha^2$ das Zeichen + oder − erhält, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ kleiner oder größer erscheint, als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$. Wenn demnach der Einfallswinkel α von 0 angefangen stufenweise wächst, wie es der Fall ist, wenn man sämmtliche einen Regentropfen treffende als parallel anzusehende Sonnenstrahlen von jenem angefangen, der durch den Mittelpunct des Tropfens geht, bis zu den äußersten den Tropfen bloß tangirenden der Reihe nach betrachtet, so nimmt der Winkel ω, so lange $\sin\alpha$ noch kleiner ist als $\sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ fortwährend zu; sobald aber der Sinus des Einfallswinkels diese Grenze überschreitet, nimmt ω wieder ab. Es erhält sonach ω bei jener Incidenz des Lichtes, für welche $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$ ist, seinen größten Werth. Da hiebei $2\beta' = \alpha'$, mithin $\omega' = 0$ wird, so treten bei genannter Incidenz die einander nächsten einfallenden Strahlen unter einerlei Abweichungswinkel von ihrer ursprünglichen

Richtung, also nach parallelen Richtungen aus dem Tropfen heraus, während bei jeder andern Incidenz die neben einander parallel eintretenden Strahlen bei dem Austritte ihren Parallelismus verloren haben. Es müssen sonach diejenigen Strahlen, welche auch bei dem Austritte aus dem Tropfen einander parallel bleiben, auf das Auge des Beobachters, zu welchem sie gelangen, einen bei weitem stärkeren Eindruck hervorbringen als die übrigen Strahlen; sie heißen darum die wirksamen Strahlen. Nur solche sind es, welche das Phänomen des Regenbogens erzeugen. Berechnet man mit Hilfe der Formeln $\sin\alpha = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$, $\sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n}$, $\omega = 2\beta - \alpha$ den Werth von 2ω, so erhält man die Elongation der Tropfen, an welchen der der Farbe, worauf sich der Brechungsexponent n bezieht, entsprechende Kreis des Hauptregenbogens erscheint, und dadurch zugleich den Halbmesser desselben.

Bezüglich des Ueberganges aus der Luft in Wasser kann man für rothes Licht $n = \frac{4}{3} = \frac{108}{81}$ und für violettes Licht $n = \frac{109}{81}$ setzen. Man findet darnach für ersteres $\alpha = 59°23'$, $\beta = 40°12'$, $\omega = 21°1'$, also $2\omega = 42°2'$ und für letzteres $\alpha = 58°40'$, $\beta = 39°24'$, $\omega = 20°8'$, also $2\omega = 40°16'$. Hieraus folgt die Breite des von jedem Puncte der Sonne erzeugten Hauptregenbogens $= 42°2' - 40°16' = 1°46'$. Addirt man den scheinbaren Durchmesser der Sonne $= 32'$ hinzu, so ergibt sich die Breite des von der ganzen Sonne erzeugten Hauptregenbogens $= 2°18'$.

Die Höhe des Regenbogens über dem Horizonte wird, in so fern die Ebene SEO (Fig. 127) vertical steht und OH horizontal ist, durch den Winkel EOH gemessen. Es ist aber EOH = EOM — HOM; der erstere dieser Winkel wurde oben mit 2ω bezeichnet; der letztere, nämlich HOM, kommt der Höhe der Sonne über dem Horizonte gleich, weil OM die Verlängerung der von der Sonne zum Auge O gehenden geraden Linie ist. Der höchste Punct des Regenbogens rührt offenbar von dem tiefsten Puncte des Sonnenrandes her; stellt h die Höhe dieses Sonnenrandes über dem Horizonte vor, so ist sonach die Höhe des Hauptregenbogens $= 42°2' - h$. Erreicht also h die Größe von 42°, so ist für einen auf einer horizontalen Ebene befindlichen Beobachter dieser Regenbogen nicht sichtbar.

Der Nebenregenbogen entsteht durch Sonnenstrahlen, welche in den Regentropfen den in Fig. 128 ersichtlichen Gang SABDEO nehmen, also im Innern der Tropfen zwei Reflexionen erleiden. Setzen wir hier wieder die Winkel $SAP = \alpha$, $CAB = \beta$, $SFO = 2\omega$, so erhalten wir wegen KFx = CAx — FCA = SAP — FCA und FCA = 180° — ACB — BCK = CAB + CBA — BCK $= 2\beta - BCK = 2\beta - (90° - \beta) = 3\beta - 90°$ die Gleichung $\omega = \alpha - 3\beta + 90°$. Geht, wenn α die unendlich kleine Aenderung α' erfährt, β in $\beta + \beta'$, ω in $\omega + \omega'$ über, so wird

$$\omega' = \alpha' - 3\beta'.$$

Da nun aus gleichem Grunde wie oben $\alpha' \cos\alpha = n\beta' \cos\beta$ ist, mithin $\frac{\alpha'}{3\beta'} = \frac{n\cos\beta}{3\cos\alpha}$, so erscheint α' größer oder kleiner als $3\beta'$, und in Folge dessen ω' positiv oder negativ, je nachdem die Differenz $n^2\cos\beta^2 - 9\cos\alpha^2 = n^2 - \sin\alpha^2 - 9(1 - \sin\alpha^2) = n^2 - 9 + 8\sin\alpha^2$ positiv oder negativ ausfällt, d. h. je nachdem $\sin\alpha$ größer oder kleiner ist als $\sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$. Sonach hat der Winkel ω für jene Incidenz, bei welcher $\sin\alpha = \sqrt{\frac{9-n^2}{8}}$ ist, seinen kleinsten Werth, und dieser entsprechen, wegen $\omega' = 0$, die wirksamen Strahlen. Hiernach findet man für rothes Licht $2\omega = 50°\,58'$ und für violettes $2\omega = 54°\,10'$, woraus sich die umgekehrte Anordnung der Farben am Nebenregenbogen erklärt und dessen Dimensionen und Stellung ergeben.

Aus dem Umstande, daß für die wirksamen Strahlen des Hauptregenbogens der Ablenkungswinkel 2ω ein Maximum und für die wirksamen Strahlen des Nebenregenbogens ein Minimum ist, erhellet, daß von dem Raume zwischen beiden Regenbogen kein Licht, welches in die Tropfen eingedrungen und an der inneren Fläche reflectirt worden ist, in das Auge des Beobachters kommen kann; dieser Raum sendet daher dem Beobachter bloß von der äußeren Fläche reflectirtes Licht zu, weßwegen dort eine größere Dunkelheit herrscht, als in den beiderseits an die Regenbogen grenzenden Räumen, von deren Tropfen nebst dem an der äußeren Fläche derselben zurückgeworfenen Lichte auch zerstreutes, aus dem Innern stammendes zu dem Beobachter gelangt.

Von der Haltbarkeit dieser Theorie des Regenbogens überzeugt man sich durch Beobachtung ähnlicher Erscheinungen an einer mit Wasser gefüllten und von einer Lichtquelle beleuchteten Glaskugel, wie auch an Springbrunnen, Wasserquellen ꝛc., wenn die herabfallenden Wassertropfen von der Sonne beschienen werden. Auch ist klar, daß noch Regenbogen möglich sind, die durch mehr als zwei Reflexionen des Lichtes im Innern der Tropfen entstehen; ihrer großen Lichtschwäche wegen können sie aber nicht leicht wahrgenommen werden. Uebrigens muß bemerkt werden, daß die hier aufgestellte Theorie nur als eine ziemlich genaue Annäherung an die Wahrheit, nicht aber als völlig scharf betrachtet werden darf. Sie erklärt nicht die secundären farbigen Bogen, die sich stets in der Nähe des Hauptregenbogens zeigen, wenn anders derselbe hinreichend lebhaft ist. Diese finden in der schärferen Theorie ihre Begründung, welche sich jedoch auf Principien stützt, von denen erst später die Rede seyn wird.

297. **Achromatische Linsen.** Wegen der verschiedenen Brechbarkeit der farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes erleiden zusammengesetzte Lichtstrahlen, welche in eine Linse eindringen, darin wie in einem Prisma eine Zerlegung: den durch die Brechung gesonderten verschiedenartigen einfachen Strahlen entsprechen sonach verschiedene Vereinigungspuncte, wodurch die Reinheit der Bilder gestört wird. Man nennt diese Trennung der verschiedenfarbigen einfachen Strahlen die chromatische Abweichung der Linse. Es sey z. B. C (Fig. 129) eine Sammellinse, auf welche parallel mit der Axe AC weißes Licht

falle, so vereinigen sich die am wenigsten brechbaren rothen Strahlen nach dem Austritte aus der Linse, wenn wir von der sphärischen Abweichung abstrahiren, in einem Brennpuncte R, der von der Linse weiter absteht, als der Punct V, in welchem die am meisten brechbaren violetten Strahlen nach erlittener Brechung zusammentreffen, und die Vereinigungspuncte der übrigen farbigen Bestandtheile des Lichtes liegen zwischen R und V. Fängt man den aus der Linse tretenden Strahlenkegel mit einem Schirme auf, so zeigt sich, wenn der Schirm in GH, also der Linse näher steht als V, auf demselben ein beleuchteter Kreis mit rothem und gelbem Saume, weil der Kegel der Strahlen von geringerer Brechbarkeit bei G und H einen größeren Querschnitt hat, als jener, welcher den stärker gebrochenen Strahlen angehört; dagegen erscheint dieser Kreis mit einem violetten und blauen Saume, wenn der Schirm in JK, nämlich in größerer Entfernung von der Linse steht, als R, weil jetzt der Querschnitt des Kegels der brechbareren Strahlen die anderen Strahlenkegel überragt. Bringt man in den Raum VR einen kleinen undurchsichtigen Körper, so werden durch ihn einige der farbigen Strahlen aufgehalten, während andere neben dem Körper vorbeigehen, dadurch erscheint die ganze Fläche des Kreises auf dem Schirme JK farbig. Ein Gleiches findet statt, wenn man zwischen V und R einen undurchsichtigen Schirm mit einer kleinen Oeffnung setzt.

Durch Verbindung von Sammel- und Zerstreuungslinsen aus verschiedenen brechenden Medien läßt sich die chromatische Abweichung mit einer für die Verwendung der Linsen zu optischen Instrumenten hinreichenden Genauigkeit heben. Zu diesem Zwecke genügt es Linsen aus verschiedenen Glassorten, nämlich aus dem sogenannten Flint- und Kronglase mit einander zu combiniren. Das Flintglas, welches unter den mit der Kieselsäure verbundenen Basen Bleioxyd enthält, besitzt ein nur wenig größeres Brechungsvermögen als das gewöhnliche bleifreie Kronglas, aber ein bedeutend größeres Dispersionsvermögen als dieses, wovon man sich leicht überzeugt, wenn man auf Prismen von gleichen brechenden Winkeln aus beiden Glassorten Sonnenlicht unter gleichen Einfallswinkeln leitet; das vom Flintglase herrührende Farbenbild ist bedeutend länger als das dem Kronglase angehörende. Stellt man daher eine Sammellinse aus Kronglas mit einer Zerstreuungslinse aus Flintglas zusammen, so lassen sich die Krümmungen beider so anordnen, daß sie zusammen auf das Licht wie ein Sammelglas von größerer Brennweite wirken, und die durch die Brechung in der einen Linse sich ergebende Farbenzerstreuung durch die entgegengesetzte in der andern Linse sehr nahe compensirt wird, somit die chromatische Abweichung wegfällt. Man nennt eine solche Verbindung zweier Linsen eine achromatische Linse. Man kann, da hier vier sphärische brechende Flächen zur Disposition stehen, mit der chromatischen Abweichung zugleich auch die sphärische Abweichung bekämpfen, so daß diese Linsencombination eine größere Elongation der einfallenden Strahlen oder wie man zu sagen pflegt, eine größere Oeffnung verträgt, und noch

genauer geht dieß an, wenn man mehr als zwei Linsen mit einander combinirt. Man nennt eine Anordnung von Linsen, durch welche die sphärische Abweichung unmerklich gemacht wird, eine aplanatische.

Es seyen f, f′ für rothes und F, F′ für violettes Licht die Brennweiten zweier an einander sich anschließenden Linsen, deren Axen eine und dieselbe gerade Linie ausmachen, und deren Dicken wir vernachläßigen, und es falle auf die erste derselben ein Bündel Sonnenstrahlen der Axe parallel. Sollen die rothen und violetten Strahlen nach dem Austritte aus der zweiten Linse in einem und demselben Puncte der Axe zusammentreffen, dessen Distanz von der Linse durch k vorgestellt werde, so muß, weil die rothen Strahlen bei dem Eintritte in die zweite Linse gegen den in der Entfernung f′, die violetten gegen den in der Entfernung F liegenden Punct der Axe convergiren, sowohl die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f}$ als auch die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{F'} + \frac{1}{F}$ statt finden, d. h. es muß $\frac{1}{F'} + \frac{1}{F} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{f}$ seyn. Es seyen bezüglich des Materiales der ersten und zweiten Linse n, n′ die Brechungsexponenten für die rothen, N, N′ die Brechungsexponenten für die violetten Strahlen, und r, R die Krümmungshalbmesser der Flächen der einen, r′, R′ jener der andern Linse, so ist, wenn wir zur Abkürzung $\frac{1}{r} + \frac{1}{R} = u$, $\frac{1}{r'} + \frac{1}{R'} = u'$ setzen, $\frac{1}{f} = (n-1)\,u$, $\frac{1}{F} = (N-1)\,u$, $\frac{1}{f'} = (n'-1)\,u'$, $\frac{1}{F'} = (N'-1)\,u'$, folglich muß obiger Gleichung gemäß

$$(N'-1)\,u' + (N-1)\,u = (n'-1)\,u' + (n-1)\,u$$

seyn, woraus sich

$$(N'-n')\,u' + (N-n)\,u = 0.$$

ergibt. Stellen ν, ν′ die Brechungsexponenten für die mittleren Strahlen und φ, φ′ die denselben entsprechenden Brennweiten beider Linsen vor, so ist $\frac{1}{\varphi} = (\nu-1)\,u$, $\frac{1}{\varphi'} = (\nu'-1)\,u'$, also $u = \frac{1}{(\nu-1)\,\varphi}$, $u' = \frac{1}{(\nu'-1)\,\varphi'}$. Hiedurch verwandelt sich obige Gleichung in $\frac{N'-n'}{(\nu'-1)\,\varphi'} + \frac{N-n}{(\nu-1)\,\varphi} = 0$ und es muß sonach $\frac{\varphi}{\varphi'} = -\frac{N-n}{\nu-1} \cdot \frac{\nu'-1}{N'-n'}$ seyn. Diese Formel gibt das zum Achromatismus erforderliche Verhältniß der mittleren Brennweiten beider Linsen an. Da der Quotient $\frac{\varphi}{\varphi'}$ negativ erscheint, so muß eine der beiden Brennweiten negativ, d. h. es muß eine der Linsen eine Zerstreuungslinse seyn; und soll die Zusammenstellung beider Linsen als Sammellinse wirken, so muß deren resultirende Brennweite k, welche durch die Gleichung $\frac{1}{k} = \frac{1}{\varphi'} + \frac{1}{\varphi}$ angegeben wird, einen positiven Werth erhalten, mithin der numerische Werth der negativen unter den Größen φ, φ′ jenen der positiven übertreffen. Lassen wir die Linse, auf welche sich die accentuirten Buchstaben beziehen, als die Zerstreuungslinse gelten, so muß also $-\varphi' > \varphi$, mithin $\frac{N'-n'}{\nu'-1} > \frac{N-n}{\nu-1}$ seyn. Demnach muß die Zerstreuungslinse aus dem Materiale beste-

hen, welches das größere Dispersionsvermögen besitzt, nämlich aus dem Flintglase.

298. **Optische Instrumente.** Die im Vorhergehenden aus einander gesetzten Eigenschaften der Linsen, wohl auch der Spiegel, lassen sich zur Construction von Apparaten benützen, mit deren Hilfe man Gegenstände deutlicher sehen kann, als dieß durch unmittelbare Betrachtung derselben mit dem bloßen Auge möglich ist. Man nennt solche Apparate im Allgemeinen optische Instrumente. Einige derselben, wie die Camera obscura und das Sonnen- oder Gasmikroskop, haben zum Zwecke, Bilder der Gegenstände auf einer dazu vorgerichteten undurchsichtigen oder durchsichtigen Wand darzustellen, die man wie wirkliche Gegenstände mit dem Auge besieht; andere, wie die Brillen und Lupen, die Mikroskope und Fernröhre leiten die von den Gegenständen kommenden Strahlen geradezu auf eine solche Weise in das Auge, daß ein deutliches Sehen zu Stande kommt. Erstere Instrumente liefern objective, letztere subjective Bilder, obgleich in manchen Fällen nur durch Vermittelung vorher zu Stande gebrachter objectiven Zwischenbilder. Eine einfache oder zusammengesetzte Linse oder ein Spiegel, wodurch Strahlen, die unmittelbar von einem Gegenstande kommen, zu einem Luftbilde vereiniget werden, führt bei optischen Instrumenten den Namen Objectiv; ein zu bloßer Betrachtung eines objectiven oder subjectiven Bildes dienender Bestandtheil heißt Ocular. Instrumente, welche bloß Linsen enthalten, pflegt man dioptrische, solche, wobei Spiegel als Haupttheile angewendet werden, katoptrische Instrumente zu nennen.

Bei jedem optischen Instrumente kommt die Vergrößerung in Betrachtung, in welcher man die Gegenstände mittelst desselben sieht. Die scheinbare Größe eines Gegenstandes richtet sich, wie die Erfahrung lehrt, nach der Größe des Winkels, den die von den Endpuncten der ins Auge gefaßten Dimension des Gegenstandes zu dem Auge gezogenen geraden Linien mit einander bilden. Dieser Winkel wird der optische Winkel genannt. Vergleicht man den optischen Winkel, unter welchem sich das Bild des Gegenstandes mit Hilfe des optischen Instrumentes zeigt, mit dem optischen Winkel, unter welchem man es mit freiem Auge sieht, so gibt der aus der Division des ersteren Winkels durch den letzteren entspringende Quotient die Vergrößerungszahl des Instrumentes an. Ist die Distanz, in welcher man den Gegenstand mit freiem Auge betrachten kann, willkürlich, so sieht man ihn zwar um so größer, je geringer diese Distanz wird, allein es findet dabei für jedes Auge eine gewisse Grenze der Annäherung statt, bei welcher, wenn sie überschritten wird, die Deutlichkeit der Wahrnehmung aufhört. Die kleinste Distanz, in welcher ein Auge noch deutlich sieht, heißt die Sehweite. Man schlägt sie für normale Augen im Mittel auf 8 Zoll an.

Es sollen nun die vorzüglichsten optischen Instrumente in Kürze betrachtet werden:

1) Die dunkle Kammer oder Camera obscura. Der

Haupttheil derselben ist das als Sammellinse wirkende Objectiv, welches die von entfernten Gegenständen kommenden Strahlen zu einem Bilde vereiniget, das man, um es auch außerhalb der Richtung dieser Strahlen sichtbar zu machen, mit einem Schirme auffängt, dessen jeder Punct das auf ihn fallende Licht durch unregelmäßige Reflexion nach allen Seiten zerstreut. Zur Abhaltung fremdartigen Lichtes ist das Objectiv an der Wand oder auch an der Decke eines innen geschwärzten Raumes, nämlich entweder eines besonderen Gemaches oder bloß eines Kastens (tragbare Camera obscura) angebracht, in dessen Grunde sich der Schirm befindet. Die Distanz des Objectives vom Schirme läßt sich nach Maßgabe der Entfernung der Gegenstände so reguliren, daß die Vereinigungspuncte der von den einzelnen Puncten der Gegenstände ausgehenden Strahlen möglichst genau auf den Schirm fallen, womit ein hinreichend scharfes Bild entsteht. Es ist klar, daß dieß nur in so fern erreichbar ist, als die Entfernungen der Gegenstände von der Linse sämmtlich groß sind, oder wenigstens nicht sehr beträchtliche Differenzen zwischen denselben statt finden, denn nahe Gegenstände lassen sich auf diesem Wege durchaus nicht zugleich mit entfernten scharf abbilden. Befindet sich das Objectiv an dem oberen Theile der Camera so, daß die Are desselben vertical steht, so muß vor das Objectiv ein gegen den Horizont unter dem Winkel von 45° geneigter Planspiegel gesetzt werden, damit horizontal einfallende Strahlen zum Objective gelangen können. Man erreicht hiedurch zugleich den Vortheil, daß die durch die Linsen bewirkte Umkehrung des Bildes im Sinne von rechts und links wieder aufgehoben wird, weßwegen man den Spiegel oft auch dann anwendet, wenn die Are des Objectives horizontal ist. Man kann den Effect des Spiegels auch dadurch erreichen, daß man eine Linse durch ein rechtwinkeliges Prisma ersetzt, dessen Katheten sphärisch gekrümmt sind und dessen gegen erstere unter dem Winkel von 45° geneigte Hypotenuse eben ist und die Aren der darauf fallenden Strahlenkegel durch Reflexion von ihrer ursprünglichen Richtung um 90° ablenkt. Soll ein von unrichtiger Färbung freies und scharfes Bild zu Stande kommen, so muß das Objectiv achromatisch und aplanatisch seyn; man erreicht dieß nur durch Anwendung eines zusammengesetzten Objectives und eines Schirmes von gehöriger Form; wo ein planes Bild von größerer Ausdehnung verlangt wird, reicht ein bloß aus zwei Linsen bestehendes Objectiv nicht hin.

Denkt man sich von zwei Puncten eines Gegenstandes durch den optischen Mittelpunct des Objectives gerade Linien gezogen, so bezeichnen diese auf dem Schirme die Orte der Bilder jener Puncte, und der Winkel derselben ist der optische Winkel, unter welchem ein in dem optischen Mittelpuncte befindliches Auge die Verbindungslinie genannter Puncte des Gegenstandes sehen würde. Sobald also die Entfernung des Bildes vom Objective größer ist, als die Sehweite des das Bild betrachtenden Auges, sieht dieses das Bild in demselben Verhältnisse größer als den Gegenstand selbst.

Man bedient sich der Camera obscura vornehmlich zum Nachzeichnen und zur Anfertigung der Lichtbilder.

2) Das Sonnen- oder Gasmikroskop. Dieses Instrument dient dazu, Bilder kleiner Gegenstände in starker Vergrößerung auf einer weißen Wand oder auf einem durchsichtigen Schirme darzustellen, und dadurch Einzelnheiten dieser Gegenstände, welche dem freien Auge ihrer Kleinheit wegen entgehen, deutlich sichtbar zu machen. Zu diesem Behufe wird der Gegenstand vor ein aus mehreren Linsen zusammengesetztes, als Sammellinse wirkendes achromatisches und aplanatisches Objectiv von kurzer Brennweite, und zwar in eine Entfernung, welche nur um wenig größer ist als die Brennweite gebracht, wodurch ein Bild entsteht, dessen Distanz von dem Objective viele Male größer ist, als die des Gegenstandes, und welches daher in eben dem Verhältnisse größer erscheint. Damit das Bild, welches sein Licht bloß dem Gegenstande verdankt, eine hinreichende Lichtstärke erhalte, muß der Gegenstand stark beleuchtet seyn; bei dem Sonnenmikroskope wird hiezu das Sonnenlicht, bei dem Gasmikroskope das intensive Licht, welches ein in der Knallgasflamme glühendes Kalkstück gibt, angewendet. In dem einen wie in dem andern Falle concentrirt man das Licht auf dem Objecte mittelst einer Sammellinse, oder besser mittelst einer Zusammenstellung mehrerer Sammellinsen. Undurchsichtige Objecte werden von vorne beleuchtet, mit Hilfe eines vor dem Orte des Objectes seitwärts aufgestellten Spiegels, der den von der Gegend hinter dem Objecte kommenden Kegel convergirender Strahlen auf dasselbe hinlenkt.

3) Brillen für kurzsichtige Augen. Es gibt Augen, welche zwar nahe Objecte vollkommen scharf sehen; über eine gewisse Entfernung hinaus liegende Gegenstände aber nicht deutlich wahrzunehmen im Stande sind. Diesem Uebelstande kann durch den Gebrauch von Zerstreuungslinsen als Brillen abgeholfen werden. Aus einer Hohllinse treten nämlich die von den Gegenständen auf sie fallenden Strahlen dergestalt heraus, als ob diese Gegenstände sich in geringeren Distanzen von der Linse befänden (292) Ist nun C, Fig. 124, der Ort des Auges, A B ein entfernterer Gegenstand, a C die Distanz, in welcher ein Object stehen muß, damit ihn das Auge in gehöriger Schärfe wahrnehme, so läßt sich immer eine Zerstreuungslinse so wählen, daß wenn sie dicht vor das Auge gebracht wird, der Gegenstand A B gerade in a b erscheint. Das Auge sieht dabei das Bild a b unter dem optischen Winkel a C b, also genau unter demselben, welcher dem wirklichen Orte des Gegenstandes entspricht. Die (negative) Brennweite f der Linse, mithin die Wahl der Krümmungen ihrer Flächen richtet sich nach dem Betrage der Distanz a C = k; die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{k} - \frac{1}{a} \quad (292),$$

worin a die Distanz des Objectes bedeutet, gibt $\frac{1}{f} < \frac{1}{k}$, mithin

$f > k$: es muß also die Brennweite des Hohlglases immer etwas größer seyn, als die dem Auge erreichbare Sehweite.

4) Brillen für Weitsichtige, Lupen, einfache Mikroskope. Die Erfahrung lehrt, daß zur deutlichen Wahrnehmung eines Gegenstandes mittelst des Auges nebst einer Distanz von gewisser Größe (Sehweite) auch noch ein gewisser Betrag des optischen Winkels gehört; Objecte, oder deren Theile, für welche der optische Winkel auf einen gewissen Grad der Kleinheit herabsinkt, hören auf sichtbar zu seyn. Daher die Nothwendigkeit, kleine Gegenstände dem Auge nahe zu bringen, damit der optische Winkel möglichst groß werde. Kurzsichtige Augen, welche eine kleine Sehweite zulassen, sind sonach bezüglich des Sehens kleiner Objecte im Vortheile. Es gibt aber Augen, für welche bei Annäherung der Gegenstände die Schärfe des Sehens schon für Distanzen aufhört, die größer sind, als es gewöhnlich der Fall ist; solche Augen heißen weitsichtige. Derlei Augen ist es nicht gestattet kleine Gegenstände unter den zur deutlichen Auffassung nöthigen optischen Winkeln zu betrachten, also z. B. kleinere Schrift zu lesen u. dgl. Man kommt ihnen mit Sammellinsen als Brillen zu Hilfe, welche die von den innerhalb der Brennweite stehenden Objecten herkommenden Strahlen ohne Aenderung des optischen Winkels so in das Auge leiten, als wären diese Objecte weiter vom Auge entfernt. (Vergl. 291 und Fig. 123, b.) Fordert die zur Wahrnehmbarkeit nöthige Größe des optischen Winkels die Annäherung des Gegenstandes an das Auge bis auf die Distanz a, dagegen die Deutlichkeit des Sehens die Distanz k, so wird, weil für den vorliegenden Fall die Bildweite k bezüglich derjenigen, welche die Formel V. in 290 enthält, negativ ist, die Brennweite f der Linse durch die Gleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{1}{k}$$

angegeben.

Diese Principien lassen eine sehr umfassende und nützliche Anwendung zu. Für sehr kleine Gegenstände ist jedes Auge gewisser Maßen als weitsichtig zu betrachten, denn auch eine kürzere Sehweite als die normale wird noch nicht den erforderlichen optischen Winkel gewähren, und für dicht an das Auge gehaltene Objecte hört die Deutlichkeit des Sehens bei jedem Auge auf. Bringt man aber eine Sammellinse zwischen das Object und das Auge, in welchem Falle das Object, um jenseits der Linse gesehen zu werden, derselben näher seyn muß als der Brennpunct, so erscheint es, wie bereits bemerkt wurde, unter dem seiner wirklichen Stellung entsprechenden optischen Winkel, mithin wird, je kleiner man die Brennweite der Linse wählt, um so mehr dieser optische Winkel gesteigert. Unter Beibehaltung der obigen Bedeutungen von f, a, k verhält sich der optische Winkel, unter welchem das Object ohne Anwendung der Linse, wobei es also in der Distanz k stehen muß, dem Auge erscheinen würde, zu dem Winkel, unter welchem es sich bei Anwendung der Linse zeigt, wie a zu k, daher wird

durch den Gebrauch der Linse die Vergrößerung $\frac{k}{a}$, oder wegen $\frac{1}{a} = \frac{1}{f} + \frac{1}{k}$, die Vergrößerung $\frac{k}{f} + 1$ erreicht. Die Vergrößerungszahl ist also um die Einheit größer als der Quotient der natürlichen Sehweite des Auges getheilt durch die Brennweite der Linse. Die normale Sehweite = 8 Zoll angenommen gibt sonach eine Linse von 1 Zoll Brennweite eine 9malige, eine Linse von 1 Linie Brennweite eine 12.8 + 1 = 97malige (lineare) Vergrößerung.

Linsen, welche zur Betrachtung kleinerer Gegenstände bestimmt sind, heißen im Allgemeinen Vergrößerungsgläser; beträgt die Brennweite derselben nicht viel unter 1 Zoll, so nennt man sie Lupen; ist die Brennweite bedeutend kleiner, so nennt man sie Mikroskope, und zwar zum Unterschiede von dem sogleich zu betrachtenden, einfache Mikroskope, selbst dann noch, wenn sie aus mehreren Linsen, die aber wie eine einzelne Sammellinse wirken, zusammengesetzt sind. Zur Bequemlichkeit des Gebrauches gibt man ihnen Fassungen von mannigfaltiger Form mit Klemmen zum Festhalten der Objecte und mit Spiegeln zur Beleuchtung derselben.

5) Zusammengesetzte Mikroskope. Soll bei Anwendung einzelner mikroskopischer Linsen die Vergrößerung weit gehen, so müssen diese sehr kleine Brennweiten haben, mithin die Gegenstände mit der Linse sehr nahe an das Auge gebracht werden. Ueberdieß fällt der Theil des Gegenstandes, den man dabei mit einem Male übersieht, oder das Gesichtsfeld in eben dem Maße kleiner aus, weil wegen der Divergenz der aus der Linse tretenden Strahlen und wegen der Kleinheit der Augenöffnung nur diejenigen Strahlen ins Auge gelangen, deren Hauptstrahlen mit der Axe der Linse sehr kleine Winkel bilden. Endlich wird wegen der Kleinheit der Oeffnung der mikroskopischen Linsen von sehr kurzen Brennweiten die Lichtstärke des Bildes nicht über eine gewisse Grenze gebracht werden können. Diese Uebelstände werden beseitiget, wenn man nicht unmittelbar den Gegenstand, sondern ein durch eine Sammellinse hervorgerufenes, bereits vergrößertes Luftbild des Gegenstandes mit einer Lupe betrachtet. Die auf diesem Wege erzielte Vergrößerung wird durch das Product der Vergrößerung, welche die Lupe gewährt, mit jener des Luftbildes gemessen, weßwegen sich durch Combination von Linsen mit größeren Brennweiten, welche auch größere Oeffnungen gestatten, derselbe Effect erzielen läßt, wie mit einer Linse von sehr kleiner Brennweite und Oeffnung. Hierauf beruht die Einrichtung des zusammengesetzten Mikroskopes. Nach der so eben gemachten Andeutung wären zur Construction dieses Instrumentes bloß zwei Bestandtheile erforderlich, ein Objectiv und ein Ocular, beide Sammellinsen, deren erstere ein Bild des außerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenstandes zu liefern hätte, welches mittelst der zweiten Linse zu betrachten ist. Zur Beseitigung der chromatischen und sphärischen Abweichung, welche der Reinheit der Bilder und der durch selbe bedingten Wahrnehmung feinerer Einzelnheiten des Gegen-

standes Eintrag thun, könnte jeder dieser Bestandtheile aus mehreren Stücken zusammengesetzt seyn. An den vorzüglichsten Instrumenten dieser Art, wie sie gegenwärtig verfertiget werden, ist bloß das Objectiv aus mehreren achromatisch und aplanatisch verbundenen Stücken zusammengesetzt, und zwar in der Regel aus drei Doppellinsen, deren jede aus einer Kron- und einer Flintglaslinse besteht; als Ocular dient eine einfache Sammellinse, jedoch befindet sich zwischen dem Objecte und dem Ocular noch ein dritter Bestandtheil, das Collectiv genannt, gleichfalls eine einfache Sammellinse, welche die aus dem Objective tretenden convergirenden Strahlen, noch ehe sie ein Bild geben, aufnimmt und zu einem kleineren Bilde vereiniget, das mittelst des Oculars betrachtet wird. Man rechnet gewöhnlich das Collectiv zu dem Oculare, und nennt die Verbindung desselben mit der eigentlichen Ocularlinse ein zusammengesetztes Ocular. Fig. 130 zeigt den Gang der von dem Gegenstande AB ausgehenden Strahlen nach der Brechung in den drei Bestandtheilen eines zusammengesetzten Mikroskopes; nur wird in der Zeichnung der Einfachheit willen das Objectiv durch eine bloß ideale, ihm äquivalente Sammellinse MN vorgestellt. PQ ist das Collectiv, RS das Ocular; beide Linsen sind plan convex und kehren ihre Wölbungen dem Gegenstande zu. Die optischen Mittelpuncte E, H, L wie auch die Mittelpuncte der Krümmungen der Flächen sämmtlicher Linsen müssen, wenn das Instrument eines guten Effectes fähig seyn soll, in einer und derselben Geraden liegen, welche die optische Axe des Instrumentes heißt; findet diese Bedingung statt, so ist dasselbe richtig centrirt. Es sey A der in der Axe und B ein seitwärts liegender Punct des Objectes. Wäre das Objectiv allein vorhanden, so gäbe A, vorausgesetzt daß die Distanz des Gegenstandes von dem Objective die Brennweite desselben übertrifft, ein Bild in der Axe in α und B eines in der Verlängerung des Hauptstrahles in β, und es fiele das Bild $\alpha\beta$ des Gegenstandes AB um so weiter von dem Objective weg und würde daher um so größer, je näher der Gegenstand dem Brennpuncte steht. Die gegen α und β convergirenden Strahlenkegel fallen auf das Collectiv und werden durch die Brechung, welche sie darin erleiden, noch convergirender, es entsteht anstatt in α ein Bild von A in a, und anstatt in β ein Bild von B in dem Puncte b der für diese Brechung als die Richtung des Hauptstrahles anzusehenden Geraden Hβ. Gegen das Bild ab befindet sich die Linse RS in einer solchen Stellung, daß ein Auge hinter ihr ein vergrößertes Bild von ab in seiner Sehweite sieht, nämlich das Bild des Punctes a in der Richtung der Axe und jenes von b in der Richtung der Verlängerung des Hauptstrahles Lb. Die Vergrößerung des letzteren Bildes bezüglich des Objectes ist, wenn s die Sehweite des Auges bedeutet, offenbar dem Producte der drei Quotienten $\frac{E\alpha}{EA}$, $\frac{Ha}{H\alpha}$, $\frac{s}{La}$ gleich, und ließe sich aus den Brennweiten der Linsen und aus der Distanz des Gegenstandes von dem Objective nach den bereits bekannten Formeln leicht berechnen, mit deren Hilfe man auch

umgekehrt die zu einer vorgeschriebenen Vergrößerung nöthige Anordnung der Bestandtheile des Mikroskopes finden kann.

Die Gerade EQ, welche den optischen Mittelpunct des Objectives mit dem Rande des Collectives verbindet, bestimmt die größte Elongation der mittelst des Instrumentes noch sichtbaren Puncte des Gegenstandes von der Axe oder das Gesichtsfeld, und bei zweckmäßiger Anordnung des Ganzen muß das Ocular RS eine solche Größe haben, daß der aus der Brechung des Strahles EQ im Collective entspringende Strahl QS von dem Oculare aufgenommen werden kann. Der Punct O, in welchem der durch Brechung von QS im Oculare entstehende Strahl SO die Axe schneidet, ist der angemessenste Platz für das Auge, welches dort die größte Menge von Strahlen empfängt und das ganze Gesichtsfeld übersieht.

Ein Hauptgrund der Anwendung des Collectives ist die Verminderung der Färbung am Rande des Gesichtsfeldes, welche des achromatischen Objectives ungeachtet sich ergeben würde, wenn das von dem Objective unmittelbar erzeugte Bild bloß mittelst einer einfachen Linse betrachtet werden sollte. Durch das Collectiv wird nämlich der Strahl QS in seine farbigen Bestandtheile zerlegt; da aber dieselben das Ocular an verschiedenen Stellen treffen, und zwar die brechbareren Strahlen an solchen, welche der Axe näher liegen, so werden diese durch die Brechung weniger abgelenkt als die übrigen, weil die Theile des Oculares, welche der Axe näher liegen, wie ein Prisma mit kleinerem brechenden Winkel wirken; auf diese Weise gleicht sich die chromatische Abweichung wieder aus, und die Farben am Rande des Gesichtsfeldes werden unmerklich gemacht.

Die Bestandtheile des Mikroskopes werden in eine zur Abhaltung fremden Lichtes inwendig geschwärzte und mit Blendungen versehene Röhre gefaßt, welche sich an einem Stative befindet, das alle Bequemlichkeiten zur Befestigung, Handhabung, genauen Einstellung und Beleuchtung der Objecte gewährt. Durch Umtauschung der Bestandstücke des Objectives gegen andere und Anwendung verschiedener Oculare erhält man eine hinreichende Abwechslung von Vergrößerungen, von den schwächsten, etwa von der 20maligen an bis zu den stärksten, die selbst bei kleineren Instrumenten auf 400-, bei den größeren aber bis 1200mal linear und darüber getrieben werden können. Zur Messung der Vergrößerungen der Größen der Gegenstände, zum Nachzeichnen derselben hat man besondere Vorrichtungen.

6) Das holländische oder Galilei'sche Fernrohr. Dieses besteht aus einer achromatischen Sammellinse als Objectiv und einer einfachen Zerstreuungslinse als Ocular. Die von entfernten Gegenständen auf das Objectiv fallenden Strahlen, welche nach erfolgter Brechung zu einem Bilde convergiren, dessen Ort in der Nahe des Brennpunctes des Objectives liegt, werden von dem Ocular, ehe noch dieses Bild zu Stande kommt, aufgenommen, und es ist die Entfernung des Oculares von dem Objective dergestalt regulirt, daß die Strahlen aus dem Oculare in solcher Divergenz austreten, als kämen sie

von einem in der Sehweite des Auges stehenden Gegenstande her. Das Auge sieht sonach ein aufrechtes und vergrößertes Bild des Gegenstandes. Fig. 131 zeigt den Gang der Strahlen in diesem Instrumente; MN ist das Objectiv, PQ das Ocular, $\alpha\beta$ das nicht zu Stande kommende Bild des entfernten Gegenstandes AB; die Bilder der Puncte A, B werden in den Verlängerungen der Hauptstrahlen αH, βH gesehen, und die Vergrößerung wird durch den Quotienten gemessen, welchen man erhält, wenn man den optischen Winkel $aHb = \alpha H\beta$, unter welchem das Auge den Gegenstand mittelst des Instrumentes wahrnimmt, durch den Winkel $AEB = \alpha E\beta$, unter welchem dasselbe den Gegenstand vom Standpuncte E aus ohne Fernrohr sehen würde, dividirt. Wegen der Kleinheit der Winkel ist sehr nahe $\alpha H\beta = \frac{\alpha\beta}{H\alpha}$, $\alpha E\beta = \frac{\alpha\beta}{E\alpha}$, mithin $\frac{\alpha H\beta}{\alpha E\beta} = \frac{E\alpha}{H\alpha}$, d. h. die Vergrößerungszahl ist sehr nahe dem Quotienten der Brennweite des Objectives dividirt durch die Brennweite des Oculars gleich, und zwar um so genauer, je weiter der Gegenstand von dem Fernrohre entfernt, und je weitsichtiger das Auge ist. Von einem sehr weit entfernten Gegenstande kommen nämlich die Strahlen fast parallel zum Objective, die Bildweite $E\alpha$ fällt also mit der Brennweite des Objectives zusammen, und ein sehr weitsichtiges Auge fordert zum deutlichen Sehen fast parallel eintretende Strahlen, für ein solches muß also α zugleich der Brennpunct des Oculars seyn.

Das Galilei'sche Fernrohr gewährt nur ein beschränktes Gesichtsfeld, weil die von Puncten des Gegenstandes außerhalb der Axe herrührenden Strahlen bei dem Austritte aus dem Oculare sogleich seitwärts abweichen, mithin nur wenige derselben in das Auge kommen, selbst wenn dieses dem Oculare möglichst nahe gehalten wird. Doch hat dieses Fernrohr vor anderen den Vortheil einer geringeren Länge für sich. Die Theaterperspective, wie auch die sogenannten Feldstecher sind nach diesem Principe eingerichtet. An letzteren ist gewöhnlich eine drehbare Ocularscheibe angebracht, welche mehrere Ocularlinsen enthält und dieselben leicht zu wechseln gestattet, wodurch eben so viele verschiedene Vergrößerungen erzielt werden können.

7) Das astronomische Fernrohr. Dieses besteht aus einem achromatischen Objective und aus einem Oculare mit zwei zusammenwirkenden einfachen Sammellinsen. Diese sind entweder auf die bereits oben erklärte, bei zusammengesetzten Mikroskopen übliche Weise mit dem Objective zusammengestellt, so daß die von dem letzteren austretenden convergirenden Strahlenkegel, ehe sie noch ein Bild erzeugen, von einem Collective aufgefangen werden, welches sie noch convergirender macht und zu einem mit dem Ocularglase zu betrachtenden Bilde zusammenbringt, oder es befinden sich beide Ocularlinsen hinter dem unmittelbar von dem Objective herrührenden Bilde. Da dieses Fernrohr die Gegenstände in verkehrter Lage zeigt, so eignet es sich nicht zum terrestrischen Gebrauche, jedoch leistet es bei astronomischen

Beobachtungen sehr gute Dinste, und stellt sich als ein unentbehrliches Hilfsmittel derselben dar. Ein mit einem Stative versehenes astronomisches Fernrohr heißt gewöhnlich ein Tubus; enthält das Instrument ein Objectiv von großen Dimensionen und weit gehender Leistung, so wird es durch die Benennung Refractor ausgezeichnet. Eine besondere Einrichtung des astronomischen Fernrohres ist die dialytische, bei welcher das Objectiv durch zwei getrennte Linsen vertreten wird, nämlich durch eine am Ende des Rohres befindliche Kronglaslinse, und durch eine davon entfernte kleinere Doppellinse aus Kron- und Flintglas. Die verschiedenen Vergrößerungen werden an den astronomischen Fernröhren durch den Wechsel der Oculare zu Stande gebracht.

8) Das Erdfernrohr entsteht aus dem astronomischen durch Hinzufügung zweier Sammellinsen zu dem Ocularapparate, wodurch das Bild umgekehrt, mithin ein aufrechtes Bild des Gegenstandes erhalten wird, wie es die Betrachtung terrestrischer Objecte erfordert. Sonach besteht ein Erdfernrohr aus einem achromatischen Objective und aus vier Ocularlinsen. Bei der gewöhnlichen Einrichtung der sogenannten Zugperspective befinden sich diese vier Oculargläser in der letzten dem Auge entsprechenden Auszugröhre. Es lassen sich die vier Oculare auf mehrere verschiedene Arten anordnen; eine der am häufigsten vorkommenden stellt Fig. 132 vor, in welcher der Gang der Randstrahlen ersichtlich gemacht ist. Das Objectiv erzeugt ein umgekehrtes Bild $\alpha\beta$ des Gegenstandes; die von diesem Bilde weiter fortgehenden Lichtstrahlen werden von dem ersten Ocular M aufgenommen, welches um seine Brennweite von $\alpha\beta$ entfernt ist; durch die darin statt findende Brechung werden die Strahlen mit den entsprechenden Hauptstrahlen parallel und gelangen so zu dem zweiten Oculare N, welches sie convergirend dem dritten Ocular P zusendet, das als Collectiv wirkt und die Strahlen zu dem Bilde ab vereiniget, von dem sie endlich durch die vierte Ocularlinse Q zu dem Auge gelangen.

9) Das Newton'sche Spiegelteleskop enthält einen Hohlspiegel, welcher die von entfernten Gegenständen kommenden Strahlen, vor ihrer Vereinigung zu einem Luftbilde einem gegen die Axe des Hohlspiegels unter dem Winkel von 45° geneigten Planspiegel zusendet, der sie seitwärts ablenkt; das solchergestalt entstehende Bild wird durch eine gewöhnliche an der Seite des Rohres angebrachte Ocularvorrichtung betrachtet. Die Spiegelbilder sind von der chromatischen Abweichung frei, weßwegen dieses Teleskop immerhin auch gegenwärtig noch Berücksichtigung verdient. Der verkehrten Bilder wegen eignet es sich nicht zum terrestrischen Gebrauche.

10) Das Gregori'sche Spiegelteleskop besteht aus einem in der Mitte durchbrochenen Hohlspiegel, welcher die auf ihn fallenden Strahlen, nachdem sie ein Bild erzeugt haben, auf einen kleineren Hohlspiegel wirft, hinsichtlich dessen dieses Bild sich wie ein Object verhält, wodurch ein zweites Bild entsteht, welches der Stellung des letztern Spiegels gemäß in die Oeffnung des ersteren fällt und da-

selbst mittelst eines Ocularapparates betrachtet wird. Das von dem ersten Hohlspiegel herrührende Bild ist ein verkehrtes; durch den zweiten Spiegel erhält es in Folge nochmaliger Umkehrung die aufrechte Lage.

299. **Das Auge und der Hergang des Sehens** Die Kenntniß der Gesetze der Brechung des Lichtes in durchsichtigen Medien mit gekrümmten Flächen verhilft uns zur Beurtheilung der Function unseres Gesichtsorganes und des Herganges des Sehens. Der ganze Sehapparat ist in dem Augapfel enthalten, einem kugelähnlichen an der vorderen Seite mehr converen Körper, welcher gewisser Maßen einer Camera obscura vergleichbar, die von den Puncten äußerer Gegenstände durch die Augenöffnung eintretenden divergirenden Strahlenkegel mittelst der Brechung in den durchsichtigen Substanzen, die seine Höhlung ausfüllen, unter welchen Substanzen sich auch ein linsenartiger Körper befindet, in convergirende Strahlenkegel verwandelt, deren Spitzen auf die im Hintergrunde dieser Höhlung ausgebreitete Nervenhaut fallen und daselbst eine das Sehen vermittelnde Empfindung hervorbringen. Es ist hier der Ort nicht in eine umständliche Zergliederung des Auges einzugehen; wir bemerken daher bloß, daß die Höhlung des Augapfels von über einander liegenden Häuten umschlossen wird; die äußerste derselben von consistenter Beschaffenheit heißt die harte Haut; sie ist weiß, lederartig, undurchsichtig; in dieselbe ist an der vorderen Seite des Augapfels die durchsichtige Hornhaut eingefügt. Unter der harten Haut liegt die gefäßreiche, braune, inwendig mit einem schwarzen Pigmente bekleidete Aderhaut, die sich nach vorne in einen faltigen Rand, Strahlenkörper genannt, endiget, so daß eine runde Oeffnung übrig bleibt, an welche die Regenbogenhaut paßt, eine runde Blendung mit einer concentrischen Oeffnung (Augenöffnung oder Pupille), die sich in schwachem Lichte erweitert, in starkem zusammenzieht. Hinter der Regenbogenhaut befindet sich die Krystalllinse, welche eine schichtenartige Structur hat und an der hinteren Fläche mehr gewölbt ist als an der vorderen. Diese Linse ist der wirksamste unter den im Auge vorfindigen, das Licht brechenden Körpern. Der Raum zwischen der Krystalllinse und der Hornhaut enthält die wässerige Feuchtigkeit und wird durch die Regenbogenhaut in die größere vordere und in die kleinere hintere Augenkammer getheilt. Der ganze Raum zwischen der Krystalllinse und dem Hintergrunde des Augapfels ist mit dem Glaskörper ausgefüllt, einer Substanz von zelliger Structur; die Zellen enthalten die äußerst klare Glasfeuchtigkeit. Der Sehnerve tritt am hinteren Theile des Augapfels durch eine Oeffnung der harten Haut ein, und breitet sich an der inneren Wand des Augapfels in ein äußerst feines Nervengewebe aus, welches die Netzhaut heißt.

Der Hergang des Sehens kann kurz dadurch ausgedrückt werden, daß man sagt, es entstehen durch die Brechung, welche die von den Gegenständen in das Auge gelangenden Strahlen in den darin enthaltenen durchsichtigen Medien erfahren, die zusammen wie eine Sam-

mellinse wirken, **Bilder** dieser Gegenstände, welche, wenn ein deutliches Sehen statt finden soll, auf die Netzhaut fallen müssen. Hiebei ist jedoch wohl zu beachten, daß das Sehen nicht auf dem Zustandekommen von Abbildungen äußerer Gegenstände im Grunde des Auges, sondern auf der Bestimmtheit des Eindruckes beruht, den die Netzhaut von den Strahlen erfährt, die von einem und demselben leuchtenden Puncte ausgegangen sind, was nur der Fall seyn kann, wenn diese Strahlen die Netzhaut wieder nur in einem Puncte treffen. Fällt die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels nicht auf die Netzhaut, so wird dieselbe von den einem Puncte des Gegenstandes entsprechenden Strahlen in allen Puncten des Kreises getroffen, in welchem die Netzhaut und der genannte Strahlenkegel einander begegnen; die von benachbarten Puncten des Gegenstandes herrührenden Kreise decken sich also theilweise, d. h. ein Punct der Netzhaut wird gleichzeitig von vielen Puncten des Gegenstandes afficirt, was die Bestimmtheit der Empfindung gänzlich vereitelt.

Es thut nichts zur Sache, daß das Bild auf der Netzhaut wie jedes hinter einer Linse gemachte Bild bezüglich des Gegenstandes eine umgekehrte Lage hat, und die Frage, wie es komme, daß man dieser umgekehrten Lage ungeachtet den Gegenstand doch aufrecht sieht, betrifft kein schwer lösliches Paradoron. Es kommt ja nur darauf an, daß die vom Lichte, welches den Puncten des Gegenstandes entspricht, getroffenen Puncte der Netzhaut dieselbe relative Lage gegen einander haben wie die Puncte des Gegenstandes selbst, und überdieß wird die Richtung, in welcher wir den Punct, von dem die Affection der Netzhaut herrührt, zu suchen haben, durch die Richtung gegeben, nach der diese Affection erfolgt.

300. **Gesetze des Sehens.** Aus dem Hergange des Sehens werden die Gesetze über das Sehen, welche die Erfahrung darlegt, nicht nur begreiflich, sondern es lassen sich dieselben daraus methodisch ableiten. Die wichtigsten derselben sind folgende: 1) Zum Sehen ist eine gewisse Intensität des Lichtes nothwendig. So empfindlich auch der Sehnerve für das Licht ist, so geht doch seine Empfänglichkeit für Eindrücke nicht in das Unbegrenzte, sondern wenn der Eindruck zu schwach ist, wird er gar nicht wahrgenommen. 2) Das Zustandekommen eines wahrnehmbaren Eindruckes auf das Auge bedarf einer um so kürzeren Zeit, je kräftiger er ist. Schwache Lichteindrücke, wenn sie nur kurze Zeit währen, verschwinden gänzlich, aber es gibt auch Lichteindrücke, welche in einer so kurzen Zeit erzeugt werden, daß ihre Dauer nur durch die feinsten Mittel sensibel gemacht werden kann. Eine Flintenkugel sieht man in ihrem Fluge nicht, wohl aber nimmt man einen Funken aus dem Conductor einer Elektrisirmaschine wahr, obgleich sich mittelst des Farbenkreisels (s. S. 414) und noch bestimmter mittelst des rotirenden Spiegels (251) nachweisen läßt, daß seine Dauer kürzer ist als ein Milliontel einer Secunde. 3) Ein Lichteindruck hinterläßt eine Nachempfindung, welche eine gewisse Zeit fortwährt. Darum erscheint der Weg eines schnell bewegten hellleuchtenden Körpers als leuchtende

Linie, denn der von dem einen Puncte der Bahn ausgegangene Eindruck dauert noch fort, während die von den folgenden Puncten der Bahn herkommenden sich dazu gesellen. (Wheatstone's Kaleidophon, der Thaumatrop, Stampfer's stroboskopische Scheiben, Plateau's Phantasmaskop u. dgl.) 4) Ein kräftiger, an einer Stelle der Netzhaut hervorgerufener Eindruck hat auch die Affection der zunächst liegenden Nerventheilchen zur Folge. Helle schmale Streifen auf dunklem Grunde, lebhaft glühende, z. B. durch Elektricität glühend gemachte Drähte erscheinen viel breiter oder dicker als sie wirklich sind. Dieses Phänomen heißt die Irradiation. 5) Die geraden Linien, welche von den Puncten eines Gegenstandes zu deren Bildern auf der Netzhaut gezogen gedacht werden, durchschneiden einander sämmtlich in einem und demselben Puncte im Innern des Augapfels, welchen man den Kreuzungspunct nennt. Der Winkel je zweier solcher Geraden ist der optische Winkel, unter welchem die zwischen den betreffenden Puncten enthaltene Dimension des Gegenstandes erscheint, und ihm entspricht auch die correspondirende Dimension des Bildes auf der Netzhaut. Da es natürlich ist anzunehmen, daß die scheinbare Größe eines Gegenstandes sich nach der Größe seines Bildes auf der Netzhaut richtet, so sieht man hieraus den Zusammenhang der scheinbaren Größe mit dem optischen Winkel. 6) Gegenstände, deren optischer Winkel unter eine gewisse von der Helligkeit abhängende Grenze herabsinkt, hören auf wahrnehmbar zu seyn, weil durch sie zu wenig Nerventheile der Netzhaut afficirt werden. 7) Im Mechanismus des Auges liegt eine Veranstaltung, welche das Sehen in sehr verschiedene Entfernungen möglich macht. Behielten nämlich alle brechenden Theile des Auges die Form, bei welcher ein deutliches Sehen eines bestimmten Objectes statt findet, ungeändert bei, so müßte, wenn die Distanz des Objectes vom Auge zunimmt, die Spitze des gebrochenen Strahlenkegels von der Netzhaut weg gegen die Krystalllinse hin, dagegen wenn diese Distanz kleiner wird, hinter die Netzhaut rücken, in jedem der beiden Fälle also der Deutlichkeit des Sehens Eintrag geschehen. Aber die Erfahrung lehrt, daß wir in sehr verschiedenen Distanzen deutlich sehen können, mithin accomodirt sich das Auge der Entfernung der Gegenstände. In der That sind wir nicht im Stande sehr schnell hinter einander nahe und entfernte Objecte scharf ins Auge zu fassen, sondern es ist zu dem Uebergange von dem einen Extrem zum andern eine kleine Zeit nöthig. Jedoch hat dieses Vermögen des Auges, sich der Entfernung der Objecte anzupassen, seine Grenzen, und bei sehr großer Nähe der Gegenstände fällt für jedes Auge der Vereinigungspunct der gebrochenen Strahlen hinter die Netzhaut. Die kleinste Distanz, bei welcher dieser Punct noch auf der Netzhaut liegt, bestimmt die Sehweite des Auges. Bei weitsichtigen Augen vereinigen sich Strahlen, die aus der normalen Sehweite kommen, schon hinter der Netzhaut, bei kurzsichtigen Augen dagegen vor der Netzhaut, weil erstere eine Entfernung, letztere eine Annäherung der Objecte fordern, um deutlich zu sehen, d. h. den Vereinigungspunct der gebrochenen Strahlen auf die

Netzhaut zu bringen. Fehlt dem Auge die Krystalllinse, so fallen die Bilder, auch der entferntesten Gegenstände, hinter die Netzhaut, und das deutliche Sehen wird nur bei Anwendung einer stark converen Brille möglich (Staarbrille). 8) Im Auge ist die aus der Gestalt der brechenden Medien hervorgehende Abweichung der gebrochenen Strahlen sehr vollkommen gehoben; die chromatische Abweichung ist in den gewöhnlichen Fällen zwar so unmerklich, daß man sogar daraus zuerst auf die Möglichkeit achromatischer Combinationen brechender Substanzen geschlossen hat, allein sie ist doch vorhanden und kann mit Bestimmtheit nachgewiesen werden. Betrachtet man nämlich einen feinen Faden mittelst einer Convexlinse, und hat derselbe eine solche Stellung gegen die Linse, daß er, wenn er bloß mit rothem Lichte beleuchtet wird, vollkommen scharf erscheint, so verschwindet er, wenn bloß blaues Licht auf ihn fällt, und wird erst sichtbar, wenn man seine Distanz von der Linse verringert. 9) Durch den Eindruck farbigen Lichtes wird die Empfindlichkeit der Netzhaut für jede andere Farbe relativ erhöht. Betrachtet man z. B einen lebhaft rothen Gegenstand einige Zeit und wendet sodann den Blick auf eine weiße Fläche, so wird der Eindruck, den die im weißen Lichte enthaltenen rothen Strahlen auf das Auge machen, von jenem der übrigen farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes übertroffen; es entsteht daher die Empfindung der Mischungsfarbe der letzteren Strahlen, d. h. die complementäre der ersteren, das Auge sieht sonach die weiße Fläche grün gefärbt. Man nennt auf diese Weise entstehende Farben *subjective*. Hieher gehören auch die *gefärbten Schatten*. Wird nämlich ein undurchsichtiger Gegenstand gleichzeitig von farbigem und weißem Lichte beleuchtet, so erscheint der Schatten, welcher dem letzteren Lichte entspricht, mit der Farbe des ersteren, der dem farbigen Lichte gegenüber liegende Schatten aber mit der complementären Farbe. Diese Erscheinung erklärt sich daraus, daß in den dem farbigen Lichte entsprechenden Schatten bloß weißes Licht kommen kann, jedoch der Eindruck, den der Bestandtheil desselben, welcher mit dem über den übrigen Raum verbreiteten Lichte gleichartig ist, auf die Netzhaut zu bewirken vermag, gegen den von den übrigen Bestandtheilen herührenden Eindruck gänzlich in den Hintergrund tritt. 11) Bei dem gleichzeitigen Gebrauche beider Augen entstehen auf der Netzhaut eines jeden Bilder der Gegenstände; dem ungeachtet sehen wir die Gegenstände bei dem normalen Verhalten der Augen nur einfach, weil wir stets die optischen Aren beider Augen so richten, daß ihre Verlängerungen in dem Puncte, den wir eben fixiren, zusammentreffen, wodurch die Bilder der benachbarten Puncte in jedem Auge auf ähnlich liegende, oder wie man zu sagen pflegt, correspondirende Stellen der Netzhaut fallen: mit einem solchen Eindrucke verbinden wir, durch stete Vergleichung der Ergebnisse des Tastsinnes und anderer Erfahrungen mit jenen des Gesichtes hiezu angeleitet, die Vorstellung der Einheit des Gegenstandes. Sobald aber die Bilder eines Gegenstandes nicht in beiden Augen auf correspondirenden Stellen der Netzhaut ihren Platz erhalten, wie dieß bei dem absichtlichen Schielen und bei Gegen-

ständen der Fall ist, deren Distanz sehr bedeutend von jener der Ebene abweicht, die auf der Mittellinie beider Augenaxen in deren Durchschnittspuncte senkrecht steht, so sehen wir wirklich doppelt. 12) Wir haben seit der Entwickelung unseres Bewußtseyns von der ersten Kindheit angefangen gleichsam sehen gelernt, d. h. uns unvermerkt die Fertigkeit erworben, auf die Ueberlieferungen des Gesichtsorganes sogleich ein Urtheil über die Beschaffenheit des Gesehenen zu gründen, welches sich nunmehr mit dem bloßen Auffassen des wirklich Thatsächlichen im Acte des Sehens dergestalt vermengt, daß wir in vielen Fällen nicht im Stande sind, das eine von dem andern zu sondern. Hieraus erhellet, was es mit dem unmittelbaren Sehen der Distanzen der Gegenstände von uns, ihrer Größe, Beschaffenheit der Oberfläche, Bewegung ꝛc. für eine Bewandtniß habe, welches Sehen vielmehr in einem Schließen auf diese Qualitäten besteht, wozu uns der optische Winkel, der Grad der Helligkeit, die Stellung beider Augenaxen bei dem Sehen, und Beziehungen der gesehenen Dinge zu einander die Daten liefern. Wenden wir ein gewohntes Urtheil auf einen Fall an, auf den die Prämissen desselben nicht passen, so irren wir in Betreff der Beschaffenheit der Gegenstände, wir unterliegen einer sogenannten optischen Täuschung.

Weil die Intensität des Lichtes, welches uns ein Gegenstand zusendet, wegen der Schwächung, die es bei dem Durchgange durch die Luft erleidet, um so geringer ausfällt, je entfernter der Gegenstand von uns steht, so schließen wir umgekehrt, daß ein schwach beleuchteter Gegenstand weit entfernt sey. Halten wir einen Gegenstand für weit entfernt, so erscheint er uns groß, weil wir ihn der vermeintlichen Distanz ungeachtet unter einem bedeutenden optischen Winkel sehen, und umgekehrt. Liegen zwischen dem Auge und einem Gegenstande viele andere Objecte, so halten wir ersteren für weiter entfernt, als wenn wir keine solchen Objecte wahrnehmen. So kommt es, daß wir den aufgehenden Mond, die Sternbilder in der Nähe des Horizontes größer sehen, als in der Höhe, daß uns eine lange Allee, ein langer Gang ꝛc. in der Entfernung enger zu werden, der Fußboden sich zu erheben, die Decke zu senken scheint, daß uns die Gegenstände von einem Thurme gesehen sämmtlich so klein vorkommen u. dgl. m. Bei der Beurtheilung der Entfernung naher Gegenstände leistet uns das Gefühl der Convergenz beider Augenaxen, wenn wir uns auch dessen nicht klar bewußt werden, bei der Beurtheilung der Convexität oder Concavität der Körperflächen die Lage der Schatten, die Form der Bilder auf der Netzhaut jedes Auges gute Dienste. (Wheatstone's Stereoskop.)

301. **Geschwindigkeit des Lichtes.** Das Licht bedarf einer Zeit, um von einem Orte zu einem anderen zu gelangen, es wird aber diese Zeit wegen der ungeheuren Geschwindigkeit des Lichtes nur dann merklich, wenn dasselbe sehr große Strecken durchlauft. Die uns auf der Erde zu Gebote stehenden Distanzen reichen dazu nicht hin, aber die Untersuchung der Ungleichheiten in der Aufeinanderfolge der Verfinsterungen, welche die den Jupiter umkreisenden Monde bei dem Eintritte in den Schatten dieses Planeten erleiden, führt zur Erkenntniß der successiven Fortpflanzung des Lichtes. Diese Verfinsterungen bieten

nämlich ein eben so bequemes als sicheres Mittel zur Bestimmung der synodischen Umlaufszeiten der genannten Monde bezüglich ihres Hauptplaneten dar; man erhält die mittleren Werthe derselben, wenn man das Zeitintervall zwischen zwei weit von einander entfernten gleichartigen Momenten der Verfinsterung jedes Mondes (Eintritt, Mitte, Austritt) durch die Anzahl seiner während dieser Zeit vollbrachten synodischen Umlaufe dividirt. Vergleicht man nun die Zeitpuncte, welche den von einer bei der Opposition des Jupiters mit der Sonne stattfindenden Verfinsterung eines Mondes an gezählten Vielfachen seiner mittleren synodischen Umlaufszeit entsprechen, mit den Zeitpuncten der correspondirenden Verfinsterungen, wie selbe sich in der wirklichen Beobachtung kund geben, so zeigt sich eine Verspätung letzterer gegen erstere, welche bis zur Conjunction des Jupiters mit der Sonne zunimmt, wobei sie den Betrag von 16 Minuten erreicht; während des Ganges von der Conjunction bis zur Opposition wird die Verspätung wieder geringer, und zur Zeit der Opposition selbst fallen beide Zeitpuncte zusammen. Bestimmt man die synodische Umlaufszeit unmittelbar aus der zwischen zwei nächsten Verfinsterungen beobachteten Zeit, so zeigt sich von der Opposition des Jupiters bis zur Quadratur eine Zunahme dieser Umlaufszeit, von der Quadratur bis zur Conjunction dagegen eine Abnahme derselben, so daß sie bei der letztgenannten Stellung ihre ursprüngliche Größe wieder hat; ein gleiches Verhalten findet während des Ganges von der Conjunction bis zur Quadratur und von dieser zur Opposition statt. Allerdings muß die Reihenfolge der synodischen Umläufe der Jupitersmonde wegen der nicht genau kreisförmigen Gestalt ihrer Bahnen, wegen der wechselseitigen Störungen, die sie auf einander selbst ausüben u. dgl., gewissen Aenderungen unterliegen; allein daraus lassen sich die vorbeschriebenen Variationen nicht erklären, schon aus dem Grunde nicht, weil sie lediglich von der Stellung des Jupiters gegen die Erde abhängen, und für alle vier Monde dieselben sind. Hingegen erhalten vorgedachte Variationen ihre befriedigendste Nachweisung, wenn man darauf achtet, daß die Entfernung des Jupiters von der Erde bei dessen Uebergange von der Opposition mit der Sonne zur Conjunction fortwährend zunimmt, und in letzterer Stellung um den Durchmesser der Erdbahn größer ist als in ersterer, mithin das Licht immer mehr Zeit braucht um von den Jupitersmonden zur Erde zu gelangen. Die Aenderungen der Distanz des Jupiters von der Erde sind in der Opposition und Conjunction, wo die Richtung der Bewegung der Erde gegen die Verbindungslinie derselben mit dem Jupiter senkrecht ist, am geringsten, in den Quadraturen dagegen, wo die Richtung der Bewegung der Erde mit genannter Verbindungslinie übereinstimmt, am größten, in eben dem Maße werden daher auch die Phänomene der Trabanten später oder früher wahrgenommen, je nachdem sich die Erde von dem Jupiter entfernt, oder sich nähert. Aus einer großen Anzahl von Beobachtungen hat sich ergeben, daß das Licht den Halbmesser der Erdbahn, nämlich die Distanz der Sonne von der Erde, d. i. 23984 Erdhalbmesser in 8 Minuten 13 Secunden durchlauft, mithin in einer

Secunde 48,6 Erdhalbmesser; rechnet man den Erdhalbmesser zu 858 geographischen Meilen, so ergibt sich der Weg, den das Licht binnen 1 Sec. zurücklegt, = 41700 Meilen.

Die Entfernungen der vier Monde des Jupiters von seinem Mittelpuncte betragen nahe 6, 10, 15, 27 Halbmesser seines Aequators und deren Umlaufszeiten 1 Tag 18 Stunden, 3 T 13 St, 7 T. 4 St, 16 T 17 St. Die drei dem Jupiter nächsten Monde treten bei jeder Opposition gegen die Sonne in den Schatten dieses Planeten; bei den zwei entferntesten (dem dritten und vierten) nimmt man öfter, bei dem zweiten sehr selten den Eintritt und den Austritt aus dem Schatten an derselben Seite des Hauptplaneten wahr.

302. Aberration des Lichtes. Die successive Fortpflanzung des Lichtes hat eine scheinbare Ortsveränderung der Gestirne zur Folge, deren Grund darin liegt, daß wir die Himmelskörper von einem in Bewegung befindlichen Standpuncte betrachten, mithin die Richtung des Eindruckes des Lichtes auf unser Auge auch von der Bewegung des letzteren abhängt. Scharfe Beobachtungen der Positionen der Fixsterne, welche man in kleinen Intervallen über einen längeren Zeitraum ausdehnte, um zu erfahren, ob diese Himmelskörper keine Bewegungen zeigen, haben das merkwürdige Factum an den Tag gelegt, daß sämmtliche Fixsterne jährlich eine Ellipse durchlaufen, deren größere Axe der Ekliptik parallel liegt und für alle einerlei Größe hat; ihre Länge entspricht einem Bogen von $40^{1}/_{2}$ Secunden; die kleinere Axe aber richtet sich nach dem Abstande der Sterne von der Ekliptik, d. i. nach der Breite, und verhält sich zur größeren wie der Sinus der Breite zur Einheit. Daß dieß bloß eine scheinbare Bewegung ist, und daß sie aus der Zusammensetzung der Geschwindigkeiten des Lichtes und der Erde in ihrer Bahn hervorgeht, läßt sich auf folgende Weise rechtfertigen: Es sey S (Fig. 133) ein Fixstern, A in einem bestimmten Augenblicke der Ort des Beobachters, in dessen Auge Licht, welches von S ausgegangen ist, eindringt. Dieses Licht kommt da mit der ihm eigenthümlichen Geschwindigkeit, also mit dem Bestreben an, in einer gewissen Zeit τ den Weg AB nach der Verlängerung von SA zurückzulegen. Da der Beobachter nicht in Ruhe ist, sondern der progressiven Bewegung der Erde gemäß eine Geschwindigkeit besitzt, vermöge welcher er während derselben Zeit τ den Weg AC beschreibt, so wirkt das Licht auf dessen Auge gerade so ein, als ob es nebst seiner eigenen Geschwindigkeit auch noch die des Beobachters, aber in entgegengesetzter Richtung, mithin das Bestreben hätte, während der Zeit τ den Weg AD = AC zu durchlaufen, der Beobachter dagegen in Ruhe wäre. Verzeichnet man das Parallelogramm ADEB, so gibt dessen Diagonale AE die Richtung an, welche der Beobachter im Puncte A dem in sein Auge eindringenden von S herstammenden Lichte zuschreibt. Der Beobachter sieht also den Stern in der Verlängerung von EA in S'. Man kann hier den Ort S' des Sternes so annehmen, daß SS' mit DAC parallel ist; und da die Dimensionen der Erdbahn gegen die unermeßlichen Distanzen der Fixsterne völlig verschwinden, so sind sämmtliche gerade Linien wie AS, welche von dem Auge des Beobachters bei den verschiedenen Stellungen

der Erde in ihrer Bahn zu dem Sterne S gehen, als parallel zu betrachten; endlich kann man für die gegenwärtige Untersuchung von der Aenderung der Geschwindigkeit der Bewegung der Erde oder von der Ellipticität der Erdbahn abstrahiren, mithin AD und daher auch SS' als constant betrachten. Der Aspect, den der Stern S dem Beobachter während eines Umlaufes der Erde darbietet, ist demnach derselbe als ob der Stern während dieser Zeit einen der Erdbahn parallelen Kreis beschriebe, welcher den wahren Ort S desselben zum Mittelpuncte und SS' zum Halbmesser hat. Die Bahn des Sternes, wie sie am Himmelsgewölbe erscheint, ist die Projection dieses Kreises auf die Himmelssphäre, d. h. der Durchschnitt der Kegelfläche, welche genannten Kreis zur Basis und A, in welchen Punct wir die ganze Erdbahn zusammenziehen dürfen, zum Scheitel hat, mit der Himmelskugel. Dieser Kreis stellt sich sonach an der Himmelssphäre als eine Ellipse dar, deren größere Axe seinem Durchmesser entspricht, deren kleinere Axe aber gegen erstere in dem Verhältnisse des Sinus des Neigungswinkels, unter welchem die Gerade SA die Ebene der Erdbahn trifft, d. h. in dem Verhältnisse des Sinus der Breite des Sternes zur Einheit verkürzt ist. Der Winkel, unter welchem der Halbmesser des Kreises oder die halbe größere Axe der Ellipse gesehen wird, stimmt, wenn die Richtung AC der Bewegung der Erde gegen AS senkrecht steht (Fig. 134), mit dem Winkel SAS' oder AED überein; die Tangente desselben wird also durch den Quotienten $\frac{AD}{DE} = \frac{AC}{AB}$ ausgedrückt. Da AC gegen AB sehr klein ist, so kann man AC wie einen aus B mit dem Halbmesser BA beschriebenen Bogen behandeln, mithin das Maß dieses Bogens für jenes des Winkels SAS' gelten lassen. Nimmt man AB dem Halbmesser der Erdbahn gleich, in welchem Falle die Zeit $\tau = 8$ Min. 13 Sec. $= 493$ Sec. wird, so ist AC der während derselben Zeit von der Erde in ihrer Bahn zurückgelegte Bogen; da nun die Erde ein Jahr oder 365,24225 Tage braucht, um 360 Grade zu durchlaufen, so beschreibt sie während $365{,}24225 \times 24$ Zeitsecunden 360 Bogensecunden; bezeichnen wir also das Bogenmaß von AC in Secunden ausgedrückt mit α, so besteht die Proportion
$\alpha : 360 = 493 : 365{,}24225 \times 24$ oder $\alpha : 15 = 493 : 365{,}24225$,
woraus $\alpha = 7395 : 365{,}24225 = 20{,}25$ Sec. folgt. Die größere Axe der Ellipsen, welche die Fixsterne am Himmelsgewölbe zu beschreiben scheinen, beträgt also 40,5 Secunden. Die in der Ekliptik stehenden Sterne zeigen, weil ihre Breite, mithin auch die kleinere Axe vorgedachter Ellipse Null ist, bloß eine hin und her gehende geradlinige Bewegung längs der Ekliptik; je weiter die Sterne von der Ekliptik abstehen, desto breiter werden ihre Ellipsen, für einen im Pole der Ekliptik stehenden Stern geht die Ellipse in einen Kreis über. Das hier betrachtete Phänomen, welches man die Aberration des Lichtes nennt, liefert zugleich einen Beweis für die Wirklichkeit der Bewegung der Erde um die Sonne. Der Einfluß der Axendrehung der Erde auf die scheinbaren Orte der Gestirne ist unmerklich.

303. **Theoretische Ansicht des Lichtes.** Die Phänomene, welche die successive Fortpflanzung des Lichtes darthun, beweisen zugleich, daß die Wirkung desselben keine bloße Aeußerung einer fernwirkenden Kraft, sondern daß sie mit Bewegung verknüpft ist. Sämmtliche Erscheinungen, welche das Licht darbietet, erklären sich auf das Genügendste, wenn man annimmt, daß das Licht, dem Schalle ähnlich, auf der Fortpflanzung von Impulsen beruhe, welche die leuchtenden Körper gegen ein eigenthümliches subtiles, alle Räume erfüllendes Medium ausüben. Dieses Medium hat den Namen Aether erhalten; die Theorie, welche die Erscheinungen des Lichtes aus der schwingenden Bewegung des Aethers ableitet, heißt die Undulationstheorie. Die Existenz des Aethers ist ein Postulat dieser Theorie, welches bloß in der Evidenz der Erklärungen und in deren Harmonie mit den Ergebnissen der Erfahrung seine Rechtfertigung findet. Ein Lichtstrahl ist im Sinne der Undulationstheorie eine Gerade, nach welcher die Fortpflanzung der Lichtschwingungen erfolgt. Die Intensität des Lichtes hängt von der Amplitude dieser Schwingungen ab, weil diese die Stärke der Stöße bedingt, welche die Netzhaut des Auges empfängt, wenn die Schwingungen bis zu dem an sie grenzenden Aether fortgepflanzt werden. Die Farbe richtet sich nach der Dauer einer Schwingung, oder was dasselbe heißt, nach der Anzahl der Schwingungen, welche während einer festgesetzten Zeit vor sich gehen. Den Aether kann man sich nur als einen Stoff denken, der aus getrennten Partikeln von höchster Feinheit besteht, welche mit einander selbst und mit den Theilchen der Körper, in deren Zwischenräumen sie gelagert sind, durch Molecularkräfte in Wechselwirkung stehen. Im freien Aether sind seine Partikel nach allen Richtungen gleichmäßig angeordnet, im Innern der Körper aber nimmt deren Gruppirung das Gepräge der Stellungsweise der Körpertheilchen an, die der Aether atmosphärenartig umgibt. Undurchsichtige Körper hemmen, durchsichtige Körper gestatten die Fortpflanzung der Aethervibrationen. Die Folge wird lehren, daß diese Vibrationen in Ebenen, welche auf der Richtung ihrer Fortpflanzung senkrecht stehen, also transversal vor sich gehen; vor der Hand achten wir jedoch auf diesen Umstand nicht, weil die zunächst zu besprechenden Erscheinungen eben so gut longitudinale als transversale Schwingungen zulassen, wofern nur dieselben auf einerlei Weise vor sich gehen.

304. **Interferenz des Lichtes.** Wenn zwei völlig gleichartige, von derselben Gegend herkommende Lichtstrahlen entweder in einerlei Gerade fallen, oder sich unter einem sehr kleinen Winkel durchkreuzen, so wirken sie im ersten Falle ihrer ganzen Länge nach, im zweiten bloß an der Durchkreuzungsstelle auf einander ein, verstärken oder schwächen sich, je nachdem die auf dieselben Puncte des Aethers übertragenen Schwingungsphasen übereinstimmen, oder einander entgegengesetzt sind. Kommen gleiche und entgegengesetzte Phasen zusammen, so heben sie sich auf, es findet sonach keine schwingende Bewegung des Aethers und daher auch kein Licht statt. Es kann also Licht zu Licht hinzugefügt,

Dunkelheit erzeugen. Dieses merkwürdige Resultat, die sogenannte Interferenz des Lichtes, welches nicht bloß eine einfache Folge der Undulationstheorie ist, sondern sogar mittelst deren Hilfe entdeckt wurde, wird am sichersten durch den Fresnel'schen Spiegelversuch bewiesen. Man läßt, um denselben anzustellen, einen mittelst des Heliostates durch eine schmale Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer geleiteten Bündel Sonnenstrahlen auf zwei ebene Spiegel fallen, welche unter einem sehr stumpfen Winkel gegen einander geneigt und so aufgestellt sind, daß die Durchschnittslinie ihrer Ebenen mit der das Licht gebenden Spalte parallel ist. Die Lichtstrahlen werden von den Spiegeln dergestalt reflectirt, als ob sie von zwei in Betreff der Lichtaussendung vollkommen identischen leuchtenden Linien, nämlich von den durch die Spiegel erzeugten Bildern der Spaltöffnung herkämen, und durchkreuzen einander. Fängt man die reflectirten Strahlenbündel an der Durchkreuzungsstelle mit einem weißen Schirme auf, so zeigt sich auf demselben bei Anwendung von weißem Lichte ein System gleichweit abstehender farbiger gerader Streifen, welche der Durchschnittslinie der Spiegel parallel laufen, bei Anwendung von homogenem Lichte aber bloß ein System heller, durch dunkle Linien getrennter Streifen, welche aber bei weitem zahlreicher sind, als im vorhergehenden Falle. Das homogene Licht verschafft man sich leicht entweder durch Zerlegung des weißen Lichtes, ehe es durch die Spalte geht, mittelst eines Prisma's, oder auch indem man das Phänomen bloß durch ein farbiges Glas oder durch eine gefärbte Flüssigkeit betrachtet, von solcher Beschaffenheit, daß nur homogenes Licht hindurch gelassen wird. Man bedarf zur Festhaltung der Erscheinung nicht einmal eines Schirmes; es genügt gegen die Durchkreuzungsstelle der Strahlen mit einer Lupe hinzusehen, wodurch man zugleich den Vortheil erhält, die Erscheinung vergrößert wahrzunehmen. Wechselt man bei ungeänderter Stellung der Spiegel und der Lupe die Farbe des Lichtes, so findet man, daß die von rothem Lichte erzeugten Streifen fast noch einmal so breit sind, als die von violettem Lichte herrührenden, und wenn man die Farbe von Roth durch die Zwischenstufen des Spectrums bis zu Violet fortschreiten läßt, allmälig schmäler werden. Man überzeugt sich auf diesem Wege, daß die vom weißen Lichte erzeugten Farbenstreifen lediglich das Ergebniß der Uebereinanderlagerung der gleichzeitig bestehenden Erscheinungen sind, welche den einzelnen im weißen Lichte vorhandenen Farbengattungen für sich genommen entsprechen. Darum sieht man in weißem Lichte auch viel weniger Streifen als in homogenem, weil in größerem Abstande von der Mitte des Phänomens wegen der ungleichen Breite der den einzelnen Farben zugehörenden Streifen bald solche von allen Farben über einander fallen, wodurch wieder weißes Licht entsteht; auch sind im weißen Lichte bloß in der Mitte zwei dunkle Linien vorhanden, während in homogenem zahlreiche intensiv schwarze Linien erscheinen.

Es ist sonach bloß nöthig, das Phänomen, wie es sich in homogenem Lichte darstellt, zu untersuchen. Es seyen DE, DF (Fig. 135)

die beiden Spiegel, L die leuchtende Spalte, A, B deren Bilder, YZ der die reflectirten Strahlen auffangende Schirm oder das Gesichtsfeld der Lupe. Die Zeichnung bezieht sich bloß auf den Gang der Strahlen in einer einzelnen gegen die Durchschnittslinie der Spiegel senkrechten Ebene; was in dieser geschieht, geht auch in allen anderen Ebenen vor sich. In dem Puncte M, in welchem die Ebene YZ von der Geraden CDM getroffen wird, die von dem Halbirungspuncte C der AB durch die Durchschnittslinie der Spiegel geht, treffen Strahlen LGM = AM und LHM = BM zusammen, in welchen das Licht von L an gerechnet gleichlange Wege zurückgelegt hat; in jedem anderen Puncte N des Gesichtsfeldes kommen Strahlen zusammen, deren Wege LJN = AN, LKN = BN ungleich lang sind, der Unterschied derselben ist BN — AN oder BQ. Die durch den Aether fortgepflanzten Schwingungsphasen des Punctes L, welche in M zusammentreffen, sind daher in demselben Augenblicke von L ausgegangen und stimmen also genau mit einander überein, weßwegen in M Verstärkung des Lichtes statt findet; von den Schwingungsphasen aber, welche in einem dießseits oder jenseits der CM seitwärts liegenden Puncte N zusammentreffen, ist jene, welche den längeren Weg zu durchlaufen hatte, früher von L ausgegangen als die andere, folglich ihr um ein Zeitintervall t voraus, welches man erhält, wenn man die Wegdifferenz BQ = δ durch die Geschwindigkeit der Lichtfortpflanzung V dividirt, d. h. es ist $t = \frac{\delta}{V}$ oder $\delta = Vt$. Nennen wir T die Schwingungsdauer und L die Wellenlänge des Lichtes, so ist L = VT, mithin

$$\delta : L = t : T.$$

Beträgt δ genau eine Wellenlänge, oder 2, 3 ꝛc. ganze Wellenlängen, so ist t ein Vielfaches der Schwingungsdauer, die in N zusammenkommenden Schwingungsphasen sind identisch und addiren sich; in diesem Falle ist wieder in N verstärktes Licht wahrzunehmen. Ist aber die Wegdifferenz δ genau der Hälfte der Wellenlänge des Lichtes gleich, so sind die in N zusammenkommenden Phasen um eine halbe Undulationsdauer verschieden, einander also gerade entgegengesetzt und heben einander auf; in N findet daher in diesem Falle Dunkelheit statt. Dasselbe ist der Fall, wenn δ einem ungeraden Vielfachen der halben Wellenlänge gleich ist. Steht δ zur Wellenlänge L in einem andern Verhältnisse, so ergibt sich bloß eine partielle Verstärkung oder Schwächung des Lichtes. Der Abstand des Punctes N von der Mitte M des Gesichtsfeldes wird durch den Winkel MCN = ψ bestimmt, welcher, weil bei derlei Versuchen die Distanz der Bilder AB = a sehr klein ist, also AQ für eine auf CN senkrechte gerade Linie genommen werden darf, dem Winkel BAQ gleichkommt. Hier ist also

$BQ : BA = \sin\psi : 1$ oder $\delta : a = \sin\psi : 1$, mithin $\sin\psi = \frac{\delta}{a}$

oder, weil auch ψ im Bereiche des Phänomens sehr klein ist, $\psi = \frac{\delta}{a}$. Setzt man $\delta = n \cdot \frac{1}{2}L$, wobei n eine ungerade ganze Zahl bedeutet, so fin-

det man die Stellen des Gesichtsfeldes, in welchen Dunkelheit herrscht, also eine schwarze Linie zu sehen ist. läßt man aber n eine gerade Zahl bedeuten, so findet man die Orte der größten Lichtintensität. Die Größe von a richtet sich nach der Distanz des Punctes L von D und nach dem Neigungswinkel E D F der Spiegel. Obgleich eine scharfe Messung dieser Größen schwierig ist, so läßt sich doch mittelst der Gleichung $\psi = \frac{\delta}{a} = \frac{nL}{2a}$, welche $L = \frac{2a\psi}{n}$ gibt, die außerordentliche Kleinheit der Wellenlänge des Lichtes beurtheilen. Tauglichere Mittel dazu werden im Folgenden gegeben. Nach den Ergebnissen der oben beschriebenen Erscheinung haben also die rothen Strahlen die längste, die violetten Strahlen die kürzeste Wellenlänge und Schwingungsdauer.

Will man das Interferenzphänomen bloß in zusammengesetztem Lichte sehen, so läßt sich der Spiegelversuch auch mittelst Kerzen- oder Lampenlichtes anstellen, das man durch eine enge Spalte gehen und auf die gehörig vorgerichteten Spiegel fallen läßt. Man betrachtet die Erscheinung mit einer Lupe. Es ist leicht zu zeigen, daß der vortheilhafteste Platz für das Auge, bezüglich der Größe des Gesichtsfeldes, in die Gegend des Brennpunctes der Lupe fällt. Je stumpfer der Winkel der Spiegel ist, und je weiter man sich von denselben entfernt, desto breiter werden die Intervalle zwischen den Interferenzlinien. Man kann statt der Spiegel auch ein dreiseitiges Prisma mit einem sehr stumpfen Flächenwinkel anwenden, welches zwei Bilder einer Lichtquelle zeigt, und die denselben entsprechenden gebrochenen Strahlenbündel zur Interferenz bringt.

305. **Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte.** Es sey A B (Fig. 136) die Breite einer engen Spalte in einem Schirme, auf welchen von einer entfernten der Längenrichtung dieser Spalte parallelen leuchtenden Linie senkrecht gegen die Spaltung homogene Lichtstrahlen fallen. Diese leuchtende Linie erhält man mittelst eines zweiten mit einer engen Spalte versehenen Schirmes, durch welche man die von einer Lichtquelle herkommenden Strahlen gehen läßt. Die zur Oeffnung A B gelangenden Lichtstrahlen sind die Fortpflanzungsrichtungen der Schwingungen, welche zusammen eine Aetherwelle darstellen. Jede Fläche, welche die gleichzeitig in übereinstimmenden Schwingungsphasen befindlichen Puncte der Welle mit einander verbindet, ist eine Wellenfläche: wir können das an der Spalte A B ankommende Stückchen derselben wegen der großen Entfernung der Lichtquelle, bezüglich der Dimensionen der Spalte und wegen der senkrechten Incidenz des Lichtes für eine mit der Spaltöffnung parallele Ebene gelten lassen. Jeder Punct einer Wellenfläche ist für sich als ein Mittelpunct von Wellen zu betrachten, d. h. er sendet nach allen Richtungen Strahlen aus, längs welchen sich die ihm eigenthümliche Schwingungsphase fortpflanzt. Dieses Princip können wir auf sämmtliche Puncte des in A B eintretenden Wellenstückes anwenden, welche sich im nämlichen Augenblicke durchgehends in einerlei Phase befinden. Wird das durch A B gehende Licht entweder mittelst eines entfernten Schirmes Y Z aufgefangen, oder kommt es in das Gesichtsfeld einer von der Spalte

entfernten Lupe, oder eines auf die Licht gebende Spaltöffnung gerichteten Fernrohres, vor dessen Objectiv sich die Spalte AB befindet, so empfängt der Punct M, welcher der auf AB senkrechten Mittellinie CD angehört, von allen Puncten des Wellenstückes AB nahe gleich lange Strahlen, folglich übereinstimmende Phasen, und somit verstärktes Licht. Zu einem seitwärts liegenden Puncte N aber kommen ungleichlange Strahlen, mithin Lichtschwingungen, die nicht in demselben Augenblicke von den verschiedenen Puncten der Welle AB ausgegangen sind, zwischen welchen also Phasendifferenzen bestehen. Deßhalb nimmt die Intensität des Lichtes zu beiden Seiten von M nach Maßgabe der Entfernung ab. Liegt der Punct N so, daß der Unterschied der Abstände desselben von den Rändern der Spalte, nämlich die Differenz $AN - BN = AQ$ der Wellenlänge des Lichtes gleich wird, so tilgen sich alle Schwingungen, welche von den vibrirenden Puncten des Wellenstückes AB auf N übertragen werden. Denn es kann wegen der Kleinheit der Spaltöffnung AB und des Winkels ANB die Differenz $AN - CN = AR$ als die Hälfte von AQ angesehen werden, und man kann ihr auch die Differenz je zweier Linien αN und βN gleich setzen, welche den gegen A und C in AC und CB ähnlich liegenden Puncten α und β entsprechen. Die Ausgangszeiten der von solchen einander correspondirenden Puncten der beiden Hälften AC, CB der Welle AB erregten Schwingungen des Aethers müssen daher, wenn diese Schwingungen gleichzeitig in N ankommen sollen, um die Hälfte der Dauer einer Schwingung differiren, ihre Phasen sind sonach entgegengesetzt und bringen daher keine Anregung des Punctes N zur Vibration zu Stande. Da solchergestalt die von AB auf N übertragenen Schwingungen sich paarweise tilgen, so gilt dasselbe auch von ihrer Gesammtheit, es herrscht also in N Dunkelheit. In größerem Abstande von M tritt wieder Licht auf, dessen Intensität bis zu einem Maximum steigt und sodann abnimmt; in dem Puncte N', für welchen die Differenz seiner Distanzen von den Rändern der Spaltöffnung das Doppelte einer Wellenlänge ausmacht, sinkt die Lichtintensität, wie sich auf dem vorhin betretenenen Wege zeigen läßt, auf Null herab, und so herrscht an allen Orten, bezüglich welcher genannte Differenz einem Vielfachen der Wellenlänge gleich ist, Dunkelheit, und zwischen je zwei dunklen Stellen findet ein Maximum der Lichtstärke statt. Damit jene Differenz einen gewissen Betrag δ erreichen könne, muß $AB > \delta$ seyn, denn es ist allgemein $AN - BN < AB$. Setzt man $AB = a$ und den Winkel $ACN = \varphi$, so hat man zur Bestimmung der dunklen Stellen die Gleichung $\sin\varphi = \frac{mL}{a}$, worin m eine ganze Zahl und L die Länge einer Lichtwelle bedeutet. Ist die Spalte so eng, daß $a < L$ ist, so gibt es keine dunklen Stellen im Gesichtsfelde.

Nach dieser theoretischen Betrachtung, mit deren Ergebnissen die Erfahrung in dem vollkommensten Einklange steht, läßt sich die Erscheinung auf das Genaueste nachweisen, welche man wahrnimmt, wenn man die von einer schmalen Lichtlinie kommenden homogenen oder weißen

Strahlen durch eine dieser Linie parallele Spalte gehen läßt, und hinter dieselbe in einiger Entfernung einen Schirm stellt, oder von dort mit einer Lupe gegen sie hinsieht, oder die aus der Spalte tretenden Strahlen mit einem Fernrohre aufnimmt, dessen Ocular so gestellt ist, daß man nach Wegnahme der zweiten Spalte die erste deutlich sieht. In homogenem Lichte zeigt sich in der Verlängerung der Verbindungslinie der Lichtquelle mit der Spalte ein heller Fleck von der Farbe des Lichtes und zu beiden Seiten desselben eine Reihe abwechselnd dunkler und heller fast gleich breiter Streifen, die jedoch in größerem Abstande von der Mitte unkenntlich werden. Die Breite der einzelnen Streifen nimmt, wenn die Farbe des Lichtes von Roth nach der Ordnung des prismatischen Spectrums bis Violet fortschreitet, fortwährend ab, auch steht dieselbe bei einerlei Farbe im verkehrten Verhältnisse mit der Breite der Spalte, wie es die obige Formel angibt. In weißem Lichte tritt eine Erscheinung auf, welche das Resultat der Uebereinanderlagerung sämmtlicher seinen farbigen Bestandtheilen zukommenden Erscheinungen ist; man sieht einen weißen Streifen und zu beiden Seiten desselben eine Reihe von Farbenbildern, die fortwährend schwächer werden. Da nach der gewöhnlichen geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes sich nur ein heller, der Breite der Spalte und seiner Entfernung von der Lichtquelle proportionaler Streifen zeigen sollte, so erscheint hier das Licht durch die Spalte gleichsam von seiner geraden Richtung seitwärts abgelenkt; deßwegen belegte man diese und verwandte Erscheinungen mit der Benennung Beugung des Lichtes.

Wendet man zur Betrachtung dieser Beugungserscheinung eine Lupe an, so kann als Lichtquelle bloß ein hell leuchtender Punct dienen und die Beugungsspectra haben eine Höhe, welche von dem Winkel abhängt, den die von dem Puncte an die Grenzen der Spalte gehenden geraden Linien einschließen; bedient man sich aber eines Fernrohres, so kommt die Höhe dieser Spectra derjenigen gleich, mit welcher sich die Lichtquelle im Gesichtsfelde des Fernrohres darstellt Deßhalb muß diese Lichtquelle eine Linie von einiger Höhe seyn, damit die Erscheinung die gehörige Deutlichkeit erlange. Selbst das bloße Auge kann die Stelle des Fernrohres vertreten, wenn die dicht vor das Auge gehaltene Spalte, durch die man nach einer parallelen leuchtenden Linie hinsieht, nur recht schmal ist. Der Ort des durch eine Linse erzeugten Bildes eines leuchtenden Punctes entspricht, wie aus der später zu gebenden Theorie der Brechung des Lichtes leicht gefolgert werden kann, der gleichzeitigen Ankunft der von diesem Puncte gleichzeitig ausgehenden Strahlen, und wenn Lichtstrahlen in einem Puncte hinter einer Linse zusammentreffen, so geschieht dieß mit den Phasen, welche in den Durchschnittspuncten dieser Strahlen mit irgend einer Ebene, die auf der Richtung des dem genannten Puncte zugehörenden Hauptstrahles senkrecht steht, in einerlei Augenblicke vor dem Eintritte statt fanden. Diese Bemerkung zeigt, daß die Lupe oder das Fernrohr an den relativen Phasen der Strahlen nichts ändert.

306. **Beugung des Lichtes durch mehrere Spaltöffnungen.** Wird den von einer Lichtlinie ausgehenden Strahlen ein Schirm mit zwei oder mehreren gleichen und gleichweit von einander abstehenden parallelen Spalten senkrecht dargeboten, so erzeugt jede derselben

nach den im Vorigen angegebenen Gesetzen ein Beugungsphänomen, als ob sie bloß allein vorhanden wäre, und diese Phänomene fallen über einander und verstärken sich wechselseitig. Nebstdem aber wirken die durch die verschiedenen Oeffnungen gehenden Strahlen auf einander ein, verstärken sich an einigen, und schwächen sich an anderen Stellen, wodurch zwischen den vorgenannten besondere Beugungsspectra entstehen. Um die Orte der größten und kleinsten Lichtstärke in denselben bei homogener Beleuchtung zu bestimmen, betrachten wir das Zusammenwirken von Strahlen, welche von ähnlich liegenden Puncten der in die Spalten eintretenden Lichtwellen ausgehen, auf eine entfernte Ebene, oder auf das Gesichtsfeld eines die Erscheinung aufnehmenden Fernrohres. In der Mitte des Gesichtsfeldes des mit seiner Axe gegen die Lichtquelle gerichteten Fernrohres geben diese Strahlen keine Wegdifferenz, sie bringen daher verstärktes Licht hervor; diese Verstärkung findet aber offenbar auch in allen Puncten des Gesichtsfeldes statt, welchen eine Wegdifferenz zweier benachbarten dieser Strahlen von einer ganzen Anzahl von Wellenlängen entspricht. Dort also fallen die Maxima der Lichtstärken in den Zwischenspectren hin. Nennen wir die Distanz der Mittellinien zweier nächsten Spaltöffnungen b, so ist dieß auch die Distanz je zweier nächsten in den Spalten ähnlich liegenden Puncte; der Ablenkungswinkel φ der so eben betrachteten Stellen der Spectra wird daher, wie man auf die bereits in Anwendung gebrachte Weise leicht findet, durch die Formel $\sin\varphi = \frac{nL}{b}$ ausgedrückt, worin L die Wellenlänge des Lichtes und n eine ganze Zahl bedeutet. Fassen wir jetzt, wenn r die Anzahl der Spaltöffnungen und u eine durch r nicht theilbare ganze Zahl bezeichnet, einen Punct des Gesichtsfeldes in das Auge, für welchen die Differenz je zweier nächsten von ähnlich liegenden Puncten der Spalten ausgehenden Strahlen $= \frac{u}{r}L$ ist. Es sey t die Phasenheit der Schwingung, welche der längste dieser Strahlen in einem bestimmten Augenblicke an den vorgenannten Ort des Gesichtsfeldes mit sich bringt, und T die Dauer einer ganzen Schwingung, so sind für denselben Augenblick die Phasenzeiten sämmtlicher dorthin gelangenden Wellen, da diese rücksichtlich des gleichzeitigen Eintretens um so später von den betreffenden Spaltenpuncten ausgingen, je kürzere Wege sie zu durchwandern hatten, der Reihe nach

$$t,\ t+\frac{u}{r}T,\ t+\frac{2u}{r}T,\ t+\frac{3u}{r}T,\ \ldots\ t+\frac{(r-1)u}{r}T.$$

Da die Phasen während jeder Schwingung sich in derselben Ordnung wiederholen, so können wir hier statt jedes Gliedes dieser Reihe, welches größer als T ist, den Rest setzen, den es durch T dividirt läßt. Ohne jedoch darauf näher einzugehen, sieht man, daß die durch obige Reihe bezeichneten Phasen sich, wenn man die Zeit einer jeden um $\frac{u}{r}T$ ändert, nur in eine andere Ordnung stellen, in der Gesammtheit aber dieselben bleiben, und daß dieses eben so erfolgt, wenn man, falls

$u > r$ seyn sollte, statt u den auf die Division durch r sich beziehenden Rest setzt. Die Phase, welche durch das Zusammenwirken der von ähnlich liegenden Puncten der Spalten ausgehenden Strahlen an der bezeichneten Stelle des Gesichtsfeldes sich ergibt, hat sonach die Beschaffenheit, sich schon nach einer Zeit, welche kleiner ist als die Schwingungsdauer T, zu wiederholen; kommt also dort wirklich eine schwingende Bewegung des Aethers zu Stande, so wird ihre Dauer verringert. Aber die Erfahrung lehrt, daß bei derlei Phänomenen sich die Farbe des Lichtes, welche von der Schwingungsdauer abhängt, nicht ändert: es bleibt demnach bloß die Annahme übrig, daß das Licht an gedachtem Orte des Gesichtsfeldes sich gänzlich aufhebt. Es ergeben sich also dunkle Stellen, deren Position durch die Gleichung

$$\sin\varphi = \frac{uL}{rb}$$

bestimmt wird, wobei u jede durch r nicht theilbare ganze Zahl seyn kann. Die Theilbarkeit von u durch r entspricht den oben betrachteten Orten der größten Lichtstärke.

Von besonderem Interesse ist der Fall, wenn die Beugung des Lichtes durch ein Gitter mit sehr vielen einander nahen gleichen und gleichweit abstehenden parallelen Spaltöffnungen bewerkstelliget wird. In diesem Falle ist $r = \infty$ zu setzen; es erhält sonach der Bruch $\frac{uL}{rb}$ den Werth Null, ausgenommen es ist u durch r theilbar; es herrscht sonach überall Dunkelheit, außer an den Orten, welche der Formel $\sin\varphi = \frac{nL}{b}$ entsprechen. Bringt man daher vor ein Fernrohr, welches gegen eine homogenes Licht aussendende Linie gerichtet ist, ein solches Gitter, so sieht man eine Reihe fast gleichweit von einander abstehender, durch dunkle Zwischenräume getrennter Bilder dieser Lichtlinie, die mit jenem Bilde übereinstimmen, welches sich ohne Anwendung des Gitters im Fernrohre zeigt; sendet aber die leuchtende Linie weißes Licht aus, so erblickt man in der Mitte des Gesichtsfeldes die Lichtquelle, wie ohne Gitter, zu beiden Seiten derselben einen dunklen Raum, dessen Ausdehnung der Distanz der Spaltöffnungen verkehrt proportional ist, dann ein Farbenspectrum, so wie es bei der Zerlegung des Lichtes durch ein Prisma erhalten wird; hierauf folgt wieder ein dunkler Raum und nach diesem eine Reihe theilweise über einander fallender Farbenspectra, wovon die entfernteren immer schwächer werden. Die Spectra selbst enthalten, wenn die Beleuchtung mit Sonnenlicht geschieht, die Fraunhofer'schen Linien, denn ein solches Spectrum ist nichts anderes als die Succession der den verschiedenen Lichtsorten gehörenden Bilder der Lichtlinie, und der Mangel einer Lichtsorte von bestimmter Wellenlänge zieht eine Lücke im Spectrum nach sich, die sich als dunkle Linie darstellt.

Die Schärfe dieser Linien und die große Ausdehnung der Spectra bei Anwendung eines feinen Gitters bietet ein Mittel dar, die Längen

der Lichtwellen mit Sicherheit zu bestimmen. Es ist nämlich

$$L = \frac{b \sin \varphi}{n}.$$

Hier kann man b und φ scharf messen; den Werth der Zahl n aber erkennt man aus der Reihenfolge der Spectra. Auf diese Weise hat man gefunden, daß die Längen der Lichtwellen in der Luft von der rothen Farbe bis zur violetten von der Größe von 24 Milliontheilchen eines Pariser Zolles bis zu 14 Milliontheilchen abnehmen. Da die Wellenlänge das Product der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Impulse mit der Schwingungsdauer ist, also die Anzahl der Schwingungen während der Zeiteinheit dem Quotienten der durch die Wellenlänge dividirten Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleichkommt, so ergibt sich daraus, für eine Lichtwelle, welche 2 Hunderttausendtheilchen eines Zolles lang ist (sie entspricht der gelben Farbe), wenn man die Geschwindigkeit des Lichtes zu 40000 Meilen binnen einer Secunde, und die Meile zu 4000 Klafter anschlägt, die ungeheure Zahl von 564 Billionen Schwingungen in der Secunde.

Diese Erscheinungen der Beugung, die einfachsten ihrer Art, ließen sich wenigstens qualitativ erklären, ohne die Beschaffenheit der Aetherschwingungen bei der Lichtfortpflanzung näher zu bestimmen. Nach denselben Principien werden auch alle anderen Phänomene erklärt, welche verschieden gestaltete und angeordnete Oeffnungen in einem Schirme darbieten, wenn man denselben vor ein gegen einen leuchtenden Punct gerichtetes Fernrohr stellt; nur muß man da, und besonders wenn es sich um quantitative Bestimmung der Lichtintensitäten handelt, die Beschaffenheit der Aetherschwingung in Erwägung ziehen und den Calcul zu Hilfe nehmen, was jedoch die Grenzen dieses Lehrvortrages überschreitet.

307. Beugung des Lichtes durch einen schmalen undurchsichtigen Körper. Hält man ein gerades Stück eines dünnen Drahtes in einen Lichtbündel, welcher durch eine Spalte am Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer geleitet wird, der Spalte parallel, und untersucht den Schatten hinter dem Drahte, so findet man ganz andere Resultate, als man nach den in 280 in Anwendung gebrachten, auf die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes sich gründenden Principien erwartet hätte. Anstatt eines dunklen Schattens, dessen Breite zu jener des Drahtes sich verhält wie die Distanzen beider von der Lichtquelle, zeigt sich in der Mitte, wo die Dunkelheit am größten seyn sollte, ein lichter Streifen, und zu beiden Seiten desselben erscheinen nach Maßgabe der Entfernung des Schattens von dem Drahte bei größerem Abstande bloß zwei, bei geringerem mehrere dunkle Linien; zur Wahrnehmung letzterer ist jedoch ein Vergrößerungsglas nöthig. Diese Erscheinung erklärt sich aus der Interferenz der Strahlen, welche von den Puncten der zu beiden Seiten des Drahtes vorhandenen Stücke der durch den Draht unterbrochenen Lichtwelle ausgehen. Außer diesen Linien finden sich neben dem Schattenbilde des Drahtes noch einige Farbensäume, wie man sie auch neben dem Schatten eines jeden breiteren Körpers antrifft; sie sind ein Effect der von dem Endtheile der abgebroche-

nen Welle ausgehenden Elementarwellen, welche an gewissen Stellen mit übereinstimmenden, an andern mit entgegengesetzten Phasen ankommen und sich dem gemäß verstärken und schwächen.

308. **Beugung des Lichtes in Verbindung mit Reflexion und Brechung, und Erklärung letzterer Vorgänge.** Es sey AB (Fig. 137) ein sehr schmales Stückchen der Trennungsfläche MN zweier heterogenen Medien, worauf ein leuchtender Punct L einen homogenen Lichtbündel sendet, dessen äußerste Strahlen LA und LB sind. Alle Puncte des dem Stückchen AB anliegenden Aethers werden Mittelpuncte neuer Wellen, welche sich sowohl in dem früheren Medium, wie auch in dem neuen Medium fortzupflanzen streben. Da die Phasen, welche von AB in verschiedenen Augenblicken ausgehen, in dem einen wie in dem anderen Medium (wenn auch dieses zur Lichtpflanzung geeignet ist) zusammentreffen, sich nach Maßgab ihrer größeren oder geringeren Uebereinstimmung verstärkend und schwächend, so entsteht beiderseits ein Phänomen, welches demjenigen einer lichtbeugenden Spalte von der Größe des Flächenstückes AB mit Rücksicht auf die Schiefe der Incidenz der Strahlen ganz analog ist. Wir suchen vor allem die Orte in beiden Medien auf, in welchen genau correspondirende Phasen zusammenkommen. Es seyen F und G solche Orte, so braucht das Licht, um von L nach A und von da nach F zu gelangen, dieselbe Zeit, während welcher es die Wege LB und BF nach einander zurücklegt, und eben so durchlauft es die beiden Wege LA und AG nach einander während derselben Zeit wie LB und BG. Die optische Verschiedenheit zweier durchsichtigen Medien kann sich nur durch die Verschiedenheit der Geschwindigkeit äußern, mit welcher dieselben die Lichtschwingungen fortpflanzen. Es sey $n : 1$ das Verhältniß dieser Geschwindigkeiten für beide Medien, so haben wir zur Bestimmung der Lage der Puncte F und G die Gleichungen

$$LA + AF = LB + BF \quad \text{und} \quad \frac{LA}{n} + AG = \frac{LB}{n} + BG$$

oder

$$AF - BF = LB - LA \quad \text{und} \quad AG - BG = \frac{LB - LA}{n}.$$

Nehmen wir $LC = LA$, $FD = FB$, $GE = GB$, so muß sonach

$$AD = BC \quad \text{und} \quad AE = \frac{BC}{n} \quad \text{oder} \quad BC = n.AE$$

seyn. Wegen der Kleinheit von AB im Vergleiche mit LA, AF, AG kann man ACB, ADB, AEB als rechte Winkel betrachten, daher sind die Dreiecke ACB, ADB congruent, und in Folge dessen die Winkel CAB, DBA einander gleich; in den Dreiecken ACB, AEB aber ist

$$\sin CAB : 1 = BC : AB \quad \text{und} \quad \sin ABE : 1 = AE : AB,$$

folglich $\sin CAB : \sin ABE = BC : AE,$

d. h. $\sin CAB : \sin ABE = n : 1.$

Errichtet man PQ in A senkrecht auf MN, so zeigt sich $CAB = LAP$, $DBA = PAF$ und $ABE = QAF$. Man kann also für F und

G alle Puncte nehmen, bezüglich welcher PAF = LAP ist und die Proportion *sin* LAP : *sin* QAG = n : 1 besteht.

In jeder Ebene, welche senkrecht gegen AF oder AG gelegt ist, zeigen sich, wenn bloß das sehr schmale Stückchen AB der Fläche MN das von L empfangene Licht darauf sendet, dießseits und jenseits von F und G Beugungsspectra, welche nach den oben angegebenen Gesetzen gebildet sind. Denkt man sich aber eine ganze Reihe solcher Stückchen neben einander, so verschwinden die Spectra, denn in jedes derselben fällt volles Licht, so wie es die Puncte F und G erhalten. Die Geraden AF, AG stellen das, was man reflectirten und gebrochenen Lichtstrahl nennt, vor, und diese Erörterung begründet daher die im Vorhergehenden bloß als empirische Resultate angenommenen Gesetze der Reflexion und Brechung des Lichtes.

Aus dem Gesagten erhellet, daß der Brechungsexponent der Quotient des Verhältnisses der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien ist. Die Brechung erfolgt um so mehr zum Einfallslothe, als das Licht im brechenden Medium langsamer fortschreitet, wie in dem Medium, aus welchem es in jenes übergeht. Die Zerlegung des weißen Lichtes in seine farbigen Bestandtheile findet darin ihre Erklärung, daß Schwingungen von ungleicher Dauer in dem in durchsichtigen Substanzen enthaltenen Aether mit ungleicher Schnelligkeit fortgepflanzt werden, und zwar um so langsamer, je kürzer die Zeit ist, während welcher eine Schwingung vor sich geht. Dieser Zusammenhang zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der Schwingungsdauer läßt sich auf theoretischem Wege nachweisen, dessen nähere Darlegung jedoch die hier zu Gebote stehenden mathematischen Hilfsmittel überschreitet.

Man kann die Richtung des gebrochenen Strahles, wenn jene des einfallenden gegeben ist, nach den obigen Principien auch durch folgende Construction finden: Es seyen A, B (Fig. 138) zwei einander sehr nahe Puncte auf der Trennungsfläche beider Medien, und L die Lichtquelle, von welcher eine Aetherwelle zu dieser Fläche gesendet wird. Diese Welle bringt die Puncte des Flächenstückchens AB in Vibration, aber den Punct B später als A, und zwar um das Zeitintervall, dessen das Licht bedarf, um den Weg CB = LB — LA zu durchlaufen. Verzeichnet man in dem brechenden Medium zwei gleichzeitig vorhandene, von A und B ausgegangene Wellenflächen, welche sich im Puncte G der Einfallsebene schneiden, so findet in diesem Puncte völliger Einklang der Schwingungsphasen statt, denn die Wellenflächen sind die Orte übereinstimmender Phasen, mithin ist G ein Punct im gebrochenen Lichtstrahle. Man ziehe zu den Wellen die gemeinschaftliche Tangente JK, welche der Verlängerung von AB in K begegnet, und die BH mit AG parallel, so kann man wegen der Kleinheit von AB und der daraus hervorgehenden Annäherung der beiden Wellenflächen den Punct G als einen Punct in der JK und GH als ein Stückchen der zweiten Wellenfläche betrachten. Man verlängere den einfallenden Strahl LA bis R, so daß AR dem Wege gleichkommt, welchen das Licht im ersten Medium während derselben Zeit zurücklegen würde, während welcher es im zweiten von A bis G sich fortpflanzt, und ziehe RK. Lassen wir, wie oben n die Zahl bedeuten, welche anzeigt, in welchem Verhältnisse das Licht im ersten Medium schneller geht, als im zweiten,

so ist $AG = \frac{CB}{n} + BH$, mithin $AG - BH = \frac{CB}{n}$. Wir haben aber $AG : BH = AK : BK$, daher $AG : AG - BH = AK : AB$ oder $AG : \frac{CB}{n} = AK : AB$, d. h. $nAG : AK = CB : AB$. Der Annahme gemäß ist $AR : AG = n : 1$, also $nAG = AR$, daher wird $AR : AK = CB : AB$. Da überdieß die Winkel RAK, ABC einander gleich gelten, weil jeder derselben mit CAB einen Rechten ausmacht, so sind die Dreiecke RAK, ABC ähnlich, und daher ist ARK ein rechter Winkel. Diese Bemerkung dient den Punct K zu finden, wornach man mittelst der Tangente KG den Punct G und somit den zu LA gehörenden gebrochenen Strahl AG erhält, wie in 288. Diese Construction ist einer Verallgemeinerung fähig, sie läßt sich auch auf den Fall ausdehnen, wenn das Licht in dem brechenden Medium sich nicht nach allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt, also längs BG sich nicht mit derselben Geschwindigkeit bewegt, wie längs AG und AH, von welchem Falle im Folgenden gehandelt wird.

Zur Erläuterung des Zusammenhanges der Reflexion und Brechung des Lichtes mit der Beugung mag noch folgende Bemerkung dienen: Wie aus 306 erhellet, sieht man, wenn man eine Lichtlinie durch ein Gitter mit vielen neben einander liegenden Spaltöffnungen betrachtet, die Lichtlinie so als ob kein Gitter vorhanden wäre, beiderseits derselben einen dunklen Raum, und neben demselben eine Reihe von Farbenbildern. Die Formel $\sin\varphi = \frac{nL}{b}$, in welcher b den Abstand je zweier homologen Stellen der Gitteröffnungen vorstellt, zeigt, daß der dem Winkel φ entsprechende Abstand der Spectra von der Mitte des Phänomens um so größer wird, je kleiner b, d. h je feiner das Gitter ist. Um so größer wird also der dunkle Raum neben dem Bilde der Lichtlinie und desto weiter rücken sämmtliche Spectra hinaus. Einen durchsichtigen Körper kann man für ein Gitter von höchster Feinheit gelten lassen, da sieht man also bloß ein einziges Bild der Lichtlinie und neben ihm keine Spectra. Dieselbe Betrachtung laßt sich auch auf die Reflexion des Lichtes anwenden, denn Gitter auf spiegelnde Flächen radirt liefern ähnliche Beugungserscheinungen, wie sie sich im durchgelassenen Lichte zeigen.

Will man den Effect der Reflexion und Brechung des auf einen durchsichtigen Körper fallenden Lichtes mit Schärfe ausmitteln, so muß man bezüglich der Action des äußersten Randes des Körpers unmittelbar auf die Zusammensetzung der von ihm herrührenden Lichtwellen zurückgehen, denn da tritt ein Beugungsphänomen ins Spiel (vergleiche 307). Hieher gehört auch der Fall, wenn es in Folge der besonderen Gestaltung des Körpers ein Maximum oder Minimum der Ablenkung des Lichtes gibt, wie z. B. bei der Reflexion und Brechung des Lichtes an einer Wasserkugel. Daraus erklären sich die Nebenstreifen an einem Regenbogen, wovon in der Anmerkung zu 296 die Rede war. Es wechseln da mehrere Maxima und Minima der Lichtstärke mit einander ab, wie in der Nähe des Schattens eines Körpers.

309. **Brechung des Lichtes im Doppelspathe.** Alle krystallisirten durchsichtigen Körper, deren Gestalten nicht aus dem Hexaeder ableitbar sind, besitzen die Eigenschaft, einen in selbe eindringenden Lichtstrahl in zwei gebrochene Strahlen zu zertheilen und in Folge dessen die Gegenstände doppelt zu zeigen. Am auffallendsten hat diese Eigenschaft der sogenannte isländische Krystall oder Dop-

pelspath, für welchen jede durchsichtige Varietät des Kalkspathes gelten kann. Der leichteren Uebersicht der Erscheinungen wegen wollen wir zuerst bloß diesen Körper betrachten. Der eine der darin gebrochenen Strahlen befolgt das gewöhnliche Brechungsgesetz; es verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 1,6543 zu 1 oder wie 1 zu 0,6045; er heißt deßhalb der gewöhnlich oder ordentlich gebrochene Strahl. Der zweite gebrochene Strahl richtet sich nach einem andern Gesetze, es findet bei ihm nicht nur zwischen den Sinussen des Einfalls- und Brechungswinkels kein constantes Verhältniß statt, sondern er bleibt nicht einmal jederzeit in der Einfallsebene; darum heißt er der ungewöhnlich oder außerordentlich gebrochene Strahl. Mit jeder dieser zwei Brechungen ist eine Dispersion des weißen Lichtes verbunden. Der Doppelspath läßt sich nach drei verschiedenen Ebenen regelmäßig spalten; an jeder Theilungsgestalt desselben finden sich zwei einander gegenüber liegende Ecken, deren jede von drei gleichen stumpfen ebenen Winkeln begrenzt ist. Eine Gerade, welche gegen die Ebenen dieser Winkel gleichgeneigt ist (die Mittellinie der stumpfen Ecke) wie auch jede dieser Geraden parallele Linie heißt die optische Axe des Doppelspathes. Eine Ebene, welche auf einer natürlichen oder durch Anschleifen erzeugten künstlichen Fläche eines Doppelspathes senkrecht steht, und zugleich die Richtung der Axe in sich enthält, wird ein Hauptschnitt des Doppelspathes genannt.

Alle Erscheinungen der Brechung des Lichtes im Doppelspathe lassen sich, wie man sich durch scharfe Messungen überzeugt hat, genau erklären, wenn man annimmt, daß im Allgemeinen jeder Impuls gegen die in diesem Körper enthaltenen Aethertheilchen die Bildung zweier Wellen zur Folge hat, einer kugelförmigen und einer ellipsoidischen, deren Form der Umdrehung einer Ellipse um ihre kleinere Axe entspricht; beide Wellen berühren einander an den Endpuncten dieser Axe und dieselbe hat die Lage der Axe des Doppelspathes. Die kleinere Axe der Ellipse verhält sich zur größeren wie 0,6045 : 0,6742 = 1,4833 : 1,6543. Die ersteren zwei Zahlen geben zugleich die Geschwindigkeiten der Lichtfortpflanzung im Sinne der Axe des Doppelspathes und nach einer darauf senkrechten Richtung an, die Geschwindigkeit des Lichtes in der Luft = 1 gesetzt.

Hiernach ist es leicht durch Verallgemeinerung der in 288 gewiesenen Construction für jede Richtung des auf den Doppelspath fallenden Lichtes die Richtungen der beiden gebrochenen Strahlen zu verzeichnen.

Um zu der Richtung des einfallenden Strahles jene der beiden gebrochenen Strahlen im Doppelspathe zu finden, beschreibe man aus dem Einfallspuncte als Mittelpunct mit einem beliebigen Halbmesser r eine Kugel, sodann ein durch Umdrehung einer Ellipse, deren große und kleine Axe wir a und b nennen, um die kleinere Axe entstandenes Ellipsoid, so zwar, daß diese Axe die Lage der Axe des Doppelspathes hat und die Proportion r : a : b = 1 : 0,6742 : 0,6045 statt findet; endlich eine Kugel, welche das Ellipsoid in den Endpuncten der Umdrehungsaxe berührt. Man verlängere die Richtung des einfallenden Strahles

bis sie die Fläche der ersten Kugel trifft, lege zu dem so erhaltenen Puncte eine Berührungsebene an die Kugel und suche die Durchschnittslinie dieser Ebene mit der ebenen Grenzfläche des Doppelspathes, in welcher sich der Einfallspunct befindet. Durch genannte Durchschnittslinie lege man eine Berührungsebene an das Ellipsoid und eine Berührungsebene an die ihm eingeschriebene Kugel und ziehe von dem Einfallspuncte zu beiden Berührungspuncten gerade Linien, so zeigt die der Kugel entsprechende die Richtung des ordentlich, die dem Ellipsoid angehörende die Richtung des außerordentlich gebrochenen Strahles an. Durch ein ähnliches Verfahren erhält man für jeden gebrochenen Strahl den zweiten und den einfallenden, welcher beide erzeugt, so wie auch die Richtung, welche ein aus dem Doppelspathe austretender Strahl durch die Brechung in der Luft annimmt.

Wendet man diese Construction, welche die Verallgemeinerung der oben für die gewöhnliche Brechung des Lichtes angegebenen ist, auf einige besondere Fälle an, so überzeugt man sich leicht von folgenden Sätzen: 1) Geschieht die Incidenz des Lichtes in der Ebene eines Hauptschnittes am Doppelspathe, so bleibt auch der ungewöhnliche Strahl in der Einfallsebene. 2) Fällt ein Lichtstrahl senkrecht gegen eine natürliche Theilungsfläche eines Doppelspathes, so weicht der ungewöhnliche Strahl gegen den unteren spitzen Winkel der Theilungsgestalt hin ab. 3) Schleift man eine ebene Fläche an einem Doppelspathstücke rechtwinklig gegen dessen Axe, und leitet einen Lichtstrahl senkrecht darauf, d. i. parallel mit der Axe, so findet keine Ablenkung des Strahles von seiner Richtung statt. 4) Ist die Eintrittsfläche des Lichtes der Axe parallel geschliffen, und hat die Einfallsebene eine gegen die Axe senkrechte Stellung, so befolgt auch der außerordentliche Strahl das Gesetz der gewöhnlichen Brechung, es verhält sich nämlich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels wie 1,4833 : 1 = 1 : 0,6742. Die Zahl 1,4833 wird deßhalb der Brechungsexponent des außerordentlichen Strahles genannt. Ein Lichtstrahl, welcher die Eintrittsfläche senkrecht trifft, behält auch im Doppelspathe seine Richtung bei, doch ist zwischen diesem Falle und dem in 3) betrachteten ein Unterschied zu machen. In einem der Krystallaxe parallelen gebrochenen Strahle ist der auf die gewöhnliche Brechung sich beziehende Theil des Lichtes mit dem auf die ungewöhnliche Brechung sich beziehenden dergestalt vereiniget, daß die Lichtschwingung längs beiden mit derselben Geschwindigkeit fortschreitet; gelangt dieser Strahl an eine zweite Fläche des Doppelspathes unter einer schiefen Incidenz, bei welcher noch keine totale Reflexion statt findet, so tritt der Strahl als ein einfacher aus dem Doppelspathe heraus. Dagegen besteht der Strahl, welcher sich bei der senkrechten Incidenz des Lichtes auf eine der Axe parallele Doppelspathfläche als ein ungespaltener darstellt, aus zwei der Richtung nach coincidirenden Strahlen, längs welchen das Licht sich mit ungleichen Geschwindigkeiten fortpflanzt; bei dem Austritte desselben an einer Kalkspathfläche, welche er unter einem schiefen Winkel trifft, erleidet er die doppelte Brechung, und zwar verhalten sich die Sinusse der Brechungswinkel der beiden Strahlen, in welche er sich spaltet, zum Sinus des Einfallwinkels, verkehrt wie die vorgedachten Geschwindigkeiten zur Einheit.

Um den Hergang der Verdoppelung der Bilder der Gegenstände, gegen welche man durch einen Doppelspath hinsieht, an einem Beispiele zu zeigen, sey MNPQ (Fig. 139) ein Doppelspathrhomboeder, A ein leuchtender Punct und O der Ort des Auges, den wir der Einfachheit wegen in der Geraden annehmen, welche von A senkrecht gegen die Flächen MN, PQ durch den Doppelspath hindurch geht. Diese Ge-

rade bezeichnet zugleich den Weg des dem gewöhnlichen Brechungsgesetze unterliegenden Theiles des einfallenden Strahles AB, welcher bei C ohne Aenderung seiner Richtung aus dem Doppelspathe heraustritt. Ein anderer Theil des einfallenden Strahles AB nimmt in Folge der doppelten Brechung den Weg BD, und tritt bei D nach der Richtung DE parallel mit AO aus dem Doppelspathe heraus. Dieser Strahl gelangt nicht in das Auge O; aber der außerordentlich gebrochene Theil eines anderen nach der Richtung AF auf die Fläche MN fallenden Strahles, welcher im Doppelspathe die Richtung FG erhält, und bei G parallel mit AF austritt, kommt in das Auge O. Dieses sieht sonach zwei Bilder des Punctes A; eines, welches seine Entstehung der gewöhnlichen Brechung des Lichtes verdankt, nach der Richtung OA, und das andere, durch ungewöhnliche Brechung erzeugte, nach der Richtung OA'. Der Ort jedes Bildes hängt von der Divergenz ab, mit welcher die in der Nähe von AB, AF auf den Doppelspath fallenden Strahlen, nach ihrem Austritte bei C, G in das Auge gelangen, denn wir versetzen die Gegenstände an die Spitzen der Strahlenkegel, welche von der Pupille aufgenommen werden. Die auf die gewöhnliche Weise gebrochenen Nachbarstrahlen divergiren bei dem Austritte aus dem Doppelspathe mehr als die ungewöhnlich gebrochenen; das außerordentliche Bild erscheint daher vom Auge weiter entfernt als das ordentliche. Da die beiden gebrochenen Strahlenbündel BC, FG einander im Innern des Doppelspathes bei H kreuzen, so verschwindet, wenn man eine undurchsichtige Platte an dem Doppelspathe vorüberführt, das in der Richtung der Bewegung der Platte weiter abliegende Bild zuerst.

310. **Doppelte Brechung des Lichtes in anderen Substanzen.** Auf ähnliche Weise wie im Doppelspathe geht die doppelte Brechung des Lichtes in denjenigen krystallisirten Körpern vor sich, deren Gestalt entweder dem rhomboedrischen oder dem pyramidalen Krystallsysteme angehört, d. h. aus einem Rhomboeder, oder aus einer gleichkantigen vierseitigen Pyramide ableitbar ist. Der Gang der beiden gebrochenen Strahlen erklärt sich auf das Genaueste durch die Annahme, daß eine Erschütterung eines jeden Punctes des Lichtäthers in solchen Körpern das Entstehen zweier Wellen zur Folge hat, einer kugelförmigen und einer ellipsoidischen, deren Form der Umdrehung einer Ellipse um eine ihrer Hauptaren entspricht. Die kugelförmige Welle erzeugt, weil bezüglich derselben das Licht nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit fortschreitet, bei dem Eintritte des Lichtes aus der Luft in den Krystall einen gebrochenen Strahl, welcher dem gewöhnlichen Gesetze der Sinusse gehorcht; der zweite gebrochene Strahl aber befolgt dieses Gesetz nur wenn die Einfallsebene auf der Rotationsaxe des Ellipsoides senkrecht steht. Diese Axe ist die sogenannte *Axe der doppelten Brechung*; sie stimmt jederzeit mit der Axe des (rhomboedrischen oder pyramidalen) Krystalles überein. Das Verhältniß der Dimensionen der ellipsoidischen Welle und ihre Beziehung zur kugelförmigen ändert sich mit der Beschaffenheit der Materie des Krystalles; bald ist es die kleinere, bald die größere Axe der Ellipse, welche als Umdrehungsaxe des Ellipsoids erscheint; meistens berührt die Kugelwelle die ellipsoidische an den Endpuncten der Axe; es gibt aber auch Krystalle, in welchen beide Wellen in allen Puncten von einander ge-

trennt sind. Der letztere Fall äußert sich dadurch, daß wenn ein Lichtstrahl in den Krystall parallel mit dessen Axe durch eine senkrecht gegen diese Axe geschliffene Fläche eintritt, wobei keine Sonderung der Strahlen statt findet, der ungebrochen bleibende Strahl dennoch aus zwei ungleich schnell fortschreitenden Strahlen zusammengesetzt ist, welche, sobald sie durch eine zweite Fläche unter einem schiefen Winkel aus dem Krystalle heraustreten, sich von einander sondern.

In den Krystallen, welche einem der prismatischen Systeme angehören, hat die von jedem einzelnen in Schwingung gebrachten Puncte ausgehende Doppelwelle, auf welche sich die Erscheinungen zurückführen lassen, keine der Formen, welche man in der Elementargeometrie behandelt; ihre Gestaltung konnte nicht auf dem Wege der Beobachtung, sondern nur durch theoretische, auf die Principien der Mechanik, nach welchen sich Impulse in einem krystallinischen Körper fortpflanzen, gegründete Betrachtungen erkannt werden, weßwegen wir hier nicht weiter in diesen Gegenstand eingehen. Nur mag noch angeführt werden, daß es in derlei Krystallen des Mangels einer kugelförmigen Welle wegen im Allgemeinen keine dem gewöhnlichen Gesetze unterliegende Brechung gibt, mithin der Unterschied zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahle wegfällt, und höchstens nur auf einzelne Brechungsebenen anwendbar ist, weil die Wellenfläche durch Ebenen von gewisser Lage in Kreisen und Ellipsen geschnitten wird. Die beiden Partien der Doppelwelle kommen an den Endpuncten zweier verschiedenen geraden Linien zusammen, weßhalb sich in diesen Krystallen *zwei optische Axen* kund geben, d. h. Richtungen, nach welchen das Licht sich bezüglich beider Strahlen mit einerlei Geschwindigkeit fortpflanzt. Die Lage dieser Axen und mit ihr die Beschaffenheit der Doppelbrechung in solchen Krystallen hängt aber von der Farbe des Lichtes und überdieß von der Temperatur ab, deren Aenderung hierin oft sehr bedeutende Erfolge nach sich zieht. Erscheinungen, mittelst welcher leicht erkannt werden kann, ob ein Körper das Licht doppelt bricht, ferner ob er eine oder zwei Axen der doppelten Brechung besitzt, und welche Lage die optischen Axen haben, werden in der Folge angegeben.

Das Vermögen, das Licht doppelt zu brechen, ist eine bloße Folge der mit der krystallinischen Struktur verbundenen Verschiedenheit der Anordnung der Körpertheilchen nach verschiedenen Richtungen. Hebt man die Gleichförmigkeit dieser Anordnung in einem Stoffe durch einseitigen Druck oder durch Aenderung der Temperatur auf, so kann er doppelte Brechung erlangen, wie dieß z. B. bei gepreßtem oder gekühltem Glase statt findet.

Merkwürdig ist es, daß so wie gefärbte Gläser gewisse farbige Lichtstrahlen absorbiren, mithin für dieselben undurchsichtig sind, eben so manche das Licht doppelt brechende Substanzen längs dem einen der zwei gebrochenen Strahlen die Fortpflanzung des Lichtes überhaupt oder nur einiger Lichtsorten hemmen. Dieß findet im Turmaline statt, welche Substanz dem rhomboedrischen Krystallsysteme angehört. Eine

der Krystallare parallel aus einer Turmalinsäule herausgeschnittene Platte läßt, wenn sie eine gewisse Dicke hat, bloß das ungewöhnlich gebrochene Licht hindurch, während das gewöhnlich gebrochene, je weiter es in der Masse des Plättchens, von der Eintrittsstelle an vordringt, um so mehr in rascher Folge absorbirt wird. Man überzeugt sich hievon mittelst eines aus einer solchen Säule gebildeten Prisma's, dessen brechende Kante der Krystallare parallel lauft. Sieht man durch ein solches Prisma nächst der Schneide, wo die Dicke des Prisma's gering ist, auf einen hellen Gegenstand, so erscheint derselbe doppelt; je weiter aber die Eintrittsstelle des Lichtes von dieser Kante sich entfernt, desto schwächer wird das eine Bild und es verschwindet zuletzt gänzlich. Hieher gehört auch der Farbenwechsel gewisser Krystalle nach Verschiedenheit der Richtung des durchgehenden Lichtes, welche Erscheinung man Dichroismus nennt.

311. **Polarisation des Lichtes durch doppelte Brechung.** Die beiden Strahlen, in welche ein gewöhnlicher Lichtstrahl durch die doppelte Brechung zerfällt, zeigen, die oben erwähnten Ausnahmen abgerechnet, einerlei Intensität; werden aber die solchergestalt erhaltenen Lichtstrahlen in einen zweiten, das Licht doppelt brechenden Körper geleitet, so hängen die Intensitäten der daraus entstehenden Strahlen von der gegenseitigen Lage der Axen beider Körper ab, und es kann nach Umständen auch aus jedem der ersteren Strahlen bloß ein gebrochener Strahl erhalten werden. Um diese Eigenthümlichkeiten, welche das Licht in Folge erlittener doppelten Brechung annimmt, auf die einfachste Weise wahrzunehmen, setze man zwei Doppelspathrhomboeder über einander, und betrachte einen Gegenstand durch beide hindurch. Stehen die Hauptschnitte der Doppelspathe einander parallel, so sieht man nur zwei Bilder des Gegenstandes, wie sie ein Doppelspathrhomboeder, dessen Dicke der Summe der Dicken der beiden vorhandenen gleichkommt, erzeugt hätte. Dreht man nun einen der Doppelspathe über dem anandern, so daß sie stets an derselben Fläche, wie vorhin, in Berührung bleiben, und nur ihre Hauptschnitte um einen immer größer werdenden Winkel von einander abweichen, so entstehen zwei neue Bilder, deren Intensität zunimmt, während die Intensität der früheren zwei Bilder abnimmt. Machen die Hauptschnitte einen Winkel von 45°, so haben alle vier Bilder gleiche Intensitäten; kommen endlich die Hauptschnitte in eine senkrechte Stellung gegen einander, so sind die früheren Bilder gänzlich verschwunden, und die späteren haben ihre größte Stärke erreicht. Es sind also jetzt wieder nur zwei Bilder vorhanden. Von da an ergeben sich dieselben Erscheinungen in umgekehrter Ordnung. Aus diesem Versuche erhellet, daß bei übereinstimmender Lage der Hauptschnitte zweier Doppelspathe ein in dem ersten ordentlich gebrochener Lichtstrahl in dem zweiten nur die ordentliche, ein in dem ersten außerordentlich gebrochener Lichtstrahl in dem zweiten nur die außerordentliche Brechung erfährt; dagegen, wenn die Hauptschnitte sich rechtwinklig kreuzen, der in dem ersten Doppelspathe ordentlich gebrochene Strahl in dem zweiten außerordentlich, und eben so der im ersten außer-

ordentlich gebrochene Strahl im zweiten ordentlich gebrochen wird. In den Zwischenlagen liefert der eine wie der andere Strahl zwei gebrochene Strahlen; bezeichnen wir der Kürze wegen den aus der ersten Brechung hervorgehenden ordentlichen und außerordentlichen Strahl durch O und E, und im Einklange damit die bei der zweiten Brechung aus O entspringenden Strahlen durch OO und OE, die aus E entspringenden durch EO und EE, so fallen die Strahlen OO und EE um so stärker aus, je weiter die Hauptschnitte der beiden Doppelspathe von der rechtwinkligen Lage abweichen, OE und EO dagegen werden in eben dem Maße schwächer.

Ein ähnliches Verhalten zeigen auch die aus dem gewöhnlichen Lichte durch doppelte Brechung in anderen Substanzen entspringenden Strahlen bei dem Eintritte in eine zweite doppelt brechende Substanz. Um die beiden Strahlen abgesondert untersuchen zu können, ist es bequem aus den brechenden Substanzen Prismen zu schleifen und diese mittelst daran gefügter Glasprismen in so weit zu achromatisiren, daß die Dispersion des farbigen Lichtes die Reinheit der Bilder nicht merklich zu stören vermag.

Da es, wie die angeführten Versuche lehren, bezüglich des Erfolges der Brechung nicht gleichgiltig ist, welche Seite der aus dem ersten Doppelspathe heraustretende Strahl der Hauptschnittsebene des zweiten Doppelspathes, in welchen er eintritt, zukehrt, indem dieser Erfolg sich ändert, wenn letzterer Hauptschnitt um den eintretenden Strahl gedreht wird, so befinden sich die beiden durch Doppelbrechung gewöhnlichen Lichtes erzeugten Strahlen im Vergleiche mit letzterem Lichte in einem eigenthümlichen Zustande, vermöge welchem sie in periodischem Wechsel an verschiedenen Stellen ringsum verschiedene Eigenschaften zeigen, und zwar stimmen beide Strahlen im Allgemeinen mit einander überein, nur differiren die mit gleichnamigen Eigenschaften begabten Seiten des einen Strahles bezüglich jener des andern der Lage nach um 90°. Man nannte deßhalb diesen Zustand *Polarisation* und die beiden durch Doppelbrechung erzeugten Strahlen *polarisirte*, und zwar *entgegengesetzt polarisirte*. Um die verschiedenen Seiten polarisirter Lichtstrahlen gehörig unterscheiden zu können, mußte man sie auf irgend eine durch jeden solchen Lichtstrahl, jedoch auf einerlei Weise gelegte Ebene beziehen; diese erhielt den Namen *Polarisationsebene*. Als solche wird bei dem in einem Doppelspathe ordentlich gebrochenen Lichtstrahle die Hauptschnittsebene des Krystalles angenommen; die Polarisationsebene des außerordentlich gebrochenen Strahles steht sonach gegen erstere senkrecht. Man sagt daher auch vom ordentlich gebrochenen Strahle, »er sey im Hauptschnitte,« und vom außerordentlichen Strahle, »er sey senkrecht gegen den Hauptschnitt polarisirt.«

In Folge der bereits angeführten Eigenschaft einer parallel zur Krystallare geschnittenen Turmalinplatte, den ordentlich gebrochenen Lichtstrahl zu absorbiren und nach dem oben angegebenen Gesetze des Verhaltens doppelt gebrochenen Lichtes in andern doppelt brechenden Sub-

stanzen läßt eine solche Platte nur senkrecht gegen ihre Axe polarisirtes Licht ungeschwächt durch. Legt man zwei der Axe parallel geschnittene Turmalinplatten über einander, so erscheinen sie beide durchsichtig, wenn ihre Axen einerlei Lage haben; dreht man die eine Platte an der andern, so nimmt die Intensität des durchgehenden Lichtes immer mehr ab, und ist, wenn sich die Axen rechtwinklig kreuzen, am kleinsten. Bei gehöriger Dicke der Platten und Beschaffenheit der Turmaline herrscht im letzteren Falle im Gesichtsfelde völlige Dunkelheit. Eine solche Turmalinplatte ist daher ein sehr bequemes Mittel sich polarisirtes Licht zu verschaffen, ferner den Polarisationszustand eines Lichtstrahles zu erkennen, und die Lage der Polarisationsebene anzugeben.

Da das gewöhnliche oder unpolarisirte Licht durch doppelte Brechung in zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen von einerlei Intensität zerfällt, so kann man das gemeine Licht als eine Zusammensetzung zweier entgegengesetzt polarisirten Strahlen betrachten, deren Gegensatz in der Vereinigung verschwindet.

312. **Erklärung des Polarisationszustandes und der doppelten Brechung.** Die Erfahrung lehrt, daß zwei von derselben Quelle herrührende und in den Polarisationszustand versetzte Lichtstrahlen, deren Polarisationsebenen übereinstimmen, sich bezüglich der Erscheinungen der Interferenz genau so wie unpolarisirtes Licht verhalten; dagegen zwei Strahlen, welche sich der mit ihrem Gangunterschiede verknüpften Phasendifferenz zu Folge gänzlich aufgehoben hätten, wenn sie gemeines oder einstimmig polarisirtes Licht enthielten, sogleich allen Einfluß auf einander verlieren, wenn sie im entgegengesetzten Sinne polarisirt sind. Diese wichtige Thatsache wird durch folgenden Versuch bewiesen: Man lasse, wie bei den in 305 und 306 beschriebenen Beugungsversuchen, von einer leuchtenden Linie Lichtstrahlen auf einen mit zwei dieser Linie parallelen Spaltöffnungen versehenen Schirm fallen, so entsteht hinter demselben das jeder Spalte für sich entsprechende Beugungsphänomen, und überdieß zeigen sich in der Mitte des Gesichtsfeldes die durch das Aufeinanderwirken der von beiden Spalten herrührenden Strahlen erzeugten Interferenzstreifen. Bringt man nun vor jede der Spalten ein der Krystallaxe parallel geschnittenes Turmalinplättchen von einerlei Dicke, wie man sie durch Theilung einer größeren Platte, deren Flächen genau parallel sind, erhält, so wird, wenn die Axen beider Turmalinplatten parallel stehen, an der Erscheinung nichts geändert; dreht man aber das eine Plättchen in seiner Ebene, so nimmt die Deutlichkeit der erwähnten Interferenzstreifen immer mehr ab, und wenn die Axen der Plättchen mit einander einen rechten Winkel bilden, verschwinden sie gänzlich. Im ersten Falle haben die Polarisationsebenen der aus den Turmalinplättchen austretenden Strahlen einerlei Lage, in dem zweiten Falle aber stehen sie rechtwinklig gegen einander. Bedient man sich statt der Turmalinplättchen zweier gleich dicken Platten von Gips, wie sie sich durch Theilung dieses im Krystallzustande leicht spaltbaren Körpers ergeben, oder zweier der Axe parallel geschnittenen Platten aus Bergkrystall (Quarz), so liefert jede

derselben, vor eine der Spaltöffnungen gesetzt, zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen. Es seyen O, E diese Strahlen von der ersten und O', E' die mit diesen gleichartig polarisirten Strahlen von der zweiten Platte, in so fern beide Axen einander parallel liegen. Im Allgemeinen lassen sich viererlei Systeme von Interferenzstreifen erwarten, nämlich solche, die aus dem Aufeinanderwirken von O und O', dann von E und E', ferner von O und E', endlich von E und O' entstehen. Die ersteren zwei Systeme müssen sich des übereinstimmenden Gangunterschiedes der interferirenden Strahlen wegen in der Mitte des Gesichtsfeldes decken, und die beiden anderen Systeme zu beiden Seiten jener erscheinen. Stellt man die Platten so, daß die Krystallaxen einander parallel sind, so erblickt man dieselben Interferenzstreifen, welche sich zeigen, wenn keine Krystallplatten vor den Spaltöffnungen stehen, nämlich die in der Mitte des Gesichtsfeldes der Interferenz von O und O', dann von E und E' entsprechenden. Dreht man die eine Platte, so kommen die aus der Interferenz von O und E', dann von E und O' hervorgehenden Seitenspectra zum Vorschein, und nehmen an Intensität zu, während das mittlere Spectrum an Intensität abnimmt: machen die Axen den Winkel von 45° mit einander, so sind alle drei Systeme von Interferenzstreifen gleich stark, und wenn die Axen in die senkrechte Lage gegen einander gekommen sind, so erreichen die Seitenspectra ihre größte Stärke und das mittlere ist verschwunden. Dieser Versuch zeigt klar, wie die Fähigkeit polarisirter Strahlen auf einander nach dem für unpolarisirtes Licht geltenden Interferenzgesetze einzuwirken in dem Maße zu- und abnimmt, in welchem sich ihre Polarisationsebenen dem Parallelismus nähern oder sich davon entfernen.

Diese Erscheinung erklärt sich nach der Undulationstheorie vollkommen, wenn man annimmt, daß die Aethertheilchen bei den Schwingungen, deren Fortpflanzung einen polarisirten Lichtstrahl ausmacht, sich in geradlinigen und gegen die Richtung des Lichtstrahles senkrechten Bahnen hin und her bewegen, welche gegen die Ebene, die man Polarisationsebene nennt, eine bestimmte Lage haben. Es ist für die nächsten Betrachtungen ganz gleichgiltig, welches diese Lage seyn mag, indessen wollen wir hier gleich bemerken, daß Gründe dafür sprechen, die Schwingungsrichtung der Aethertheilchen eines polarisirten Lichtstrahles sey gegen die Polarisationsebene senkrecht. Begegnen nun zwei von derselben Lichtquelle herkommende, in entgegengesetztem Polarisationszustande befindliche Strahlen einander unter einem sehr spitzen Winkel, so werden auf jedes an der Durchkreuzungsstelle liegende Aethertheilchen zwei Schwingungen übertragen, deren Richtungen einen rechten Winkel bilden, mithin, in welchen Phasen sie auch immer stehen mögen, auf einander keinen schwächenden Einfluß auszuüben im Stande sind. Alle Erscheinungen stimmen dafür, daß die Schwingungen der Aethertheilchen in einfachem und polarisirtem Lichte nach dem in 125 entwickelten Gesetze vor sich gehen, daß diese Theilchen also gerade so schwingen, wie ein einfaches Pendel, welches um einen sehr kleinen Winkel von seiner Ruhelage abweicht. Bezeichnet a die Amplitude der

Schwingung, c die Schwingungsintensität, s die Abweichung des Aethertheilchens von der Ruhelage, v seine Geschwindigkeit, t die Phasenzeit, T die Schwingungsdauer, so haben wir nach 125 wegen $\sqrt{k} = \frac{2\pi}{T}$, die Formeln: $s = a\,sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ und $v = c\,cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$. Aus 135, 2) folgt, daß sich zwei rechtwinklige Schwingungen dieser Art nach Maßgabe des Phasenunterschiedes zu einer geraden oder zu einer elliptischen Schwingung zusammensetzen, welche bei Gleichheit der Amplituden und bei einer Phasendifferenz von einem Viertel der Undulationsdauer auch kreisförmig werden kann. Die Erklärung der Erscheinungen fordert, daß die Lichtintensität dem Quadrate der Schwingungsintensität oder der Amplitude proportional gesetzt werde. Mit Hilfe dieser Annahme und der angeführten Formeln läßt sich das Problem der Interferenz polarisirter Lichtstrahlen in seiner größten Allgemeinheit auflösen. In so fern gemeines Licht als ein Resultat der Zusammensetzung entgegengesetzt polarisirter Lichtstrahlen betrachtet werden kann, müssen auch die Aethertheilchen bei Fortpflanzung des unpolarisirten Lichtes sich in ebenen Bahnen bewegen, welche auf der Richtung des Lichtstrahles senkrecht stehen. Man kann diesen Bahnen keine regelmäßige Form zuschreiben, daher ist gemeines Licht als eine rasche Succession von Aetherschwingungen zu betrachten, welche nach allen möglichen Richtungen vor sich gehen.

Während also ein unkrystallisirter durchsichtiger Körper jede Art von Aetherschwingungen auf gleiche Weise fortzupflanzen vermag, erscheint uns eine das Licht doppelt brechende Substanz, welche, wie der Doppelspath, einen Lichtstrahl in zwei Strahlen zerlegt, wovon der eine in einer gewissen Ebene, welche wir im Allgemeinen *Hauptschnitt* nennen wollen und der andere senkrecht dagegen polalisirt ist, in Folge der mit der Krystallisation gegebenen Gruppirungsweise ihrer Molekel, und der dadurch bedingten Anordnung des Aethers in ihrem Inneren, nur zur Fortpflanzung solcher Strahlen geeignet, in welchen die Aethertheilchen ihre Schwingungen entweder senkrecht gegen die Ebene des Hauptschnittes oder in dieser Ebene selbst vollbringen. Gelangt nun eine Lichtwelle an die Grenzfläche eines solchen Körpers, so wird jede der zwei Wellen, aus welchen man dieselbe bestehend denken kann, in deren einen die Schwingungen senkrecht gegen den Hauptschnitt, in der andern im Hauptschnitte vor sich gehen, gleichsam abgesondert von der anderen, für sich allein gebrochen, und mit der ihr zufallenden Geschwindigkeit und Intensität fortgepflanzt. Die Zerlegung einer schwingenden Bewegung in andere entspricht hiebei ganz dem allgemeinen Gesetze, welches die componirenden Bewegungen mit der resultirenden verknüpft (133). Bilden die Richtungen der Componenten einen rechten Winkel, so ist das Quadrat der Amplitude der Resultirenden der Summe der Quadrate der Amplituden der Componenten gleich; die Intensität des zerlegten Lichtstrahles zerfällt sonach in die Intensitäten der Componenten, deren Summe sie ist.

Hiernach läßt sich leicht einsehen, warum ein polarisirter Strahl sich in einem Doppelspathe nur dann in zwei gebrochene Strahlen von gleicher Intensität zertheilt, wenn seine Polarisationsebene mit dem Hauptschnitte einen Winkel von 45° macht; denn in diesem Falle sind beide Componenten der nach dem Hauptschnitte und senkrecht dagegen zerlegten Schwingungen des Lichtstrahles einander gleich. Ist dieser Winkel kleiner als 45°, so ist die gegen den Hauptschnitt senkrechte Schwingung die stärkere, also der im Hauptschnitte polarisirte oder ordentlich gebrochene Strahl der intensivere; ist aber gedachter Winkel größer als 45°, so findet das Umgekehrte statt. Im unpolarisirten Lichte haben die Componenten rasch hinter einander alle möglichen Größen von Null angefangen bis zur Intensität des zu zerlegenden Strahles; es fällt daher einer jeden dieselbe Summe der Intensitäten zu und beide gebrochene Strahlen erhalten deßhalb einerlei Stärke.

313. **Polarisation des Lichtes durch Reflexion und einfache Brechung.** Fällt ein Lichtstrahl in der Luft auf eine Glasplatte unter dem Neigungswinkel von 35° oder was dasselbe ist, unter dem Einfallswinkel von 55°, und untersucht man den reflectirten Strahl hinsichtlich seiner Brechung in einem Doppelspathe oder in einer Turmalinplatte, so findet man, daß er sich gerade so verhält, wie ein aus einem Doppelspathe austretender Lichtstrahl, der darin die ordentliche Brechung erlitten hat; er ist nämlich polarisirt, und die Ebene, in welcher die Reflexion vor sich ging, ist seine Polarisationsebene. Der durch die Glasplatte hindurchgehende Theil des Lichtes zeigt ebenfalls Polarisation, denn er zerfällt zwar in einem Doppelspathe bei jeder Position des Hauptschnittes gegen die Brechungsebene der Glastafel in zwei Strahlen, doch aber haben dieselben nicht wie bei dem gemeinen Lichte stets gleiche Intensität. sondern die Intensität eines jeden ändert sich nach der Stellung des Hauptschnittes. Stimmt die Ebene des Hauptschnittes mit der Reflexions- oder Brechungsebene der Glastafel überein, so erlangt der ordentlich gebrochene Strahl seine geringste Intensität. Das aus der Glastafel heraustretende Licht charakterisirt sich sonach als ein unvollkommen polarisirtes und seine Polarisationsebene steht gegen die Brechungsebene senkrecht. Läßt man jedoch dieses Licht durch eine zweite, dritte, vierte . . . der ersteren parallele Glastafel gehen, so wird, durch Wegschaffung des noch in ihm enthaltenen, in der Brechungsebene polarisirten Theiles mittelst der Reflexion, seine gegen die Brechungsebene senkrechte Polarisation immer entschiedener, und das Licht erscheint zuletzt vollkommen polarisirt. Ein unvollkommener Polarisationszustand tritt auch ein, wenn gemeines Licht von einer Glastafel unter einem anderen als dem angegebenen Winkel reflectirt wird. Aus der beschriebenen Umwandlungsweise des gemeinen Lichtes in polarisirtes durch Reflexion folgt, daß ein polarisirter Strahl, welcher eine Glastafel unter dem Einfallswinkel von 55° so trifft, daß seine Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen rechten Winkel macht, von der Glastafel nicht reflectirt wird, sondern ganz durch selbe hindurch geht, was sich in einem directen Versuche bestätiget, es mag das polarisirte Licht von einem Doppelspathe, oder von einer Turmalinplatte herrühren, oder durch Reflexion oder Trans-

mission an einer Glasplatte erzeugt worden seyn. Bei jeder anderen Stellung der Polarisationsebene des einfallenden Strahles gegen die Reflexionsebene der Glasplatte, wie auch bei einer anderen Größe des Einfallswinkels findet immer eine partielle Reflexion des Lichtes statt. Auf diesem Verhalten des polarisirten Lichtes bei der Reflexion beruht also die Sonderung der Bestandtheile des eine Glasplatte treffenden gemeinen Lichtes, bei der gehörigen Incidenz, in einen vollkommen polarisirten reflectirten und in einen unvollkommen polarisirten durchgelassenen Strahl. Aehnliches geht mit dem Lichte an einer Wasserfläche unter dem Einfallswinkel von 53° vor sich, der reflectirte Strahl zeigt sich bezüglich der Reflexionsebene vollkommen polarisirt, und so gibt es für jede das Licht einfach brechende Substanz einen gewissen Einfallswinkel, unter welchem dieselbe das Licht durch Reflexion vollkommen zu polarisiren vermag. Dieser Winkel heißt der Polarisationswinkel. Man hat die Bemerkung gemacht, daß es stets derjenige Winkel ist, bei dem die Richtung des reflectirten Strahles auf jener des gebrochenen senkrecht steht. Dieses Gesetz als richtig angenommen, gehört also jedem farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes sein eigener Polarisationswinkel, und sonach kann die vollkommene Polarisation eines unpolarisirten weißen Lichtstrahles durch Reflexion an einer Glasplatte nicht in aller Strenge, sondern nur mit großer Annäherung erreicht werden.

Ist MN (Fig. 140) die Grenzfläche eines das Licht einfach brechenden Mediums, LA der einfallende, AR der reflectirte, AS der gebrochene Lichtstrahl, PQ das Einfallsloth, so muß, wenn der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht stehen soll, RAS ein rechter Winkel seyn, mithin müssen auch PAR und QAS zusammen einen rechten Winkel ausmachen. Da PAR = LAP ist, so ergänzt sonach der Brechungswinkel QAS den Einfallswinkel LAP zu einem Rechten. Es sey LAP = α, QAS = β und n der Brechungsexponent, so ist $sin\,\alpha = n\,sin\,\beta$. Aber der zwischen α und β bestehenden Beziehung gemäß ist $sin\,\beta = cos\,\alpha$, folglich $sin\,\alpha = n\,cos\,\alpha$, und daher

$$\frac{sin\,\alpha}{cos\,\alpha} = tang\,\alpha = n.$$

Die Tangente des Polarisationswinkels ist also dem Brechungsinder gleich, wornach sich die Größe des Polarisationswinkels für jede einfach brechende Substanz und für jede Farbe des Lichtes berechnen läßt.

Um nachzuweisen wie es kommt, daß ein senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirter Lichtstrahl bei gewisser Incidenz an der Begrenzung eines das Licht einfach brechenden Mediums keinen reflectirten Strahl liefert, muß man zu theoretischen Betrachtungen seine Zuflucht nehmen. Bei der Reflexion und Brechung eines Lichtstrahles LA (Fig. 137) geht, wie aus den in 308 aus einander gesetzten Betrachtungen erhellet, die Bewegung der im Raume ABC enthaltenen Aethertheilchen auf die in den Räumen ABD, ABE befindlichen über. Der Raum ABD ist dem Raume ABC gleich; AEB aber verhält sich zu ABC wie das Product AE.BE zu AC.BC. Bezeichnen wir den Einfallswinkel LAP mit α, den Brechungswinkel QAG mit β, so ist auch der Winkel ABC = α und ABE = β, mithin AC = AB.$sin\,\alpha$, BC = AB$cos\,\alpha$, AE = AB$sin\,\beta$, BE = AB$cos\,\beta$, daher verhalten sich die Räume ABC und ABE wie die Producte $sin\,\alpha.cos\,\alpha$ und $sin\,\beta.cos\,\beta$. Stehen nun die Dichten des Aethers in beiden Medien im Verhältnisse d : d', so verhalten sich die in ABC, ABE enthaltenen

Massen wie $d \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha : d' \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta$. Setzen wir voraus es gehe die Mittheilung der schwingenden Bewegung nach denselben Gesetzen vor sich, welche für den Stoß elastischer Massen gelten, und es finde dabei, bezüglich der Schwingungsintensitäten, das Gesetz der Erhaltung der lebendigen Kraft [148, 3)] Anwendung, so besteht, wenn wir die Schwingungsintensität im einfallenden, reflectirten und im gebrochenen Strahle mit c, x, y bezeichnen, die Gleichung

$$d \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot c^2 = d \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha \cdot x^2 + d' \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta \cdot y^2$$

oder

$$(c^2 - x^2)\, d \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha = y^2 d' \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta.$$

Nehmen wir ferner an, es lasse sich die Fortpflanzung der transversalen Schwingungen im Aether mit jener vergleichen, welche längs einer gespannten elastischen Saite statt findet, und es habe die Spannung des Aethers in beiden Medien, so wie es das Gleichgewicht desselben fordert, einerlei Größe, so verhalten sich, dem in 220 erhaltenen Resultate gemäß, die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten des Lichtes in beiden Medien verkehrt wie die Quadratwurzeln der Dichten. Aber diese Geschwindigkeiten verhalten sich auch wie $\sin\alpha : \sin\beta$ (308), daher ist $\sin\alpha : \sin\beta = \frac{1}{\sqrt{d}} : \frac{1}{\sqrt{d'}}$, d. h. es ist $d : d' = \sin\beta^2 : \sin\alpha^2$ oder $d \sin\alpha^2 = d' \sin\beta^2$. Dividirt man die obige Gleichung durch diese letztere, um d, d' wegzuschaffen, so erhält man die Gleichung

$$(c^2 - x^2)\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = y^2\frac{\cos\beta}{\sin\beta} \quad \text{oder} \quad (c^2 - x^2)\cos\alpha \cdot \sin\beta = y^2 \sin\alpha \cdot \cos\beta.$$

Es sey nun 1) das einfallende Licht in der Einfallsebene polarisirt, so erfolgen die Aetherschwingungen senkrecht gegen die Einfallsebene, also parallel mit der Trennungsfläche beider Medien, und wenn man voraussetzt, daß sich die Schwingungsintensität des einfallenden Strahles in jene des reflectirten und gebrochenen zerlegt, so hat man $c = x + y$, also $c - x = y$. Dividirt man obige Gleichung durch diese, so wird

$$(c+x)\cos\alpha \cdot \sin\beta = y \sin\alpha \cdot \cos\beta, \text{ also}$$

$$(c+x)\cos\alpha \cdot \sin\beta = (c-x)\sin\alpha \cdot \cos\beta, \text{ woraus sich}$$

$$x = c \cdot \frac{\sin\alpha \cdot \cos\beta - \cos\alpha \cdot \sin\beta}{\sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta} = c \cdot \frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$$

ergibt.

Ist aber 2) das einfallende Licht senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, d. h. erfolgen die Schwingungen dieser Ebene parallel, mithin gegen die Trennungsfläche beider Medien schief, so kann man die Schwingungen im einfallenden, reflectirten und gebrochenen Strahle jede in zwei Componenten zerlegen, wovon die eine zu dieser Ebene parallel, die andere senkrecht dagegen ist. Vorausgesetzt, daß sich die der Trennungsfläche parallele Componente der Schwingungsintensität im einfallenden Strahle, welche, wie man nach dem Parallelogramme der Bewegungen leicht findet, gleich $c \cos\alpha$ ist, in die gleichnamigen Componenten $x \cos\alpha$ und $y \cos\beta$ der Schwingungsintensitäten der anderen Strahlen theile, besteht die Gleichung $(c-x)\cos\alpha = y \cos\beta$, und dadurch geht die oben erhaltene Gleichung in $(c+x)\sin\beta = y \sin\alpha$ über. Eliminirt man y, so wird $(c+x)\sin\beta \cdot \cos\beta = (c-x)\sin\alpha.\cos\alpha$, also

$$x = c\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha - \sin\beta \cdot \cos\beta}{\sin\alpha \cdot \cos\alpha + \sin\beta \cdot \cos\beta} \quad \text{oder} \quad x = c\frac{\sin 2\alpha - \sin 2\beta}{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}.$$

Das Quadrat von x mißt die Intensität des Lichtes im reflectirten Strahle. Ist dieser wie in 2) senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, so kann $x = 0$ werden, wenn $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, also

$$2\alpha + 2\beta = 180^\circ \quad \text{oder} \quad \alpha + \beta = 90^\circ$$

ist, d. h. wenn der reflectirte Strahl auf dem gebrochenen senkrecht steht was mit eben angeführter Erfahrung harmonirt.

Die Deduction der so eben erhaltenen Formeln für die Intensität der von einer das Licht einfach brechenden Substanz reflectirten Strahlen nach Maßgabe ihres Polarisationszustandes ruht allerdings auf bloßen Voraussetzungen, welche zwar einen gewissen Grad von Wahrscheinlichkeit an sich tragen, aber dennoch ohne besondere Begründung keine vollkommene Evidenz gewähren können; indessen haben die Formeln selbst, so weit man dieselben auf dem Erfahrungswege zu prüfen vermochte, als richtig bewährt, und können sonach weiteren Forschungen mit Sicherheit zum Grunde gelegt werden. Man nennt sie nach ihrem Urheber die Fresnel'schen Intensitätsformeln. Mit ihrer Hilfe kann man auch die Intensität des von unpolarisirtem Lichte durch Reflexion an der Grenzfläche eines einfach brechenden Mediums erzeugten Lichtstrahles berechnen, weil man sich unpolarisirtes Licht stets in zwei gleiche Componenten zerlegt denken darf, deren eine in der Einfallsebene, und die andere senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt ist, und deren Schwingungsintensitäten sich zu jener des einfallenden Lichtes verhalten wie $1 : \sqrt{2}$.

Fällt ein polarisirter Lichtstrahl auf ein solches Medium und macht seine Polarisationsebene mit der Einfallsebene einen schiefen Winkel, so zerlegt man ihn, bezüglich seiner Schwingungsintensität, nach der Regel des Parallelogrammes in seine parallel und senkrecht gegen die Einfallsebene schwingenden Componenten, und setzt die aus denselben nach den Intensitätsformeln sich ergebenden reflectirten Strahlen wieder in einen einzigen Strahl zusammen. Dieser stellt sich als ein polarisirter dar, dessen Polarisationsebene jedoch von jener des einfallenden Lichtes um einen Winkel abweicht, dessen Betrag sich nach eben diesen Formeln leicht bestimmen läßt, und so gefunden wird, wie ihn directe Beobachtungen angeben.

Die hier stets angeführte Bedingung, daß die Reflexion des Lichtes an einer dasselbe einfach brechenden Substanz vor sich gehe, ist wohl im Auge zu behalten. Bei der Reflexion des Lichtes an Metallflächen, bei der totalen Reflexion im Innern durchsichtiger Medien, und bei der Reflexion an doppelt brechenden, ja selbst an gewissen krystallisirten einfach brechenden Körpern, z. B. am Diamante, treten andere Gesetze auf, wovon das Wichtigste im Folgenden berührt werden wird.

314. Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Platten im polarisirten Lichte. Auf eine aus einem das Licht doppelten brechenden Krystalle geschnittete Platte mit parallelen Flächen MN, PQ (Fig 141) falle nach einer bestimmten Richtung übereinstimmend polarisirtes homogenes Licht. Es sey AB einer der die Fläche MN treffenden Strahlen; derselbe wird bei seinem Eintritte in die Krystallmasse im Allgemeinen in zwei Strahlen BC, BE zerlegt, wovon der eine, welcher die gewöhnliche Brechung erfahren hat, oder doch dem gewöhnlich gebrochenen Strahle der Krystalle mit einer optischen Axe analog ist, nach der Ebene, welche sich als Hauptschnitt darstellt, und der andere senkrecht gegen diese Ebene polarisirt erscheint. In Folge der an der zweiten Fläche PQ der Platte erlittenen Brechung treten beide Strahlen parallel zu AB aus der Platte heraus; der Strahl BC nach der Richtung CD, und der Strahl BE nach der Richtung EG. Man ziehe vom Puncte C aus die CB' der EB parallel, welche an der Fläche MN den Punct B' bezeichnet. Offenbar ist B'C die Richtung des einen der beiden gebrochenen Strahlen, welche aus dem mit

AB parallelen Strahle A'B' hervorgehen; die zu BC parallele B'F ist die Richtung des zweiten gebrochenen Strahles. Letzterer tritt nach der mit AB parallelen Richtung FH, ersterer aber nach der Richtung CD aus der Platte heraus. Es sind also in CD zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen vereinigt, zwischen welchen eine von der Incidenz des Lichtes, der Dicke der Platte und der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Lichtwellen abhängende Phasendifferenz besteht, und ein Gleiches gilt auch von jedem anderen Strahle des aus der Platte heraustretenden Lichtes. Es falle nun dieses Licht unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte, oder es werde von einem mit doppelter Brechung begabten Körper aufgefangen, so zerfällt jeder der vorgedachten zwei in einem Strahle wie CD enthaltenen Strahlen in zwei andere entgegengesetzt polarisirte. Wir wollen der Kürze wegen die Stahlen, aus welchen das aus der Krystallplatte tretende Licht besteht, mit O und E, und die Strahlen, in welche O zerlegt wird, mit Oo und Oe, und eben so jene, in welche E zerlegt wird, mit Eo und Ee bezeichnen. Hievon sind die Strahlen Oo, Eo nach einerlei Ebene und Oe, Ee ebenfalls nach einerlei Ebene polarisirt, aber die Polarisationsebenen dieser zwei Paare stehen auf einander senkrecht. Die nach einerlei Ebene polarisirten Strahlen nehmen denselben Weg, verstärken oder schwächen sich also nach Maßgabe ihrer Phasen. Wenn aber zwei gegen einander senkrechte Bewegungen nach zwei anderen, gleichfalls gegen einander senkrechten Richtungen zerlegt werden, so wirken von den in einerlei Geraden zusammenkommenden Componenten das eine Paar übereinstimmend und das andere entgegengesetzt (s. Fig 1). Somit kommen verschiedene Intensitäten des Lichtes zu Stande. Da derselbe Gangunterschied der Strahlen bei verschiedenfarbigem Lichte, wegen dessen verschiedener Wellenlänge, einen verschiedenen Einfluß ausübt, so wird hiedurch das Mischungsverhältniß der Bestandtheile des weißen Lichtes gestört, die Krystallplatte erscheint daher im Allgemeinen farbig, und zwar bringt jedes der beiden gesonderten Strahlenpaare eine andere Farbe hervor. Gehen nicht bloß parallele Strahlen durch die Krystallplatte, sondern wird ein polarisirter Lichtkegel, welcher Strahlen von sehr verschiedener Incidenz darbietet, gegen die Krystallplatte geleitet, so geben alle Stellen der Platte, welche dem Lichte einerlei Phasendifferenz beibringen, einerlei Farbe; die Folge gleichfarbiger Stellen bildet eine sogenannte *isochromatische* Linie, und die Folge der verschiedenen solchergestalt entstehenden, theils farbigen, theils dunklen Linien stellt eine eigenthümliche Figur dar.

Es ist bemerkenswerth, daß die Farben, welche einer bestimmten Stelle der Krystallplatte, bezüglich der Strahlenpaare Oo, Eo und Oe, Ee, bei ursprünglich weißem Lichte entsprechen, stets *complementär* sind. Dieß ist eine nothwendige Folge des Umstandes, daß für jedes einfache farbige Licht die Summe der Intensitäten der aus Oo, Eo, dann aus Oe, Ee entspringenden Strahlen constant, nämlich der Summe der Intensitäten der Strahlen O und E gleich ist.

Um dieß einzusehen, muß man zuerst die Intensität eines Strahles zu bestimmen wissen, welcher durch Vereinigung zweier übereinstimmend polarisirten, in einer gegebenen Phasendifferenz befindlichen Strahlen entsteht. Es seyen a, b die Amplituden, t, t + d die Phasenzeiten der Strahlen, T die Undulationsdauer, x, y die Abweichungen des schwingenden Aethertheilchens von der Ruhelage, so ist $x = a \sin\frac{2\pi t}{T}$, $y = b \sin\frac{2\pi (t+d)}{T}$. Der Kürze halber setzen wir $\frac{2\pi t}{T} = u$, $\frac{2\pi d}{T} = h$, so wird $x = a \sin u$, $y = b \sin(u + h)$. Bezeichnet man die Amplitude, Phasendifferenz und Abweichung von der Ruhelage im zusammengesetzten Strahle mit A, D und z, so ist $z = A \sin\frac{2\pi (t+D)}{T}$, oder wenn wir $\frac{2\pi D}{T} = H$ setzen, $z = A \sin(u + H)$. Offenbar ist $z = x \pm y$, folglich $A \sin(u+H) = a \sin u \pm b \sin(u+h)$. Entwickelt man beiderseits, so hat man

$A \sin u \cos H + A \cos u \sin H = a \sin u \pm b \sin u \cos h \pm b \cos u \sin h$

oder $A \cos H \sin u + A \sin H \cos u = (a \pm b \cos h) \sin u \pm b \sin h \cos u$. Da die Ausdrücke diesseits und jenseits des Gleichheitzeichens für jeden Werth von t, also auch von u genau übereinstimmen, so muß $A \cos H = a \pm b \cos h$ und $A \sin H = \pm b \sin h$ seyn. Nimmt man beiderseits die Quadrate und addirt, so wird $A^2 = (a \pm b \cos h)^2 + b^2 \sin h^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2 \cos h^2 + b^2 \sin h^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2$. Hier ist A^2 das Maß der Intensität des zusammengesetzten Lichtes, a^2 und b^2 aber sind die Intensitäten der Theile, und h hängt auf die oben angegebene Weise von der Phasendifferenz ab. Dieß vorausgesetzt, bezeichnen wir die Amplituden der Strahlen Oo, Oe, Eo, Ee mit a, a′, b, b′, dann jene der vereinigten Strahlen Oo, Eo und Oe, Ee mit A und A′, und bedenken wir, daß der zwischen O und E bestehende Phasenunterschied auch auf Oo, Oe im Vergleiche mit Eo, Ee übergeht, so haben wir, wenn wir wie oben das Product desselben mit $\frac{2\pi}{T}$ durch h vorstellen, $A^2 = a^2 \pm 2ab \cos h + b^2$ und wegen des oben berührten Gegensatzes $A'^2 = a'^2 \mp 2a'b' \cos h + b'^2$. Macht die Richtung, auf welche sich o bezieht, mit der Richtung O den Winkel γ, so ist, wenn wir die Amplituden von O und E mit P und Q bezeichnen, in Folge der Zerlegung der Bewegungen, nach der Regel des Parallelogrammes, $a = P \cos\gamma$, $a' = P \sin\gamma$, $b = Q \sin\gamma$, $b' = Q \cos\gamma$; demnach ist $a^2 + a'^2 = P^2$, $b^2 + b'^2 = Q^2$, $ab = PQ \sin\gamma \cos\gamma = a'b'$. Mit Rücksicht auf diese Ausdrücke erhalt man endlich $A^2 + A'^2 = P^2 + Q^2$ u. s. f. w.

315. **Polarisationsapparate.** Zur bequemen Wahrnehmung der so eben erklärten Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Substanzen im polarisirten Lichte, und verwandter Erscheinungen, hat man eigene Apparate, welche man Polarisationsapparate zu nennen pflegt. Jeder derselben enthält zwei Haupttheile: der eine dient zur Umwandlung des gemeinen unpolarisirten Lichtes in polarisirtes; der andere aber zur Zerlegung der bereits durch einen Körper geleiteten und in Folge dessen modificirten Strahlen in zwei Gruppen, deren Componenten dadurch zur Interferenz gelangen. Ersterer Bestandtheil heißt der polarisirende, letzterer der analysirende. Es sind vornehmlich

drei Polarisationsapparate im Gebrauche, welche wir hier näher zu betrachten haben. 1) Die Turmalinzange, der einfachste aller Polarisationsapparate, besteht aus einer federnden Klemme, welche an ihren beiden sich an einander andrückenden Enden Fassungen trägt, deren jede ein in ihrer Ebene leicht drehbares, zur Krystallaxe parallel geschnittenes Turmalinplättchen enthält. Der in Betreff seines Verhaltens im polarisirten Lichte zu untersuchende Körper wird zwischen die Turmalinplättchen gebracht und das Ganze dicht an das Auge gehalten. Hier können Strahlen von sehr verschiedener Incidenz, welche das vom Auge abgewendete Turmalinplättchen aufnimmt, in das Auge gelangen; deßhalb gewährt der Apparat selbst bei kleinen Turmalinplättchen ein großes Gesichtsfeld und es zeigen sich an gehörig geschnittenen Krystallplatten zahlreiche isochromatische Linien. 2) Der Projectionsapparat. Dieser hat zum Zwecke die Erscheinungen, welche man mittelst der vor das Auge gehaltenen Turmalinzange sieht, auf einen Schirm zu projiciren, und dadurch mehreren Personen zugleich sichtbar zu machen. Zu diesem Zwecke wird der Turmalinplättchenapparat mit einer um ihre Brennweite davon abstehenden Sammellinse verbunden, welche das durch einen Heliostatspiegel in das verfinsterte Zimmer geleitete Licht in einen Kegel convergirender Strahlen zusammenfaßt, dessen Spitze auf die Turmalinplättchen fällt. Die durch das erste Plättchen polarisirten Strahlen durchdringen sonach den zwischen den Plättchen befindlichen Krystall unter sehr verschiedenen Incidenzen, und gelangen mit den ihnen bei der Analyse durch das zweite Turmalinplättchen zu Theil werdenden Intensitäten auf den Schirm. 3) Das gewöhnlich sogenannte Polarisationsinstrument. An dem unteren Theile seines Gestelles, vorausgesetzt daß dasselbe, wie es in der Regel der Fall ist, eine verticale Lage hat, befindet sich als polarisirender Bestandtheil eine gegen die Axe des Instrumentes unter dem Polarisationswinkel geneigte Glasplatte. Diese wirft das auf sie einfallende oder ihr mittelst eines Beleuchtungsspiegels zugesendete Tageslicht entweder unmittelbar aufwärts, und ist sodann an der unteren Fläche zur Abhaltung fremdartigen Lichtes, welches durch sie hindurch gehen könnte, geschwärzt, oder die Glasplatte wirkt mit ihrer unteren Fläche und wirft das Licht zunächst abwärts auf einen mit der gewöhnlichen Spiegelfolie versehenen horizontalen Glasspiegel, von dem es aufwärts reflectirt wird und ohne Aenderung des schon bei erster Reflexion erlangten Polarisationszustandes die polarisirende Platte durchdringt. (Nörrenberg's Polarisationsinstrument.) Um verschiedene Körper der Einwirkung dieses Lichtes darzubieten, ist an dem Gestelle ein Rahmen mit einer Glasplatte, gleichsam ein Tischchen vorstellend, angebracht, oder eine Klemme zum Festhalten dieser Körper. Zur Analyse des durch den zu untersuchenden Körper hindurch gegangenen Lichtes werden nach Umständen verschiedene reflectirende oder brechende Mittel in Anwendung gesetzt, als: ein geschwärzter Glasspiegel, ein System paralleler Glasplatten, ein Turmalinplättchen, ein Doppelspathrhomboeder, ein achromatisirtes Doppelspathprisma, ein No-

chon'sches Prisma, ein Nicol'sches Prisma u. dgl. m. Zur Herstellung eines Strahlenkegels, falls eine Mannigfaltigkeit der Incidenzwinkel des dem zu untersuchenden Körper zuzusendenden polarisirten Lichtes nöthig ist, dient eine über der polarisirenden Platte angebrachte Sammellinse; um den aus dem Körper ausfahrenden divergirenden Strahlenkegel dem analysirenden Bestandtheile zuzulenken und die Strahlen sodann mit der durch ihre Interferenz erlangten Modification in die Pupille des Auges zu bringen, wird eine Collectiv- und eine Ocularlinse angewendet (Airy's Ocular).

Rochon's Prisma besteht aus zwei gleichen geraden Prismen mit rechtwinklig dreiseitigen Grundflächen, welche aus Doppelspath oder aus einer andern doppelt brechenden Substanz mit einer optischen Axe so geschnitten sind, daß in dem einen Prisma eine Kathetenfläche senkrecht gegen die Axe steht, in dem andern aber beide Kathetenflächen zur Axe parallel liegen: die Prismen sind an der Hypotenusenfläche zu einem rechtwinkeligen Parallelepiped verbunden. Der Zweck eines solchen Prisma's ist, die beiden durch doppelte Brechung entstehenden Bilder weiter aus einander zu treiben, als es bei einem einzigen Stücke von gleicher Dicke aus derselben Substanz möglich wäre.

Nicol's Prisma entsteht, wenn man ein längliches Doppelspathrhomboeder durch einen schiefen Schnitt in zwei Stücke theilt, und diese an den polirten Schnittflächen mittelst Canadabalsam oder Terpentin wieder zusammenkittet. Die Harzschichte verhält sich gegen den im Doppelspathe ordentlich gebrochenen Strahl wie ein das Licht schwächer brechendes, gegen den außerordentlichen Strahl aber wie ein stärker brechendes Medium; ersterer Strahl erleidet daher wegen des schiefen Winkels, unter welchem er die Harzschichte trifft, an selber die totale Reflexion und wird seitswärts abgelenkt, so daß er nicht in das der Länge nach durch das Prisma sehende Auge kommt, welches sonach bloß den außerordentlichen Strahl empfängt. Ein solches Prisma bringt also dieselbe Wirkung hervor, wie ein Turmalinplättchen parallel zur Krystallaxe geschnitten, hat aber vor diesem den Vorzug der Farblosigkeit und größeren Lichtstärke.

Dreht man den analysirenden Bestandtheil eines Polarisationsapparates um die Richtung des von dem polarisirenden Bestandtheile herkommenden Strahles, welcher die Axe des ganzen Apparates vorstellt, herum, so erscheint, während der Zerleger 360° beschreibt, das Gesichtsfeld in Intervallen von 90° zweimal hell und zweimal dunkel, oder wenn der Zerleger zwei Bilder liefert, verdunkelt sich abwechselnd bald das eine, bald das andere Bild. Bei Anwendung des Zerlegungsspiegels ist das Gesichtsfeld hell, wenn die Reflexionsebene des Spiegels mit der Polarisationsebene des auf ihn fallenden Lichtes übereinstimmt; es ist dunkel, wenn beide Ebenen gegen einander senkrecht stehen. Man kann erstere die parallele, letztere die gekreuzte Stellung nennen. Die übrigen analysirenden Vorrichtungen sind mit dem Zerlegungsspiegel in seinen verschiedenen Stellungen dem Effecte nach ganz äquivalent; identisch mit dem Spiegel wirkt ein Turmalinplättchen, dessen Axe, ein Nicol'sches Prisma, dessen Hauptschnitt, ein System paralleler Glasplatten, dessen Brechungsebene von der Reflexionsebene des Spiegels um 90° abweicht; dasselbe gilt für den Hauptschnitt eines Doppelspathrhomboeders oder eines Rochon'schen Prisma's, bezüglich des durch ungewöhnliche Brechung entstehenden Bildes; sieht man aber auf das gewöhnliche Bild, so muß der Hauptschnitt dieselbe Lage haben wie die Reflexionsebene des Spiegels.

Bei allen Erscheinungen gehen die im Gesichtsfelde des analysirenden Theiles auftretenden Farben in die complementären über, wenn man diesen Theil aus seiner Stellung um 90° dreht, und wo sich zwei Bilder zugleich zeigen, bieten dieselben immer complementäre Erscheinungen dar.

Die Erscheinungen, zu welchen durchsichtige Körper im polarisirten und hierauf zerlegten Lichte Anlaß geben, lassen sich in zwei Gruppen theilen; in solche, welche sich bloß auf parallele Strahlen beziehen, und in solche, bei denen Strahlen von sehr verschiedenen Incidenzen zugleich thätig sind. Zur Betrachtung der Erscheinungen ersterer Art wird der das polarisirte Licht modificirende Körper (Gegenstand) in die Sehweite gebracht, so daß er selbst dem Auge deutlich erscheint. Zu diesem Zwecke wird das Tischchen oder der Objectenhälter am Polarisationsinstrumente tiefer gestellt oder auch der Gegenstand, wenn das Instrument die Nörrenberg'sche Einrichtung hat, auf den unteren Glasspiegel gelegt, wo er dann gleichsam mit seiner doppelten Dicke wirkt, und keine Linse angewandt; bei dem Projectionsapparate kommt der Gegenstand vor die Beleuchtungslinse außerhalb ihrer Brennweite zu stehen, damit ein Bild desselben auf dem Schirme erzeugt werde, wobei man zur Verkürzung der Brennweite eine zweite Linse zu Hilfe nehmen kann; das polarisirte Licht wird mittelst eines geschwärzten Heliostatspiegels erzeugt: die Turmalinzange ist zu derlei Phänomenen nicht anwendbar. Die Erscheinungen der zweiten Art erfordern, daß entweder der Gegenstand dem Auge sehr nahe stehe, oder daß die Strahlen dem Auge durch eine Linse zugeführt werden; auch tritt da die Beleuchtungslinse ins Spiel. Bei Anwendung des Nörrenberg'schen Spiegels kann eine und dieselbe Linse beide Functionen verrichten. In keinem Falle wird der Gegenstand selbst gesehen. Die Beleuchtung geschieht entweder mit weißem oder mit gleichartigem Lichte. Im weißen Lichte erzeugt jeder homogene Bestandtheil sein eigenes Phänomen; eine Menge von Bildern decken sich, und es kann dadurch manche Einzelheit der Erscheinung, ja oft die ganze Erscheinung verloren gehen; daher ist, wenn die eigentliche Beschaffenheit eines Phänomens recht klar werden soll, der Gebrauch des homogenen Lichtes unerläßlich. Man erhält solches am besten mittelst einer Weingeistlampe, deren Docht mit Kochsalz bestreut worden ist; die Flamme wird dadurch heller und liefert fast nur gelbes Licht.

Die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen, welche sich auf die bezeichneten Arten mit Hilfe der Polarisationsapparate wahrnehmen lassen, ist wegen der Mannigfaltigkeit durchsichtiger Substanzen sehr groß. Alle diese Erscheinungen können nach den Principien der Undulationstheorie nicht bloß qualitativ, sondern auch quantitativ auf das Befriedigendste erklärt werden. Es liegt außerhalb des Zweckes dieses Lehrvortrages den reichhaltigen Gegenstand im Detail zu behandeln; selbst diejenigen Rechnungen, welche den Kräften der Elementar-Mathematik zugänglich sind, können hier nicht durchgeführt werden. Wir beschränken uns daher auf die zum Theile nur oberflächliche Angabe einiger Erscheinungen, alles Weitere einem Cursus der höheren Physik überlassend.

In der Sehweite zu betrachtende Objecte: 1) Dünne Blättchen von Gips, Glimmer &c. durch Spaltung erhalten, wegen der Farben. Die Farbe ändert sich nach der Dicke der Blättchen; ihre Intensität hängt von der Stellung des Blättchens in seiner Ebene ab. Da das Blättchen nur Licht durch sich hindurch pflanzt, welches nach zwei bestimmten gegen einander senkrechten Richtungen polarisirt ist, so erscheint es dunkel, wenn eine dieser Hauptrichtungen mit der Polarisationsebene

des eintretenden Lichtes übereinstimmt, und der Zerleger die gekreuzte Stellung hat. Blättchen von gleichförmiger Dicke erscheinen einfärbig; wechselt die Dicke an verschiedenen Stellen, so herrschen dort verschiedene Farben. Es lassen sich auf diese Weise, indem man Gipsblättchen von verschiedener Dicke an einander fügt, farbige Zeichnungen zu Stande bringen. An sphärisch geschliffenen Plättchen sieht man concentrische Farbenringe, an keilförmig geschliffenen erscheinen gerade parallele Farbenstreifen. 2) Gekühlte oder verschieden erwärmte oder gepreßte Gläser wegen der farbigen Figuren (Seebeck'sche Figuren). Ein Glaswürfel oder ein Glasstück von anderer regelmäßiger Form, welches zuerst stark erhitzt, und dann rasch abgekühlt wurde und in Folge dessen bleibend die Eigenschaft erlangt hat, das Licht doppelt zu brechen, auf den Tisch des Polarisationsinstrumentes gelegt, wirkt, weil Theilchen, welche gegen die Begrenzung des Glasstückes verschieden liegen, von der Wärme auf verschiedene Weise ergriffen wurden, und daher auch das Licht verschieden afficiren, wie ein Gipsblättchen von ungleichförmiger Dicke. Bei jener Stellung des Zerlegers, in welcher das Gesichtsfeld dunkel erscheint, zeigt ein Würfel ein schwarzes Kreuz und in den Winkeln desselben farbige, den Augen einer Pfauenfeder ähnliche Kreise. Gewöhnliches bei der Verfertigung langsam gekühltes Glas zeigt keine solchen Phänomene, dieselben treten aber sogleich hervor, sobald man das Glasstück an der Oberfläche mittelst einer Spiritusflamme, oder dadurch, daß man es in einen erhitzten Metallrahmen legt, erwärmt. Sobald die Glasmasse durchgehends eine gleichförmige Temperatur angenommen hat, verschwindet die Erscheinung; sie kommt wieder zum Vorschein, wenn man das Glas in einen kalten Metallrahmen legt. Preßt man ein Glasstück in einer passenden Vorrichtung, so zeigt es gleichfalls Farben im polarisirten Lichte, die sich mit dem Drucke und der dadurch bewirkten Verschiebung der Theile ändern.

Die Erscheinungen im Lichte von verschiedener Incidenz betreffen die Ringsysteme der Krystallplatten und andere Folgen isochromatischer Curven. Farbige Ringe zeigen sich an Platten, welche aus einaxigen Krystallen senkrecht gegen die Axe oder aus zweiaxigen Krystallen senkrecht gegen eine der optischen Axen geschnitten sind. Das Ringsystem der einaxigen Platten erscheint zwischen den gekreuzten Turmalinen, oder bei der das Gesichtsfeld verdunkelnden Stellung des Zerlegers am Polarisationsinstrumente, mit einem schwarzen Kreuze durchzogen (Kalkspath, Turmalin ꝛc.); bei zweiaxigen Krystallen geht nur ein dunkler Streifen durch die farbigen Ringe (Arragonit, Gips, Topas ꝛc.). Machen die optischen Axen keinen großen Winkel mit einander, und ist die Platte senkrecht gegen die Mittellinie desselben geschnitten, so kann man beide Ringsysteme im Gesichtsfelde haben. Greifen die Ringe in einander ein, so bilden sie Lemniscaten, d. i. schleifenartige Curven von der Form des Zeichens ∞, durch welche die schwarzen Streifen nach Verschiedenheit der Lage der Platten in ihrer Ebene in gerader oder in hyperbolischer Form hindurch gehen (Salpeter, Weißbleierz). Diese Erscheinungen bieten Mittel dar, zweiaxige Krystalle von einaxigen zu unterscheiden und in ersteren die Lage der optischen Axen zu bestimmen. Das Verhalten durchsichtiger Körper im polarisirten Lichte ist auch das einfachste Mittel, zu erkennen, ob dieselben das Licht doppelt brechen oder nicht, so wie man am leichtesten sieht, ob ein von wo immer herkommender Lichtbündel polarisirtes Licht enthält, wenn man dieses Licht durch eine Krystallplatte leitet und mittelst einer Turmalinplatte analysirt (Polariskope).

316. **Circulare und elliptische Polarisation.** Lichtwellen, in welchen die Aethertheilchen in kreisförmigen oder in elliptischen Bahnen schwingen, unterscheiden sich wesentlich von unpolarisirtem Lichte, welchem keine regelmäßigen Schwingungen zukommen. Man sagt von dem auf Wellen ersterer Art beruhenden Lichte, nach Beschaffenheit der Schwingungsbahnen, es sey *circular* oder *elliptisch* polarisirt, und nennt das bisher betrachtete polarisirte Licht zur Unterscheidung von jenem *geradlinig* polarisirtes. Das geradlinig polarisirte Licht verwandelt sich, wie aus 312 und 314 leicht zu ersehen ist, in circular polarisirtes, wenn es durch eine die doppelte Brechung ausübende Platte z. B. ein Glimmerblättchen, ein gekühltes oder gepreßtes Glas so hindurch geht, daß seine Polarisationsebene gegen die Richtungen, nach welchen die Lichtschwingungen in der Platte statt finden, unter 45° geneigt ist, und überdieß die Dicke der Platte und ihr Brechungsvermögen so beschaffen ist, daß die beiden in einerlei gerader Linie heraustretenden entgegengesetzt polarisirten Strahlen einen Gangunterschied von $^1/_4$ einer Wellenlänge besitzen. Ist Doppelbrechung vorhanden, ohne daß beide Bedingungen zugleich erfüllt sind, so bildet sich eine elliptische Schwingung. Das circular polarisirte Licht gibt wie das unpolarisirte bei der Zerlegung durch einen Doppelspath stets Bilder von gleicher Intensität, und das elliptisch polarisirte zeigt sich dem unvollkommen geradlinig polarisirten Lichte ähnlich. Läßt man aber das circulare Licht durch Krystallplatten gehen, so erhält man Farbenerscheinungen, und zwar andere wie im geradlinig polarisirten Lichte und eben so behauptet auch das elliptisch polarisirte Licht seinen eigenthümlichen Charakter.

Es ist eine sehr merkwürdige Thatsache, daß geradlinig polarisirtes Licht durch Reflexion an Metallflächen, dann durch totale Reflexion im Innern einfach brechender Substanzen sich, wenn die Polarisations- und Reflexionsebene einen schiefen Winkel bilden, in elliptisch polarisirtes Licht verwandelt, denn das so modificirte Licht stimmt in seinen Eigenschaften mit dem auf oben bezeichnetem Wege erhaltenen und als elliptisch polarisirt erkannten Lichte genau überein. Eine nothwendige Folge dieser Thatsache ist, daß bei genannten Reflexionen zwischen den beiden Componenten der geradlinigen Lichtschwingungen des einfallenden Strahles, die eine parallel, die andere senkrecht zur Reflexionsebene genommen, ein Gangunterschied herbei geführt wird, also die Phasen dieser Componenten sich relativ verschieben und im reflectirten Strahle zu einer neuen Schwingungsart zusammensetzen.

Man kann durch zwei totale Reflexionen geradlinig polarisirten Lichtes im Glase circular polarisirtes Licht erzeugen. Hiezu dient das *Fresnel*'sche Parallelepiped, dessen Durchschnitt nach der Reflexionsebene genommen, Fig. 142 vorstellt. Die spitzen Winkel desselben richten sich nach dem Brechungsverhältnisse des Glases; sie betragen für Glas vom Brechungsinder 1,5 entweder 48° oder 54°. Der geradlinig polarisirte Lichtstrahl AB, dessen Polarisationsebene mit der Ebene LMNP einen Winkel von 45° machen muß, fällt senkrecht auf die

Fläche LM, geht bei B ungebrochen durch, wird bei C an der Fläche MN und dann bei D an der Fläche LP total reflectirt und tritt bei E senkrecht gegen die Fläche NP nach EF heraus. Jede der Reflexionen bei C und D bewirkt einen Gangunterschied der oben erwähnten Componenten von $\frac{1}{8}$ Wellenlänge, beide zusammen also einen Gangunterschied von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge, und es haben diese Componenten, wegen der angegebenen Stellung der Polarisationsebene des einfallenden Lichtes gegen die Reflexionsebene, auch gleiche Intensitäten. Bei einem anderen Winkel beider Ebenen bildet sich elliptisch polarisirtes Licht.

Längs der Axe des Bergkrystalles kann sich, wie man aus dem Erfolge der Erscheinungen sieht, nur circular polarisirtes Licht fortpflanzen, und zwar schreitet in dieser Substanz solches, in welchem die Schwingungen in dem einen Sinne erfolgen, mit anderer Geschwindigkeit fort, als jenes, worin die Schwingungen in dem entgegengesetzten Sinne erfolgen (rechts und links polarisirtes Licht). Geht daher ein geradlinig polarisirter homogener Lichtstrahl durch eine Bergkrystallplatte, welche senkrecht gegen die Krystallaxe geschnitten ist, so treten die beiden circularen Componenten, in welche der eintretende Strahl zerlegt wird, mit einer von der Dicke der Platte abhängenden Phasendifferenz heraus, und setzen sich zu einem polarisirten Strahle zusammen, dessen Polarisationsebene gegen jene des eintretenden um einen gewissen Winkel abgelenkt erscheint. Diese Ablenkung, *Drehung der Polarisationsebene* genannt, afficirt die verschiedenen farbigen Bestandtheile des weißen Lichtes verschieden, was Farbenerscheinungen zur Folge hat, durch welche der Bergkrystall sich unter den doppelt brechenden Körpern mit einer optischen Axe als eine besondere Ausnahme charakterisirt. Gleich dicke Platten aus verschiedenen Bergkrystall-Individuen senkrecht gegen die Axe geschnitten, drehen oft die Polarisationsebene eines hindurchgehenden Lichtstrahles in entgegengesetztem Sinne, die einen in dem Maße als ihre Dicke größer wird, um so mehr rechts, die andern um eben so viel links. Man nennt die Bergkrystalle nach dem Sinne der Aenderung, welche sie an der Lage der Polarisationsebene eines Lichtstrahles hervorbringen, *rechts* oder *links drehende*. Die Beschaffenheit des Materiales eines Bergkrystalles in dieser Hinsicht äußert sich oft durch krystallographische Kennzeichen. Kommen daran gewisse trapezförmige Combinationsflächen vor, so zeigt deren Lage den Sinn der Drehung an, welche dem Krystalle eigen ist. Mitunter wechseln Stellen von entgegengesetzter Beschaffenheit in demselben Stücke mit einander ab.

Es gibt tropfbare Flüssigkeiten, welche auf geradlinig polarisirtes Licht dieselbe Einwirkung ausüben, wie eine senkrecht zur Axe geschnittene Bergkrystallplatte, und zwar drehen einige dieser Flüssigkeiten die Polarisationsebene links (Terpentinöl, Gummilösung ꝛc.), die andern rechts (Citronöl, Dextrin, Rohrzuckerlösung ꝛc.). Nach der Größe der Drehung, welche eine Flüssigkeitsschichte von bestimmter Dicke an der Polarisationsebene eines Lichtstrahles hervorbringt, läßt sich sogar der Gehalt der Flüssigkeit an derlei Stoffen beurtheilen.

Bringt man an einem Polarisationsapparate dießseits oder jenseits des zu untersuchenden Körpers oder an beiden Orten ein Glimmerblatt von schicklicher Dünne, oder ein Fresnel'sches Parallelepiped in der zur circularen oder elliptischen Polarisation erforderlichen Stellung an, so ergeben sich an dem Phänomen, welches sich bei gewöhnlicher Behandlung mit geradlinig polarisirtem Lichte zeigt, Aenderungen, die man umgekehrt als Kennzeichen für die Natur des angewendeten Lichtes oder für die Identität der Leistungen der Hilfsapparate benützen kann. Bei einer Kalkspathplatte, welche am Polarisationsapparate die Farbenringe mit dem dunklen Kreuze gibt, verschieben sich, wenn das Licht bloß einmal circular polarisirt oder analysirt wird, die Ringquadranten abwechselnd um ihre halbe Breite und das schwarze Kreuz fällt weg; wendet man die circulare Polarisation und Analyse zugleich an, so bilden sich ununterbrochene farbige Kreise mit hellem oder dunklem centralen Fleck. Aehnliche Erscheinungen ergeben sich, wenn man das Glimmerblatt oder Parallelepiped durch ein gekühltes oder gepreßtes Glas ersetzt.

Die Eigenthümlichkeit des Bergkrystalles tritt an der Beschaffenheit der Farbenringe, bei denen das dunkle Kreuz nur schwach angedeutet ist, und an ihrem Farbenwechsel, wenn der Zerleger gedreht wird, auffallend hervor. Entgegengesetzt wirkende Bergkrystallplatten zeigen bei einerlei Drehung des Zerlegers entgegengesetzte Erscheinungen. Legt man zwei gleich dicke entgegengesetzte Bergkrystallplatten auf einander, oder was dasselbe heißt, bloß eine Bergkrystallplatte auf den Nörrenberg'schen Spiegel, so erhält man im convergirenden Lichte das schöne Phänomen der nach Airy benannten Spiralen

Die Richtigkeit der oben gegebenen Erklärung für die Wirkungsweise des Bergkrystalles auf das längs seiner Axe fortgeflanzte Licht, welche die Drehung der Polarisationsebene des ursprünglich geradlinig polarisirten Lichtes zur Folge hat, wird dadurch bestätiget, daß man die Phänomene des Bergkrystalles nachahmen kann, wenn man ein Gipsblättchen zwischen zwei circular polarisirende Fresnel'sche Parallelepipede so legt, daß es für sich allein, bei gekreuzten Spiegeln des Polarisationsinstrumentes, dunkel erscheinen würde Das ursprünglich geradlinig polarisirte, aus dem ersten Parallelepiped circular polarisirt austretende Licht läßt sich als ein Zusammensein zweier geradlinig polarisirter Strahlen von gleicher Intensität, rechtwinkelig gestellten Polarisationsebenen und $^1/_4$ Wellenlänge Gangunterschied betrachten. Dieser Gangunterschied wird durch das Gipsblattchen um einen neuen vermehrt, welcher bleibt, wenn die zwei geradlinig polarisirten Strahlen bei dem Eintritte in das zweite Parallelepiped sich in circuläre, und wie leicht einzusehen ist, entgegengesetzt schwingende Strahlen verwandeln, woraus, indem letztere bei dem Austritte einen geradlinig polarisirten Strahl geben, eine Drehung der ursprünglichen Polarisationsebene hervorgeht.

317. **Farben dünner Blättchen durchsichtiger Körper in gewöhnlichem Lichte.** Jede sehr dünne Schichte eines durchsichtigen Körpers erscheint sowohl im reflectirten als im durchgelassenen weißen Lichte farbig, und zwar hängt die Farbe, welche in beiden Fällen complementär ist, von dem Brechungsvermögen, von der Dicke der Schichte und von der Incidenz des Lichtes ab. Belege zu dieser Thatsache geben die Farben der Seifenblasen, einer dünnen Oelschichte auf Wasser, einer Luftschichte zwischen zwei einander sehr nahen Glasplatten u. dgl. Legt man eine sehr schwach gekrümmte Converlinse auf

ein Planglas, so bildet sich im reflectirten Lichte am Berührungspuncte ein dunkler Fleck, und derselbe erscheint von concentrischen Farbenringen umgeben; im durchgelassenen Lichte aber zeigt sich die Berührungsstelle hell und die Farben an den Ringen sind bezüglich ersterer die complementären. Man nennt eine solche Zusammenstellung eines Conver- und Planglases das Newton'sche Farbenglas. Im homogenen Lichte sieht man an dem Farbenglase bloß helle und dunkle Kreise, welche, wenn die Beleuchtung nach der Farbenordnung von Roth in Violet übergeht, allmälig kleiner werden. Bringt man eine tropfbare Flüssigkeit zwischen die Gläser, so werden die gleichnamigen Kreise in dem Verhältnisse kleiner als der Brechungsexponent der Flüssigkeit größer ist. Die Quadrate der Durchmesser der gleichfarbigen und der zwischen denselben liegenden dunklen Kreise nehmen um gleiche Differenzen zu, woraus man sieht, daß die der Peripherie der Kreise entsprechenden Dicken der das Licht afficirenden Schichte in einfacher arithmetischer Reihe wachsen. Das Phänomen im weißen Lichte ist das Ergebniß der Uebereinanderlagerung aller auf seine Bestandtheile sich beziehenden Farbenphänomene. Diese Erscheinungen finden in der Interferenz des Lichtes, welches an einerlei Stellen der dünnen Schichte in Folge der zwischen ihren Grenzflächen erlittenen Reflexionen mit verschiedenen Gangunterschieden austritt, eine vollständige Erklärung. Es sey nämlich MNPQ (Fig. 143) ein dünnes Blättchen aus einem durchsichtigen Stoffe, worauf nach parallelen Richtungen Lichtstrahlen fallen. Ein Theil des Strahles AB wird am Einfallspuncte B der Grenzfläche MN nach BE reflectirt, ein anderer Theil desselben tritt nach der Richtung BC in das Blättchen, erleidet an der zweiten Fläche PQ bei C eine partielle Reflexion und der noch übrige Theil des Lichtes geht nach der zu AB parallelen Richtung CD aus dem Blättchen heraus. Zieht man BC' so, daß der Winkel MBC' = NBC wird, und sodann C'B' zu CB parallel, so erhält man den Einfallspunct B' für denjenigen Strahl A'B', welcher vermöge der bei B' nach der Richtung B'C' vor sich gehenden Brechung, der darauf bei C' nach der Richtung C'B erfolgenden Reflexion und der weiterhin bei B nach der Richtung BE statt findenden Brechung ein gewisses Lichtquantum mit dem von AB bereits erzeugten Strahle BE zur Interferenz bringt. Eben so kommt von einem dritten Strahle A''B'' auf dem Wege B''C''B'C'B, von einem vierten A'''B''' auf dem Wege B'''C'''B''C''B'C'B u. s. w. Licht in die Richtung BE. Der Strahl BE, so wie jeder andere von der Vorderfläche MN des Blättchens MNPQ herkommende Strahl besteht sonach aus einer Reihe von Componenten, deren Intensitäten rasch abnehmen, und deren je zwei nächste um einerlei Phasenunterschied von einander abweichen. Dasselbe gilt von dem Strahle CD und von dem übrigen quer durch das Blättchen gehenden Lichte. Offenbar geben die von AB und A'B' herrührenden Componenten, ihrer überwiegenden Intensitäten wegen, in Betreff der den Strahlen BE, CD zu Theil werdenden Intensitäten den Ausschlag. Die Betrachtung ihrer Resultirenden kann daher zur beiläufigen Beurtheilung letzterer Intensitäten

dienen. Aus der Natur des Actes der Reflexion erhellet, daß die Anordnung der beiden Hälften einer an der Trennungsfläche zweier Medien reflectirten Welle, je nachdem die Reflexion in dem einen oder in dem andern Medium vor sich geht, eine entgegengesetzte ist; in dem einen Falle kehrt sich gleichsam die Welle bei der Reflexion um, und in dem anderen nicht, was zwischen den auf diese Arten reflectirten Strahlen eine Phasendifferenz von einer halben Undulation herbeiführt. Demnach differirt der bei B reflectirte Theil des Strahles AB von dem bei C reflectirten Theile des Strahles B'C an sich schon, abgesehen von der dem Gangunterschiede entsprechenden Phasenverschiedenheit, um die Hälfte der Dauer einer Schwingung. Diese letztere Phasenverschiedenheit wird, vorausgesetzt daß B'H auf AB senkrecht steht, durch den Unterschied der Zeiten gegeben, während welcher jede Lichtschwingung sich längs der Strecken B'CB und HB fortpflanzt. Macht also dieses Zeitintervall eine halbe Schwingungsdauer oder ein ungerades Vielfaches der halben Schwingungsdauer aus, so sind die Phasen der beiden Componenten des Strahles BE im Einklange und verstärken sich, jene der Componenten des Strahles CD aber stehen im Gegensatze und schwächen einander. Beträgt genanntes Zeitintervall eine ganze Schwingungsdauer oder ein Vielfaches derselben, so tritt in BE Verstärkung und in CD Schwächung des Lichtes ein. Durch die Mitwirkung der hier außer Acht gelassenen Componenten, welche die übrigen Strahlen A''B'', A'''B''' ꝛc. zur Bildung des Strahles BE liefern, wird in dem letzteren Falle sogar eine völlige Aufhebung dieses Strahles zu Stande gebracht. Der Gegensatz der durch äußere und innere Reflexion erzeugten Wellen erklärt sogleich den centralen dunklen Fleck, den das Newton'sche Farbenglas im reflectirten Lichte zeigt, obgleich an der Berührungsstelle der Gläser, wo die Dicke der zwischen denselben eingeschlossenen Schichte so gut wie Null ist, kein merklicher Gangunterschied der Strahlen statt findet. Zwei einander sehr nahe Flächen durchsichtiger Körper erscheinen sonach im reflectirten Lichte dunkel.

Die schärfere Darlegung der Phänomene ist nur auf dem Wege der Rechnung möglich. Um die obigen Behauptungen bezüglich des Zusammenwirkens sämmtlicher Componenten des reflectirten und durchgehenden Lichtes nicht unbegründet zu lassen, so soll die Rechnung für die Hauptfälle durchgeführt werden. Es seyen, wenn c die Schwingungsintensität im einfallenden Lichte vorstellt, rc, ρc die Schwingungsintensitäten in dem an der Begrenzung des Blättchens nach außen und nach innen reflectirten Lichte, und eben so sc, σc die Schwingungsintensitäten, welche das am Blättchen ein- und austretende Licht bei der Brechung erhält. Die Werthe der Factoren r, ρ, s, σ hängen nach den in 313 Anm. entwickelten Principien von der Incidenz des Lichtes und von dem Brechungsvermögen des Blättchens ab. Dem gemäß sind die Schwingungsintensitäten der Componenten von BE der Reihe nach folgende:

$$rc,\ s\rho\sigma c,\ s\rho^3\sigma c,\ s\rho^5\sigma c\ \text{ꝛc.}$$

und die Schwingungsintensitäten der Componenten von CD sind

$$s\sigma c,\ s\rho^2\sigma c,\ s\rho^4\sigma c,\ s\rho^6\sigma c\ \text{ꝛc.}$$

Angenommen, der Gangunterschied des Lichtes längs B'CB und HB betrage eine ganze Schwingungsdauer, so darf man zur Bestimmung

der resultirenden Schwingungsintensitäten der Strahlen BE, CD, welche wir R, S nennen wollen, nur die Intensitäten der Componenten addiren; es wird sonach

$$R = rc + s\rho\sigma c(1+\rho^2+\rho^4+\ldots),$$
$$S = s\sigma c(1+\rho^2+\rho^4+\rho^6+\ldots),$$

d. h. $R = rc + \frac{s\rho\sigma c}{1-\rho^2} = \frac{[r+\rho(s\sigma-r\rho)]c}{1-\rho^2}$ und $S = \frac{s\sigma c}{1-\rho^2}$.

Es sey der Einfallswinkel $ABP = \alpha$ und der Brechungswinkel $KBC = \beta$. Da die Größen rc und sc mit jenen einerlei sind, welche wir in 313 mit x und y bezeichnet haben, so ist, wenn wir voraussetzen, das Licht sey in der Einfallsebene polarisirt, der Gleichung $c-x=y$ gemäß, $c-cr=cs$, also $1-r=s$, und aus demselben Grunde $1-\rho=\sigma$, folglich $(1-r)(1-\rho)=s\sigma$, d. h. $1-r-\rho+r\rho=s\sigma$, mithin $s\sigma-r\rho=1-(r+\rho)$. Die am angeführten Orte für x erhaltene Formel gibt $r=\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$; um daraus ρ abzuleiten, hat man nur α mit β zu verwechseln, daher ist $\rho=\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin(\beta+\alpha)}$, woraus $\rho=-r$, mithin $r+\rho=0$ folgt. Sonach zeigt sich in vorliegendem Falle $s\sigma-r\rho=1$. Nehmen wir aber an, das Licht sey senkrecht gegen die Einfallsebene polarisirt, so besteht die Gleichung $(c-x)\cos\alpha = y\cos\beta$ oder $(1-r)\cos\alpha = s\cos\beta$, aus welcher $(1-\rho)\cos\beta = \sigma\cos\alpha$ folgt. Das Product beider Gleichungen gibt $(1-r)(1-\rho)=r\sigma$, wie vorhin, und da hier der in 313 abgeleiteten Formel gemäß $r=\frac{\sin 2\alpha-\sin 2\beta}{\sin 2\alpha+\sin 2\beta}$, mithin $\rho=\frac{\sin 2\beta-\sin 2\alpha}{\sin 2\beta+\sin 2\alpha}$, also ebenfalls $\rho=-r$ ist, so haben wir wieder $s\sigma-r\rho=1$. Sonach bestehen die Resultate $\rho=-r$ und $s\sigma-r\rho=1$, weil sie für jede der Componenten gelten, in welche man das unpolarisirte Licht zerlegen kann, auch für letzteres. Diesem gemäß ergibt sich $R=0$, d. h. das reflectirte Licht verschwindet, und da nach obigen Ausdrücken $S=\frac{R-rc}{\rho}$ ist, so wird $S=c$, d. h. das durchgelassene Licht hat die Intensität des einfallenden.

Beträgt der Gangunterschied des längs B'CB und HB fortgepflanzten Lichtes eine halbe Schwingungsdauer, so sind die interferirenden Schwingungen je zweier der Componenten der Strahlen BE, CD einander entgegengesetzt; dem zu Folge hat man

$$R = rc - s\rho\sigma c(1-\rho^2+\rho^4-\ldots) = rc - \frac{s\rho\sigma c}{1+\rho^2},$$

$$S = s\sigma c(1-\rho^2+\rho^4-\rho^6+\ldots) = \frac{s\sigma c}{1+\rho^2}$$

oder, weil $\rho=-r$ und $s\sigma = 1+r\rho = 1-r^2$ ist,

$$R = rc + \frac{r(1-r^2)c}{1+r^2} = \frac{2rc}{1+r^2} \text{ und } S = \frac{(1-r^2)c}{1+r^2}.$$

Hier zeigt sich $R^2+S^2=c^2$, d. h. die Intensitäten des reflectirten und des durchgelassenen Lichtes machen zusammen jene des einfallenden aus.

Da bloß das reflectirte, nicht aber das durchgelassene Licht gänzlich aufgehoben werden kann, so erscheinen am Newton'schen Farbenglase die durch das hindurch gehende Licht gebildeten Farbenringe bedeutend weniger lebhaft als die vom reflectirten Lichte herrührenden.

Der Betrag des Gangunterschiedes D der bei einer gewissen Incidenz

interferirenden Nachbarstrahlen richtet sich nach der Dicke des Blättchens und nach dessen Brechungsindex. Es sey diese Dicke $BK = \delta$ und n der Brechungsindex, so ergibt sich wegen $BB'H = \alpha$ und $KBC' = KBC = \beta$ aus den rechtwinkligen Dreiecken BKC', BHB' nach den bekannten Regeln $BC' = \frac{\delta}{\cos\beta}$, $C'K = \frac{1}{2}BB' = \frac{\delta \sin\beta}{\cos\beta}$, $HB = BB' \sin\alpha = \frac{2\delta \sin\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$. Auf die Fortpflanzung des Lichtes in der Luft bezogen wird offenbar der dem Gange des Lichtes längs $B'C'B = 2BC'$ äquivalente Weg durch $2nBC'$ ausgedrückt; mithin ist $D = 2nBC' - HB = \frac{2n\delta}{\cos\beta} - \frac{2\delta \sin\alpha \sin\beta}{\cos\beta}$, oder wenn man $n \sin\beta$ statt $\sin\alpha$ schreibt, $D = \frac{2n\delta(1-\sin\beta^2)}{\cos\beta} = 2n\delta \cos\beta$. Die Vergleichung dieser Größe mit der Länge einer Lichtwelle in der Luft bietet das Verhältniß des Unterschiedes der Phasenzeiten der interferirenden Lichtwellen zur Dauer einer Schwingung dar. Bedeutet δ die kleinste Dicke, bei welcher das Blättchen im senkrecht reflectirten Lichte dunkel erscheint, so ist die Wellenlänge des Lichtes in der Luft $= 2n\delta$ und in der Substanz des Blättchens $= 2\delta$.

Die Farbenringe am Newton'schen Apparate erleiden bezüglich ihrer Intensität und insbesondere des centralen Fleckes besondere Modificationen, wenn geradlinig polarisirtes Licht angewendet wird und die Glaslinse auf einer Platte aus Metall oder aus einer das Licht anders als Glas polarisirenden Substanz liegt, worauf wir hier nicht weiter eingehen. Alle diese Besonderheiten aber lassen sich aus der Theorie nicht nur erklären, ja sie konnten vorher gesagt werden, und die Erfahrung bestätigte jedesmal die Voraussagung.

Ueberblickt man die Gesammtheit der mannigfaltigen im Vorhergehenden zur Sprache gebrachten Phänomene und deren Erklärungen, so steht die Ueberzeugung fest, daß die Theorie, welche die Erscheinungen des Lichtes auf Schwingungen reducirt, die naturgemäße Ansicht dieses Agens in sich enthalte. Daher kann auch heut zu Tage von der ehemals im Schwunge gewesenen Hypothese, daß das Licht in subtilen unwägbaren Partikeln bestehe, welche von den leuchtenden Körpern ausgehen und nebst ihrer Trägheit den Anziehungs- und Abstoßungskräften der wägbaren Materie gehorchen (Emanationshypothese), keine Rede mehr seyn.

318. **Physiologische und chemische Wirkungen des Lichtes.** Das Licht vermag Wirkungen hervorzubringen, welche keinen Zweifel darüber lassen, daß es nicht einzig und allein dazu bestimmt ist, den mit Sehorganen versehenen Wesen die materiellen Objecte sichtbar zu machen, sondern daß es auf eine umfassendere, wohl noch nicht in ihrer wahren Ausdehnung und Bedeutung erkannte Weise in das Walten der Natur im Großen eingreift. So beschränkt sich die Wahrnehmbarkeit der Aetherschwingungen nur auf eine gewisse Rapidität derselben; außerhalb der Grenzen des Farbenspectrums sind aber noch unzählige Schwingungsweisen möglich, die, wenn gleich sie sich bezüglich unseres Auges nicht als Licht äußern, doch die Veranlassung anderweitiger Effecte seyn können. Es ist eine längst bekannte Erfahrung, daß das Licht eine wesentliche Bedingung des Gedeihens des Pflanzen- und Thierlebens ausmacht; nur unter dem Einflusse des

Lichtes zerlegen die Pflanzen die Kohlensäure, welche ihnen das umgebende Medium darbietet, eignen sich den Kohlenstoff an und scheiden den Sauerstoff in Gasform ab, denn im Finstern bleibt die Kohlensäure unverändert; auch im menschlichen Organismus hat der gänzliche Abschluß des Lichtes krankhafte Veränderungen zur Folge Sehr auffallend ist der Antheil, den das Licht an der Einleitung chemischer Processe nimmt; Beispiele hievon sind die rasche Verbindung des Chlors mit dem Wasserstoffe, die Ausscheidung von Sauerstoff aus der Salpetersäure, das Schwärzen der Haloidsalze des Silbers im Lichte u. dgl. Nicht alle Bestandtheile des weißen Lichtes sind zu derlei Effecten gleich geeignet; sie erfolgen im violetten Lichte schnell, im rothen fast gar nicht, doch werden sie, wenn sie in ersterem begonnen haben, von letzterem fortgesetzt. Die chemische Wirksamkeit des Sonnenspectrums zeigt sich sogar noch außerhalb des violetten Endes mit großer Energie; diese Thatsache hat zur Annahme besonderer chemischer Strahlen im Sonnenlichte geführt, welche brechbarer sind als die violetten, mithin eine noch kürzere Schwingungsdauer in Anspruch nehmen als diese.

319. **Photographie.** Die Veränderungen, welche die Verbindungen des Silbers mit Chlor, Jod und Brom durch den Einfluß des Lichtes erleiden, haben in neuester Zeit zu der interessanten Anwendung Veranlassung gegeben, die Bilder der Camera obscura festzuhalten, und solchergestalt vollkommen getreue Nachbildungen beliebiger Gegenstände zu gewinnen. Unter den verschiedenen zu diesem Zwecke dienlichen Operationen behauptet das von Daguerre entdeckte Verfahren den Vorzug, welchem man die Benennung Daguerrotypie beigelegt hat. Zur Aufnahme des Bildes dient dabei eine plattirte Kupferplatte mit vollkommen ebener Silberfläche. Diese wird von jedem an ihr haftenden fremdartigen Ueberzuge durch geeignete Putzmittel wohl gereinigt, und hierauf über festes oder in Alkohol gelöstes Jod, oder wenn man eine sehr rasche Einwirkung des Lichtes beabsichtiget, über eine Lösung einer Verbindung von Chlor oder Brom mit Jod gebracht, und den Dämpfen des aus der Lösung sich verflüchtigenden Stoffes so lange ausgesetzt, bis sie in Folge der Verbindung der äußersten Silberschichte mit dem Jod oder Jodchlorür oder Jodbromür eine goldgelbe oder röthliche Färbung angenommen hat, was in kurzer Zeit geschehen ist. So vorbereitet kommt die Platte, vor dem Lichte bewahrt, in die Camera obscura an den Ort des Bildes des zu kopirenden Gegenstandes. Nach kurzer Zeit ist die oberste Schichte der Platte durch die Einwirkung des Lichtes nach Maßgabe seiner Intensität und Wirkungsfähigkeit zwar noch nicht auf eine sichtbare Weise, aber doch so weit verändert, daß wenn man die Platte jetzt über Quecksilber, dem man die Temperatur von $50° - 55°$ R. gegeben hat, bringt, sich ein deutliches Bild des Gegenstandes zeigt. Es hängt sich nämlich das Quecksilber in feinster Vertheilung an denjenigen Stellen der Oberfläche des Silbers an, auf welche das Licht eingewirkt hat, und zwar im Verhältnisse der Intensität der geschehenen Einwirkung. Ist das Bild gehörig entwickelt, so legt man die Platte zum Behufe der Weg-

schaffung des unverändert gebliebenen Theiles des Silberüberzuges in eine wässerige Lösung von unterschwefligsaurem Natron, oder in eine siedendheiße, gesättigte Kochsalzlauge, und reinigt zuletzt noch das fertige Bild durch Uebergießen mit destillirtem Wasser. Der Effect eines so erzeugten Bildes beruht darauf, daß eine wohl polirte Silberfläche dem Auge, welches sich außerhalb des von derselben regelmäßig reflectirten, von der Beleuchtung herrührenden Lichtstromes befindet, schwarz erscheint; auf derselben befindliche Quecksilbertheilchen aber, weil sie das Licht auch seitwärts reflectiren, sich als Lichtpuncte auf dem dunklen Grunde darstellen. Die tiefsten Schatten des Bildes entsprechen sonach den Stellen, wo keine Einwirkung des Lichtes Statt hatte, mithin zuletzt wieder die reine Silberfläche vorhanden ist; die hellsten Puncte werden durch die Anhäufung der Quecksilberpartikel gegeben. Man kann den Effect des Bildes noch durch einen leichten Anflug von Gold oder eines andern Metalles erhöhen, den man durch Behandlung der Oberfläche der Platte mit schwachen Lösungen geeigneter Metallsalze in der Wärme erzeugt, was wir jedoch hier so wenig weiter erörtern wollen, als die Versuche, die man gemacht hat, photographische Bilder auf Papier darzustellen.

Dreizehntes Hauptstück.

Strahlende Wärme.

320. **Existenz der strahlenden Wärme.** So wie das Licht sich unabhängig von jedem wägbaren Medium im Raume längs geraden Linien, welche man Lichtstrahlen nennt, fortpflanzt, eben so verbreitet sich die Wärme jedes Körpers rings um denselben nach geraden Linien, welche mit demselben Rechte auf die Benennung *Wärmestrahlen* Anspruch machen. Man nennt daher auch die Wärme, in sofern sie sich, die Luft und andere Medien, welche ihr den Durchgang gestatten, durchdringend, frei im Raume fortpflanzt, *strahlende Wärme*, und unterscheidet sie von der an den Körpern haftenden, zum Theile gar nicht am Thermometer wahrnehmbaren, zum Theile innerhalb der Körper sich verbreitenden und die Temperatur und das Volum derselben ändernden Wärme, wovon erstere die *gebundene*, letztere die *geleitete* Wärme heißt. Die Existenz der strahlenden Wärme und die Art ihrer Verbreitung ist eine nothwendige Folge der Thatsache, daß ein Körper einem andern von ihm entfernten, unabhängig von der Temperatur des zwischen beiden befindlichen Mediums Wärme mitzutheilen vermag, daß diese Mittheilung augenblicklich erfolgt, jedoch an die Bedingung gebunden ist, daß die gerade Strecke von dem einen Körper zum andern durch keinen Körper unterbrochen sey, der die Wärme aufzuhalten vermag. Dieß vorausgesetzt muß, so wie jeder leuchtende Körper jedem andern leuchtenden Körper Licht zusendet, jeder Körper jedem anderen Wärmestrahlen zusenden. Diese

Betrachtung zeigt, daß der jedesmalige Wärmezustand eines Körpers, so wie jedes Theiles desselben, von dem Unterschiede zwischen dem Wärmequantum abhängt, welches der Körper hergibt, und demjenigen, welches er empfängt. Je nachdem sein Gewinn an Wärme größer, eben so groß oder kleiner ist als der Verlust, ist seine Temperatur im Steigen, constant, oder im Sinken. Das sogenannte Gleichgewicht der Wärme eines Körpers, d. h. die Beständigkeit der Temperaturen aller seiner Theile beruht daher auf der Gleichförmigkeit des Wechsels der Wärme, und heißt deßhalb auch das bewegliche Gleichgewicht.

Die Thatsache, durch welche sich die Existenz der strahlenden Wärme am auffallendsten kund gibt, ist die Wärme, welche Feuer, ein geheizter Ofen ꝛc. um sich verbreitet, wenn auch die umgebende Luft sehr kalt ist; wir unterscheiden diese Wärme sehr wohl von derjenigen, welche die Luft selbst besitzt und uns mittheilt. Vor ersterer können wir uns durch einen zwischen uns und die Wärmequelle gebrachten Schirm schützen, nicht aber gegen letztere. Die Wärme, welche uns ein Flammenfeuer durch Strahlung zusendet, und deren Einwirkung auf ein Thermometer wird nicht im mindesten gestört, wenn die zwischenliegende Luftmasse sich in noch so rascher Strömung befindet, also fortwährend schnell wechselt.

Obgleich die strahlende Wärme häufig als Begleiter des Lichtes auftritt, so ist sie doch nicht mit dem Lichte identisch, denn auch Körper, an denen wir selbst in größter Dunkelheit keine Aeußerung des Lichtes wahrzunehmen im Stande sind, können reichlich Wärmestrahlen aussenden. Eine andere Frage aber wäre die, ob die Warme von dem Lichte nicht etwa nur dem Grade nach verschieden sey, nämlich auf Aetherschwingungen von anderer Oscillationsdauer beruhe, als diejenigen, welche die Netzhaut des Auges zu afficiren vermögen? Allerdings beginnt ein Körper, wie z. B. Eisen, wenn seine Wärme bis zu einem gewissen Grade gesteigert worden ist, schwach zu leuchten, und von da an nimmt die Intensität des Glühens mit der Hitze zu. Aber andere Erfahrungen, welche darthun, daß sich gleichsam Licht und Wärme von einander scheiden lassen, sprechen wenigstens zum Theile dagegen. Wie auch immer die Antwort auf diese Frage bei weiterer Entwicklung der Wissenschaft ausfallen mag, so tritt noch die andere Frage ein, ob das, was wir strahlende und geleitete Wärme nennen, einerlei sey, ob nicht vielleicht erstere bloß als Veranlassung zur Erregung der letzteren wirke und umgekehrt, so wie strömende Elektricität deßhalb noch nicht für Wärme oder für Licht gehalten werden kann, weil sie beides hervorzurufen im Stande ist. Wir nehmen nämlich die strahlende Wärme wohl nur in Folge ihrer wärmenden Eigenschaft wahr, aber letztere nur in sofern, als die strahlende Wärme von Körpern absorbirt wird, d. h. in ihnen Wärme rege macht. Was man gegenwärtig mit Sicherheit über die Natur der strahlenden Wärme aussagen kann, darüber wird das Folgende nähere Auskunft geben.

321. **Instrumente zur Nachweisung und Messung der strahlenden Wärme.** Die gewöhnlichen Quecksilberthermometer sind zu feineren Versuchen über strahlende Wärme zu wenig empfindlich, daher zur Untersuchung der Gesetze derselben nicht geeignet. Bessere Dienste leisten die Luftthermometer, welchen man zu diesem Behufe die Einrichtung gegeben hat, daß sie nicht auf fixe Puncte sich bezie-

hende Unterschiede des Wärmegrades oder sogenannte absolute Temperaturen, sondern bloß relative Temperaturunterschiede anzeigen. Man nennt derlei Instrumente Differenzialthermometer. Ein solches besteht aus zwei dünn ausgeblasenen, durch eine enge Röhre verbundenen Glaskugeln; die Kugeln enthalten Luft, die Röhre aber Schwefelsäure, welche Flüssigkeit leicht beweglich ist und doch bei gewöhnlicher Lufttemperatur nur Dämpfe von unmerklicher Spannung liefert. Drükken die in beiden Kugeln abgesperrten Luftmassen mit constanten Kräften auf die sie trennende Flüssigkeitssäule, so bleibt diese in dem angenommenen Gleichgewichtsstande. Wird aber einer der Luftmassen mehr Wärme zugeführt oder entzogen als der andern, so hört die Gleichheit der Expansivkräfte auf, und die Flüssigkeit geräth in Bewegung, und sucht einen anderen Gleichgewichtsstand anzunehmen. Hiebei kann der hydrostatische Druck der Flüssigkeit von der Wirkung ausgeschlossen seyn oder mitwirken. Im ersteren Falle ist ein längeres Stück der Verbindungsröhre der Kugeln horizontal und nur dieses enthält Flüssigkeit; im anderen Falle aber ist die Röhre mit so viel Flüssigkeit gefüllt, daß dieselbe auch in die aufwärts gebogenen Arme der Röhre reicht, und der Ueberschuß des Druckes der höheren Flüssigkeitssäule über den der niedrigeren zur Bekämpfung der Expansivkraft der an letztere grenzenden Luft mithilft: auf der Seite, wo die Luft eine größere Expansivkraft bekommt, nimmt die Flüssigkeit einen tieferen Stand an, bis durch die damit verknüpfte Abnahme des Druckes auf der einen und die Steigerung desselben auf der anderen Seite das Gleichgewicht wieder hergestellt ist. Bei dem Gebrauche dieser Thermometer läßt man die Wärmequelle bloß auf eine der Kugeln einwirken, indem man die andere vor der Strahlung durch einen davor gestellten Schirm schützt.

Das empfindlichste und zweckmäßigste Instrument zur Nachweisung der strahlenden Wärme, welches auch eine Messung der Intensität gestattet, ist jedoch eine kleine thermoelektrische Säule, deren Pole mit einem einem empfindlichen Galvanometer verbunden sind. Sobald die eine Endfläche der Säule von Wärmestrahlen getroffen wird, die eine größere Intensität haben als diejenigen, welche das entgegengesetzte Ende afficiren, entsteht ein der Differenz dieser Intensitäten proportionaler elektrischer Strom, den das Galvanometer anzeigt. Der Vorzug dieses Apparates vor den Differenzialthermometern beruht zum Theile darauf, daß die Glashülle, welche die Luftmassen umgibt, den größten Theil der Wärmestrahlen absorbirt, und gar nicht zur Luft gelangen läßt.

322. **Geradlinige Fortpflanzung der strahlenden Wärme.** Mit Hilfe der so eben angegebenen empfindlichen Apparate zur Wahrnehmung strahlender Wärme läßt sich das Gesetz der geradlinigen Fortpflanzung dieser Wärme mit hinlänglicher Schärfe prüfen, um die Ueberzeugung zu gewinnen, daß es in demselben Umfange Giltigkeit habe, wie die in 280 betrachtete geradlinige Fortpflanzung des Lichtes. Es gibt eben so eine Schattengrenze für strahlende Wärme, wie sie bei dem Lichte statt findet. Eine natürliche Folge der geradlinigen Fort-

pflanzung ist die dem Quadrate der Distanz proportionale Abnahme der Erwärmungsintensität der Wärmestrahlen; auch dieses Gesetz hat sich in der Erfahrung bewährt. Zu dessen Rechtfertigung genügt es schon feinere Thermometer gewöhnlicher Art in verschiedenen gemessenen Distanzen von einer auf sie einwirkenden constanten Quelle strahlender Wärme aufzustellen, und deren stationäre Temperaturangaben zu beobachten. Die Producte der Temperaturen mit den Quadraten der zugehörenden Distanzen zeigen sich für alle Thermometer gleich groß.

323. **Reflexion der strahlenden Wärme.** Die Wärmestrahlen werden an den Körperflächen nach demselben Gesetze reflectirt, wie die Lichtstrahlen; der reflectirte Strahl bleibt in der Einfallsebene und der Reflexionswinkel ist dem Einfallswinkel gleich. Man überzeugt sich hievon leicht durch directe Erfahrung. Nicht alle Körperflächen reflectiren die strahlende Wärme mit gleicher Intensität; polirte Metallflächen sind hiezu am geeignetsten, daher bedient man sich zu derlei Versuchen einer polirten Metallplatte, auf welche man von irgend einer Wärmequelle Strahlen fallen läßt: die Richtung des reflectirten Strahlenbündels erkennt man durch dessen Einwirkung auf ein empfindliches Thermoskop. Das angeführte Reflexionsgesetz gibt sich auch durch den Effect metallischer oder mit einem metallischen Ueberzuge bekleideter, wohl polirter Hohlspiegel kund.

Stellt man zwei solche Hohlspiegel einander gegenüber, so daß ihre Axen in einerlei gerade Linie fallen, setzt in den Brennpunct des einen Spiegels ein Thermometer und in den Brennpunct des anderen einen erhitzten Körper, z. B. eine Phiole mit heißem Wasser, so zeigt das Thermometer sogleich eine Temperaturerhöhung an, welche nicht in dem Maße statt findet, wenn man das Thermometer unter denselben Umständen ohne Hohlspiegel anwendet. Man kann auf diese Weise mittelst einer glühenden Kohle einen leicht entzündlichen Körper, z. B. Feuerschwamm, auf eine bedeutende Distanz hin anzünden. Bringt man in den einen Brennpunct einen kalten Körper, z. B. ein Stück Eis, so sinkt die Temperatur im andern Brennpuncte Das dort befindliche Thermometer verliert durch seine eigene Ausstrahlung mehr Wärme, als es von dem kalten Körper zurück empfängt; dieß ist ein schlagender Beweis für die Thatsache des gegenseitigen Wärmeaustausches der Körper und des beweglichen Gleichgewichtes. Aus demselben Grunde zeigt auch ein Thermometer in dem Brennpuncte eines dem heiteren Himmel zugewendeten Hohlspiegels, vornehmlich zur Nachtzeit, einen niedrigeren Temperaturstand, als die umgebende Luft. Sehr leicht ist der Versuch zu jeder Zeit mit dem thermometrischen Apparate anzustellen, wenn man denselben mit einem kegelförmig sich erweiternden Reflector versieht. Ein polirter Glasspiegel ist zwar zur Reflexion der Lichtstrahlen sehr geeignet; die Wärme aber reflectirt er nur in geringem Maße. Eine glühende Kohle in dem Brennpuncte eines Hohlspiegels aus Glas würde den Spiegel selbst erwärmen, nicht aber die vorerwähnte Wirkung in die Ferne hervorbringen. Stellt man eine Glastafel, wovon ein Stück mit Stanniol belegt ist, in die Nähe eines Feuers oder an einen heißen Ofen, die Metallfläche demselben zugekehrt, so erhitzt sich der unbelegte Theil sehr bedeutend, der belegte weit weniger.

324. **Brechung der strahlenden Wärme.** Fallen Wärmestrahlen auf einen Körper, dessen Substanz ihnen den Durchgang gestat-

tet, oder, wie man jetzt sagt, diatherman ist, so werden sie an der Grenzfläche des Körpers auf ähnliche Weise, wie Lichtstrahlen, gebrochen oder erfahren nach Umständen wie diese die totale Reflexion. Die Erfahrung hat unter den diathermanen Stoffen das Steinsalz als denjenigen kennen gelehrt, der in Bezug auf die Leichtigkeit des Hindurchlassens, sich gegen Wärmestrahlen so verhält, wie Glas gegen das Licht, daher ein Steinsalzprisma vor allen anderen Mitteln zur Nachweisung der Brechung und totalen Reflexion der strahlenden Wärme den Vorzug verdient. Feine Versuche, bei welchen die Thermosäule mit dem Galvanometer zur Ausmittelung der Richtung des aus dem Steinsalzprisma austretenden Bündels der Wärmestrahlen dient, haben eine Verschiedenheit der Brechbarkeit der von verschiedenen Quellen herrührenden Wärmestrahlen nachgewiesen; es sind nämlich dieselben im Allgemeinen um so brechbarer, je höher die Temperatur der Wärmequelle ist, von der sie ausgehen. Hiernach läßt sich auf eine Qualität der Wärmestrahlen schließen, welche der Farbe der Lichtstrahlen analog ist. Die Wärmestrahlen werden unter gleichen Umständen weniger gebrochen als die Lichtstrahlen; das Wärmespectrum, welches ein Steinsalzprisma liefert, fällt nicht mit dem Lichtspectrum zusammen, sondern größtentheils außerhalb desselben auf die Seite des rothen Endes; die wärmste Stelle befindet sich in einigem Abstande von diesem Ende.

Die Brechung der Wärmestrahlen zeigt sich sehr augenfällig an dem Brennpuncte einer Steinsalzlinse, wenn man mit selber die von einem Feuer ausgehenden Strahlen auffängt. Eine Glaslinse bietet wohl ein Lichtbild, aber kein auffallendes Wärmebild des Feuers dar, weil das Glas einen großen Theil der Wärmestrahlen zurückhält. Diese Substanz absorbirt verschieden brechbare Wärmestrahlen ungleich, weßwegen Versuche über die wärmste Stelle am Sonnenspectrum, wenn man es mit Hilfe eines Glasprisma's bildet, so verschiedene Resultate geben. Es kommt hier nicht bloß auf die nähere Beschaffenheit des Glases, sondern sogar auf die Dicke der Glasschichte des Prisma's an, durch welche das Licht hindurchgeht. Bei Anwendung eines Steinsalzprisma's fällt die wärmste Stelle stets in dieselbe Entfernung vom rothen Ende des Spectrums, das Licht mag nahe an der Kante des brechenden Winkels, oder am dickeren Theile durch das Prisma gehen.

325. **Absorption der Wärmestrahlen durch diathermane Medien.** Sehr merkwürdig sind die Ergebnisse der Versuche über die Verluste, welche ein Bündel Wärmestrahlen bei dem Durchgange durch verschiedene diathermane Stoffe erleidet. Erstlich richtet sich das Vermögen der Körper, Wärmestrahlen durchzulassen, gar nicht nach der Durchsichtigkeit und Farbe. Gleich durchsichtige und farblose Körper können sehr verschieden auf die Wärmestrahlen einwirken, und weit weniger diatherman seyn als farbige und wenig durchsichtige Körper. Während z. B. bei Mellon i's Versuchen eine durchsichtige Steinsalzplatte von 100 Theilen der auffallenden Wärme 92 Theile durchließ, konnten durch eine wasserhelle Alaunplatte von derselben Dicke nur 12 Theile gehen, aber eine gleich dicke Platte aus dunklem Rauchtopas ließ noch 57 Theile Wärmestrahlen hindurch. Kupfervitriol hielt seiner Klarheit ungeachtet alle bemerkbaren Wärmestrahlen

zurück. Ferner kommt es sehr darauf an, von welcher Art die einem Medium zugesendeten Wärmestrahlen sind. Steinsalz läßt die Wärmestrahlen einer Lampenflamme eben so gut durch, als die eines glühenden Platindrahtes, eines erhitzten nicht glühenden Metalles und des siedend heißen Wassers. Die übrigen Substanzen wirken auf die Strahlen dieser verschiedenen Wärmequellen sehr ungleich, und sind im Allgemeinen um so weniger diatherman, je niedriger die Temperatur der Wärmequelle ist. Hat z. B ein Metall nur die Temperatur von 80° R, so gehen seine Wärmestrahlen so gut wie nicht durch Glas; während eine Steinsalzplatte, welche 92 Procente der Wärmestrahlen einer Lampenflamme durchläßt, ebenfalls 92 Procenten der vorgenannten Strahlen den Durchgang gestattet. Wärmestrahlen, die bereits durch ein Medium gegangen sind, erleiden bei dem Durchgange durch eine zweite Schichte von derselben materiellen Beschaffenheit einen weit geringeren Verlust; bei dem Eindringen in ein heterogenes Medium aber kann der Verlust weit größer seyn, ja gänzliche Absorption statt finden. Politur der Flächen erleichtert in allen Fällen den Durchgang der Wärmestrahlen; auch werden bei geringerer Dicke der durchwanderten Schichte weniger Wärmestrahlen absorbirt. Aus den angeführten Erscheinungen erhellet, daß die verschiedenen diathermanen Substanzen, das Steinsalz ausgenommen, sich gegen Wärmestrahlen verschiedener Art wie gefärbte Medien gegen farbiges Licht verhalten, welche bloß für Strahlen gewisser Farben durchsichtig, für alle anderen undurchsichtig sind. Unter den bisher untersuchten Stoffen besitzt das Steinsalz allein den Charakter der Farblosigkeit bezüglich der Wärmestrahlen. Die Metalle erscheinen zur Fortpflanzung der strahlenden Wärme eben so untauglich, wie sie für das Licht undurchsichtig sind.

Es gibt einzelne Fälle, in welchen eine Substanz, wie z. B. eine berußte Steinsalzplatte, für Wärmestrahlen einer Quelle von niedrigerer Temperatur mehr diatherman ist, als für solche, die von einem heißen Körper herkommen. Eine Combination eines mit einem Kupferoxyd grünlich gefärbten Glases und einer Wasserschichte soll, obgleich sehr viel Licht hindurchgeht, aller strahlenden Wärme den Durchgang verwehren. Die Reflexion der Wärmestrahlen aller Art geht unter gleichen Umständen immer auf dieselbe Weise vor sich, die Wärmefärbung (Diathermansie oder partielle Diathermanität) des reflectirenden Körpers hat darauf keinen Einfluß, nur das Reflexionsvermögen desselben, welches für alle Arten der Wärmestrahlen sich gleich bleibt. Man hat an rauhen diathermanen Körpern entschiedene Anzeichen von unregelmäßiger Reflexion (Diffusion) bemerkt.

326. **Polarisation der strahlenden Wärme.** Die Analogie der strahlenden Wärme mit dem Lichte wird durch die Thatsache bis zum höchsten Grade der Aehnlichkeit gesteigert, daß die Wärmestrahlen der Polarisation fähig sind, und hierin genau denselben Gesetzen gehorchen wie die Lichtstrahlen, so daß alles was für diese gilt, bezüglich jener sich wiederholt. Nur sind die Mittel, welche bei der Polarisation des Lichtes gute Dienste leisten, nicht auch zur Polarisation der Wärmestrahlen in gleichem Maße geeignet. Glas ist dazu nicht

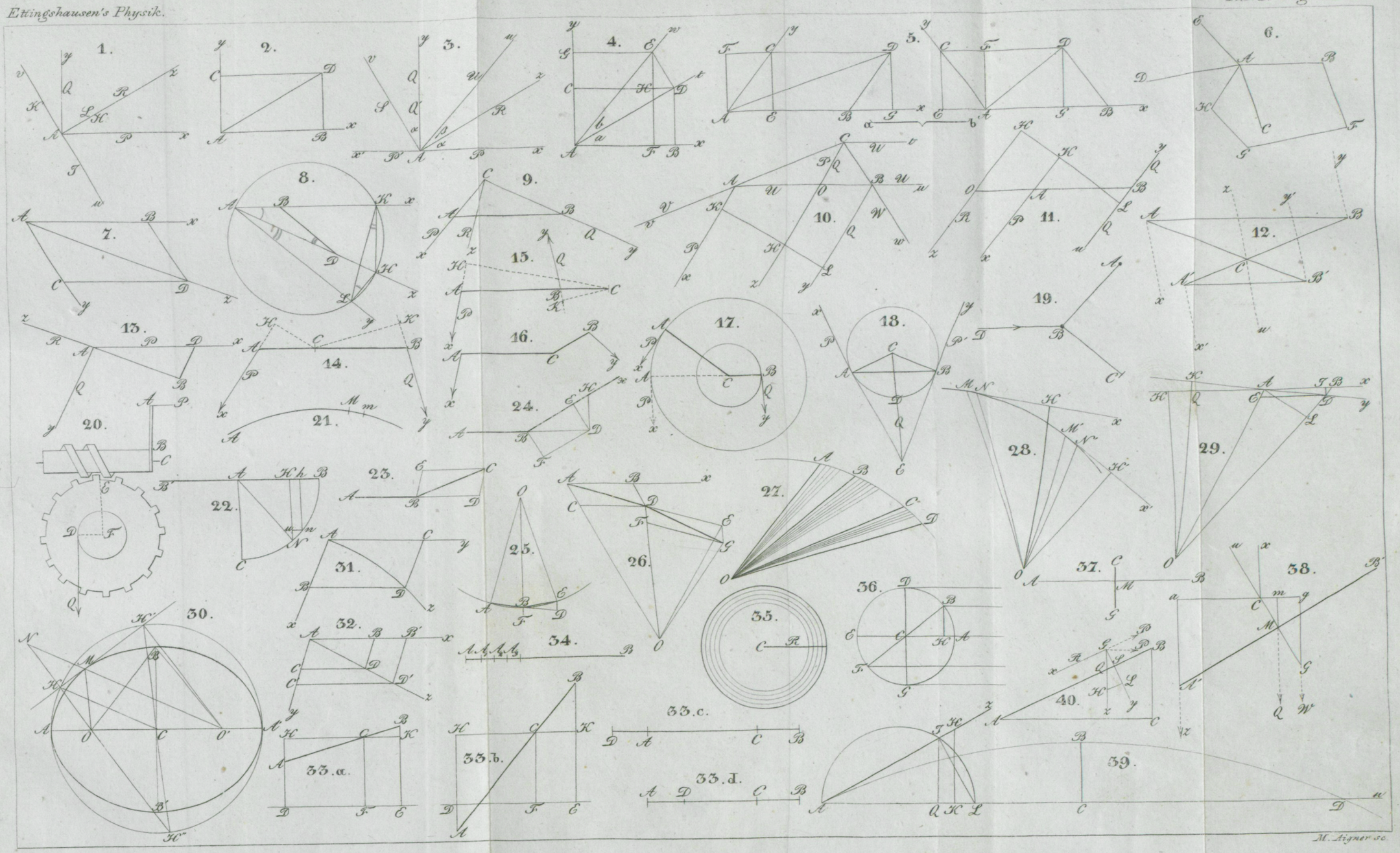
wohl anwendbar wegen seines Absorptionsvermögens, und nicht jede Art von Turmalinen gibt entscheidende Resultate, wegen ihres vom Dichroismus abweichenden Verhaltens. Am besten läßt sich die Polarisation der Wärme dadurch nachweisen, daß man ein Bündel Wärmestrahlen unter dem geeigneten Winkel (33°) durch eine Reihe paralleler sehr dünnen Glimmerblätter gehen läßt (in welche sich ein Glimmerblatt durch Erhitzen von selbst zertheilt) und die solchergestalt polarisirten Strahlen mittelst eines ähnlichen Systemes von Glimmerblättchen analysirt. Hieraus folgt mit Nothwendigkeit, daß die Fortpflanzung der strahlenden Wärme auf transversalen Schwingungen eines ätherischen Mediums beruht.

Jedoch ist damit noch nicht entschieden, daß die im Innern der Körper geleitete Wärme ebenfalls durch transversale Schwingungen des Aethers bedingt sey; sie könnte auch durch longitudinale Schwingungen bewerkstelliget werden, ja es scheinen sogar einige Gründe dafür zu sprechen, daß gerade letzteres statt finden dürfte. Doch ist diese Frage bei weitem noch nicht zur Entscheidung reif. Jede dieser Schwingungsweisen bringt einen eigenthümlichen Charakter mit sich. Transversale Schwingungen gehen ohne merkliche Aenderungen der Dichte des vibrirenden Mediums vor sich, wogegen longitudinale eine entsprechende Verdichtung und Verdünnung erfordern. Dagegen ist nur bei transversalen Schwingungen Polarisation möglich; auf longitudinale findet diese Modification keine Anwendung. Wärmestrahlen, welche auf die angegebene Weise polarisirt worden sind, nehmen bei der totalen Reflexion in einem Steinsalzprisma circuläre Polarisation an.

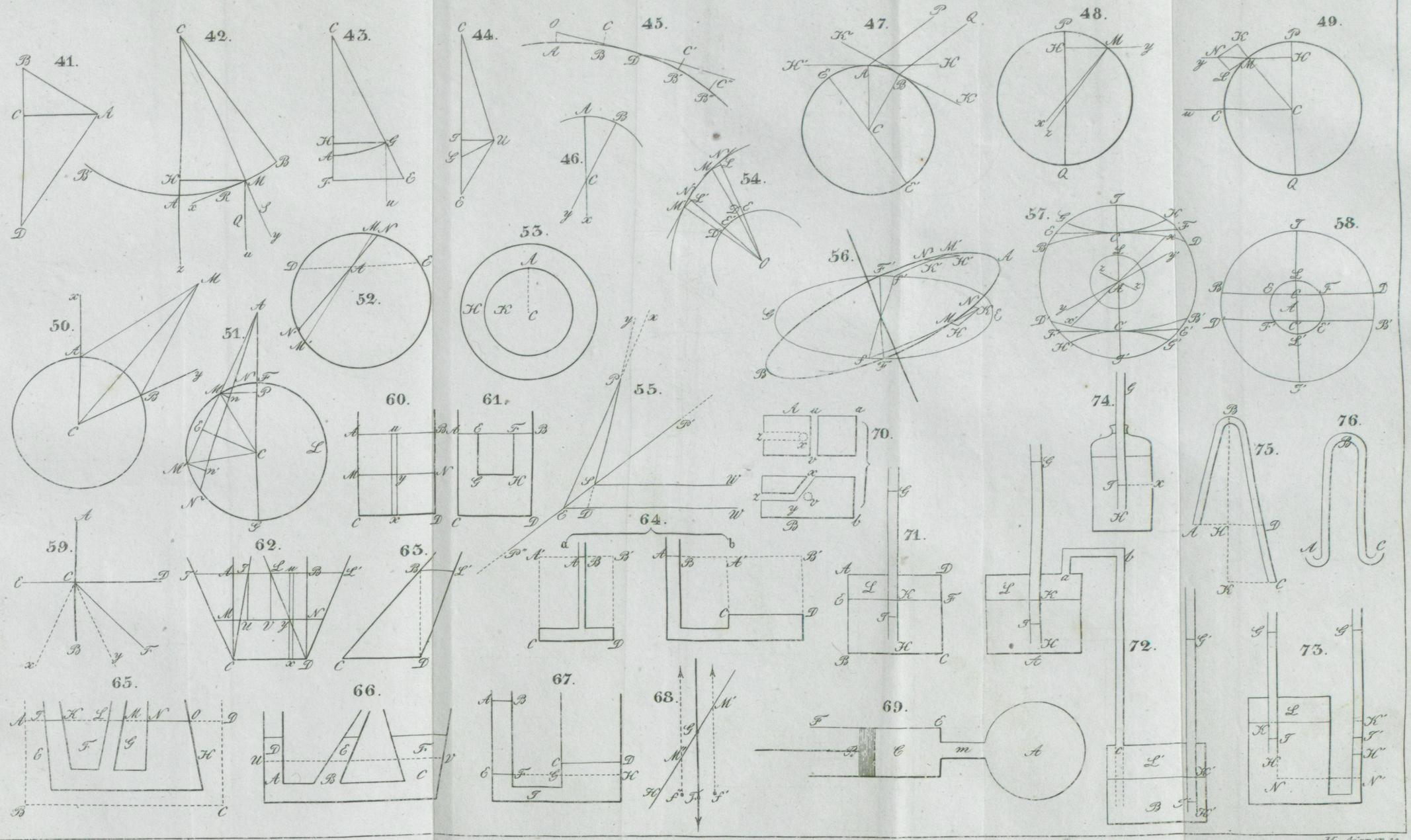
327. **Ausstrahlungsvermögen der Körper.** Die Möglichkeit des beweglichen Gleichgewichtes erfordert, daß in dem Maße als die Wärmestrahlen in das Innere einer Substanz reichlicher oder minder reichlich eindringen, diese Substanz auch in gleichem Verhältnisse mehr oder weniger Wärmestrahlen aussende. Aber nur diejenigen Strahlen dringen in einen Körper ein, welche nicht reflectirt werden. Daher hält das Ausstrahlungsvermögen im Vergleiche mit dem Reflexionsvermögen den umgekehrten Gang; je größer das eine Vermögen ist, desto geringer ist das andere. Wo also eine reichliche Absorption besteht, dort muß eine wenigstens eben so reichliche Emission vorhanden seyn. Die Verschiedenheit der Emission der Wärme bei gleicher Temperatur läßt sich durch einen directen Versuch darthun, wenn man ein Gefäß, dessen Wände an der äußeren Fläche eine verschiedene materielle Beschaffenheit haben, mit einer heißen Flüssigkeit füllt, und bald die eine, bald die andere Seitenfläche des Gefäßes einem empfindlichen Thermoskope zuwendet.

Verbesserungen.

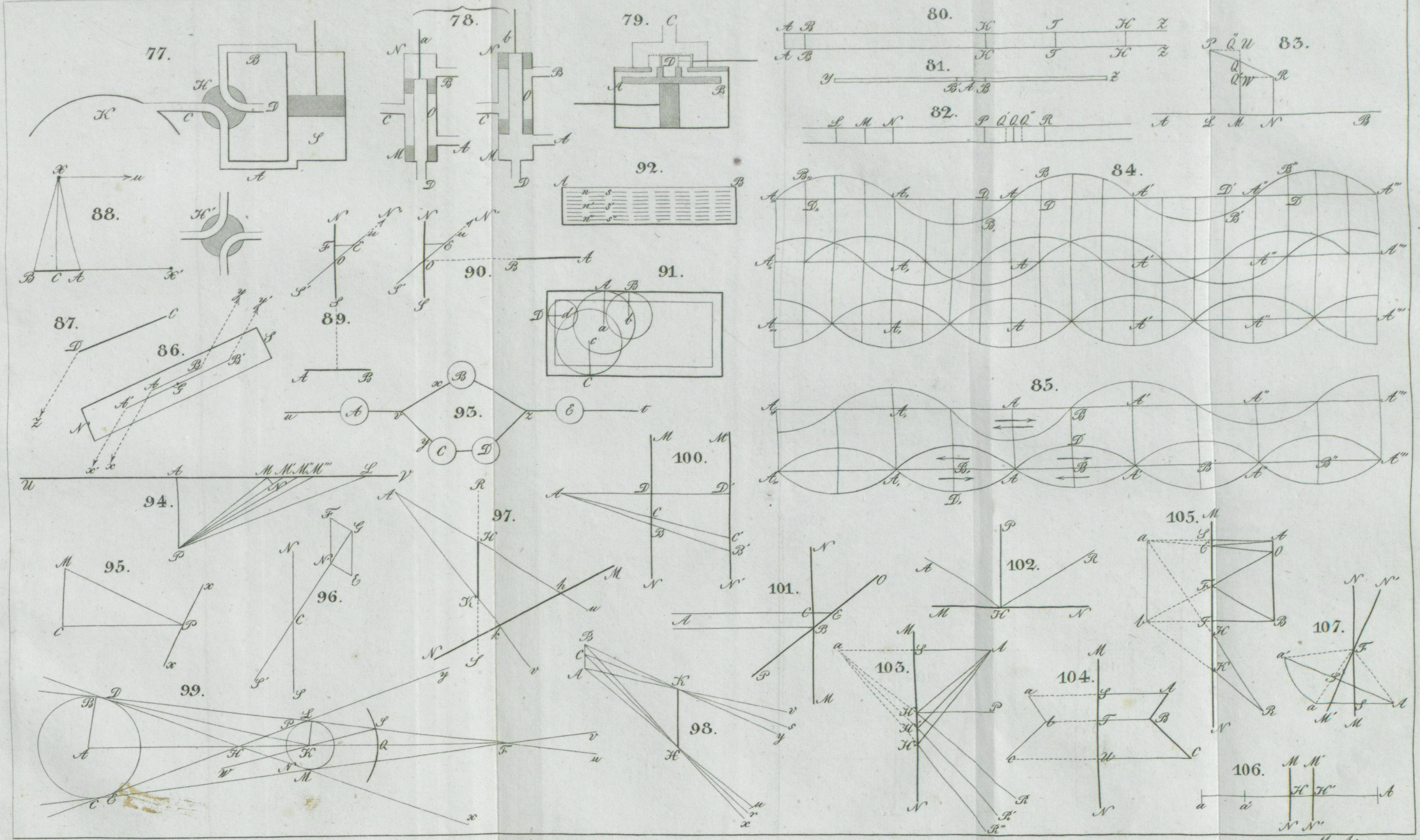
Seite 25, Z. 29, statt: Temperatur eines Stoffes, l. m.: Temperatur eines Pfundes eines Stoffes.
» 61, » 5, v. u. statt: Sauerstoffe, l. m: Kohlenstoffe.
» 77, » 10, v. u. statt: steht die Hypotenuse, l. m.: steht bloß die Hypotenuse.
» » » 7, v. u. statt: wie die Seiten, l. m.: verkehrt wie die Seiten.
» 82, » 3, v. u. statt: A x', l. m.: A'x'.
» 83, » 11, statt: B y', l. m.: B'y'.
» » » 23, statt: A B', l. m.: A'B'.
» 102, » 25, statt: M, l. m: H.
» 133, » 19, v. u. muß es heißen: Die Reibung richtet sich nach der Beschaffenheit der Berührungsflächen, nach dem Drucke der Körper gegen einander und nach der Art der Bewegung; sie ist von der Größe der Berührungsflächen und von der Schnelligkeit der Bewegung unabhängig.
» » » 13 u. 12, v. u. sind die Worte: sowohl bei der Reibung, zu streichen.
» 147, » 6, statt: A H, l. m.: A K.
» » » 7, statt: A, l. m.: A L.
» 156, » 19, v. u. statt: nichts, l. m.: nicht.
» 168, » 1, statt: 1350,3711, l. m.: 1347,7446.
» 173, » 21, statt: M M', N N', l. m.: M N, M'N'.
» 192, » 12, v. u. statt: erstere, l. m.: erste.
» 203, » 10, v. u. statt: hieße, l. m.: heiße.
» 208, » 14, statt: C D kleiner, l. m.: C D größer.
» 221, » 1, v. u. statt: 5551, l. m.: 5550.
» 276, » 20, im Nenner statt: $1 + \rho$, l. m.: $(1 + \rho)\,k$.
» 297, » 23, statt: gestoßenen, l. m.: stoßenden.
» 354, » 10, statt: leitet, l. m.: leite.
» 366, » 16, statt: $\frac{1}{2\pi}\,a\,.\,tang\,\omega$, l. m.: $\frac{1}{2\pi}\,a\,H\,.\,tang\,\omega$.

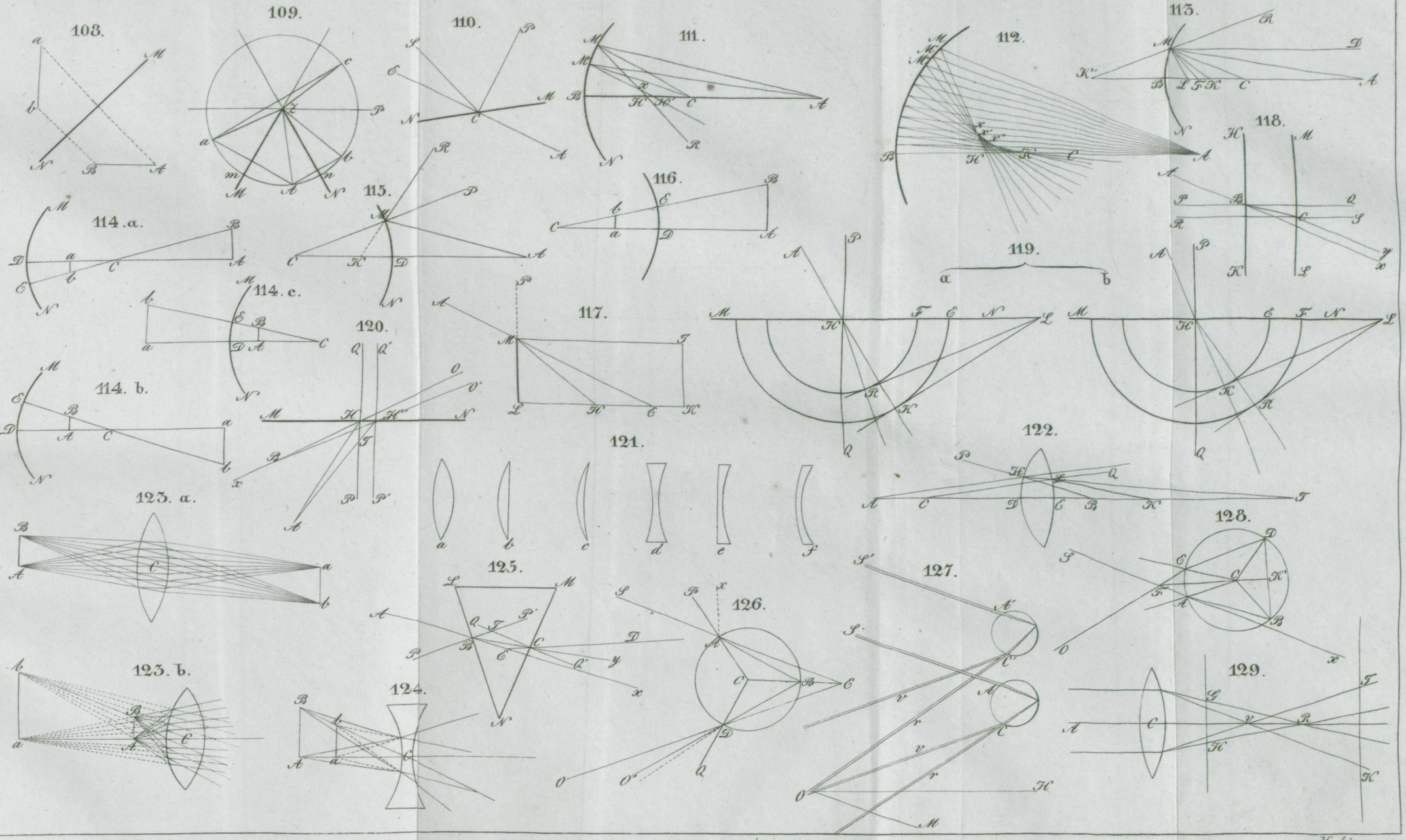

1.
2.
3.
4.
5.
6.
7.
8.
9.
10.
11.
12.
13.
14.
15.
16.
17.
18.
19.
20.
21.
22.
23.
24.
25.
26.
27.
28.
29.
30.
31.
32.
33.
33.a.
33.b.
33.c.
33.d.
34.
35.
36.
37.
38.
39.
40.

M. Aigner sc.

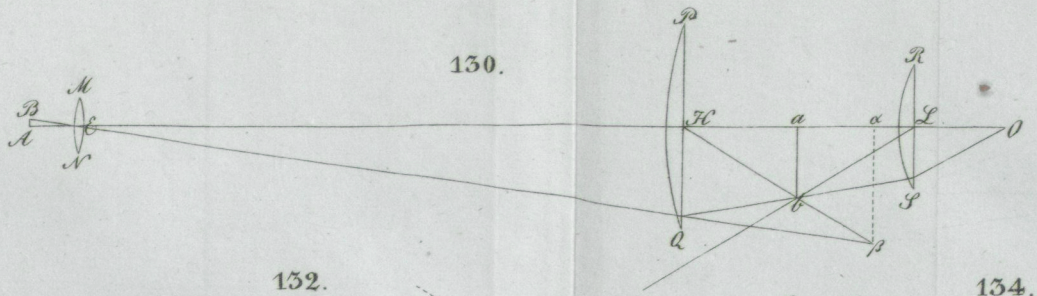

41.
42.
43.
44.
45.
46.
47.
48.
49.
50.
51.
52.
53.
54.
55.
56.
57.
58.
59.
60.
61.
62.
63.
64.
65.
66.
67.
68.
69.
70.
71.
72.
73.
74.
75.
76.

M. Aigner sc.

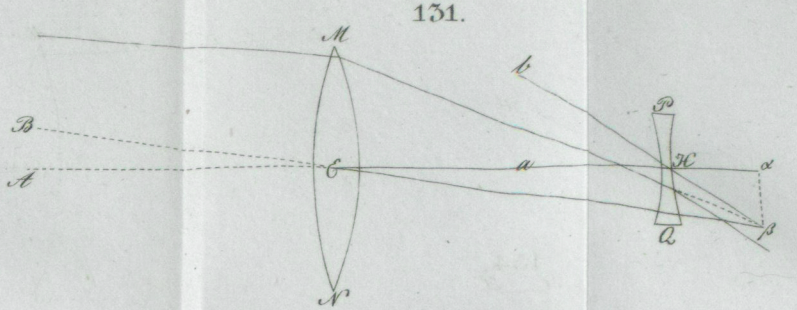

77.
78.
79.
80.
81.
82.
83.
84.
85.
86.
87.
88.
89.
90.
91.
92.
93.
94.
95.
96.
97.
98.
99.
100.
101.
102.
103.
104.
105.
106.
107.


108.
109.
110.
111.
112.
113.
114.a.
114.b.
114.c.
115.
116.
117.
118.
119.
120.
121.
122.
123.a.
123.b.
124.
125.
126.
127.
128.
129.

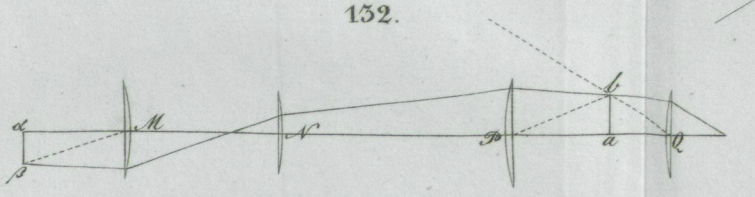
130.



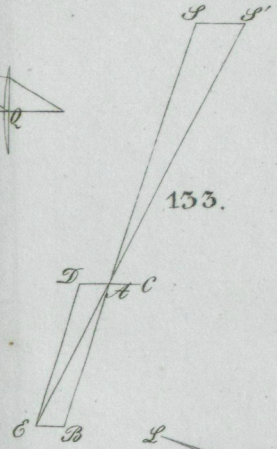
131.



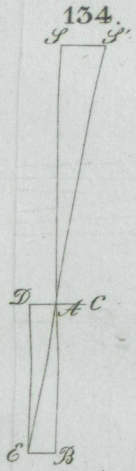
132.



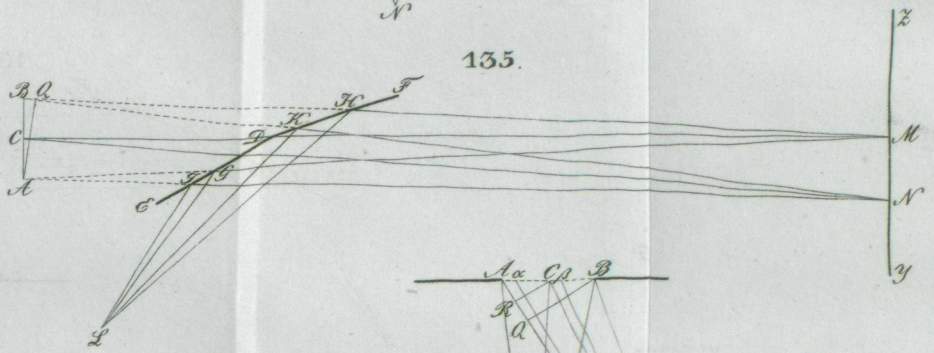
133.



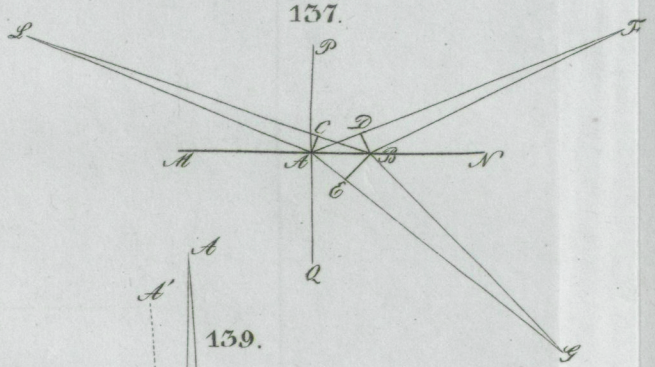
134.



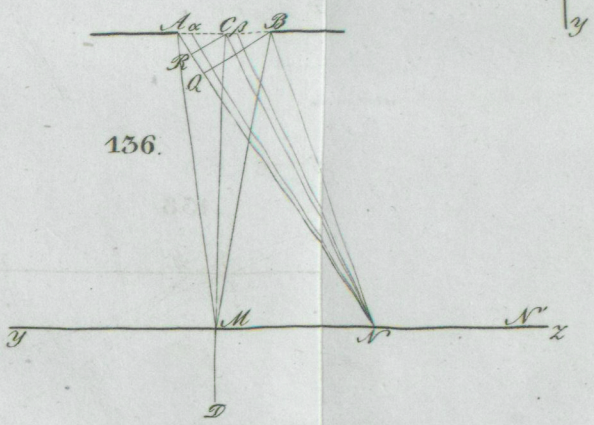
135.



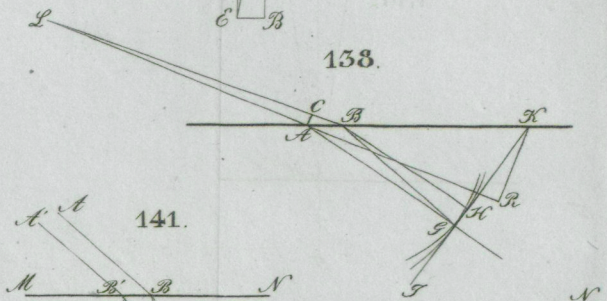
137.



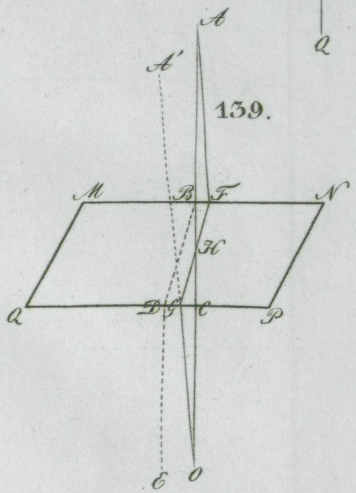
136.



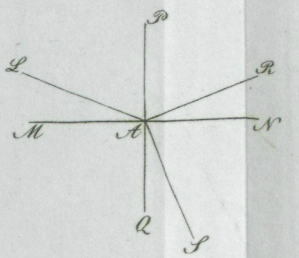
138.



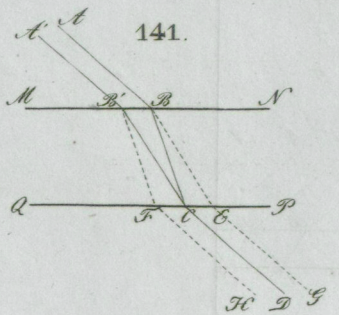
139.



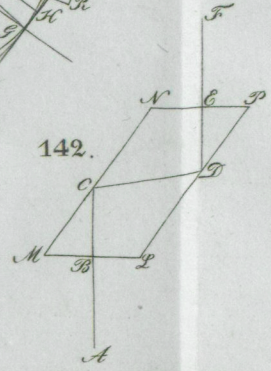
140.



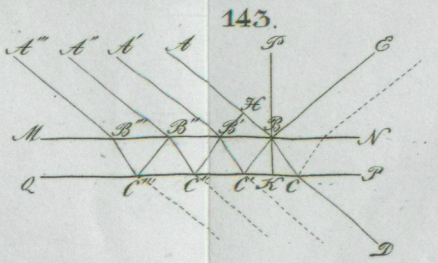
141.



142.



143.



UB WIEN
+AM391235909