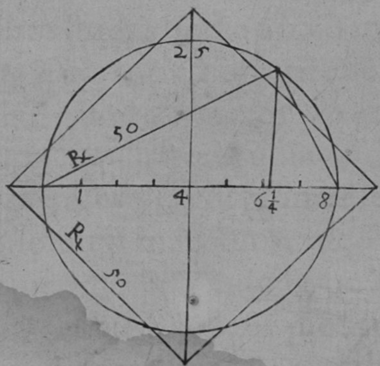
NOVA REPERTA
GEOMETRICA
IOHANNIS ALFONSI
MOLINENSIS CANI,

In quibus ſubtiliores Geometricæ quæſtiones de Duplicatione Cubi, Quadratura circuli, Rectitudine angulorum, Æqualitate linearum curvarum cum recta diſcutiuntur: Demonſtrationibus firmiſſimis fulciuntur: indeque aurea corollaria Geometricarum ſubtilitatum deducuntur: Euclidæa Elementa nonnulla corriguntur, nonnulla ut falſa rejiciuntur.

Hiſpanicè edita, jam verò latinitate donata

a

NICOLAO IANSONIO
Arnh. Geldro.



ARNHEMII,

Væneunt apud IOHANNEM IANSONIUM Typographum. Anno M. DC. XX.

B.

GABRIELIS STEIDLIN VTRIVSQVE
Iuris Licentiati ad Sororium.

NOva orbi Molina dedit, orbem quadratum;
Errasse Euclidem prodigium docuit.
Indomitus mentes possederat hactenus error
Cognitus Hispano & vera probante probo.
Ista quidem invidia Archimedem torquere valerent
Nam cum vera daret nil nisi vana dedit.
Molinæ invideat modo quo minor esse debebit
Et sub monstrato colla tenere jugo.

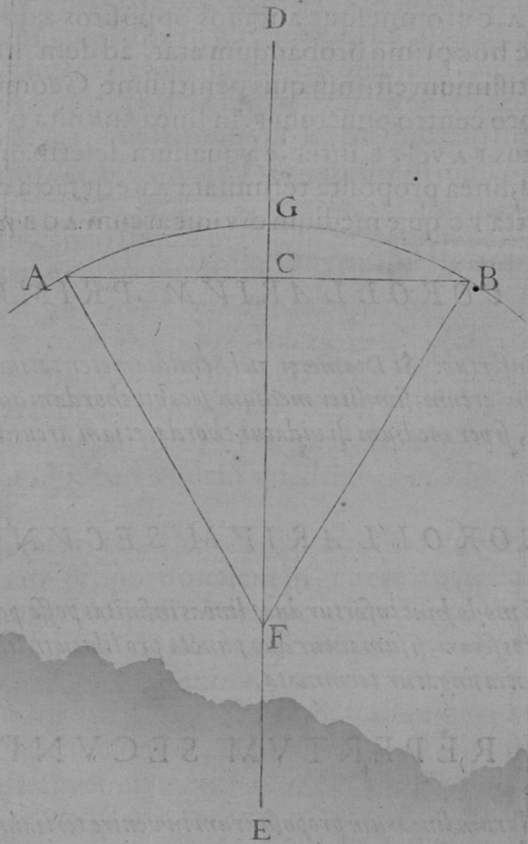
LECTORI GEOMETRÆ.

NOn ineptè in me dictum quis illud Andaluſij Senecæ putabit, cum dicit: Deum ut odioſam rem hominibus redderet illis dare qui indigni illius. Ita ignorando ego latinam linguam, ut & alia humanitatis ſtudia quæ alijs ad Philoſophandum ſuppetunt, neque viva voce Elementa ſolius præceptoris Euclidis didicerim. Sed per me ipſum, ſtudium illud affectu maximo ſpatio 13. annorum tractarim aſſiduè volvendo Italico Gallicoq; idiomate (ubi per otium licuit) primos novem libros, quibus continentur admirabiles effectus Mathematices, interim dando operam quoad potui, ut eadem ratione aliquid ſcirem in libro dicimo, ne planiſſimè ignarus eſſem originis induſtrioſiſſimæ Algebræ: Placuit Divinæ Majeſtati dare gratiam ut invenirē illa, quę tantis ſtudiis hodie occultantur, pro quo immenſas me debere gratias confiteor: neque porro mundus carebit ſcientia illius quod antea ignorabat; de Duplicatione Cubi, Quadratura Circuli, Rectitudine angulorum Semicirculorum, Linea recta vel curva inter ſe æqualibus, undeque fiat converſio curvi in rectum, de Finito valore angulorum; unde formentur, unà cum ex quiſitis corollarijs quæ ex Demonſtrationibus reſultant, prout quiſque ſubtilior ſpeculator Geometricus in hiſce 22. repertis, ſi hoc quo poſui ordine legat, neque conſequentia judicet antecedentibus non lectis jmitando in eo præceptorem noſtrum Euclidem, rogando ne in ſuperficie rationes fortean male dispositas contueatur: cum in eo parum positum sit: penes eum hoc erit emendare ad gustum proprium. Si verò cui non satisfactum per meas elaboratas rationes, & demonstrationes, mihi gratissimum faciet, si me faciat certiorem quo ipsi satis fiat. Denique hoc semper cogitet nostrum esse errare, Diabolicum verò in eo perseverare.

Et quia maximè necessaria cuivis hominum generi admirabilis hæc disciplina Geometrica, hoc unice in votis haberē consulere omnibus qui Reipubl. præsunt, hominesque doctissimos stipendijs alunt, ut prę reliquis disciplinis hanc docendam publice, privatim, instituerent. Inde si nullus alius rediret fructus quàm ut exactissimæ veritates inquirātur; certe ad minimum hoc egerimus, ut qui aliâs mendacijs addicti, ad veritatis studium adigantur.

REPERTVM PRIMVM.

SI Linea recta terminata dividatur per medium ad angulos rectos, per aliam lineam infinitam, in qua sumpto puncto pro lubitu ducantur lineæ ad extrema terminatæ, quæ inter se erunt æquales. Hac distantia sumpta pro centro describatur circulus, atque ita linea proposita terminata, erit Chorda hujus circuli.



Lineam terminatam A B. divido per medium in puncto C. per propos. 10. 1. lib. Euclidis; unde ad angulos rectos, & partes opposi-tas, duco duas lineas infinitas CD, CE. per propos. 11. quæ per 14. erunt una linea recta DE. propter continuationem. In hujus aliqua parte si sumam punctum quodcunque voluero, ut est F. atque inde ducam duas rectas FA. FB. ad extrema lineæ terminatæ AB. Dico has inter se æquales per 4. lib. 1 unde porro formo duos triangulos æquales, ACF. BCF qui habent pro basi communi lineam CF. & æquales CA. CB. omnesque angulos oppositos æquales.

Atque hoc primo probandum erat, ad demonstrandum secundum, notissimum est; (nisi quis penitissimè Geometriam ignoret) si sumam pro centro punctum F. in linea infinita D & cum distantia alterutrius FA vel FB. inter se æqualium describam portionem circuli AGB, linea proposita terminata AB erit facta chorda totius circuli, sagitta FG quæ medium dividit arcum AGB per 3. 3 lib. Euclid.

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc infertur: Si Diameter vel Semidiameter totius circuli medium secat aliquem arcum, similiter medium secabit chordam quæ illā sustentat. Et è contrario, si per medium dividatur chorda, etiam arcus dividetur qui illam sustentat.

COROLLARIVM SECVNDVM.

Simili modo hinc infertur duas lineas infinitas posse per medium & ad angulos rectos secari, si sumantur duo puncta pro libitu in linea dividenda, & in ista distantia fingatur terminata.

REPERTVM SECVNDVM.

Duarum linearum propositarum invenire tertiam in continua proportione, tam in augmentatione quam in diminutione,

Ante

Ante omnia ſciendum, quando declaratur proportio quam habet linea minor cum altera majori, appellabimus proportionem augmentationis, quia in eadem proportione, quam duæ lineæ habebant, in eadem augetur in infinitum linea major cum ſuo conſequente: Et è contrario comparando lineam majorem cum minore dicemus eſſe proportionem diminutionis.

Quo intellecto, duæ propoſitæ lineæ A, B, quæ habent in ſe proportionem, ut contrarijs ſint æquales. Et pro præſenti ſi ad B duplam ipſius A. quia illa tertia in continua proportione, in genere diminutionis, & ut dividatur in aliquo duorum generum, divido primo ad angulos rectos per ultimum corollarium antecedentes duas lineas infinitas, CD. EG. in puncto F. & pono diſtantiam F. I. æqualem lineę B & FH ęqualem ad A, & duco lineam HI, quam per idem repertum medium divido ad angulos rectos, in puncto N. cum infinito, ſeu ſagitta, LM. quæ ſe interſecat cum FI, FG. in punctis O, P, & duco lineam OH. quæ per idem eſt æqualis ad O. I. cumq; hac diſtantia facto centro punctum O. deſcribo medium circulum IHK & invenio lineam FK tertiam proportionalem in genere diminutionis quam quærebam, poſt ducendo HK erit per 13. 6. Euclid. media proportionalis FH. inter duas FI. FK. ut ſit angulus rectus H trianguli rectanguli IHK per 13. 3 & per 17. 6. quando tres lineę ſunt proportionales ut iſtæ FI, FH, FK. rectangulus qui fiet de duobus extremis FI, FK. erit æqualis quadrato, quod fiet ex media proportionali FH.

Si ergo à me petatur, ut ad has duas propoſitas lineas A, B. dem tertiam continuam proportionalem in genere augmentationis, ipſis ſatisfaciam cum ſolo tractu lineæ PI. quæ eſt æqualis ad PH. & cum hac diſtantia deſcribēdo medium circulum HIG inde ad centrum P dando lineam FG. & argumentando cum eo per eaſdem ſupradictas propoſitiones: Vbi maximè notandum quatuor lineas FK FH. FI. FG. eſſe continuatas in proportione dupla, ut in figura videmus & demonſtramus, ut ſit prima FK. unius, ejuſdem magnitudinis FH duarum, tertia FI quatuor, ultima FG octo, quæ inter duas

extre-

extremas FH, FG sunt mediæ proportionales reliquæ duæ FH FI. quoniam rectangulus qui fiet de his erit æqualis illi qui fiet de alijs per 16.6.

COROLLARIVM PRIMVM.

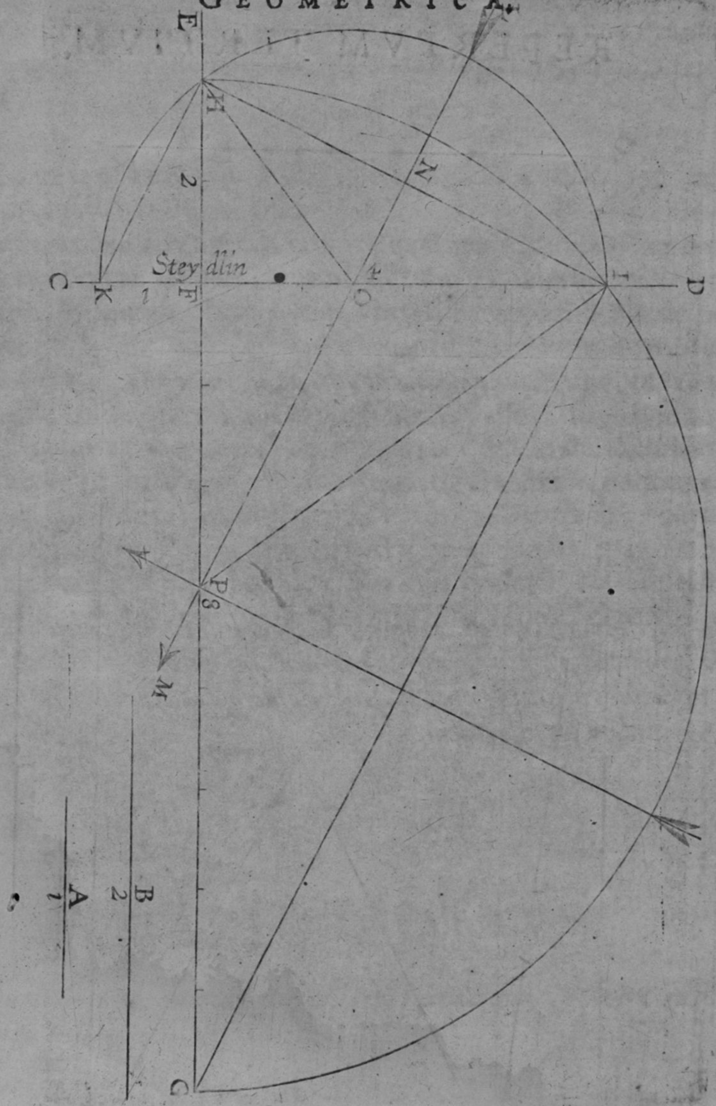
Hinc manifestum est quomodo inveniatur Radix Cubica alicujus lineæ: Nã si supra extremam illius erigatur ad angulos rectos alia linea æqualis ad medietatem: ad has duas inveniatur tertia proportionalis in genere diminutionis, inventa erit radix cubica sive quarta pars primæ, quia ipso effectu quantitas continua non contẽplatur numeros ut discreta, nisi magnitudines & per 1.5, idẽ erit ac si dicam, quod linea FH 2 sit radix cubica de 8. ut & linea FG vel 1. sit radix cubica de 4, ut est FI quia ipsius eadem proportio. Has lineas GH, IK, ita compositas appellabimus Steydlin.

Linea Steidlin.

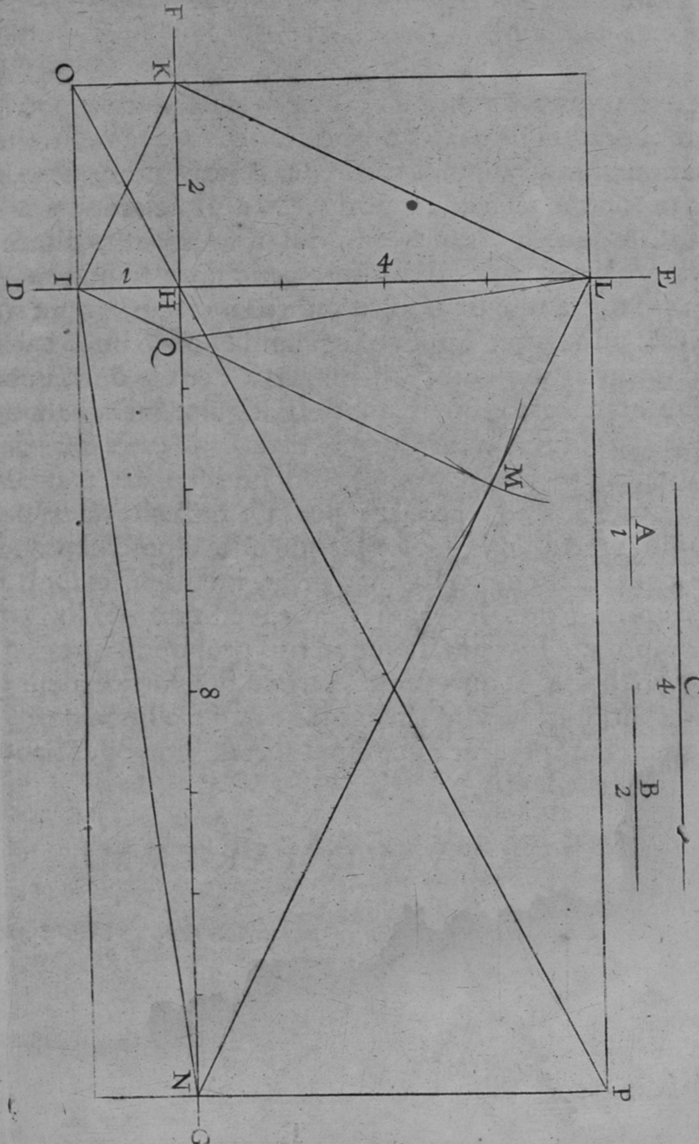
COROLLARIVM SECVNDVM.

Similiter hinc clarum est, quomodo duarum linearum propositarum aliæ duæ inveniantur, tam in augmento quàm in diminutione, adhibendo semper cum tertia linea inventa & sua antecedente idem quod cum duabus propositis ad inveniendam consequentem.

REPER-


E
H
N
C
K
F
O
I
D
P
M
G
B
A

REPERTVM TERTIVM.



Trium linearum propositarum invenire quartam proportionalem tam in augmentatione quam in diminutione.

Sint tres lineæ propositæ A B C, quæ in se habent proportionem duplam, quęratur illis quarta proportionalis in augmento: hanc ut inveniam, divido ad angulos rectos duas lineas infinitas D E, F G. in puncto H. & pono H I æqualem ad A, & H K æqualem ad B, & H L æqualé ad C, & duco lin. I K, K L, & cũ distantia I K posito altero pede circini supra punctum L, cum altero pede noto signum M, & cum idstãtia K L mutando illum supra punctum I facio signum M supra quod est & punctum L, applico regulam, & duco lineã L M N, quæ concurrit supra infinitam F G, in puncto N, deinde duco lineam I, atq; ea absolvo formationem duorũ triangulorum æqualium L K I, K M I, quia facti supra unam eãdemq; basin K I, & intra duas parallelas K I, L N per 37. 1 Euc. & p 15. 6. Erit ut linea I H ad H L. ita linea K H ad H N, atq; hoc ipsum probatur per 43. 1. quia intersecat parallelogrammum rectangulum O P. dicendo duo supplementa I N, K L, inter se æqualia, & cum talia sint, prout infallibiliter sunt, erunt per 14. 6, proportionales omnes quatuor lineæ H I, H K, H L, H N unde composita. Inventa itaque ad tres propositas lineas, quarta proportionali H N; Si quis petat quartam proportionalem in genere diminutionis, ducendo lineas I M, L Q. dabo lineam H Q, quæ tibi satisfaciet propter rationes supra dictas, non opus habens illis reperti antecedentis.

REPERTVM QUARTVM.

Qualiumcunq; duarum propositarum linearum, invenire mediam proportionalem.

B ij

Sint

Sint propositæ duæ lineæ, A 4. partium, & B, 9. ut inter illas detur media proportionalis, & ut breviter hoc fiat a linea CD quæ trahit in infinitum partem CE æqualem ad majorem, & EH æqualem ad A, facioq; centrũ punctũ F. medietatẽ lin. CE. supra illud describo medium circulum CGE, & per propos. 11. 1. Eucl. erigo ad angulos rectos a puncto H, perpendicularem HG, & duco lineas GE, GC cum quibus per propos. 31 lib 3. formo triangulum rectangulum CGE, & invenio lineam GE mediam proportionalem inter duas CE, EH, quam etiam dico mediam proportionalem inter duas lineas propositas A, B.

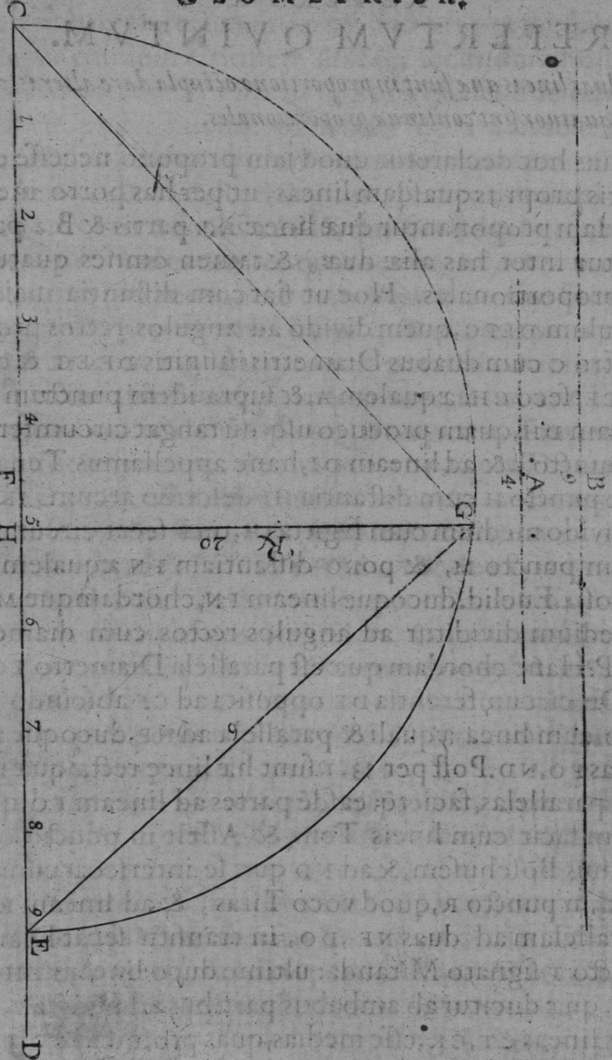
Deinde per 8. lib. sexti Euclid. Triangulus GHE per omnia similis est triangulo CGE, necessariò habebit eandem proportionem basis major totius trianguli CE cum basi minori GE. quia habet mediam proportionalem GE basis major minoris trianguli cum sua minori basi HE: & quia ponitur major CE æqualis ad lineam B, & minor EH æqualis ad A, erit inter duas CE, EH, media proportionalis inventa GE, per ultimam partem corollarii ejusdem octavæ propositionis; sumatur illa bis inter duas extremas CE, EH: ut docet 17. eiusdem, & quia per 13. est perpendicularis GH media proportionalis inter duas CH, HE: & CH est 5, unde HE est 4. erit linea GH radix 20 & per 47. 1 media proportionalis invẽta GE, quę respicit angulum rectum H minoris Trianguli GHE, valebit 6. Pòst quadratum quod hinc fiet erit ęquale rectangulo quod fiebat ex duabus propositis A, B. dico ex his duabus CE, EH per eandem 17. sexti Euclid.

COROLLARIUM PRIMUM.

Universaliter infertur ex supra demonstratis: eandem proportionem, quam habuit diameter CE. cum media proportionali, EG. eandem habebit EG cum EH. parte divisa eiusdem diametri CE cum perpendiculari GH.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Similiter infertur, quòd quam proportionem habuerit in longitudine Diameter CE. cum parte divisa EH, eandem habeat in potentia eadem Diameter cum media proportionali EG. per corollaria propositionum 19. & 20. 6. lib. Euclid.


C
1
2
3
4
F
5
H
G
A
B
4
20
R
6
7
8
9
E
D

REPERTVM QVINTVM.

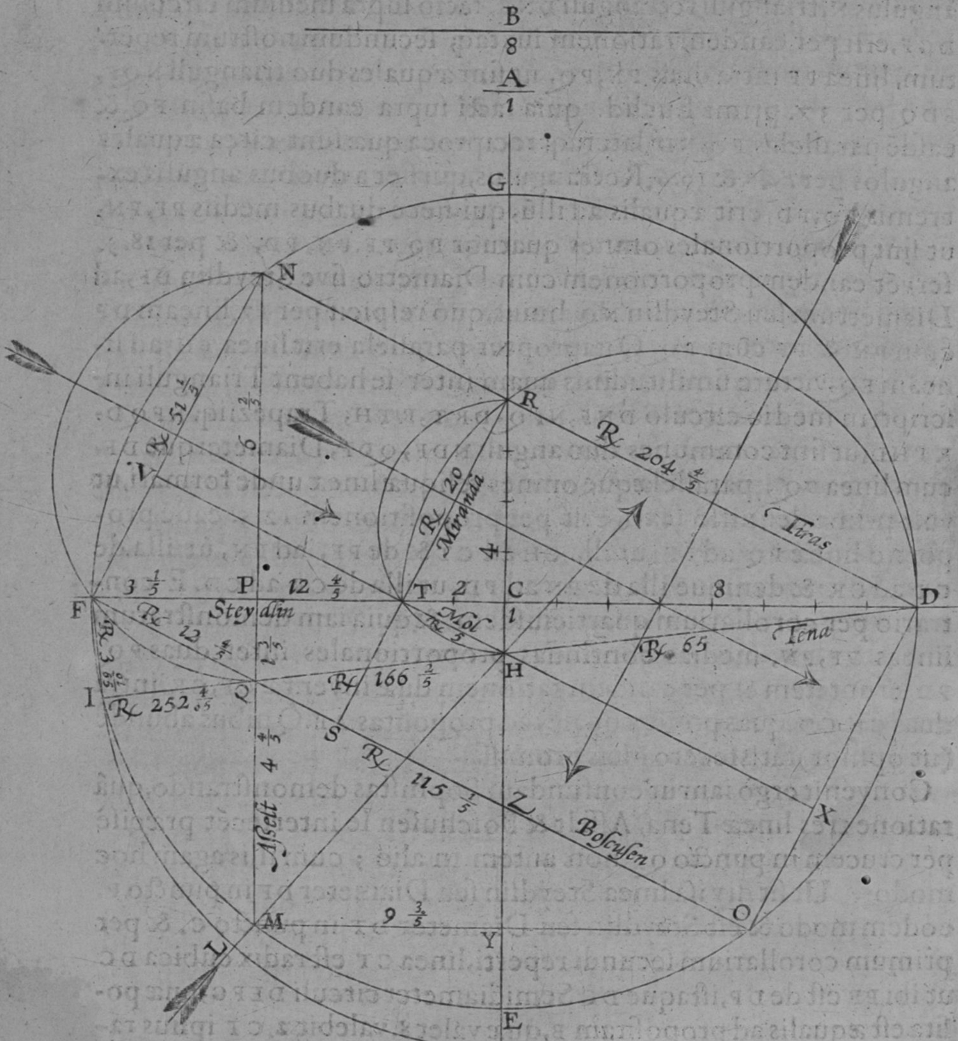
Inter duas lineas quæ sunt in proportione octupla dare alteras duas: & ut omnes quatuor sint continuæ proportionales.

Vt exactius hoc declaretur quod jam propono necesse erit notare numeris proprijs quasdam lineas, ut per has porro melius intelligatur. Iam proponantur duæ lineæ A,1. partis & B 2 partium, ut jam dentur inter has aliæ duæ, & tamen omnes quatuor sint continuæ proportionales. Hoc ut fiat cum distantia majoris describo circulum DEFG, quem divido ad angulos rectos prout possum in centro C cum duabus Diametris infinitis DF. EG. & de semidiametro CE. seco CH. æqualem A. & supra idem punctum H duco inde D lineam DH, quam produco usq; dũ tangat circumferentiam circuli in puncto I. & ad lineam DI, hanc appellamus Tena, factoque centro puncto H cum distantia HI describo arcum IK, quem per 30.3. divido medium cum sagitta IH, quæ secat circumferentiam circuli in puncto M, & pono distantiam FN æqualem ad FM, per 1. propos. 4. Euclid. ducoque lineam FN, chordamque MN, quæ per 3,2. mediùm dividitur ad angulos rectos cum diametro DF in puncto P. Hanc chordam quæ est parallela Diametro EG appello Asselt, De circumferentia DE opposita ad GF abscindo per 2. 1. partem DO, cum linea æquali & parallela ad NF, ducoque æquales & parallelas FO, ND. Post per 33. 1. sunt hæ lineę rectæ quæ jungunt æquales & parallelas, facietq; easdẽ partes ad lineam FO, quæ præcisè crucem facit cum lineis Tena & Asselt in puncto Q, quam appellabimus Boschusem, & ad ND quæ se intersecat cum semidiametro CG, in puncto R, quod voco Tiras, & ad lineam RS, quæ ducit parallelam ad duas NF, DO, in transitu secat Diametrum DF id puncto T signato Miranda: ultimo duco lineam TH, quam voco Mol, quæ ducitur ab ambabus partibus ad puncta V, X; invenioq; duas lineas CT, CR, esse medias, quas promisi dare inter duas propositas A, B. Quodq; omnes quatuor CH, CT, CR, CD, sint continuę proportionales, probo hoc modo: Quia per 13.6. media proportionalis est linea PN intra duas PD. PF. quia per 31.3. rectus est angu-

angulus N. trianguli rectanguli D N F, facto supra medium circulum D G F, erit per eandem rationem iuxtaq; secundum nostrum repertum, linea P F intra duas P N, P Q, ut sint æquales duo trianguli N Q F, F D Q. per 37. primi Euclid. quia facti supra eandem basin F Q. & easdē parallelas F Q, N D. lateraq; reciproca quæ sunt circa æquales angulos per 15. 6. & 16. 6. Rectangulus, qui fiet a duobus angulis extremis P Q, P D. erit æqualis ad illū, qui fiet è duabus mediis P F, P N, ut sint proportionales omnes quatuor P Q. P F. P N, P D, & per 18. 5. servēt eandem proportionem cum Diametro sive Steydlin D F, ad Diametrum seu Steydlin N Q huius, quò respicit per 17. lineam D F cum P N & P F cum P Q. Quapropter parallela erit linea T H ad lineam F Q, virtute similitudinis quam inter se habent Trianguli inscripti in medio circulo D N F, N F Q, D R T, R T H, Trapeziiq; N F Q D, R T H D, ut sint communes duo anguli N D F, Q D F. Diameterque D F, cum linea D Q, parallelæque omnes reliquæ lineæ unde formati, ut vult prima definitio sexti, erit per propositionem 12. 5. eadē proportio lineæ P Q ad P F. ut illa C H ad C T & de P F, ad P N, ut illa de C T ad C R: & denique illa de P N ad P D, ut illa de C R ad C D. E contrario per corollarium quarti eiusdem: & quia iam demonstratum lineas P F, P N, medias continuas proportionales inter duas P Q, P D, erunt item & per eandem rationem duæ inventæ C F, C R, intra duas C H. C D, quas ponit æquales ad propositas A B: Quibus abundè (ut opinor) satisfecero meis promissis.

Convenit ergo iam ut confundam Sophistas demonstrando, quâ ratione tres lineæ Tena, Asselt & Boschusen se intersecēt præcisè per crucem in puncto Q, non autem in alio; cum illis agam hoc modo. Ut sit divisa linea Steydlin seu Diameter D F in puncto P. eodem modo & est Steydlin seu Diameter D T in puncto C. & per primum corollarium secundi reperti, linea C T est radix cubica D C ut ibi P F est de D P, istaque D C Semidiameter circuli D E F G, quæ posita est æqualis ad propositam B, quæ valet 8. valebit 2. C T ipsius radix cubica, perq; allegatam 18. 5. erit eadem proportio de 10. quæ

valet


B
8
A
1
G
N
R
V
F
P
T
C
D
I
Q
H
S
Z
X
O
M
Y
L
E
K
Steydlin
Mol
Tena
Tiras
Miranda
Asselt
Boscuysen
℞ 204 4/5
℞ 20
℞ 51 1/5
℞ 12
℞ 166 2/5
℞ 252 4/65
℞ 115 1/5
℞ 65
3 1/5
12 4/5
9 3/5
4 4/5
6 2/3

valet linea Steydlin DT, ad radicis 2. cubicæ CT, ut illa de 16. diametri seu Steydlin DF. a 3 1/5 radicis cubicæ PF, & ut eædem 10. de DT. ad 4. quod valet CR, media proportionalis inter duas DC, CT. ita 16. Diametri DF cum 6 2/5 de PN, media proportionalis inter duas DP, PF, & ut 10. eiusdem DT ad 1. de CH. Radix cubica de RC. ita 16. de DF cum 1 3/5 de PQ. radice cubica de NP. Breviter ut 10. Steydlin DL ad radicem 20. de RT, ita 16. de steydlin DF, ad radicem 51 1/5 de ND, & radix 5. de TH, cum radice 2 4/5 de FQ. Et ut sit per 31, tertij. rectus angulus N. Trianguli DNF, perq; istam rationem, perq; 47. primi, poterit tantum sola Diameter DF. quantum juncti quadrati duorum laterũ DN, FN. & latus FN valet radicem 51 1/5 quæ est medietas radicis 204 4/5 quod valet alterum latus DN, amboq; ista latera DN, NF, sunt medium istorũ quatuor, unde formatum est parallelogrammũ rectangulum DNFO, quod dividit eandem diametrum in duas partes æquales per 34. primi; Quod non potest negari, uti neque hoc negabitur, si per 12. ejusdem primi, duco ex puncto N, supra diametrum seu lineam infinitam DF perpendicularem NM, quæritur an necessario debeat secare latus FO in puncto Q: non me impediet, quod ducat lineam DQ, quodque illam perducat ad circumferentiam circuli DEFG, quam descripsi ex centro C. Dein mecum sentit Euclides in prima, secunda, tertia, quinque interrogatorum primi libri, quæ per secundam proposit. sexti se intersecat proportionaliter cum linea RH. parallela ad NQ. in puncto H, post ut 4, quod valet RC cum 1. de CH, ita 6. 2/5 de NP, cum 1 3/5 de PQ, et ut 8. de DC cum 2 de CT ita 12 4/5 de DP, cum 3 1/5 de PF: & ut 5. de Steydlin RH à radice 20. DRT ita 8. de Steylin NQ. à radice 51 1/5 de NF: & radix 5. de TA, cum radice 12 4/5 de FQ. ut sint latera TR, RH, HT, Trianguli minoris RTH. paralleli & proportionales ad duo latera FN, NQ. QF majoris FNQ per 32 sexti; cum quo concludo, appellans punctum Q, ubi præcise tres lineæ concurrerunt, Tena, Asselt, & Buschusen, Punctum necessitatis.

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc infertur: si intra parallelogrammum rectangulum duplicatorum laterum oppositorum ducantur duæ lineæ, ut altera sit Diameter, quæ dividit in duo triangula æqualia: altera quæ provenit ex uno oppositorum laterum, & cadens perpendiculariter supra Diametrum, progrediendo tangit quartum latus, hæ duæ lineæ dividentur in proportione quadrupla: ulterius quatuor lineæ quæ formabantur è sua divisione; erunt continuæ in proportione dupla. Post, ut apparet in figura, duplicia sunt duo latera ND, FO, ad duo NF, DO, Parallelogrammi rectanguli NDOF, & diameter DF, se secat ad angulos rectos in puncto P, cum perpendiculari NQ, ducta ex angulo N, usque ad latus oppositum FO: estque PF radix cubica seu quarta pars DP, ut est PQ, de NP; omnesque quatuor lineæ PQ, PF, PN, PD, sunt continuæ proportionales.

COROLLARIVM SECVNDVM.

Similiter, Universaliter concluditur ex hoc reperto èq, demonstrato in ultima parte tertij: quod perpendicularis secabit Diametrum totius Parallelogrammi rectanguli, inde ducta altera angulorum duorum oppositorum, producendoque porro, tangens quartam lineam hujus parallegrammi dividet Diametrum in eadem proportione, qua Diameter illam: omnesque quatuor lineæ quæ distinguunt punctum huius segmenti erunt continuæ proportionales: Parallelogrammum ita lineatum inscribetur circulo, atque in eo ducetur linea Tena, illa crucem faciet cum perpendiculari simili ad lineam Asselt, & cum quarta linea simili ad Boschusen in eodem puncto ubi tanget perpendicularem cum quarta linea parallelogrammi.

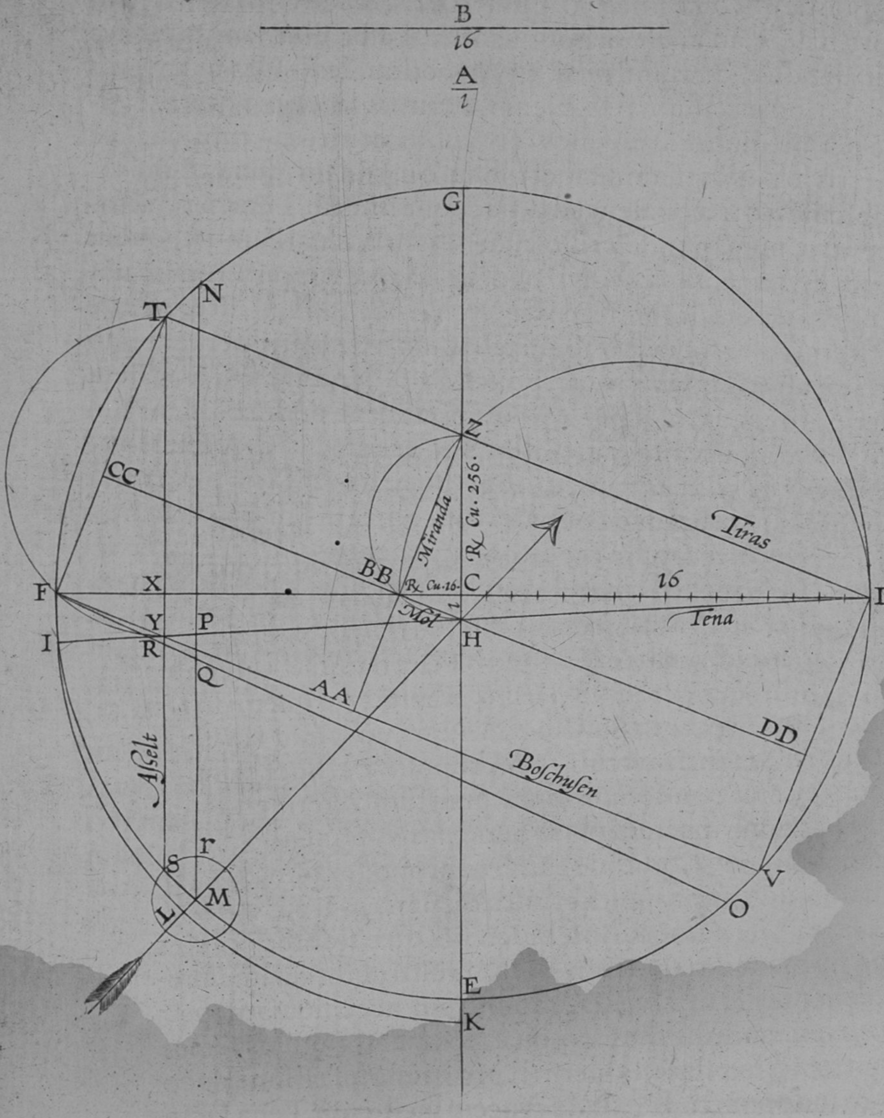
REPERTVM SEXTVM.

Inter duas lineas quæ in proportione majores quam 8 ad 1, dare alias duas, quæ sint mediæ proportionales.

Propo-

Propositæ sint duæ lineæ A. unius partis, & B. 16. partium, jam proportio de A. ad B. est major quàm de 8 ad 1, ut jam inter has dentur aliæ duæ, quæ sint mediæ proportionales. Has ut inveniam, describo circulum DEFG, cum distantia lineæ majoris B. dividoque per medium ad angulos rectos in centro C. cum duabus Diametris DF, EG, semidiametroque CE, quam duco in infinitum, abscindo CH æqualem ad A, ducoque lineam Tena DI, factoque centro, puncto H, describo cum distantia HI arcum IK, quem medium divido cum sagitta in puncto L. supraque punctum M, ubi se intersecat cum circumferentia circuli; ibi colloco alterum pedem circini, alterum verò supra punctum F, ita firmiter tenendo noto cum altero punctum N, ponendo distantiam FN, æqualem FM, per 1. prop. quarti: & per 2, primi, ponoq; ut possum distantiam DO æqualem ad unamquamq; illarum, ducoq; lineas Asselt MN & Boschusen FO, quæ se intersecant, cumque linea Tena formarunt Triangulum PQR, neque concurrerunt simul in puncto necessitatis, prout concurrerunt in reperto antecedente.

Quia verò necesse habeo invenire punctum deperditum quæro, ponendo per 2. primi, lineam MR, æqualem ad PR basin trianguli PQR, factoque centro puncto M, scribendo cum eadem distantia MR minorem circulum RSL, ducendoque lineam rectam MS, in circumferentia, quæ occupat majorem inter sagittam & semidiametrum CF, quæ linea MS erit æqualis ad MR, per definitionem circuli, & ad PR: quo facto, pono distantiam FT ęqualem ad FS, ducoque lineam TF, adq; istam pono æqualem & parallelam DV, formoq; cum novis Boschusē FV, & Tiras TD, parallelogrammum rectangulum, TDVF, cujus Diameter DF dividit novam Asselt ST in puncto X, crucemque facit cum lineis Tena & Boschusen in puncto Y: quare per secundum corollarium reperti antecedentis omnes quatuor lineæ XY. XF, XT, XD, quæ distinguūt punctū X, erūt continuę proportionales: quare duco duas lineas Miranda & Mol, eodem modo, ut feci in eodem reperto antecedente, invenero hoc


B
16
A
1
G
N
T
Z
CC
Miranda
Rx Cu. 256.
Tiras
BB
Rx Cu.16.
C
16
F
X
D
Y
P
Mol
Tena
I
R
H
Q
AA
DD
Asselt
Boschusen
S
r
M
L
V
O
E
K

quod cupio demonstrare duas CBB.CZ. medias proportionales inter duas CH.CD. quæ sint æquales ad propositas AB, quibus abundè satisfecero. Pòst per propos. 16. sexti erit æqualis rectangulus, qui fiet de linea CBB, qui valet radicem cubicam 16. cum linea CZ, quæ valet radicem cubicam 256. ad illam quæ fiebat de linea CH, quæ valet 1, cum linea CD, quæ valet 16.

REPERTVM SEPTIMVM.

Inter duas lineas, quæ sunt in proportione minores quam 8. ad 1. dare alias duas medias proportionales.

Sint propositæ duę lineæ A 1. partis, & B duarum partium, quarum proportio B ad A est minor quam 8 ad 1, ut iam inter illas détur aliæ duæ mediæ proportionales; sic agendum. Describo circulum DEFG cum distantia lineę majoris B, quem divido per medium, & ad angulos rectos in centro C. cum duabus Diametris DF, EG. & semidiametro CE, quam duco in infinitum, præscindo lineam CH æqualem ad A; ducoq; lineam Tena DI, factoq; centro puncto H, cum distantia de HI describo arcum IK, quem divido per medium cum sagitta in puncto L, & supra punctum M, (ubi se intersecat cum differentia circuli,) per proposit. 1.4. Eucl. pono alterum pedem circini : alterum supra punctum F retinendoque firmiter illud signum ab altera parte punctum N, ponendo distantiam FN æqualem ad FM, perque eandem propos. ex puncto E pono EO æqualem ad EM, atque ita erunt æquales tres arcus FN. FM, DO, facioq; lineā Asselt NM, & Boschusen FO, quæ se interfecantes cum Tena, formant Triangulum PQR. multo aliter quàm in reperto antecedente: & ut inveniatur punctum necessitatis deperditum; quæro ducendo lineam MO, quæ secatur ad angulos rectos cum Diametro EG in puncto S. per 3.3. pro prima quæstione duco lineam QS, & inde punctum T, unde crucem facit, cum Tena facio

 line-

COROLLARIUM.

Ex hoc Reperto, ut & duobus antecedentibus declaratur error antiquorum, qui putarunt uno eodemque labore fieri, duplicationem cubi vel extractionem duarum linearum mediarum proportionalium, inter alias duas, quæ erant in proportione dupla, eo modo, quo eas extraxi in his, quam ut extrahantur ex aliis alterius proportionis; qui ipsorum error manifestè apparet per hæc tria reperta. In primo, & quod est quintum repertum, extraxi præcisè inter duas lineas, quæ in se habent justam proportionem octuplam, & sicuti veniendo ex ista proportione ut media inter genus augmentationis & diminutionis immediatè inter sua extrema eodem modo ut proportio æqualitatis, utque facit angulus rectus egrediens rectitudinem, ut det locum obtuso vel acuto, ut apparet in antecedenti, pòst necesse fuerit inde habere alias formas, utque non confundantur in operatione particulariter illis hi tribuantur numeri.

In quinto reperto appello justam proportionem.

In sexto majorem proportionem.

In septimo minorem proportionem, in quo includitur antiqua cubi duplicatio.

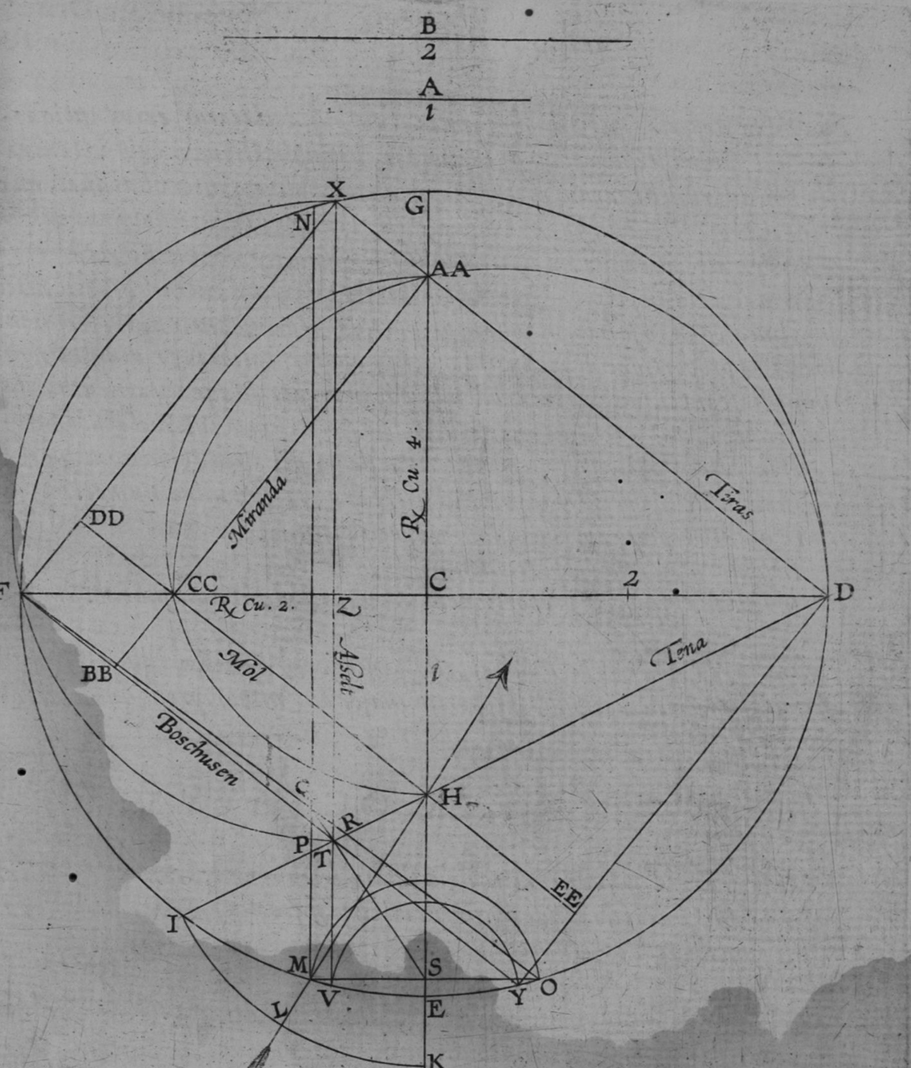
Omniaq́ tria reperta simul appello generaliter Radicem cubi, quibus adjungitur in particulari justa proportio major aut minor, prout quæstio se obtulerit.

REPERTUM OCTAVUM.

Dividere Diametrum circuli in duas partes æquales, unaq́ demonstrare omnes lineas quæ inde ducuntur ad circumferentiam esse æquales, & tale punctum esse centrum circuli.

Necesse habebo prius monere lectorem Geometricum alicujus, quod me aliquoties sollicitum habuit, & dubium; quia ignorabam causam, quare cum linea ducitur supra mensam, superficies autem

eius


B
2
A
1
X
G
N
AA
Miranda
R Cu. 4.
Tiras
DD
F
CC
C
2
D
R Cu. 2.
Z
Mol
Asselt
1
Tona
BB
Boschusen
G
H
R
P
T
EE
I
M
S
V
E
Y
O
L
K

COROLLARIUM.

Ex hoc Reperto, ut & duabus antecedentibus declaratur error antiquorum, qui putarunt uno eodemque labore fieri, duplicationem cubi vel extractionem duarum linearum mediarum proportionalium, inter alias duas, quæ erant in proportione dupla, eo modo, quo eas extraxi in his, quam ut extrahantur ex alijs alterius proportionis; quis ipsorum error manifeste apparet per hæc tria reperta. In primo, & quod est quintum repertum extraxi præcise duas lineas, quæ in se habent justam proportionem octuplam, & sicuti veniendo ex illa proportione ut media inter genus augmentationis & diminutionis immediatè inter sua extrema eodem modo ut proportio æqualitatis, utque fecit angulus rectus egrediens rectitudinem, ut det locum obtuso vel acuto, ut apparet in antecedenti, post necesse fuerit inde habere alias formas, utque non confundantur in operatione particulariter illis hi tribuantur numeri.

In quinto reperto appello justam proportionem.

In sexto maiorem proportionem.

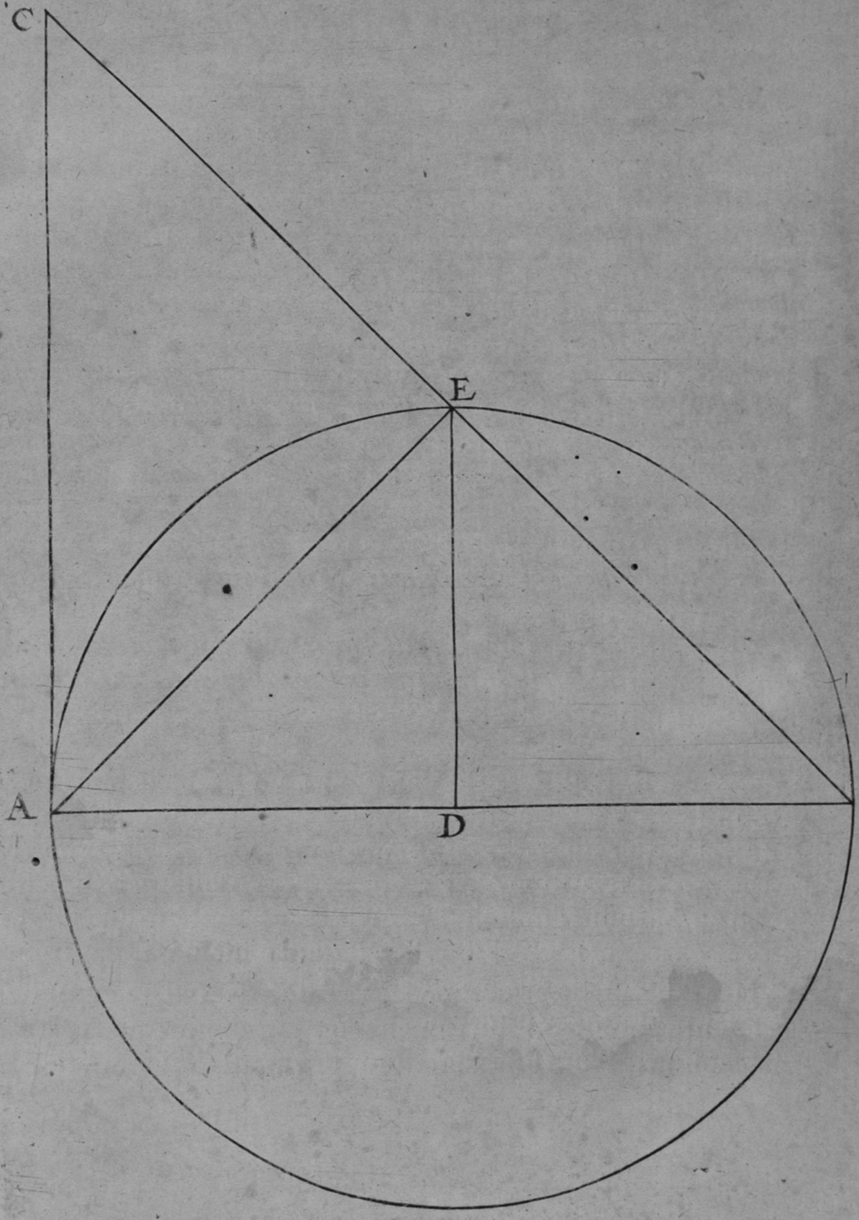
In septimo minorem proportionem, in quo includitur antiqua cubi duplicatio.

Omniaq; tria reperta simul appello generaliter Radicem cubi, quibus adjungitur in particulari justa proportio major aut minor, prout quæstio postulerit.

REPERTUM OCTAVUM.

Dividere Diametrum circuli in duas partes æquales, unaq; demonstrare omnes lineas quæ inde ducuntur ad circumferentiam esse æquales, & illud punctum esse centrum circuli.

Necesse habebo prius monere lectorem Geometricum aliquid, quod me aliquoties sollicitum habuit, & dubium; quia ignorabam causam, quare cum linea ducitur supra mensam, superficies autem


C
E
A
D
B

ejus non ſit recta, quia in illa parte ubi menſa convexa eſt, circuli deveniunt majores, cum debebãt eſſe minores, ſi delineatio fiat ſupra cõcavam. Eſtq; proba bonæ delineationis totius circuli, figura Hexagona, cum hac enim circini apertura exactiſſimè circumferentiam divides in partes 6. Quare autor eſſem ut antequam quis velit effingere figuram aliquam, hanc obſervet regulam.

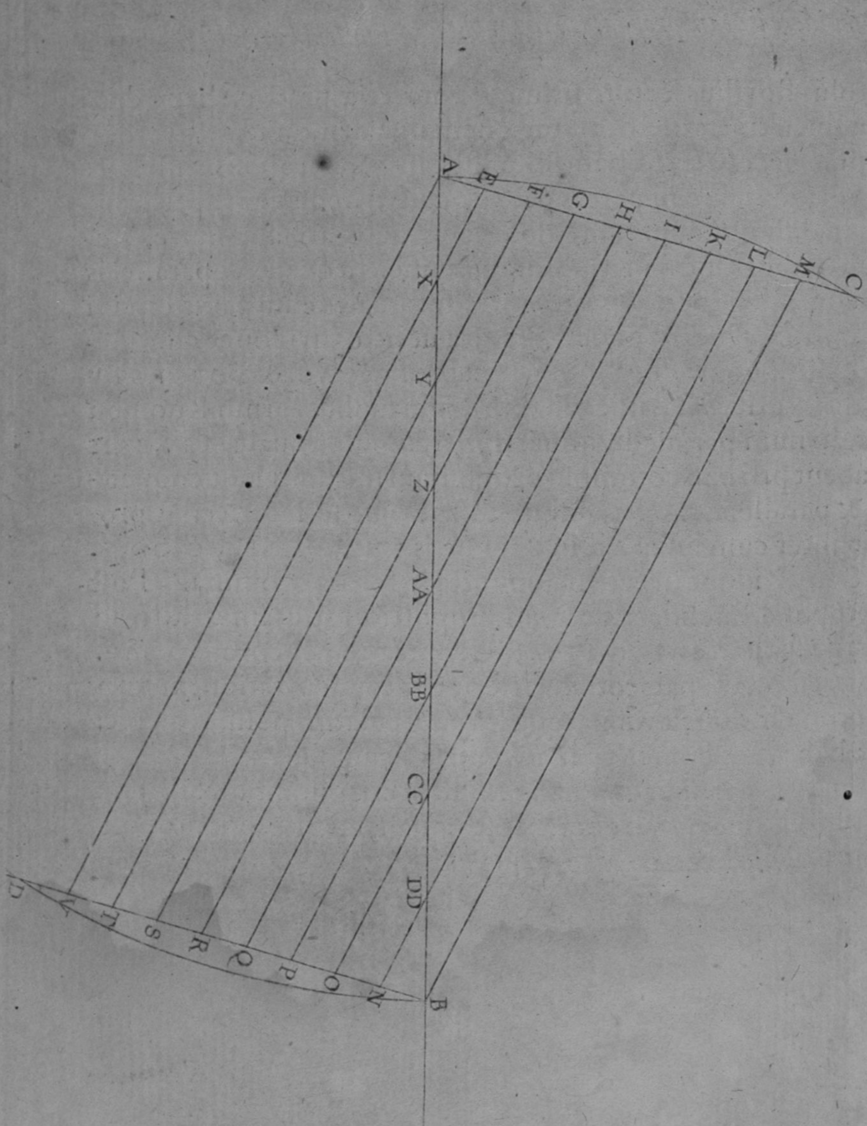
Iam ergò pono diametrum circuli AEB, diviſam mediam in puncto D ſupraque extremitatem A, erigo ad angulos rectos per propoſ. 11. primi, lineam AC, quam dico æqualem diametro AB, ducoq; lineam B C. & inde punctum D, levoque DE parallelam ad AC per 31.1. diducoq; AE, cum qua formo angulum rectum AEB per 31. tertij; quo facto, dico lineam DE mediùm dividere lineam BC in puncto E, & quarta parte circumferentiæ circuli, omneſque lineas DA DE DB eſſe inter ſe æquales, punctumque D medietatem diametri eſſe centrum; pòſt per 2. 6. eadem proportio quam tenet diameter BA cum perpendiculari AC, quia eandem æqualitatem ſervat ſemidiameter BD cum ſemidiametro vel parallela DE, perque eandem rationem eadem proportio æqualitatis, quam tenet ſemidiameter BD cum ſemidiametro DA, eandem ipſam tenet linea BE cum linea EC, è contrario per corollarium 4. 5. & quia linea AE eſt æqualis per 3, popoſ. ſexti, ad BE, ut ſit BE ad EC, diviſoq; per medium angulo recto E cum ſemidiametro ſeu parallela DE, erunt per primam communium ſententiarum omnes tres lineæ AE EB EC inter ſe æquales, ut inter ſe ſunt aliæ tres DA DE DB; pòſt ut 9. tertij docet, quando in circulo ſumitur punctum, atque inde ad circumferentiam cadant plures quàm duę lineę rectę æquales, punctum ſumptum erit centrum circuli, ut ego in circulo AEB ſumpſi punctum D, unde ad circumferentiam ductæ fuerunt tres lineæ æquales DA DE DB, erit illud punctum D centrum ſine dubio, omneſque reliquæ lineę quæ inde ducentur ad circumferentiam erunt inter ſe æquales.

REPER

REPERTVM NONVM.

Dividere lineam propoſitam in tot partes æquales, quot quis voluerit.

Carolus Bovilius capite primo Geometriæ practicæ hanc diviſionem lineæ tractat: ſed quia rationem non demonſtrat; & vero illa maximè neceſſaria ſit hanc hic adjiciam. Sit propoſita linea AB quam volo dividere in partes octo æquales, hoc ut fiat aperio circinum in diſtantiam juſtam, deſcriboq; duos arcus infinitos AC, DB, ſub quibus duco pro lubitu duas lineas æquales & parallelas AC.BD, quas divido in 8 partes inter ſe æquales cum parva circini apertura, incipiendo à punctis AB, ita ut octo diviſiones contineantur in illis, ut monſtrant EFGHIKLM lineę AC, & NOPQRSTV de BD, ducoq; duas has lineas AV, BM, cum quibus formo Rhombũ AM, BV, diviſum per medium, per duo triangula æqualia ABV, BAM quæ habent pro baſi communi propoſitam lineam AB, ducoque æquales & parallelas ET, FS, uſque ad LN, quę ſe interſecant proportionaliter cum linea AB in 8. punctis XYZ, AA, BB, CC, DD, B, quæq; eam dividunt in eadem 8 puncta in forma promiſſa. Pòſt per 2 propoſ. 6. Euclid. erit eadem proportio totius lineæ AM, ad AB, quæ de ſua parte AL ad A DD & è contrario per corollarium 4. 5. quia ML eſt octava pars totius AM, erit per eandem rationem BDD totius propoſitæ lineæ AB : atque ita particulatim poſſum dicere: Sicut ſe habet AM cum ſua parte AE: ita AB cum ſua AX. & quia ME eſt ſeptima pars AM, per eandem rationem erit diſtantia BX ſeptem octavarum partium AB, & quia AX eſt ęqualis ad BDD, erit propoſita AB linea diviſa in octo partes æquales.


A
E
F
G
H
I
K
L
M
C
X
Y
Z
AA
BB
CC
DD
B
N
O
P
Q
R
S
T
V
D

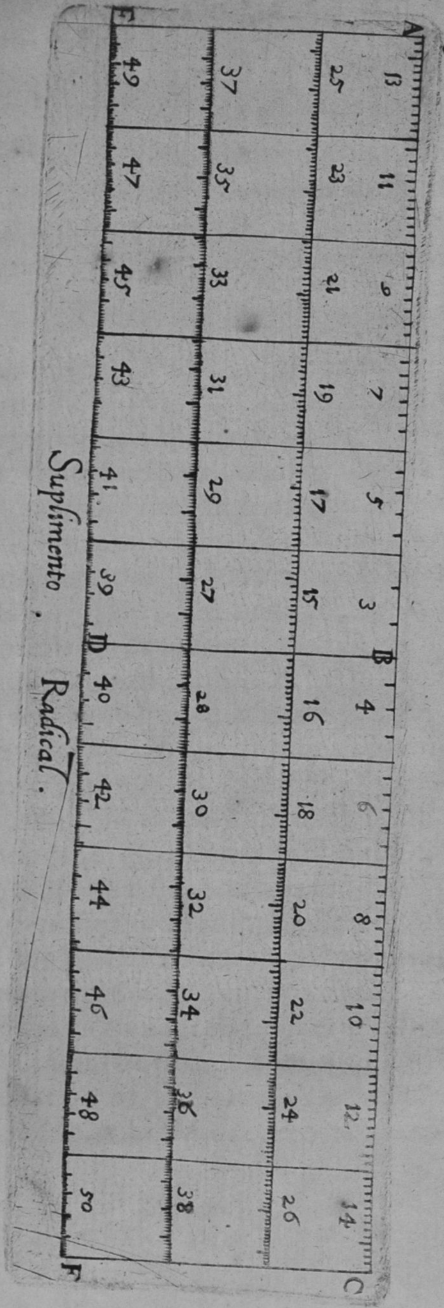
COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc evincitur, lineam esse divisibilem in infinitum, in tot enim partes quot dividuntur duæ parallelæ AC, BD, quæ in infinitum produci possunt, necessariò in tot partes proportionales dividetur linea proposita AB.

COROLLARIVM SECVNDVM.

Hic valde necessarium invenio ut fabrefiat hæc proposita regula ACEF ad formam parallelogrammi rectanguli, medium divisa per lineam BD, totaq; illa in 48 partes æquales, & unaquæq; pars ab ungue pollicis manus sinistræ hoc ordine divisa: prima quæ incipit à puncto B faciet A in tres partes, sequens in 5. altera in 7, & ita discurrendo de manu in manum in augmentatitione 2, pro toto latere sinistro BADE, usque ad ultimam quæ finit in puncto E. quam divido in quadraginta novem partes æquales, & inde ipsam B ducendo faciet C, incipiendo à prima quam divido in 4. partes, videoq; persistendo in eadem augmentatione 2. ad ultimam istius medy lateris BC, BF, quod divido in 50. ita ut in isto latere recto ponam numeros pares, & in altero impares.

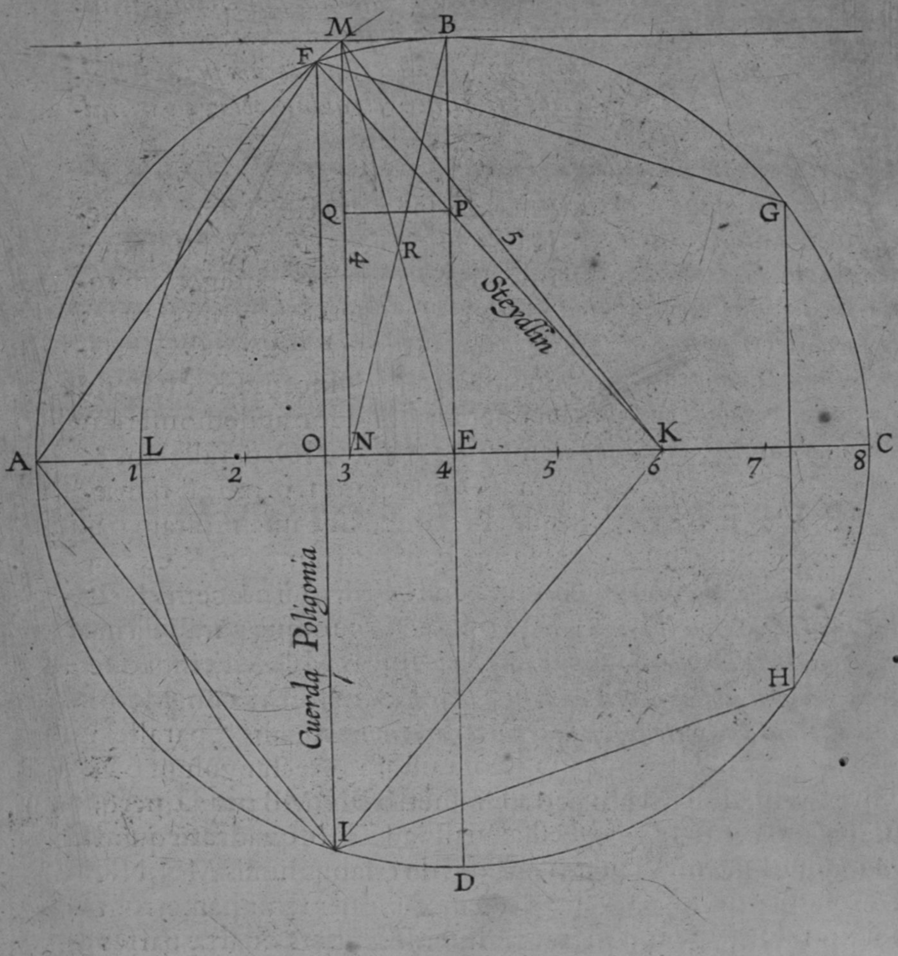
Neq; mihi visum fuit, facere plures quam 50. partes: impossibile enim ut tam minutæ divisiones oculis videantur! data ergò quavis linea sufficienter una cum circino, facillimè dabitur valor discretus tam præcisè ac si enuntiasset. Hinc ubi iam per numeros, extracta fuerit radix quadrata cubica, vel alterum cujusdam dignitatis, & ita melius dicetur quia divisiones meæ non subiectæ sunt strepitu calami, ut ita minutatim extrahatur radix Binomij vel Residui, ut monstrat Algebra fundamentum 2. & 10. lib. Euclid. à tam paucis benè intellecta; Regulam appellamus supplementum radicale.


A
B
C
D
E
F
Suplimento.
Radical.

REPERTUM DECIMUM.

Si in circulo per medium ad angulos rectos diviso cum suis Diametris, inscribatur Pentagonum regulare, atque ex uno quinque angulorum ducatur linea recta; ita ut se intersecans cum Diametro altera, finiat cum sua extremitate supra tres quartas partes alterius: ista linea erit quinta octavæ partis alterutrius Diametrorum.

Circulum ABCD scriptum supra centrum E, divido per medium ad angulos rectos, cum duabus Diametris AC, BD, alteramq; in 8. partes æquales, & per propos. 11.4. inscribo pentagonum regulare AFGHI, deque angulo F duco lineam ad punctum K tres partes diametri AC, numerando ab A lineam FK, quæ se intersecat cum altera diametro in puncto P, quam lineam FK dico esse 5. octavas partes alterutrius Diametrorum. Hoc ut demonstrem attollo ex puncto N medietatem lineæ AK, & NQ. parallelam & æqualem ad EP ducoque lineam PQ. quæ per 31. primi est tam æqualis & parallela ad E N, deq; puncto B. duco lineam infinitam parallelam ad diametrum AC, facioque centrum punctum K, cumq; distantia KF describo arcum infinitum ILFM, qui crucem facit cum octava parte Diametri AC, in puncto L, cumque parallela infinita BM, in puncto M, unde duco duas lineas MQ, ME, indeque punctum B lineamque BN, quæ se per medium secat cum ME in puncto R, quia MN una sola linea per 14.1. est æqualis & parallela ad semidiametrum BE, & parallelogrammum rectangulum BMNE medium divisum cũ alterutra Diametro BN, MB per 34. perq; octavum repertum, linea KM est æqualis ad KF, & quadratũ quod de illa fiet, erit æquale, ad illa quæ fient de duabus lineis MN, NK per 47. primi. Et quia MN, valet 4. ut sit æqualis ad semidiametrum BE, & NK valet 3. quia est medietas lineæ AK, tres quartæ partes Diametri AC, valebit 5. necessariò linea KM, idemque KF ipsi æqualis


M
B
F
Q
P
R
G
4
5
Steydlin
A
L
O
N
E
K
C
1
2
3
4
5
6
7
8
Cuerda Poligonia
H
I
D

qualis, quæ per primum corollarium secundi reperti est steydlin, si mittatur super aliquam semidiametrorum EA, EB, EC, ED, quia excessus ipsius est radix cubica, vel quarta pars talis diametri, & per consequens, quinque octavæ partes alterutrarum diametrorum AC, BD, sicut dixi.

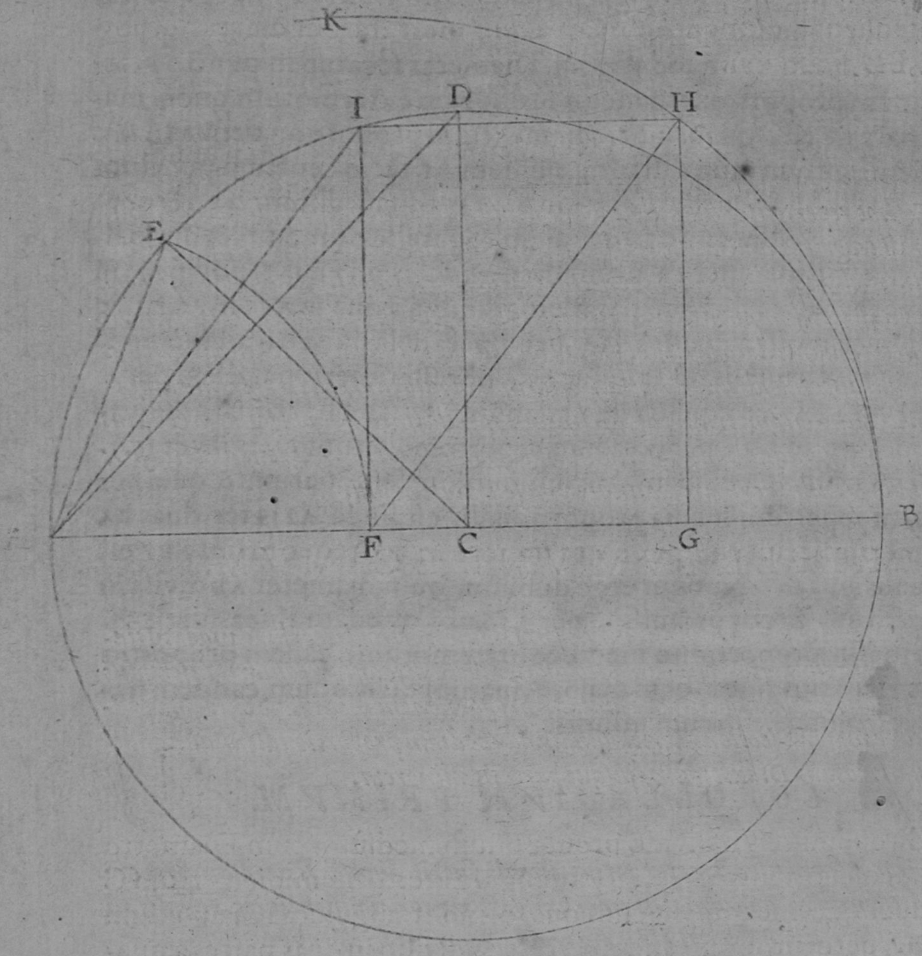
COROLLARIUM.

Ex hoc reperto itemque illo, quod Euclides docet in propos. 4 lib. 14, concluditur illa veritas multùm necessaria ad dimetiendam aream totius Polygoni regularis, estque talis: si diameter circuli ubi fuerit inserta, dividatur in octo partes æquales, sumanturque de linea recta infinita aliæ octavæ partes ejusdem Diametri, quanta latera habuerit Polygonum: deq; illa fiet rectangulum cum linea quæ ducetur ab uno ad alium duorum angulorum collateralium, cui mediam dividit Diametrum (quam lineam appello lineam Polygoni) area istius rectanguli erit æqualis ad inscriptum Polygono. Ubi nota, idem valere, sive dicas Polygonum regulare, æquilaterum seu æquiangulum.

REPERTUM UNDECIMUM.

Si ex altero duorum extremorum Diametri circuli secabit eandem Diametrum cum latere illarum octo quas habet Polygonus regularis inscriptus octagono in eo dividendo secundum proportionem medii duo extrema parteque majoris sectionis erit æqualis ad mediam proportionalem quæ cadet supra totam Diametrum ejusque partem minorem.

Circulum ADB divido prout possum mediùm, cum Diametro AB, deq; suo centro C erigo ad angulos rectos semidiametrum CD, ducoque lineam AD; cum qua formo triangulum rectangulum ACD, perq; propositionem 30 tertij, divido in duas partes æquales arcum AD, quartam partem circumferentiæ circuli, cum semidiametro CE, ita ut arcus AE sit octava pars illius: erigoque line-


K
I
D
H
E
A
F
C
G
B

am rectam AE, quæ etiam octava pars Polygoni octagoni, quam inscribo sectioni Diametri in parte AF, illi æqualem per 3. primi, erigoque lineam FI parallelam ad semidiametrum CD, ducoque AI, quam dico mediam proportionalem, inter diametrum ejusq; partem minorem AF, quod eadem Diameter secatur in puncto F, secundum proportionem medij & duorum extremorum, quoq; major pars BF est æqualis ad mediam dictam proportionalem AI. Hoc ut demonstrem cum distantia ejusdem BF facio centrum punctum F, describoque arcum infinitum BHK, positaq; distantia FG, æquali, ad FA erigo lineam GH, æqualem & parallelam ad FI, & duco lineas FH HI, quas per 33. primi dico æquales ad FG, AI, pòst per 36. formavero cum illis duo parallelogramma æqualia AFIH, FGIH. & quia linea FA est æqualis ad FG, ut est parallela linea GH ad FI, angulusque F est æqualis ad angulum G, necessariò erit parallela per 4. linea FH ad AI, & æqualia duo triangula AFI, FGH, atq; ut sit æqualis linea FB ad FH, per octavum repertum, erunt tales inter se omnes AI, FH, FB, per primam communium sentẽtiarum: & quia per quartũ repertum media proportionalis est linea AI inter duas BA diametro circuli eiusque parte minore AF parteque maiore BF est æqualis ad AI. Nullum ergo dubium, quin diameter AB divisa in puncto F, prout promisi, per 3.16. ubi quædam linea fuerit divisa in ista proportione medii & extremorum, eadem proportio quæ est totius lineæ, cum majore duarum divisionum, eandem habebit major divisio cum minori.

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc infertur, si diameter totius circuli fuerit divisa secundum proportionem medij & duorum extremorum, pars minor divisionis erit æqualis ad unum 8. laterum Polygoni octagoni regularis, qui inscribitur.

COROLLARIVM SECVNDVM.

Similiter infertur, quod juncta quadrata, quæ fient è duabus lineis AF, FI erunt æqualia quadrato, quod fiebat è sola FB, præeminentia concessa huic lineæ ejusque divisioni medij & duorum extremorum, & non ad alteram.

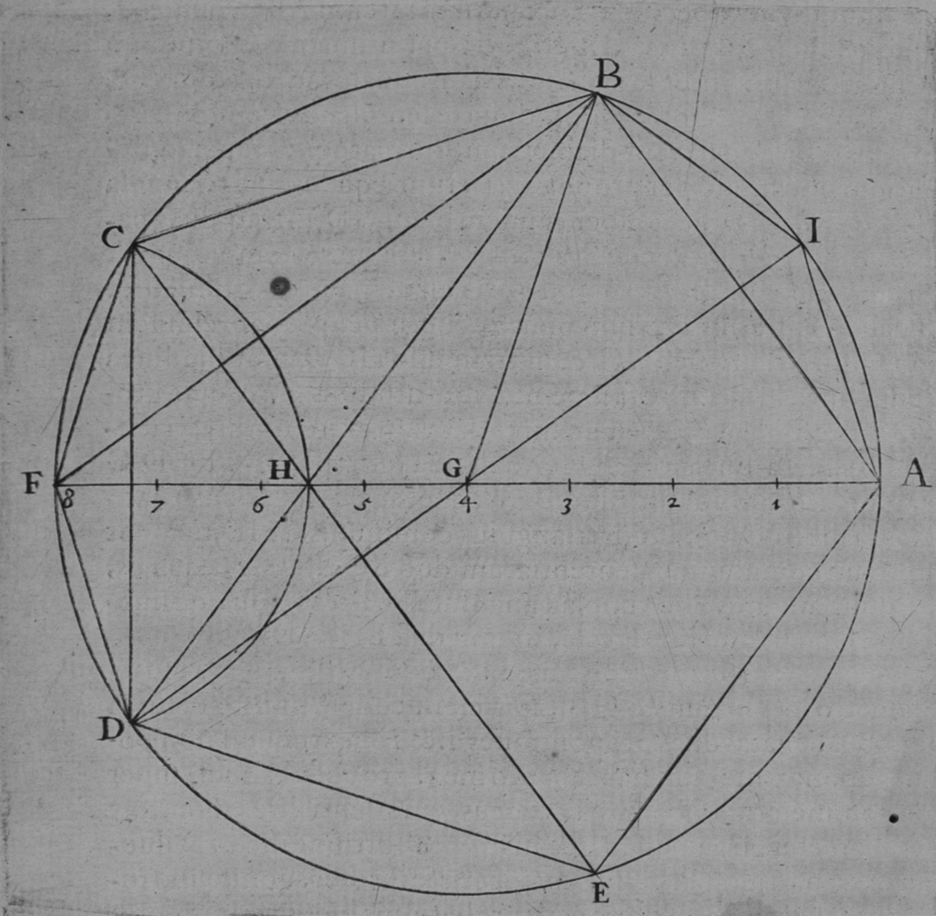
REPERTVM DUODECIMVM.

Si circulo diviso per medium cum sua diametro inscribatur pentagonus regularis, ita ut unus quinque angulorum secetur per medium cum diametro, duoque collaterales ad eam divisi, ducentur duæ lineæ ad alios duos angulos oppositos, hæ duæ lineæ ut patet ex 8. propos. 13. Euclid. se intersecant in eodem puncto secundum proportionem medij & duorum extremorum: itaq; quod demonstrare intendo, est, minorem divisionem duarum quæ secant Diametrum, esse æqualem ad unumquodque 10. laterum polygoni Decagoni regularis, qui inscribetur eidem circulo.

Circulum ABCDE divido per medium cum Diametro AF, perque propos. 11. quarti inscribo illi pentagonum regularem earundem literarum, ita ut angulus A medium secetur cum eadem Diametro, atque inde ex aliis duobus angulis B, E, suis collateralibus duco duas lineas BD, EC, ad alias duas C, D, sibi oppositas, quæ crucem faciunt cum diametro in puncto H, dividendo in unaquaque secundum proportionem medii & duorum extremorum, cumque sit altera divisionum majorum BH, EH, equalium ad unumquodq; quinque laterum eiusdem pentagoni, nullum est dubium, cum ita demonstrat propos. 8. tertii Euclid. Ergo quod ego demonstrare instituo, est, quod distantia HF, pars minor duarum, in quas divisa manet diameter AF, est æqualis ad unum decem laterum Polygoni decagoni regularis, quod possum inscribere eidem circulo. Hoc ut demonstrem duco duas lineas FC, FD, quę sunt inter se ęquales; atq; sint arcus CFD ad unamquamq; reliquarum quatuor pentagoni: Sicq; divisis per medium cũ diametro in puncto F per primum corollar. primi reperti, unaquæque illarum erit latus talis polygoni Deca-

Decagoni regularis, quod non poteſt negari. Hoc dato duco ex angulo D. novam Diametrum DI, quæ pergendo ſupra centrum G medium dividit (per idem corollarium) arcum AB in puncto I, ſtatimque duco duas lineas IA IB, quæ per primam communium ſententiarum ſunt inter ſe æquales, etiam ęquales ad alias duas FC FD, duæ ipſius Decagoni. Pòſt diducta ſemidiametro GB lineaque BF parallela ad novam diametrum, formatoque trapezio BG DF, arguo hoc modo per propoſ. 37. 1. erunt æqualia duo triangula DBG, DGF facta ſcilicet ſuper eandem baſin GD. intraq; duas parallelas GD, BF, erunt reciproca etiam latera unde componuntur per 15. 6: Quia baſis BD trianguli DBG eſt diviſa proportionaliter cum baſi FG alterius DGF, in puncto H. erit per primam ejuſdem proportionis trianguli BHG, cum triangulo HGD cum illa linea BH cum linea HD, ambæ factæ ejuſdem altitudinis G; & quia proportio lineæ BH ad HD eſt medii & duorum extremorum, erit ſine dubio eadem linea FH ad HG, quia alia duo triangula FHD, G HD, ſunt facta ſub una altitudine D. ſeque ſeparat à duobus triangulis æqualibus DBG, DGF triangulus communis GHD, manent per tertiam communium ſententiarum duo BHG, DHF, æquales, æqualiſque angulus H, ab uno, ad angulum H, alterius duaſqe lineas FH, HG, manente linea recta, ut ſunt duæ BH, HD.

Itaque diviſa in proportione medii & duorum extremorum ſemidiametro FG in puncto H. ut ipſa eſt in eodem puncto H linea BD, ſupra allegatas duas propoſitiones 1. & 16. ſexti: quod non poteſt negari, maxime cum habeam pro me 3. propoſ. 14. Eucl. ſuper quam commẽtatur Nicolaus Tartaleus, qui eſſentialiter monſtrat ſi ſemidiameter circuli dividatur in iſta proportione medii & duorum extremorum, pars ipſius major erit latus decagoni, quod inſcribetur tali circulo, majoris veró probationis hujus veritatis gratia, facio centrum punctum F, cumque diſtantia FH deſcribo FA, FD, inter ſe æquales, per 8. repertum, perq; octavam communium ſententiarum: Quo abundè ſatisfecero.


B
C
I
F
H
G
A
8
7
6
5
4
3
2
1
D
E

COROLLARIVM.

Hinc infertur; si latus Decagoni Regularis fiet supra semidiametrum alicuius circuli, in quo fuerit inscriptum; dividetur in proportione medij & duorum extremorum: è contrario, si Diameter circuli dividatur in ista proportione, major divisionum erit latus Decagoni.

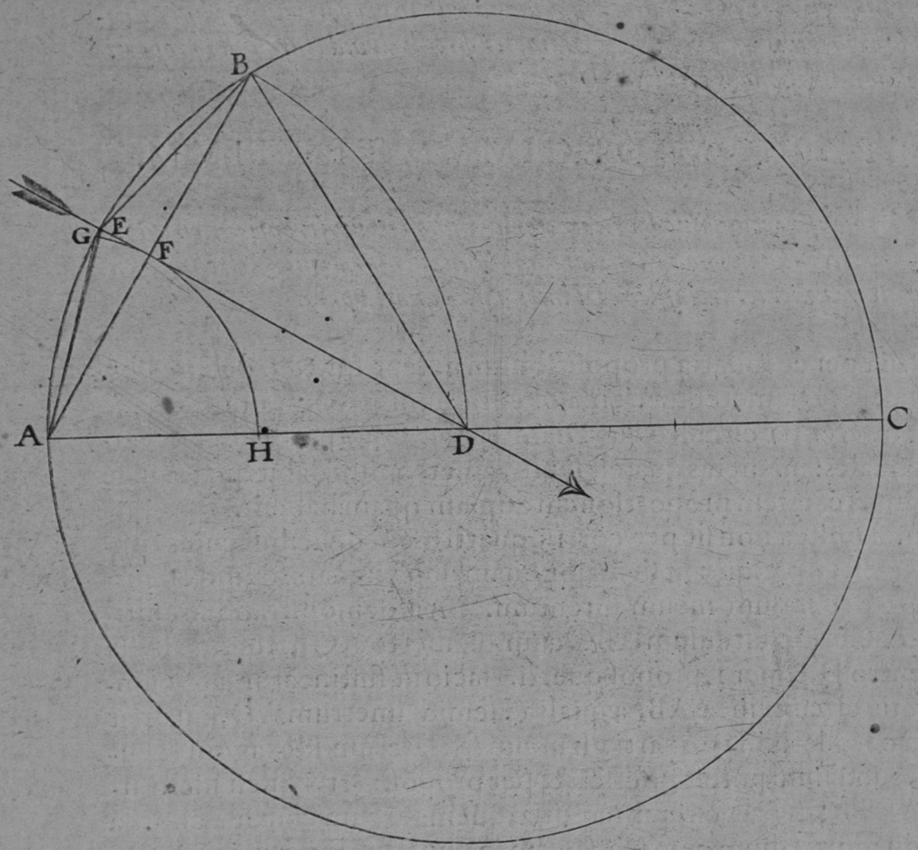
REPERTVM DECIMVMTERTIVM.

Demonstrare quomodo Diameter dividit circumferentiam circuli in duas partes æquales non est major communis mensura ejus & circumferentiæ, ut neq; medietas ejusdem Diametri neq; quarta pars.

Quia per corollaria propositionum 2. septimi, & 3. decimi libr. Euclid. Si Diameter fuerit major communis mensuræ de se ipsa & circumferentiæ circuli cujus Diameter est, eamque dividat in partes æquales: medietas quæ est semidiameter mihi dabit quater in se servantes eandem proportionem duplam quam habent.

Quod postea non fit per cor. 15. quarti mei à 6. vicibus cujus proportio est tripla, quæ ut sit major quàm duplex, manifestum est primum & secundum meum intentum. Ad demonstrandum ultimum, describo circulum ABC cum diametro AC mediùm divisa in centro D, & per 1. propos. quarti, facio ut sustineatur â circumferentia circuli lineæ AB, æquali ad semidiametrum AD, quæ per idem corollarium 15. quarti, est unum sex laterum Hexagoni regularis, quod huic potest inscribi; & per propos. 28. tertii, est idem arcus AEB sexta pars circumferentiæ, quem arcum cum sua chorda AB divido medium cum sua sagitta in punctis EF per primum corollarium 1. reperti, ducoq; duas lineas EA, EB, ut sint latera Polygoni dodecagoni, quę eidem possunt inscribi in eodē circulo, quod non potest negari, mihiq; concedendum per 3. communiū senten-

am


B
E
G
F
A
H
D
C

tiarum, lineam AF medietatem lineæ AB æqualem ad AH, medietatem semidiametri AD, & quartam partem Diametri AC; quare facto centro puncto A, cum distantia quarumcunque illarum descripsi arcũ HFG, & ducta linea AG quæ erit per 8. repertũ ęqualis ad duas AH, AF, minorq; quàm AE, latus Dodecagoni: quibus satisfecero promisso, sine pluribus demonstrationibus quæ ab 8. communium sententiarum eiusque conversa tanquam non admodum necessariç ad rem tam manifestam: quia ita clarè ad oculum patet, quod linea AG quarta pars Diametri non est æqualis ad AE latus Dodecagoni, ut debebat, ut servet cum circumferentia circuli eandem proportionem triplam, quam cum illa tenet linea AB cum medietate Diametri AC.

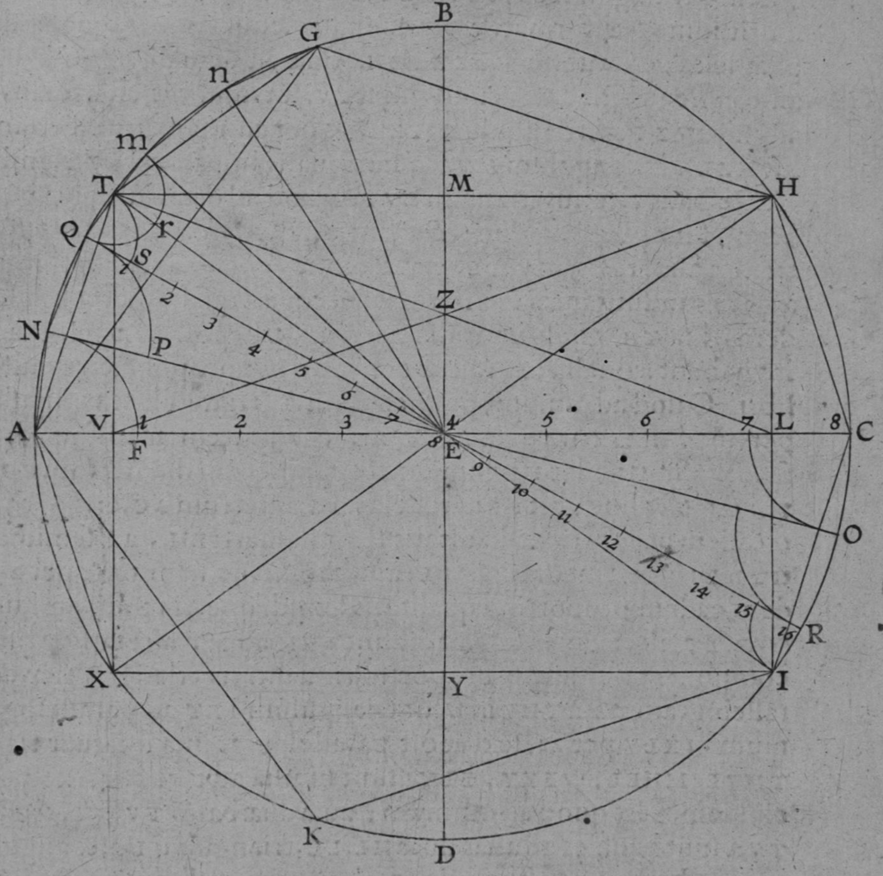
COROLLARIVM.

Hinc infertur, minimam esse proportionem duplam quam habet Diameter circuli cum circumferentia in genere augmentationis, eiusq; propria proportio tripla semidiametri ejusdem circuli cum sua Diametro & eadem cirferentia.

REPERTVM DECIMVM QVARTVM.

Inscribere alicui circulo Polygonum regulare 25. laterum & demonstrare unumquodq; illorum æquale ad octavam partem Diametri talis circuli.

Divido prout possum ad angulos rectos in centro E circulum ABCD cum suis Diametris AC, BD: ex quibus AC divido in octo partes æquales, sitque una partium AF, quam partem AF dico esse eam quæ mihi præcisè dat 25. partes circumferentiæ. Hoc ut demonstrem inscribo illi per propos. 11. quarti, pentagonum regulare AG, GH, HI, IK, KA, ita ut diameter AC medium dividat latus HI æquidistans ad Diametrum BD in puncto L, ducoque lineas CH, CI, quæ per 12. repertum sunt latera decagoni regularis, quæ possunt inscribere eidem circulo : ponoq; HM, æqualem & parallelam ad EL, ut est HL ad EM per propos. 33. primi, formoque parallelogrammum rectangulum ELHM, ducoq; duas semidiametros EH, EI, quibus formo tres triangulos inter se æquales & similes HME, FLH, ELI, ut triangulus ELI, ad ELH, per 4. ejusdem, & per 41. ut & sit triangulus HME, ad FLH, & per primam quarti extendo circumferentiam circuli ad lineam AN, æqualem ad AF, ducoque tertiam Diametrum NEO, à qua abscindo distantiam NP æqualem ad NA, per 3. primi, perq; eandem primam quarti extendo secando ad circumferentiam lineam NQ æqualem ad NP, ducoque quartam Diametrum QER. quam divido in 16. partes æquales, unamque illarum ut est QS pono æqualem lineam QT, in eadem circumferentia, ducoq; chordam TA, ad quam & ad arcum pono çqualem chordam & arcum AX, levoque TX, quæ est parallela ad Diametrum BD, & per tertiam tertii se abscindit per medium & ad angulos rectos cum Diametro AC in puncto V, ducoq; lineas HV, LT, IX, MT, producoque semidiametrum IE, ut efficiam quintam Diametrum TEI, eandemque semidiametrum HE, usque dum fiat sexta diameter XEH, arguoq; hac forma. Quod ad primum, erunt per 14. primi una solùm linea HT, duç HM. MT, ut sint in recta linea continuatæ prout sunt duæ diametri HX, IT, propter continuationem semidiametri EX, ad semidiametrum HE, & semidiameter ET ad IE. Quod ad secundum, quia sunt æquales & parallelæ 3. lineæ HT, LV, IX, per 30 primi, quia est HM ad LE, ut sunt per 33. aliæ 3. HI, MY, TX. Quod ad tertium, quia sunt inter se æquales quatuor residuæ AV, VT, CL, LH, per 3. communium sententiarum. Quod ad quartum, ut est triangulum TVH çquale ad triangulũ VTL per 37. primi, quia ambo facta super eandem basin TV, easdemque parallelas TV, HL, ut per eandem rationem est triangulum HLT ad triangulum LHV. Quod ad quintum, quia sunt æqualia duo triangula HVL, TLV, suntq; facta super eandem basin VL, factæque eædem partes erunt in eisdem parallelis VL, TH per 39. primi. Quod ad sextum, quia linea


B
G
n
m
T
M
H
Q
r
s
Z
N
P
A
V
F
E
L
C
O
R
X
Y
I
K
D
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16

nea VH, basis major trianguli VHL est divisa per medium cum altera æquali LT, cumq; linea EM æquali & parallela ad LH, in puncto Z per 2. sexti. Quod ad septimum, quia sunt inter se æquales omnes quatuor trianguli HZI, LZV, VZT, TZH, per 1 sexti, quia sub æquali altitudine L, T, formati supraque bases æquales intraque æquales parallelas, quia ut linea VZ ad ZH, quæ est æqualis una ad aliam, ambæque junctæ bases trianguli HTV, ita similiter est æqualis triangulus VZT ad triangulum TZH, & per consequens est triangulus HZL ad triangulum LZV, quia æqualis linea LZ ad ZT, ambæq; junctę, basis alterius trianguli LVT. Quod ad octavum, quia per 29. primi, sunt parallelæ duę rectæ lineæ HL, TV, cadantque supra extremas alias rectas HV, TL, erunt omnes anguli exteriores inter se æquales, ut sunt inter se interiores, eæque æquales, per 6. ut identidem duæ TH, VL, duæque diametri HV, LT, pòst ad æquales angulos habent æqualia latera & è converso per propos. 4. & 8. eiusdem libri. Quod ad nonum; quia angulus E trianguli HEI divisus est per medium cum Diametro AC, quæ item medium dividit suam basin HI, latus pentagoni & parallela ad diametrum BD, in puncto L, & linea TH est parallela ad diametrum AC, erit per 3. sexti eadem proportio æqualitatis semidiametri EH, ad semidiametrum EI, ut est media basis HL, ad alteram mediam LI, & per 2. eiusdem, eadem proportio æqualitatis semidiametri IE ad semidiametrum ET, altera linea sola, ut est linea HM ad MT altera sola linea, & composita erit eadem proportio æqualitatis trianguli IHT ad parallelogrammum THVL, sicut triangulum IXT ad parallelogrammum IXLV per 22. sext, pòst parallelogramma quatuor æqualia TMVE, MHEL, VEXY, ELYI sunt similia ad totum THXI per 24. eiusdem. Et quod ad ultimum; quia duæ bases TV, VA, trianguli TVA sunt ęquales ad alias duas HL, LC, trianguli HLC, & angulus V unius est rectus, ut est angulus L, alterius, necessarió etiam aliæ duæ bases erunt æquales AT, CH, per 4. 1. Et quia CH est latus polygoni regularis decagoni, quod potest inscribi circulo, erit eadem ratione latus AT per 1. communium sentent. & per consequens chorda TX arcusque TAX, ad aliquam reliquarum chordarum & arcus in-

inscripti pentagoni, quod non poterit negari.

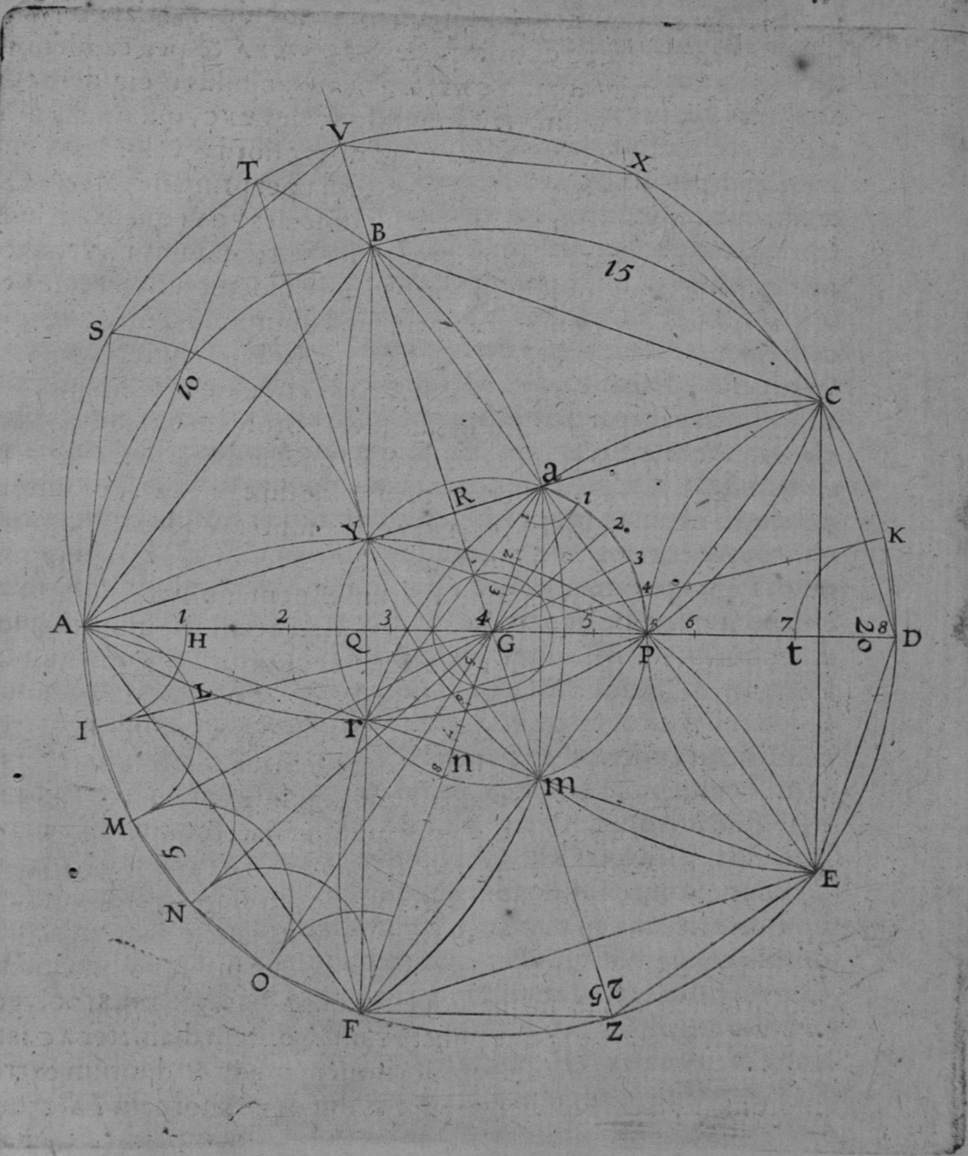
Si enim arcus ANQT qui sustentat latus decagoni AT occupat præcisè ab uno duas octavas partes cum media Diametri, ita ut alter arcus ipsi æqualis TG occupabit easdem, ita ut in totum sint quinque, atq; unaquæque illarum æqualis ad AF octavam partem Diametri AC, junctosq; duos arcus AT, TG in uno AG, erit quinta pars totius circumferentiæ, quodque factum in alijs quatuor arcubus restantibus GH, HI, IK, KA, unaquæque quinque semidiametrorum distantię AF in eadem forma quam habet cum arcu AG, qui inscribetur circulo ABCD. Polygonus regularis 25. laterum æqualium ad octavam partem Diametri ejusdem circuli: Hoc quia mihi concessum, insuperque rogatum, ut linquerem plures arcus AG delineationes; quintę partis pentagoni tanquam superfluas cum reliquis demonstrationibus; cui obtemperans, pono lineam TM æqualem ad TQ cum arcu Q r m, ducoq; Q m, atq; illi pono duas lineas æquales m n, n G, ducoque chordam TG æqualem ad TA & semidiametros EM, EN, ultimoque EG, cum qua formo sectorem AGE quintam partem totius circumferentiæ circuli ABCD. Et his satisfacio eius voluntati meoque promisso.

Secunda Demonstratio hujus Reperti.

Diametrum AD circuli ABCEF divido in 8. partes æquales & per propos. 1. quarti Euclid. extendo ad circumferentiam lineam AI æqualem ad AH octavam partem Diametri, ducoque secundum IGK, à qua abscindo partem IL æqualem ad IA & alias, per eandem propositionem, extendo ad circumferentiam lineam IM æqualem ad IL; idemque facio in circumferentia ab initio ad punctum F, in quo finiuntur 5. lineę rectę AI, IM, MN, NO, OF, quę inter se sunt æquales; pòst per primam communium sententiarum unaquæq; illarum est æqualis ad AH, & inde è centro G duco duas semidiametros GM, GN, GO, GF, statimque chordam AF, quam per eandem 1. propos. quarti pono æqualem AB & per eandem rationem pono chordam BC æqualem ad BA, & FE æqualem ad F A, &

A, & duco chordas polygoni BF, FC, CA, AE, EB, quę se intersecant proportionaliter in punctis, a. Y. r. m. P. & particulariter BF ad angulos rectos supra Diametrum AD, in puncto Q, tolloque chordam CE parallelam ad illam, ut est BC, ad AF, AB ad FC, AF ad BE, & FE ad AC, ducoque duas DC, DE inter se ęquales, ut sint æquales arcus AB, BC, ad duos AF, FE, Diameterque AD dividat mediam circumferentiam circuli, & per secundam communium sententiarum; si æqualibus ABC, AFE, jungas æquales CD, ED, omnes ABCD, AFBD, erunt ęquales. Et per tertiam: Si ab ęqualibus ABCD, AFED, demas æquales ABC, AFE, reliquæ DC, DE necessariò inter se sunt ęquales: quo facto dico arcus AF inde extensas pręcisè 5. lineas AI, IM, MN, NO OF, unamquamq; æqualem ad AH, octavam partem Diametri AD, estque quinta pars totius circumferentię circuli ABCEF, & si in unoquoque arcuum restantium AB, BC, CE, EF extendam prout possum easdem quinque lineas, quas extendo in arcu AF, erunt omninò 25. & per consequens chorda AF erit una ex illis quinque AB, BC, CE, EF, FA, quæ formant Pentagonum regulare, earundem literarum inscriptarum eidem circulo; hoc ut demonstrem ita arguo. Quod ad primū quia duæ chordæ AB BC. sunt ęquales ad AF, FE, erunt inter se quinq; Polygoni AC, CF, FB, BE, EA, ut sunt anguli qui per intersectiones fiunt tam in circumferentia circuli ABCEF quam se secans in circumferentia inscripti in punctis a, P, m, r, Y, per propos. 14. 27. 29. tertii Euclid. unde & per 29. primi erit æqualis angulus F trianguli BFC ad angulum B trianguli FBA, ut sit trapezium ABFC, facio inter duas parallelas ABFC divisoque ex angulo opposito in angulum oppositum cum duabus chordis polygoni AC, BF, quæ per 8. 13. se intersecant in puncto Y secundum proportionem medii & duorum extremorum. Per eandem rationem erit æqualis angulus C trianguli ACF, ad angulum A, trianguli CAB, uti ~~& inter~~ sese alii quatuor anguli CAF, CFA, FBC, FCB, & quia per 5. primi, illorum duo sunt æquales, B, F, quia facti supra Basin BF, trianguli Isosceles BAF, æqualisque angulus F, trianguli BFC ad angulum B trianguli

FBA,


V
X
T
B
15
S
10
C
a
R
1
2
Y
3
K
4
A
1
2
3
4
5
6
7
20
8
D
H
Q
G
P
t
o
L
I
r
n
8
m
M
5
E
N
O
25
F
Z

FBA, erit per commuhem sentẽtiam totus angulus F, trianguli Isosceles CFA, duplex ad duos æquales BFC, BFA & per eandem 5. propos. erit æqualis angulo CAF, & æqualis angulus C eiusdem trianguli ACF ad angulum F, trianguli Isosceles YFC, quia duæ lineæ inter se æquales CY FY, & æquales ad duas chordas vel latera pentagoni CB, FA, per 8. decimi tertii, & quia per primam partem 32. primi, angulus exterior FYA trianguli Isosceles FCY ęqualis ad duas lineas interiores C, F, erit similiter Isosceles triangulus FAY, habebitq; ęquales angulos supra basin AY, p 5. ejusdẽ, ut sunt inter se per 6. duo latera FA, FY: quare per primam communiũ sententiarum, erit quoq; duplex angulus A trianguli CAF ad angulum C ejusdem trianguli quem inscripsi circulo ABCEF, circumque pentagonum regulare earundem literarum, sine favore problem. 11, 4 lib. Quod ad secundum, quia sunt æquales & parallelæ duæ lineæ CY, EF, & æqualis CY ad YF, erunt per 33. primi aliæ duæ lineæ CE, YF, interque se omnes quatuor CE, EF, FY, YC, rhombi earundem literarum; & per primam communium sententiarum, erit necessariò æqualis chorda CE ad unamquamque aliarum 4. pentagoni regularis EF, FA, AB, BC, velit nolit contrarius. Quod ad tertium, intersecta semidiametro GD in puncto P cum duabus chordis Polygoni BE, FC, secundum proportionem medii & duorum extremorum, illaque ita per 12. repertum erit pars major DP latus decagoni regularis, quod inscribo circulo ABCEF, perque idem, ut & 8. erunt inter se æquales 3. lineæ DC, DB, DE, ut arcus CPE, unde erit chorda CE, quę illas sustentat cum arcu CDE, uni quinque laterum pentagoni regularis inscripti in eodem circulo, quod negari non potest; tandemque mihi concedatur oportet, si efficiam diametrum chordam polygoni AC medium divisam in puncto R, cum Diametro communi BZ, quam duco infinitam, describoque prout possum medium circulum AVC, & in quatuor lateribus AS, SV, VX, XC, 8. polygoni regularis octagoni, èque puncto Y unde eadem diameter AC iam erat intersecta secundum proportionem medii & duorum extremorum, erigo perpendicularem YT, ducoque chordam TA, atque hæc

hæc chorda erit ęqualis ad AB, A a . A m. AF datque arcum TB, a m F, per 8. repertum, ut hoc est per primam communium sententiarum ad FA, FY, FP, FE, quæ dat arcum AYPE & ad CB, CY, Cm, CE, quę reddit arcum BY m E, inq; particulari ad CY, parte majori duarum divisionum ejusdem Diametri AC per 11. repertum, ut per primum corollarium sit pars minor YA, æqualis ad chordam octagonam AS.

Póst; illa, quę ratione alicujus tertij sunt ęqualia, inter se sunt ęqualia, ut vult prima communium sententiarum: erit sine omni dubio æqualis chorda de CE ad unamquamque aliarum 4. pentagoni regularis EF, FA, AB, BC inscripti circulo earundem literarum, quibus concludam.

Hic notet Geometra figuram istam secundam esse plenam demonstrationum, quare si quas prætereo judiciosus lector eas declarabit, supra omnia commendans speculationem pentagoni a P, P m, m r, r Y inscripti circulo earundem literarum, ut & reliquarum.

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc infertur, posse inscribi cuique proposito circulo pentagonum regulare sine adjumento Euclidis vel Ptolomæi, extendendo quinquies octavam partem Diametri ad circumferentiam, ut formem quintum latus. Atq; ita similiter inscribetur Decagonus regularis extendendo quinquies 16. partem Diametri, ad circumferentiam, ut formetur decimum latus, ut & vigintagonus extendendo alijs 5 vicibus, 32. partem ejusdem Diametri ad circumferentiam, ad formandum vigesimum latus, atq; hac ratione procedemus in infinitum, per primum corollarium 9. reperti.

COROLLARIVM SECVNDVM.

Similiter, infertur octavam partem Diametri, esse communem mensuram *ſui ipſius, deq; circumferentia circuli, cujus fuit Diameter, atq; ita minor non dabitur neque poteſt dari, per primum corollarium.*

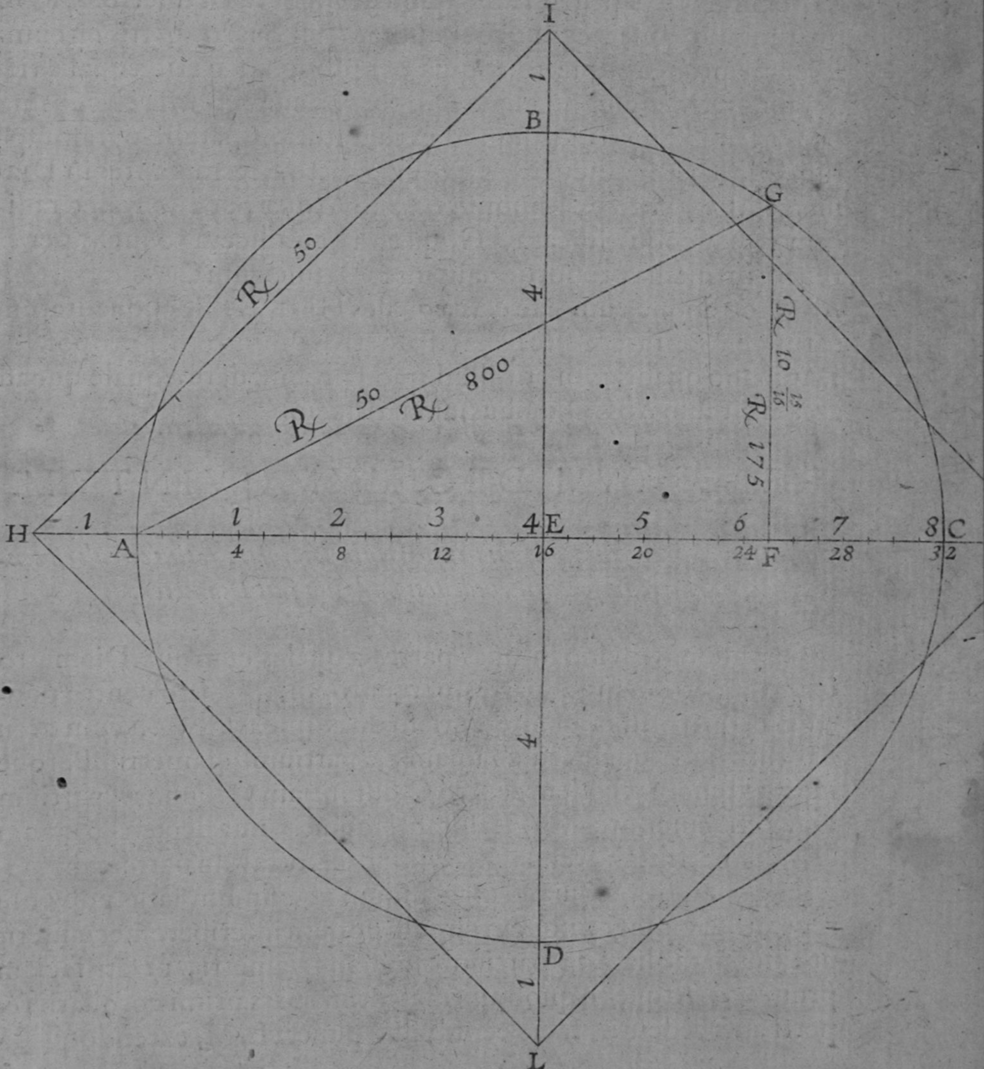
COROLLARIUM TERTIUM.

Si minor proportio, quam habet circumferentia totius circuli cum Diametro eſt tripla ſeſquioctava, dico ut 25. ad 8. in genere diminutionis, ita ſunt 8. ad 25. in genere augmentationis, comparando, eandem Diametrum cum ſua circumferentia, atq; ita major non dabitur, nec poterit dari, per parentheſin ejuſdem primi corollarij reperti 9.

COROLLARIUM QUARTUM.

Infertur item ex hoc reperto atque ex eo quod Archimedes demonſtrat in principio libri divisionum circuli, facere aream quadrati, æqualem circulo ita ſi ſupra lineam rectam habentem 25. partes, de 8, in quot Diameter dividitur erigetur in extremo ad angulos rectos alia larga 4. earundem partium, ſeu medietatis Diametri, cumq; illis fiet triangulus rectangulus, cujus area erit æqualis, ad circuli, & quia hoc facto, facillimum erit quadratum æquale ad triangulum per propoſ. ultimam 2. Euclid. ponam ſolummodo exemplum, reliqua remittendo ad 19. repertum tanquam locum proprium.

Proponatur mihi circulus ABCD, ut huic dem quadratum in area ęquale, hoc ut faciam duco duas Diametros infinitas AC, BD, quæ ſe ſecant mediùm, & ad angulos rectos in centro E, unamq; harũ AC, divido in 8. partes æquales; & quia per hoc quod docet propoſ. 32.7. infertur æquale eſſe productum multiplicationis quorumcunque duorum numerorum, ad hoc quod reſultat è multiplicatione ex medietate unius illorum, cum duplo alterius, ſeu quod procedit è tertia parte unius cum tribus duplis alterius; Erit poſtea æqualis area parallelogrammi rectanguli quæ fiet à quarta parte Diametri (ut ſunt 2.) cum tota circumferentia circuli quę per demon-

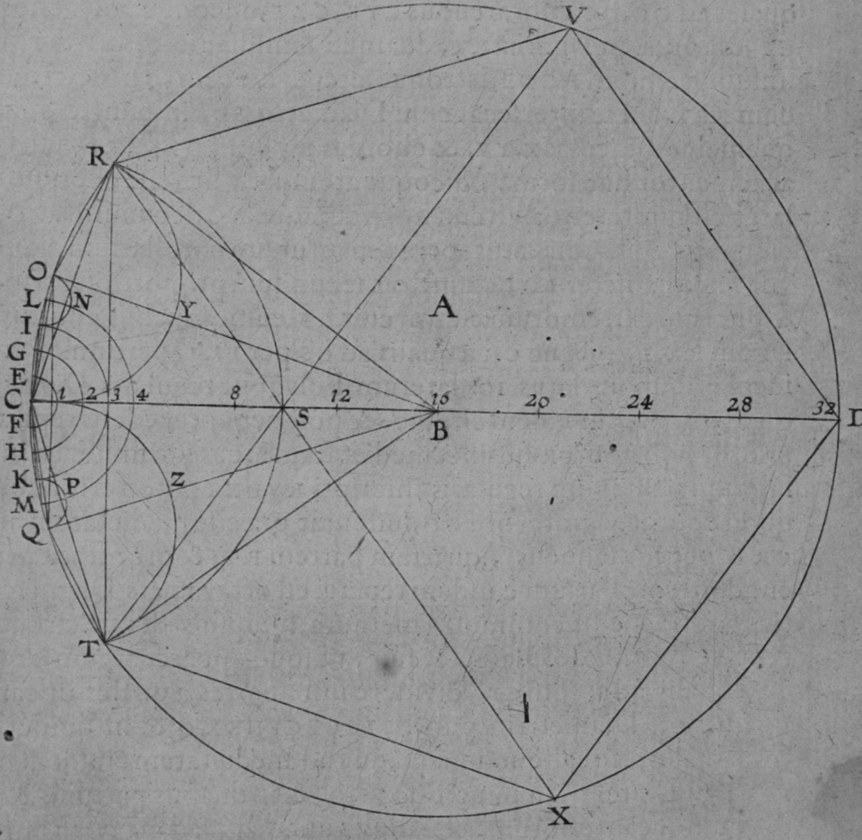

I
B
G
H
A
E
C
F
D
L
℞ 50
℞ 50 ℞ 800
℞ 10 15/16
℞ 175
1 1 2 3 4 5 6 7 8
4 8 12 16 20 24 28 32
4
4
1
1

monstratum, est 25 quibus addatur duplum 2, suntq; 4. (illudq; quod valet semidiameter) ut est 12 ½ quę est medietas circumferentiæ 25. ita demum erit æquale ad illud quod fiet de tota Diametro ut 8. (& quatuor dupla ad 2) cum 6 ¼ qui numerus est quartæ partis circumferentiæ, prodeuntque 50. & quia per propos. 41. 1. erit æqualis triangulus rectangulus qui fiet de 25. tota circumferentia circuli una cum 4. semidiametri ad aliquod numeratorum parallelogrammorum, erigo perpendicularem FG, ex puncto F terminantes in Diametro AC 6. partes & ¼ numerando ab A (quæ per 13. 6. valet radicem 10.) ducoque lineam AG, quæ valet radicem 50. ut sit per 4. repertum media proportionalis inter Diametrum CA. 8. & partem AF 6 ¼ formoque cum hac ejus æquales HI, IK, KL, KH, quadratum earundem literarum circa duas diametros infinitos per propos. 46. 1. Atq; hoc quadratum erit illud quod promisi dare æquale quoad aream circulo ABCD, quibus jam satisfacio.

REPERTVM DECIMVM QVINTVM.

Demonstrare quomodo una 32. partium Diametri, totius circuli est centesima pars circumferentiæ, videlicet unde illa fuit Diameter.

Circulum A divido in duas partes æquales cum sua Diametro CD Diametrum in 32. partes, perq; propos. 1. 4. facto centro puncto B extendo ad circumferentiam duas lineas CE, CF cum arcu EIF, singulas æquales ad C 1 unam 32. partium Diametri. Perque idem extendo ex eodem centro C. distantiam C 2. una 16. partium Diametri cum arcu G2H, distantiaque C 3 una decem partium & ⅔ Diametri cum arcu I3K. Denique C4. octavam partem diametri cũ arcu L4M, & quia ad formandum vigesimum latus polygoni regularis vigintagoni, quem circulo possum inscribere, necesse erit ut extendam aliam 32. partium ejusdem Diametri, ut satisfaciam promisso. Atque eo quod affirmat ultima pars primi corollarii reperti antecedentis, facio centra duo puncta L, M, extendoque lineas


V
R
O
L
N
I
Y
A
G
E
C
1
2
3
4
8
12
16
20
24
28
32
D
S
B
F
H
K
P
Z
M
Q
T
X

neas LO, MQ, æquales ad LI, MK per eandem primam quarti, cum arcubus INO, KPQ, ducoque chordas CO, CQ ejusque polygonia O Q duæque semidiametri BO, BQ factisque centris duobus punctis O, Q, extendo per easdem ad circumferentiam chordas OR, QT, æquales ad OC, QC, cum arcubus CYR, CZT, ducoque polygonos CR CT, & ad illas polygonia RT, duasque semidiametros BR, BT, quæ uniunt sectorem RCTB; factoque altera vice centro C describo arcum RST, qui se intersecat cum Diametro CD, in puncto S, supra quam duco lineas RX, TV, & chordas RV, VD, DX, XT: quo facto argumentor hac forma, dicoque arcum RT præcisé esse quintum latus circumferentiæ circuli A, Arcumque RC decimum latus, arcum OC vigesimum latus, per idem primum corollarium, ut sit divisa semidiameter BC in puncto S secundum proportionem medii & duorum extremorum cum arcu RST cumq; duabus chordis polygoni RX, TV; sitque CR æqualis ad CS per 12. repertum. Perque idem erit unum latus 10. laterum Polygoni regularis Decagoni, quod inscribetur eidem circulo, & pòst per antecedens repertum chorda polygôni CR sustinet medietatem arcus RT unum quinque laterum pentagoni regularis inscripti RVDXT, non erit dubium, quod chorda vigintagoni CO, sustentat præcisé medietatem arcus CR & per consequens, quartam partem RT; & propterea per secundum corollarium ejusdem reperti est octava pars Diametri totius circuli, major communis mensura sui ipsius, deque circumferentia circuli unde Diameter fuit, ubique apparet arcum OQ, qui est æqualis ad arcum CR, dividere in 10 partes æquales lineam CI unam de 32 Diametri in punctis LIGECFHKMQ & in quinq; partes æquales: æqualique unaquaque ad medietatem ejusdem octavę partis Diametri in punctis IEFKQ, & in duabus partibus & media quinque interiorum, æqualique unaquaq; ad octavam partem Diametri, in qua divisus arcus RT, ut sit duplum ejusdem arcus O Q (per primam communium sententiarum) & ad alios duos CR, CT, quibus puto me satisfecisse.

CO-

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc infertur duplicem esse chordam Polygoni Regularis viginti quinq; laterum ad Polygonum quinquaginta laterum; & quadruplam ad Polygonum regulare centum laterum: omnium trium inscriptorum in eodem circulo.

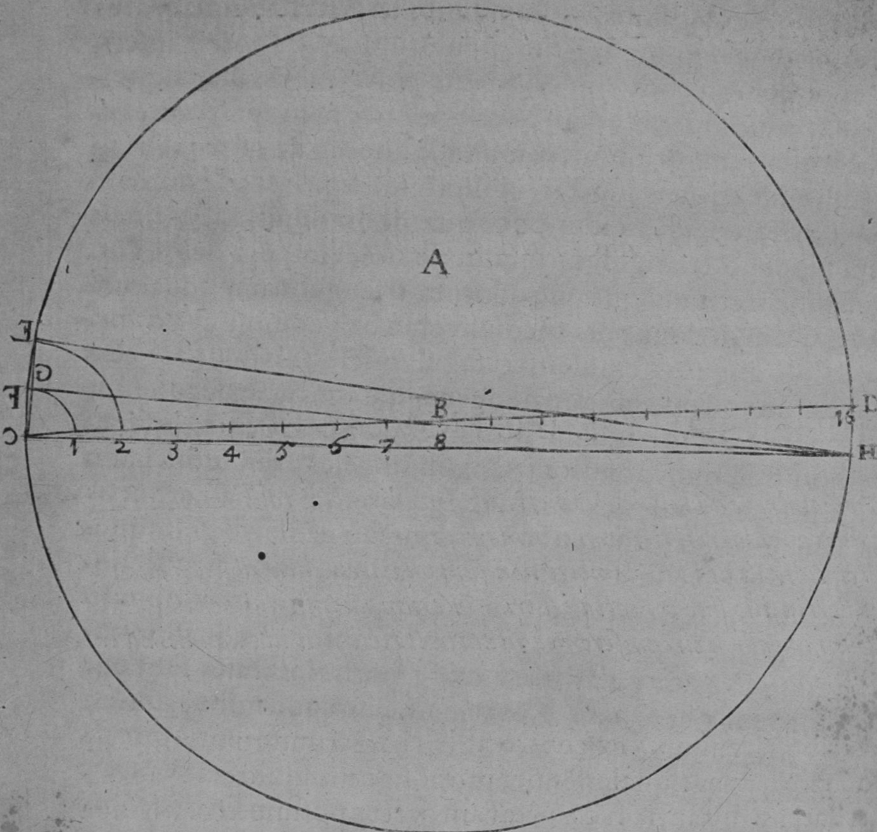
COROLLARIVM SECVNDVM.

Similiter, si Diameter totius circuli diuidatur in 64. partes æquales, una illarum dividet circumferentiam ejusdem circuli in 200. earum partium

REPERTVM DECIMVMSEXTVM.

Demonstrare quomodo Diametri, & semidiametri totius circuli efficiunt duos angulos rectos, dum contingunt extrema in circumferentia ejusdem circuli. Et ut istæ Diametri non sunt majores lineæ illarum quæ possunt fieri in illo sine contactu centri. Verum anguli, qui per istas lineas efficiunt in eadem circumferentia, tam sunt recti, ut illæ æquales ad easdem Diametros.

Describo circulum A ex centro B, ducoq; Diametrum CD, quam divido in 16. partes æquales, & per propos. 1. quarti extendo ad circumferentiam distantiam C 2. octavam partem diametri cum linea recta CE, & per eandem rectam CF æqualem ad C1, decimasexta parte ejusdem Diametri, ducoque semidiametrum BF, quæ quia medium dividit arcum CE in puncto F, dividet eadem ratione mediam chordam CE, quæ eam sustentat in puncto G per 1. corollarium 1. reperti, perque propos. 3. 3. erit eadem chorda CE medium divisa & ad angulos rectos cum eadem semidiametro BF in eodem puncto G: quo dato, dico hanc semidiametrum formare duos angulos rectos cum extremo F, in intersectione cum circumferentia circu-


A
E
G
F
C
B
D
H
1
2
3
4
5
6
7
8
16

circuli in eodem puncto, quo angulus BFE, alterque BFC, cujus demonstratio est clarissima, quia existente chorda CE dupla, • latus polygoni regularis quinquaginta angulorum, quod potest inscribi eidem circulo ad chordam CF, latus polygoni regularis quingentagoni, quod eidem etiam potest inscribi per reperti antecedentis corollarium primum, & quia alia chorda FE est æqualis ad illam ambæque ad duas junctas, ut una sola, æquales ad chordam polygonum CE erit triangulus CEF, quæ de omnibus tribus lineis formata (appello triangulum infallibile isosceles) per defin. 15. 1. perque eandem erit unaquæque duorum triangulorum æqualium FEG, FGC, quam dividunt per medium cum basi communi FG formando in solo angulo F ejusdem trianguli infallibilis duos angulos rectos: rem nunquam auditam nec excogitatam, quare secundùm nomen meum vocabo angulum Molini: & quia propositio ejusdem 1. lib. demonstrat, duos angulos trianguli Isoceles, qui supra basin sunt, esse inter se æquales, extensaque duo latera æqualia, erunt similiter æquales inter se duo anguli qui sunt sub eadem basi; linquoque demonstratum esse angulos rectos qui causantur per sectionem à chorda CE, & diametrum BF in puncto G, gestirem oppidò audire quempiam, qui mihi neget, non esse inter se æquales quatuor angulos rectos EGF, EFG, CGF, CFG, quia reipsa tales sunt per eandem 5. propos. 1. ut & per 4. 8. & 26. ejusdem, quod mihi primùm in animo, atque hos angulos ita effictos in circumferentia circuli cum extremis Diametri & semidiametri voco angulos circulares, ut verò demonstrem duo ultima, facio prout possum Diametrum ad semidiametrum BF eam extendendo ad punctum H, ducoq; duas lineas AE, HC, cum quibus formo triangulum Isosceles CHE, quo facto, dico Diametrum HF istasque duas lineas omnes tres inter se æquales, & æquales inter se angulos circulares, formatosq; supra punctum A cum suis extremis, quia existendo angulo recto E trianguli HEF, ut est angulus C, trianguli HCF per propos. 31. 3. quia facti supra duos medios circulos FEH, FCH, sitq; rectus circularis angulus diametri HF in extremo F, per posteà demonstrandum,

dum eruntque omnes tres anguli circulares C,F,E, inter se æquales per primam communium sententiarum, ut sunt, inter se, & æqualiter finiti reliqui duo trianguli CHF, FHE, eorundem triangulorum, perque eandem & conversam propositionis 4. primi, quæ est 6. æqualis Diametri HF ad unamquamque duarum linearum HE, HC, omnesque tres inter se: & quia sunt æqualia duo latera HE, EF, ad duo HC, CF duorum triangulorum æqualium HFE, HFC, quæ sunt Diametri HF, ut basis communis & angulus E unius qui est rectus, est æqualis angulo C, alterius, erit basis communis HF ęqualis unicuiq; duorum aliorum laterum HE, HC per eandem 4. propos. primi, quibus satisfacio meo promisso, lineasq; EH, CH appello collaterales videl. ad Diametrum FH.

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc evincitur finitam esse quantitatem, seu valorem angulorum jam deperditis illis quæ habebat angulus E trianguli FEG, ut perdebat angulus C trianguli FCG, angulusq; H trianguli FHE & angulus H trianguli FHC, post per ultimam partem propositionis 32, primi, est immemorabilis traditio. Triangulus totus non potest valere magis quam duo anguli recti.

COROLLARIVM SECVNDVM.

Similiter, si inter Diametrum totius circuli & quamvis duarum linearum collateralium, cujus distantia est una de 50. partibus totius circumferentiæ, altera de 16. ejusdem Diametri, cadent infinitæ lineæ ex puncto opposito, unde concurrunt duæ extremæ erunt omnes illæ cum suis angulis circularibus inter se æquales, ut inde incipiat esse finitus angulus oppositus unde ducuntur.

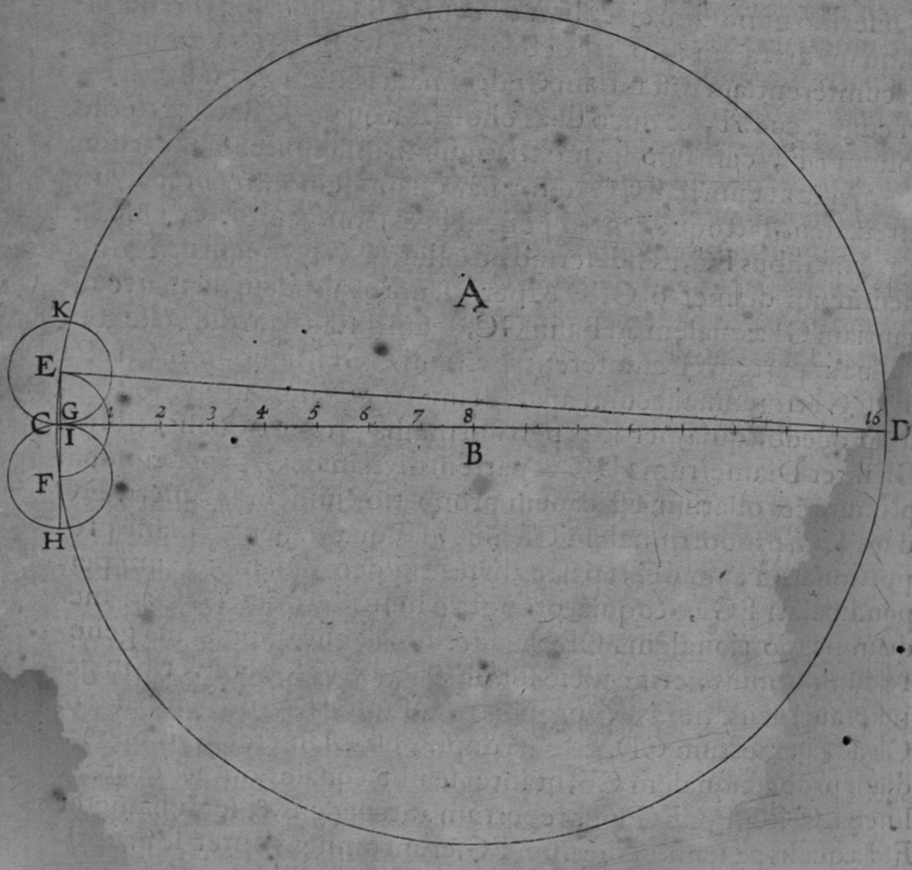
REPERTVM DECIMVMSEPTIMVM.

De-

Demonstrare centesimam partem circumferentiæ totius circuli tam esse lineam rectam, ut est trigesima secunda pars Diametri.

Describo ut possum circulũ A ex centro B facioq; diametrum C D, quam divido in 16. partes ęquales & perpropos. 1.4. extendo ad circumferentiam distantiam C1 decimam sextam partem Diametri cum arcu E1F, & duco duas chordas æquales CE, CF, & polygonum EF, cum quo formo triangulum infallibile FEC. divisum per medium cum basi CG in forma, quam demonstrat repertum antecedens, factoque centro puncto F, & semidiametris duabus lineis æqualibus FC, FG, describo circulum CGH, quem divido per mediũ cum diametro GFH & per 3.1. noto in eadem diametro distantiam GI æqualem ad Basin GC, quam distantiam dico esse centesimam partem circumferentiæ circuli CGH, tamque linea recta ut est GI trigesima secund apars diametri GH: hoc ut demõstrem ita procedo, quia per 4. repertum media proportionalis estlinea CF inter Diametrum DC, & partem divisam CG, & per ejusdem primum corollarium est eadem proportio ejusdem Diametri DC d mediam proportionalem CE, ut illa, quæ habet mediam proportionalem cum CG, parte divisa ejusdem Diametri cum perpendiculari EG, & quia proportio hujus Diametri DC ad mediam proportionalem CE est decem, seque copulat in genere diminutionis, erit eadem illa de CE ad CG & è converso in genere augmentationis, proportio GC ad CE, ut illa ejusdem CE ad Diametrum CD, & quia duplex est Diameter GH, ad mediam proportionalem CE, ut inter se sint æquales omnes quatuor lineę EC, EG, F, CFG, per repertum antecedens, & semidiameter FH æqualis ad semidiametrum FG, eruntomnes 5. inter se per primam communium sententiarum; & quia posita distantia GI æqualis ad GC, & ista GC est decima sexta pars mediæ proportionalis CE, ut est CE Diametri CP, erit distantia GC trigesima secunda

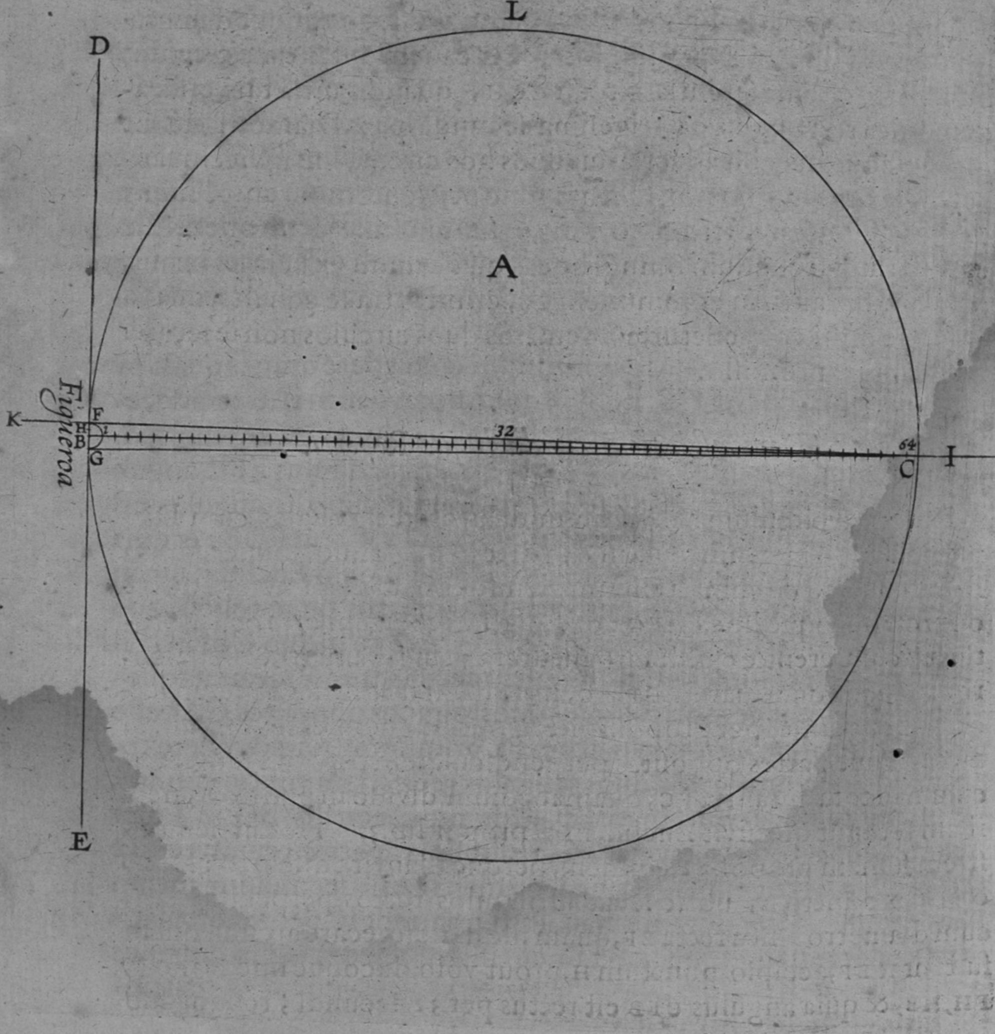
 pars


A
K
E
G
C
I
F
H
B
D
1
2
3
4
5
6
7
8
16

pars Diametri GH, & centesima circumferentiæ circuli CGH per 15. repertum, quod non poterit negari, & quia descripsi ex centro E, cum distantia duarum semidiametrorum æqualium EC, EG, circulum CGK, ęqualem ad circulum CGH, & si per 3. def. 3. non se secant ut per 2, neque abscindit Diameter DC, sequitur quod necessariò tangit duas, illæque duæ inter se in eadem distantia CG centesima parte circumferentiæ circuli CGH, quæ distantia tam erit eadem linea recta ut est GI trigesima secunda pars Diametri GH, ut dico. Neque negabit adversarius duos hos circulos se invicem tangere: ita ut se mutuo non secent, hinc per repertum antecedens omnes 4. semidiametri EC, EG, FC, FG, sunt inter se æquales, perque corollarium secundum omnes lineæ, quæ cadunt ex centris E, F, inter illam distantiam communem CG, erunt intra se ęquales, necessarióque mihi concedetur, eosdem hos duos circulos non se secare: quo satisfeci promisso.

Demonstratio Secunda hujus Reperti.

Describo circulum A divisum in duas partes æquales cum Diametro BC, diametrum verò in 64. partes æquales, unamque illarum BI extendo ad circumferentiam utriusque partis Diametri cum arcu FIG: ducoque lineam FG.: quæ per 15. repertum est 100 pars totius circumferentię ejusdẽ circuli, altera 32 suę diametri, & per 2. coroll. unaquæque duarum BF, BG, mihi dabit ducenties eandem circumferentiam, & per propos. 11. 1. erigo ad angulos rectos ex puncto B, facioque partes oppositas perpendicularem DE, quæ tangit circulum in tota distantia FG, quam medium divido in puncto B, neq; illam secat, ut quæsivit Euclid. in 2. propos. lib. 3. Hoc ut demonstrem sumam propos. 32. eiusdem, perque illam ita discurro: Duco ergo (ex puncto B, ubi se secat ad angulos rectos perpendicularis cum diametro) linea recta BF, quam ille dicit se secare arcusq; quem sustentat BF, accipio punctum H, prout volo, ducoque lineas 3. CF, FH, HB, & quia angulus CFB est rectus per 32. secundi, reliqui duo


L
D
A
Figuera
F
K
H
B
G
32
64
C
I
E

anguli FBC, CBF, sunt æquales alteri recto, omnesq; tres trianguli CFB, FBC, CBF sunt æquales ad duos, quos causat linea BF, in contactu cum perpendiculari DE in puncto B, sique separetur ab illis angulus CBF communis, manebit angulus FBD æqualis ad BCF, & quia in circulo est quadrilaterum BCFH, anguliq; ipsius oppositi CBH, CFH sunt æquales ad 2. rectos per 22. tertij, erunt duo anguli FBD, FBE, quos causat linea BF, cum perpendiculari DE, æquales ad duos BCF, BHF, eritque demonstratum angulum BCF æqualem angulo FBD. Quare necesse erit angulum FBE, qui est æqualis angulo alterno FHB &c. & quia per primum corollarium reperti antecedentis finitus tantùm est angulus BCF medietas anguli FCG. perq; idem repertum recti sunt anguli circulares in punctis F, BG, Atque illa quæ in uno sunt ęqualia, inter se sunt æqualia, per primam communium sententiarum.

In hoc iam adversarius cogitur mihi concedere omnes quatuor angulos FBE, FBD, FHB, FCB, quos formavi authoritate præceptoris nostri Euclidis, esse inter se æquales, quod non esset, si valorem haberet angulus C, si non differens esset angulus FBE anguli FBD, ut est angulus FHB anguli FCB, tamque æqualis angulus FBE ad angulum FHB, ut angulus FBD, ad restantem FCB: & quia per modò allegatam propositionem 22.3. ejusdem Euclid. juncti duo anguli oppositi FCB, FHB valent tot rectos quot reliqui duo oppositi CBF, CFB, quadrilateri BCFH. Atque hi duo CBF, CFB sunt iam recti & inter se æquales, ut sint circulares. Videamus quomodo quis mihi negabit reliquos duos angulos oppositos C, H, esse acutos, quia, per ultimam partem 32. primi, non potest valere totum triangulum, sed duos angulos rectos. Similiter confitebitur rectu esse curvum spatii BF, ut ipsius æqualis BG, & per consequens tota distantia FG centesima pars circumferentiæ circuli A: Et trigesima secunda Diametri AC secundùm meum intentum. Ita durante hac distantia tangit perpendicularis circumferentiam, neque tamen illam secat, quia angulus

extrin-

extrinsecus DFK, formatus in puncto F, ubi incipit concurrere curva cum recta, est recta, quia æqualis ad intrinsecam circularem EFB, ut est intrinseca EFK ad intrinsecam circularem CFL, omnesque quatuor anguli circa ipsum punctum F inter se æquales, & æquales ad 4. rectos, tandemque non se secant perpendiculariter, quia si se secarent fieret hoc in circumferentia, quod non fit neque ad hanc distantiam FG, quæ est æqualis ad CG ubi se tangebant duo circuli CGH, CGK, cum Diametro CD, demonstrationis antecedentis, quod tanto labore hoc invenerim, nomen ejus ut valorem indicem appello Figueroam, nomen familiæ Dominorum de Garcia.

REPERTVM DECIMVMOCTAVVM.

Demonstrare summatim, antecedentes propositiones, ex quibus aliquid probatum in repertis antecedentibus, esse finitas, quia non sunt universales ejus demonstrationes, quia tales finiuntur una cum angulis in quibus fundabantur, reliquas verò omnino falsas.

Articuli Propositionum finitarum.

1. Primùm, finita est propos. tam celebris 47. lib. 1. quam invenit Pythagoras, post lineas duas EF, EG, quibus formatur triangulus EFG medietas infallibilis, sunt inter se æquales, rectique duo anguli supra basin FG, ut tertius angulus E sit finitus, prout apparet in figura reperti 16.

2. Propositio 31. libri 6. est finita per eandem rationem.

3. Propos. 13. lib. 6. itidem erit, quia inter diametrum HF ejusdem figuræ & partem sectam FG, est per quartum repertum media proportionalis chorda EF, quæ ut sit 16. pars Diametri pono quod valeat 16. quod alio ponerem, quod valet 256. ejusdem Diametri, illique perpendicularis EG est æqualis, quam Euclides dicit quòd non valet plus quam radix 255. quia media est proportionalis inter HG, quæ

quæ valet 255. & GF quæ valet 1. quia servat EF cum FG eandem proportionem, quam retinet Diameter HF cum media proportionali FE, per primum corollarium eiusdem quarti reperti.

4. Libri tertij 35 est finita eandem ob causam, quia rectangulus qui fiebat è duabus lineis, æquales FG, GC erit maior quàm ille de HG cum GF, non erit itaque, quando secat Diametrum aliqua linea obliqua, neque ad angulos rectos.

5. Ultima propositio libri 2. patebit, si triangulus unde debebat fieri quadratum fuerit æqualis ad illum anguli finiti vel duorum ut sunt duo anguli C, E, trianguli infallibilis CEF eiusdem figuræ reperti 16. si primò non fiat parallelogrammum angulorum æqualis valoris ad illam per propos. 42. libri primi. Ergo melius erit uti reperto meo 4. quia ipsius demonstratio universalis tam ad triangulos angulorum finitorum, quàm ad illos qui habent eandem vim.

6. Octaua propos. lib. 6. cum suo corollario finita est, quia tam rectus est angulus E trianguli HEG ejusdem figuræ, reperti 16. ut est angulus G trianguli HGE, neque esse inter se æqualia duo latera HE, HG, neque per 7 propos. sexti, æquianguli omnes trianguli HEF, HGE, FGE, maximus duorum HEF, EFG, quare non erunt similes omnes tres, neq; eadem proportio HE ad EF, quæ de HG ad GE: neque contrà pars erit æqualis ad totum casum impossibilem, per 9. communium sententiarum.

7. Sexta primi libri erit finita per rationem antea dictam, quia non sunt æquales duæ lineæ HE, HG oppositæ ad duos angulos rectos E, G, trianguli EGH, debendo ita esse secundum Euclidem, ergo valebit ipsius demonstratio, si fiat comparatio laterum trianguli, cuius anguli sunt alicujus pretii, neque finitos vel ad minimum angulorum qui sint æqualiter finiti, quia ad tales se opponent necessariò, latera æqualia.

8. Penultima libri secundi talis est, quia duæ lineæ æquales EF, EG, eiusdem figuræ reperti 16. ut est Diameter HF cum collaterali HE &c.

9. Sep-

9. Septima primi talis est, quia cum triangulo EFG ejusdem figuræ, ejusque æquali CFG poterit formari parallelogrammum rectangulum, omnesque lineæ quæ inibi ducentur, erunt inter se æquales & æquales ad 4. ejusdem parallelogrammi vel trianguli EFG, CFG, per 2. coroll. 16. reperti.

10. Decimasexta ejusdem libri primi talis est, quia angulus exterior EGH trianguli EFG, ejusdem figuræ, reperti 16. est æqualis ad unamquamque duorum intrinsecorum G, F, quia perdidit valorem angulus restans E.

11. Decimaseptima ejusdem primi libri est talis, quia recti & inter se æquales sunt duo anguli oppositi F, G, ejusdem trianguli EFG.

12. Triangulus infallibilis monstrat vitium propos. 20. ejusdem primi libri, quia juncta sunt duo latera FC, FE, in rectum, ut una sola linea erunt æquales ad Basin CE, quæ respicit angulum Molina.

13. Vigesima secunda ejusdem libri 1. finita est per eandem rationem.

14. Ultima communium sententiarum dicit duas lineas rectas non claudere superficiem, dico autem ego eam posse claudere in virtute trianguli infallibilis CEF, ejusq; lineationes non verò claudent si sint parallelæ.

15. Ultima pars 21. ejusdem libri manet finita, nam si ex duobus angulis F, G, trianguli FGC figuræ 2. reperti antecedentis, erigo usque ad centrum circuli A duas semidiametros, formoque cum illis basin communem FG, triangulum est per propos. 1. 6. erit medietas ejusdem FGC ideoque finiti anguli unius, ut & reliquorum, ut sint anguli centri minoris trianguli primi, unde incipiunt finiri anguli per 2. corollarium ejusdem reperti 16. atque ita non erunt differentes anguli unius ad alteras supra eandem basin communem FG, ut putat Euclides, si non quod putet rectos tam maioris quam minoris circuli.

16. vigesima quinta eiusdem lib. 1. talis manet: nam si in Figueroa basi

basi eiusdem trianguli FGC reperti antecedentis sumantur duo puncta pro libitu, indeq; ducantur lineæ ad angulum seu punctum C, erunt tales lineæ æquales ad duas collaterales CF, CG, tamque recti supra eandem Figueroa anguli circulares unius & reliquarum, per idem corollarium reperti 16.

17. Vigesima septima primi multum patitur, quia Diameter HF reperti decimisexti cadit perpendiculariter supra Basin supra extremitatem duarum linearum rectarum æqualium & non parallelarum EF, EG, ut cadit supra alias duas CF, CG, formoque cum illis æquales angulos tam in parte interiori quàm exteriori haud secus ac si fuissent parallelæ.

18. Idem accidit 28. lib. primi per eandem rationem.

19. Idem quod dicit 29. eiusdem libri de lineis parallelis, continget etiam ad duas EF, EG eiusdem figuræ reperti 16. quæ hoc non sunt, quia ex angulo finito E veniunt.

20. Idem quod demonstrat 14. eiusdem primi libri succedit in triangulo infallibili, quia angulus rectus G, ubi se per medium dividit Basis CE cum Diametro HF est rectus, ut uterque angulorum Molina quæ concurrunt ut forment duo latera CF, EF, egrediendo ex eisdem punctis unde egreditur Basis CF, ideoque habebit ista distinctio curvum ductum, quia per curvum & rectum clauditur superficies, ut facit triangulus infallibilis duarum linearum æqualium & parallelarum, non ut notatum in articulo decimoquarto.

21. Ultima pars 31. lib. 3. manet sine fundamento: nam ut in figura secundæ demonstrationis reperti antecedentis apparet, punctum H positum inter BF, medietatem Figueroa, non est angulus, sique est ipsius oppositum C, est ac si non fuisset, quia virtutem abscondit. Atq; ita inter istos duos angulos H, C, vel ut rectius dicam punctos, non potest esse, neque est titulus maioris neque minoris, ut vult Euclides in ista propos.

Articuli Propositionum falsarum.

1. Falsa est 2. propositio 3. lib. quia linea Figueroa tangit & non secat circumferentiam circuli A figuræ antecedentis.

2. Quarta eiusdem tertii libri talis est, quia existente æquali Diametro HF figuræ reperti 16. adque ipsius duos collaterales HC HE manifestum est, si ex puncto D ducatur linea recta ad punctum F, quod ista per medium secetur cum HE, quia diameter CD æqualis ad Diametrum HF, & per primam communium sententiarum omnes 4. lineæ inter se æquales.

3. Septima eiusdem lib. tertii talis est, nam si ex puncto posito in articulo antecedente, quę secabat lineam EH cum qua proveniebat ex puncto D, ad punctum F, ducentur infinitę lineę, non erit ulla ratione major illa quæ per centrum transibit, æqualis ad collaterales, ut sunt HC, HE, ad Diametrum HF.

4. Octaua propos. 3. libri talis est, quia tam æqualis erit linea recta EGH, quæ ducitur ex puncto E per medium circuli CGH primæ figuræ reperti antecedentis, ut erunt inter se infinitates illarum quæ ex eodem puncto E, ducentur ad eundem circulum inter Figueroam CG, ut sint inter se ęquales duę lineę EC EG.

5. Undecima eiusdem tertii libri similiter est falsa quia tangendo exterius duos circulos CGH, CGK, eiusdem figuræ demonstrationis primæ reperti antecedentis in distantia Figueroa erunt sine numero lineæ, quę in illa fient ut non tangant centrum circuli CGH, ut sit tota linea divisibilis in infinitum per 1. corollarium 9. reperti, idemque eveniet, si intus describatur alter circulus, qui tangat ex aliquo puncto vel sumpto alio centro pro lubitu ex duabus semidiametris FC, FG.

6. Duodecima libri tertij eadem est, per eandem rationem.

7. Decimatertia tertii falsissima est per eandem rationem antecedentem, cumque majori evidentia.

8. Pri-

8. Prima pars 14. eiusdem tertii libri similiter est falsa, quia æquales sunt, Diameter HF, duæque eius lineæ collaterales figuræ reperti 16. sique inter istas collaterales fient lineæ infinitæ, non propterea minùs erit æqualis Diametro quę fuerit magis circa centrum B, quam illa quæ fuerit magis elongata.

9. Quinta tertii falsa est, per eandem rationem.

10. Omnium verò falsissima est perniciosa illa propositio 16. lib. 3 eiusq; corollarium, adeo ut mirum sit, tam miserè hactenus mundum cæcutiisse, quare solam hanc demonstrationē posui Figueroæ in reperto antecedente. Magis vero demiror homines tam doctos etiam hodierni sæculi, non devenisse in hanc hæresin, quod una linea recta non tangit in circumferentia magis, quam unicum punctum existendo tale quod per definitionem suam est indivisibile sine ulla loci circumscriptione: neque considerasse lineam, superficiem & corpus, unde navis constat, quæ it reditque per mundum sustentatur supra corpus & non supra punctum, quod si supra punctum sustineretur, sequetur necessariò, tale punctum esse superficiem æqualem (ad minimum) huic navi, & per consequens corpus quod esse non potest, sed contrarium potius, aliquod millena millium punctorum non possunt formare minimam partem abscissam ab alijs tot millenis millium lineę Figueroæ ultra hoc, quod sit impossibile posse fieri à manu artificis, quia per eandem rationem, & illa puncta esse cogerentur, ut est forma (si puncta fuissent aliquid) quia per 8. communium sentētiarum ivissemus supra puncta quę non sumus, quodq; Deus prohibeat, ut nec fieri potest, ut centesima pars circumferentiæ rotundissimi globi, unde elementa formantur Aqua & Terra, non sit nisi superficies eaque rectissima, quanquam alta depressaque loca, quæ se per terram monstrant, ad oculum monstrant contrarium, cū navigamus per mare quietum. Quare concedendum mihi cœlos tam firmos, prout est terra planetasque & stellas per se moveri retinentes in cursu ordinem, quem eis Deus dedit, non verò circumgyrari à motu cujusdam primi mobilis, ut finxerunt illi qui ut salvarent falsas suas apparentias dictam-

q; propositionē 16.3. ejusq; corollarium, persuaserunt nobis quod ipsis visum fuit. Denique concedat mihi adversarius necesse est, cœlos non esse plures quam tres ut habet epistola Pauli ad Corint. 2. cap. 12. qua ergo doctrina illi mihi firmitatem & immobilitatem harum demonstrabunt, ne quid dicam sententiam S. Chrysostomi reliquorumque sanctorum patrum, hominumque doctorum, prout refert Benedictus Pererius in quæstione nona secundi libri supra Genesin, neque facit mentionem S. Scriptura, Deum mandasse immobilitatem alicuius cœli, ut solis & lunæ fecit, quare ineptum erit de immensa Dei sapientia hoc statuere, ut mandat parti, hoc quod totum exequi habet necesse. Quod ad me, firmiter ego statuo credoque non esse plures quàm tres cœlos, supra quos raptus fuit S. Paulus, horumque cœlorum immobilitatem, prout demonstravi, habens pro me opiniones aliorum doctorum virorum, inter quos quidam Philastrus Brixcensis qui non veretur condemnare ut contra Fidem.

11. Propositio 11. tertii est falsa quia erunt infinitæ lineæ quæ venient à distantia lineæ Figueroæ ad centrum, ut nulla earum sit Diameter BC super quam perpendiculariter cadit linea DE, quæ tangit, non verò secat circulum A, in eadem distantia Figueroæ.

12. Decimanona eiusdem 3. item est per eandem rationem.

13. Vigesima sexta tertij itidem falsa, cum sint æquales anguli circulares Diametri HF, deque eius collaterali HE in circulo A reperti 16. non propterea sunt æquales arcus qui sustentant, sed valde inæquales, prout apparet in figura.

14. Vigesima octava tertii talis est per eandem rationem.

15. Trigesima secunda eiusdem talis est per demonstrationem secundam reperti antecedentis.

16. Trigesima sexta tertii falsa est, quia quadratum quod fiebat è linea DC, quę secundum Euclidem tangit duos circulos CGH, CGK, in solo puncto C, est major quadrato quod fiebat è parte DG, quia incipit primum tangere ex puncto G, durareq; contactum eius per totam lineam Figueoroam GC, quæ est divisibilis in infinitum

nitum per 1. coroll. repert 9.

17. Ultima propositio ejusdem tertii est conversa ad antecedentem, falsa ut illa per eandem rationem.

Sunt ergo in universum 37. propositiones, duo corollaria & ultima communium sententiarum, quæ ex elementis Euclidis impingunt, juxta id quod in hodiernum diem potui investigare, prout liqui demonstratum, ex his mendosæ sunt 6. 14. 29. primi, & ultima communium sententiarum, & finitæ aliæ 10. eiusdem libri 2. secundi: tertii aliæ 2. sexti lib. 3. una cum corollorio, aliæque 17. cumque corollario omnino falsæ, solius 3. libri; Quarum 34. propositionum, 2. corollariorum infrà particulatim faciam mentionem, numeratis primum finitis hac ratione.

Ex primo libro.

7. *Propositio, Articulus* 9.
16. *Articulus* 10.
17. *Articulus* 11.
20. *Articulus* 12.
21. *Ultima pars, Articulus* 15.
22. *Articulus* 13.
25. *Articulus* 16.
27. *Articulus* 17.
28. *Articulus* 18.
Et 47. *Hecatombes Pythag. Articulus* 1.

Ex secundo.

13. *Articulus* 8.
Ultima, Articulus 5.

Ex Tertio.

31. *Pars ultima, Articulus* 21.

35. *Art.*

35. *Articulus* 5.

Ex ſexto.

8. *Cum Corollario Articulus* 6.

13. *Articulus* 3.

31. *Articulus* 2.

Atq; hæ ſunt 17. *propoſitiones finitæ cum uno corollario.*

Falſæ Propoſitiones libri tertij.

2. *Articulus* 1.

4. *Articulus* 2.

7. *Articulus* 3.

8. *Articulus* 4.

11. *Articulus* 5.

12. *Articulus* 6.

13. *Aarticulus* 7.

14. *Dico primam partem articulus* 8.

15. *Articulus* 9.

Falſiſſima 16. *cum corollario Articulus* 10.

18. *Articulus* 11.

19. *Articulus* 12.

26. *Articulus* 13.

28. *Articulus* 14.

32. *Articulus* 15.

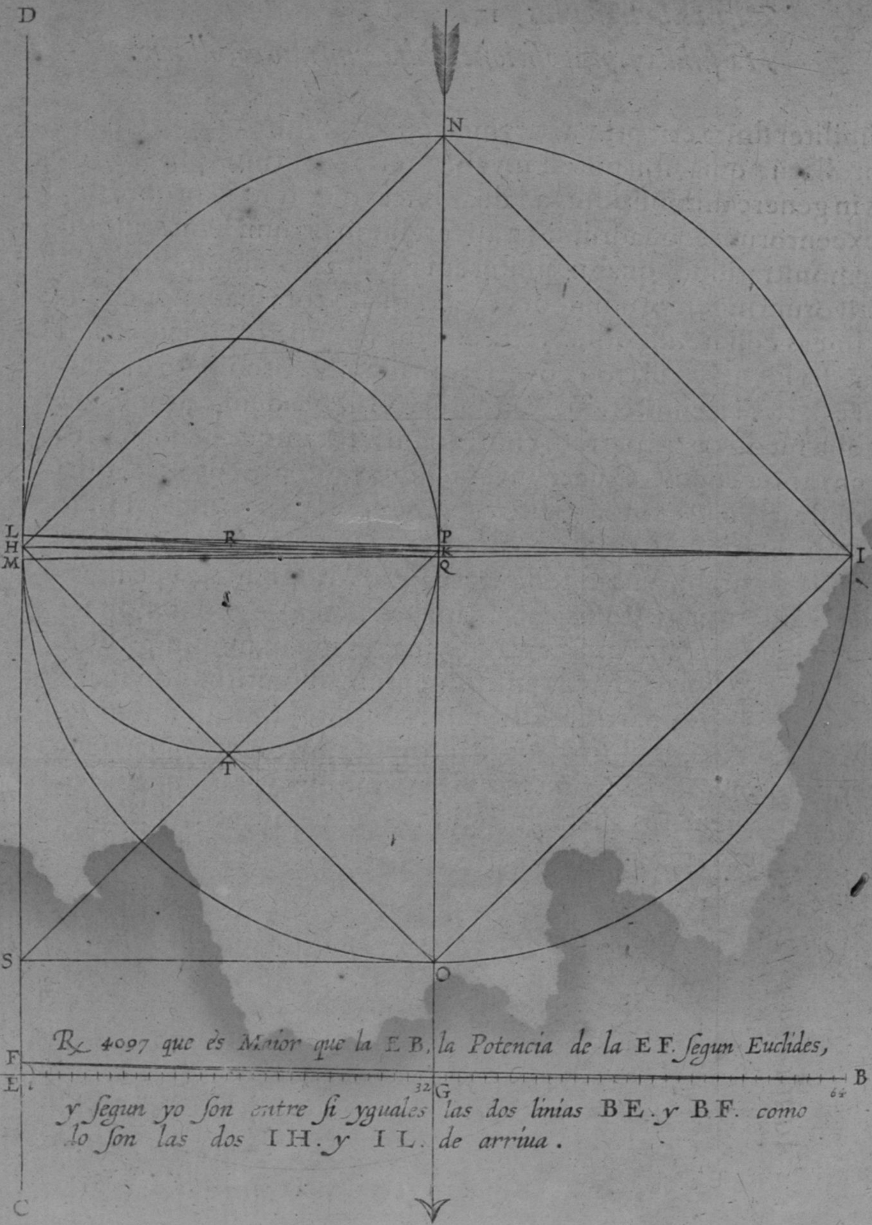
36. *Articulus* 16.

Vltima

Ultima, Articulus 17.

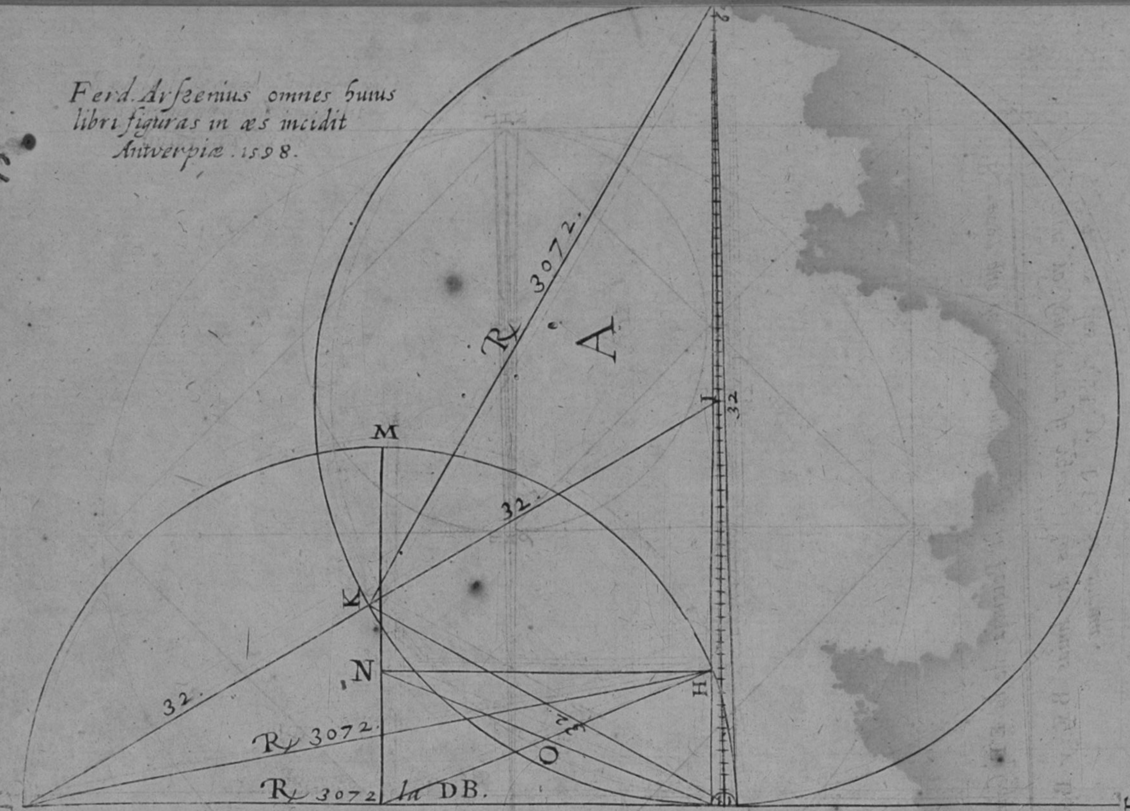
Hæ sunt 17. propositiones falsæ cum uno corollario.

Similiter finita erit prima pars mei reperti 2. ultimaq; eius secundi corollarij, quia non potest inveniri tertia continua proportionalis in genere diminutionis ad duas lineas quæ sunt in proportione sexcentorum & quadrupla ut apparebit in 1. trium figurarum (sine demonstratione) quas in posterum ponam in commodum speculativorum ingeniorum, ut deveniat ęqualis tota diameter circuli ad lineas collaterales, quia recta ascēdit ex puncto H diametri H I in media Figueroa HL ob cōversam in illam rectitudinem ducentesimæ partis circumferentiæ circuli HNIO, eadem ratione qua facit alia medietas ad partem contrariam, totamque illam per repertum antecedens. Quare inveniendum per propos. 11.6. quia demonstratio ejus non respicit angulos rectos ut hæc mea. Unde patet admonitionem hanc non inutilem Mathematicis, qui pontes construi curant, quibus fossæ sternantur. Impossibile esse metiri exactè distantiam fossæ per unam stationem (prout non ita nuper in loco maximi momenti, ubi maximum damnum propterea factum vidi) si præsertim instrumentum quo utitur non fuerit maius, quam una 64 partium latitudinis fossæ vel alterius distantię, quam velit metiri. Nihil itaque succedet, si non observet particulariter ne formet angulos finitos, nisi maximę quantitatis quam potuerit. Dico quanto magis anguli erunt æquilateri tanto meliùs latera erunt mensurata, &c.



℞ 4097 que és Maior que la E B. *la Potencia de la* E F. *segun Euclides, y segun yo son entre si yguales las dos linias* BE. *y* BF. *como lo son las dos* IH. *y* IL. *de arriua.*

Ferd. Arsenius omnes huius libri figuras in æs incidit Antverpiæ. 1598.

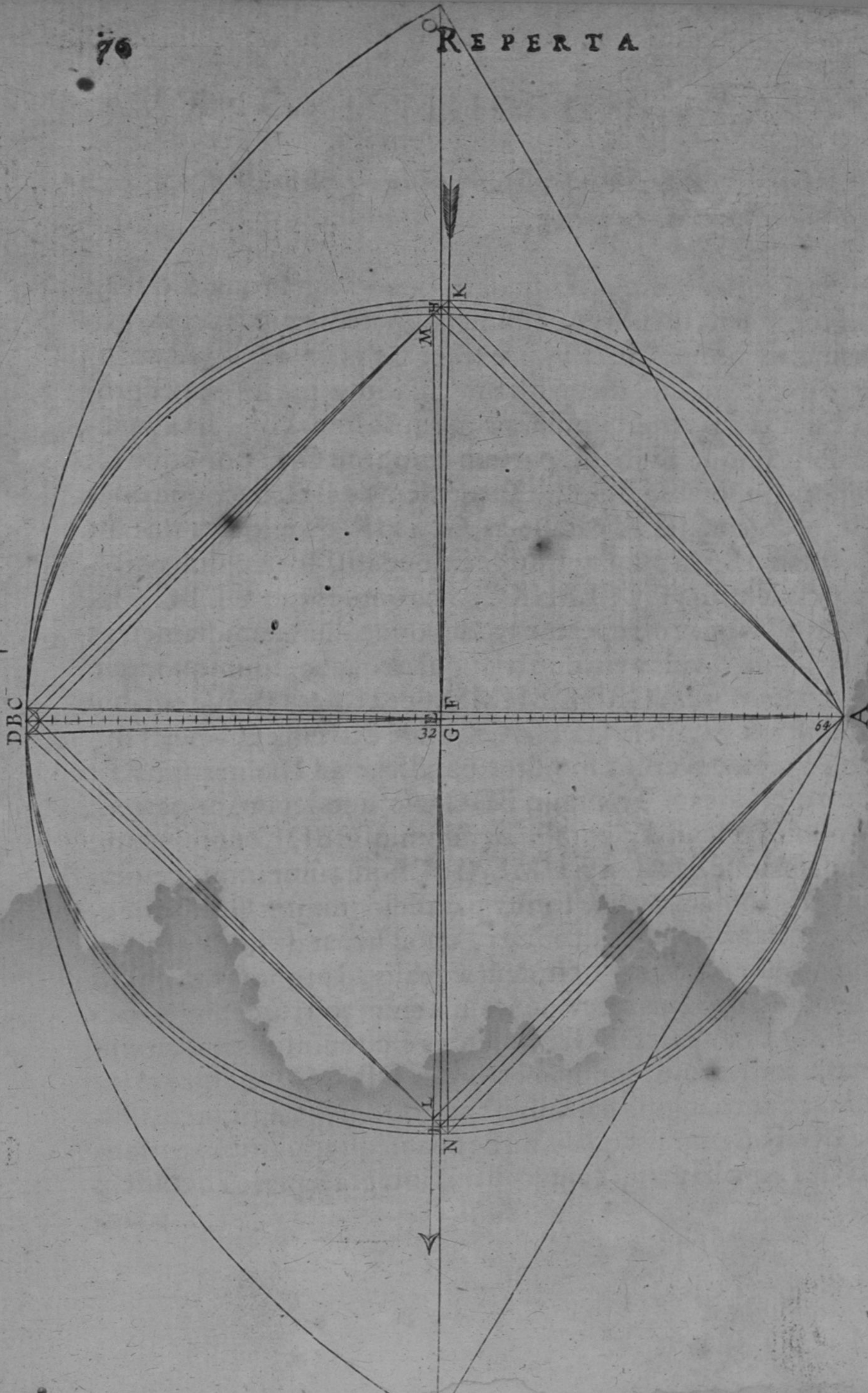


La Linia DKI. *es yqual al Diametro* BC. 64.

La KC. *vale* R. 3072. *y es yqual acadauna de las dos linias* DH.DB.

La DG. *vale* R. 3072. *mas* 1.

La. DF. *vale* R. 3072. *Menos* 1.

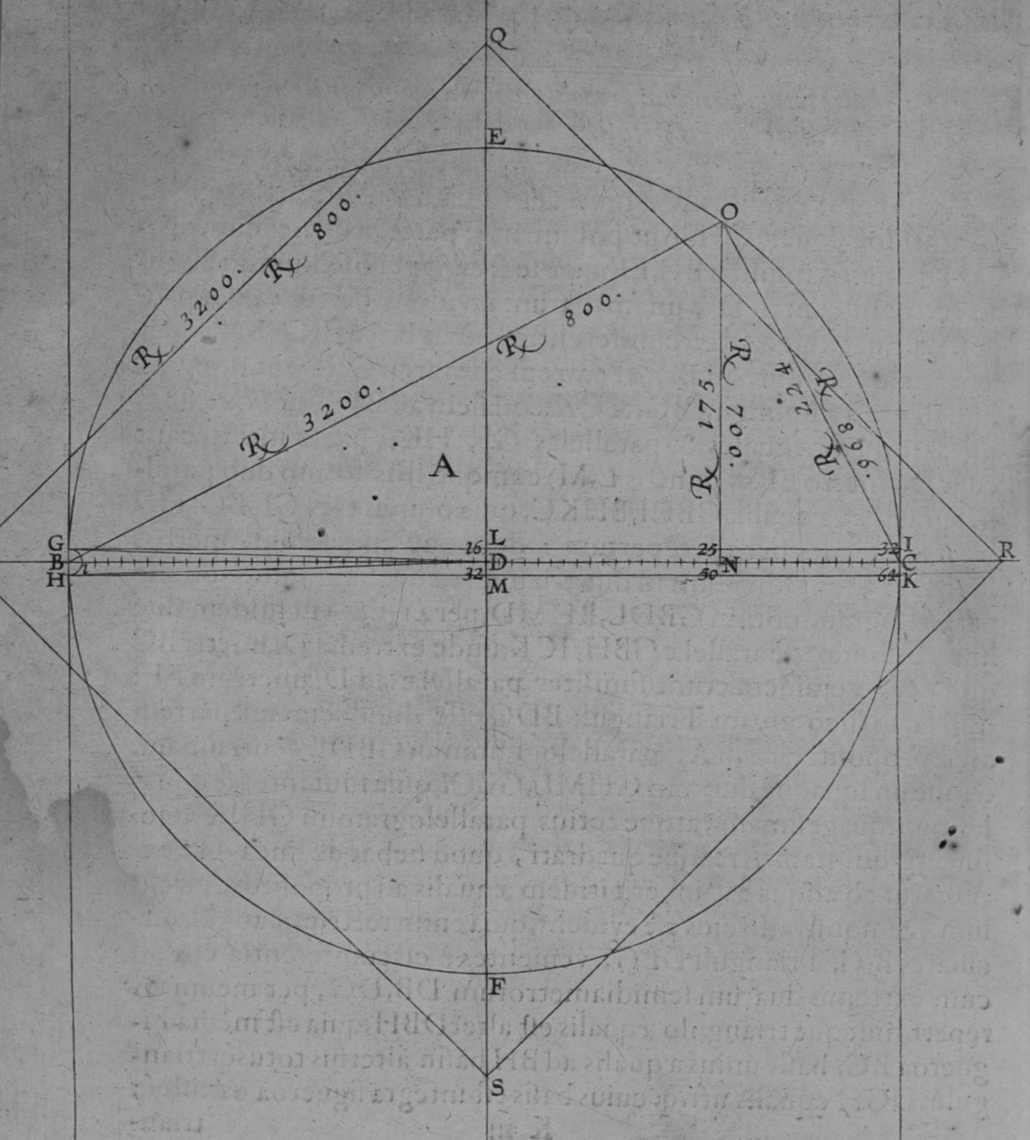

K
M
DBC
E
F
32
G
64
A
L
N

REPERTVM DECIMVMNONVM.

Quadrare totum circulum propositum, seu dare quadratum cujus area æqualis ad aream propositi circuli.

Proponatur circulus A, huic dem quadratum æquale quoad aream: Hoc ut fiat, divido ut possum in 4. partes æquales cum duabus Diametris infinitis BC, EF, quæ se secant per medium ad angulos rectos in centro D, unam illarum divido in partes 64. per propos. 1.4. Eucl. duco ad circumferentima duas lineas BG, BH æqualem unamquamque ad Br, 64. partem cum arcu GrH ponoque CI æqualem ad oppositam BG, & CK æqualem ad BH, ducoque duas lineas inter se æquales & parallelas GI, HK (quæ se intersecant cum Diametro EF in punctis L, M) cumque illis formo duo parallelogramma æqualia GBCI, BHKC, quia omnes tres GI, BC, HK inter se æquales per 16. repertum: ducoque duas semidiametros DG, DH, quæ dividunt in duo triangula æqualia unumquodque parallelogrammorum GBDL, BHMD, per 41.1. & 11. eiusdem duę lineæ infinitæ & parallelæ GBH, ICK, unde extrema Diametri BC quæ per 30. ejusdem erunt similiter parallelæ ad Diametrum EF: quo facto dico aream Trianguli BDG esse duodecimam partem areæ propositi circuli A, parallelogrammiq; GBDL centesimam, deque unaquaque duorum GHML, GBCI, quia sunt inter se ęquales, quinquagesimam, atque totius parallelogrammi GHIK vigesimam quintam. Areaque quadrati, quod fiebat de linea quæ extrahetur ab aliqua earum, erit itidem æqualis ad propositum circulum. Demonstratio ejus est evidens, quia enim recti sunt anguli circulares B, G, Trianguli DBG, venientes è circumferentia circuli cum extremis duarum semidiametrorum DB, DG, per meum 16. repert. hincque triangulo æqualis est alter DBH, quia est media Figueroa BG, basis unius æqualis ad BH basin alterius totusq; triangulus DGH ęqualis utriq; cuius basis est integra figueroa GH: isteq;

 trian-


Q
E
O
R 3200. R 800.
R 3200. R 800.
R 175. R 700.
R 224. R 896.
A
G
B
H
L
D
M
16
32
25
50
N
32
64
I
C
K
R
F
S

triangulus ad parallelogrammum rectangulum GBDL, quem dixi valere centesimam partem areæ circuli propositi A, in qua si inter Diametrum infinitam EF parallelamque infinitam GH, duco prout possum 100 parallelogramma æqualia unaquæque ad idem GBDL, areamq; istius ita compositam esse æqualem, ad eundum circulum, ut erit illa parallelogrammi quę formata inter duas parallelas infinitas GH, IK, cum 50. parallelogrammum unumquodq; ad rectangulum GB CI ad 25. ad idē parallelogrammum GHIK, pòstq; per demonstratum in 4. corollario 14. reperti, area rectanguli quæ fiebat de Diametro BC cum linea BN, 50. partes de 64. eiusdem Diametri numerando à B erit ęqualis ad dicta tria parallelogramma, perque quartum repertum educo lineam potentem, quæ erit latus quadrati quod quærebam. Et quia iam mihi concessum est ab adversario quia non invenit: erigo per 11 primi perpendicularem NO, quæ valet radicem 700. ducoque lineam CO, quę valet radicem 896. mediamque proportionalem, vel lineam potentem BO, quę valet radicem 3200, cum qua formo triangulum rectangulum ex angulis valoris BOC, deque quatuor lineis PQ, QR, RS, SP, æqualem unamquamque ad BO, formoque per 46. I. quadratum ex eisdem literis æquale quoad aream, proposito circulo A, pòst iusto numero habebunt 3200. habebitque unaquæque pro latere distantiam BI ducentesimam partem circumferentiæ eiusdem circuli. Alia autē 64. diametri, quibus satisfecero meo promisso dederoq; argumēta, demonstrationem hanc meam similem primæ 3. Archimedes in libro de diuisione circuli, quo usus sum in ultimo corollario reperti 14. ut efficiam circulum quadratum similem. Nota autem, si dividatur eadem diameter BC in 32. partes æquales, valebit eadem linea potens BO radicem 800. ut sit media proportionalis, inter eandem Diametrum & 25. eius partis divisæ in puncto N numerando à B, quadratumque quod inde fiet, erit quoad aream ęquale areæ circuli A, ut est quadratum PQRS.

COROLLARIVM PRIMVM.

Hinc

Hinc infertur, aream quadrati Diametri totius circuli esse in proportione cum area circuli, ut fuit Diameter, ut 32 cum 25. è contrario area circuli quæ fiebat è Diametro ut de 25, ad 32.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Itidem infertur, lineam Steylin 5. octavarum partium diametri totius circuli esse Semidiametrum quadrati æqualis in area eius circuli, quia positæ ad angulos rectos, ut sunt duæ Steydlin DP, DQ, supra centrum D ejusdem circuli A, valet 40. unaquæque illarum & per 47. primi, radix 3200. linea PQ, cum qua formatus triangulus rectangulus valoris PDQ.

COROLLARIUM TERTIUM.

Similiter infertur, si ad Diametrum totius circuli addatur longitudinis radix cubica, ista Steydlin erit Diameter quadrati aqualis quoad aream cum tali circulo.

COROLLARIUM QUARTUM.

Infertur itidem, Si è diametro DP totius quadrati PQRS extrahatur quinta pars BR, supraque quatuor quintas partes restantes DB describatur circulus ex centro D, iste circulus A erit æqualis in area ad idem quadratum.

COROLLARIUM QUINTUM.

Simili modo hinc concluditur, si è Diametro totius quadrati extrahatur quinta pars, quatuor partes quæ remanent erunt Diameter circuli, cujus area erit æqualis ad tale quadratum.

COROLLARIUM SEXTUM.

Infertur ex eodem, si circa circulum A figuræ sequentis, cujus centrum est punctum

punctum B, describatur quadratum GHIK per propositionem 8. quarti Euclidis, inscribaturque alter, CDEF per 6. ejusdem majus quadratum erit in proportione cum circulo ut 32. cum 28. idemque circulus cum quadrato minor ut 25. cum 16. é contrario ut descriptum quadratum sit duplex, ad inscriptum per 47. primi, triangulus mistus L valebit $1\frac{3}{4}$ unde portio M valet $2\frac{1}{4}$.

COROLLARIVM SEPTIMVM.

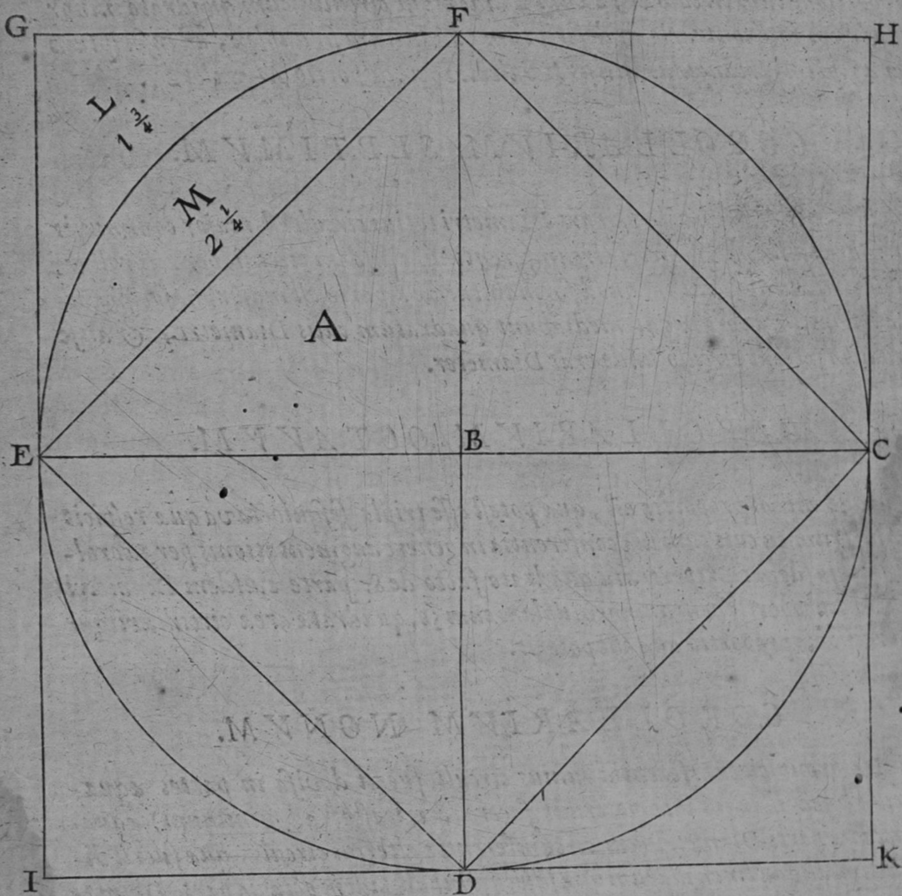
Quemadmodum octava pars Diametri totius circuli est major communis mensura ejusdem Diametri circumferentiæq; ejusdem circuli, per 2. corollar. 14. reperti, ita quadratum quod formabitur de 8. parte est major, majorq; communis mensura eorum qui mediabunt quadratum talis Diametri, & an se æqualem fecerat circulo unde erat Diameter.

COROLLARIVM OCTAVVM.

Vtque minor proportio est, quæ potest esse tripla sesquioctava quæ respicit Diametrum circuli cum sua conferentia in genere augmentationis per 3. corollarium ejusdem 14. reperti, ita quadrato facto de 8. parte ejusdem Diametri servabit proportionem quingentuplam cum 50, quadratæ areæ circuli, eritque ista minima proportio quæ esse poterit.

COROLLARIVM NONVM.

Ita prout circumferentia unius circuli fuerit divisa in partes æquales cum linea illarum quæ poterunt facere , erit ista (ad minimum) æqualis octavæ parti Diametri cum circumferentia alterius circuli, quæ fuerit divisa cum aliqua linea illarum quæ se secuerint ab eadem octava parte Diametri : Proportio quam habebit linea in longitudine quæ etiam dividet circumferentiam unius circuli cum linea quæ deviserit illam alterius duplicati, servabunt inter se quadrata vel aream unius cum quadratis vel area alterius per propositionem 20.6. ex illa siquidem scimus , lineas in longitudine duplas in potentia superficiali esse quadruplas.



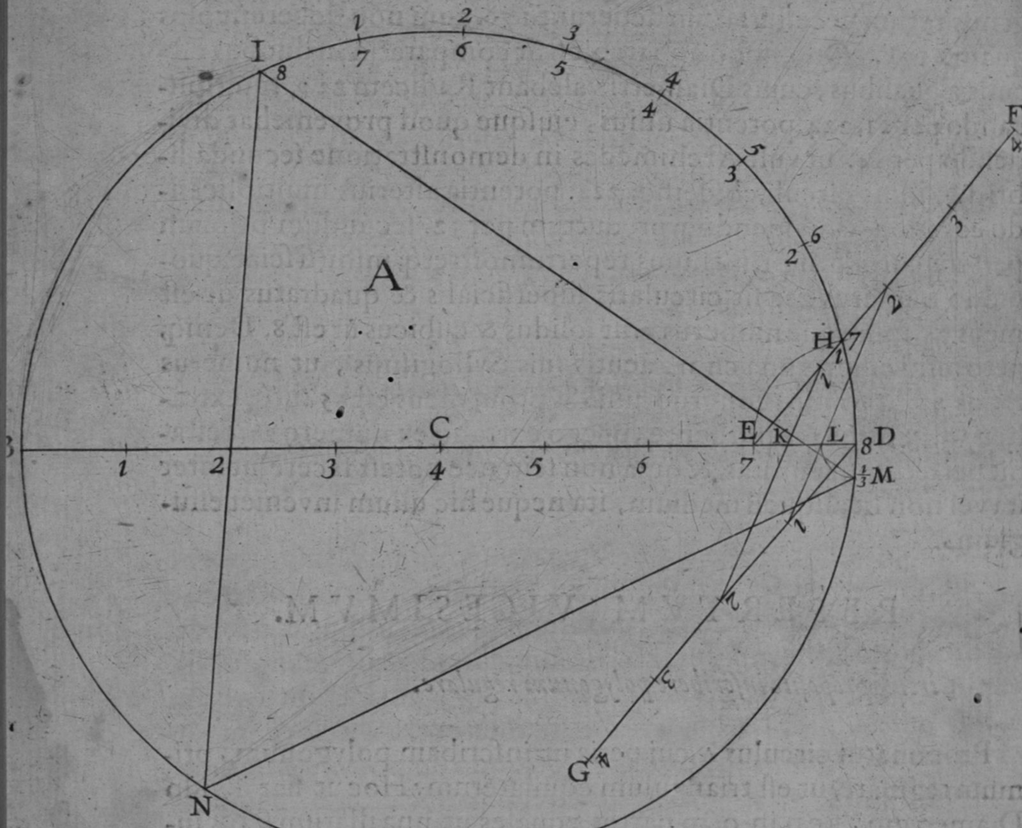
Este Circulo vale 25.
El Quadrado Inscrito en el vale 16.
El Quadrado Descrito vale 32.
El Triangulo Misto L *vale* $1\frac{3}{4}$.
La Porcion M *vale* $2\frac{1}{4}$.

Ordinet mihi quæso quis hoc modo triplam sesquiseptimam Archimedis, quæ cum ista forma concordet, quam ego formavi; cum tripla sesquioctava, eodem enim modo est medium ut ab utraque parte non est minus quatuor septimis pro 100. Dico ita qui in hodiernum usque diem vendiderunt hæreditates vel aliud aliquod genus rerum necessariarum dederunt 176. cum non deberent plus quam 175. Quomodo apparebit si sit comparatio in duobus circulis æqualibus, cujus Diametri valebant Radicem 224. multiplicando per 11, 224. potentia unius, ejusque quod proveniebat dividendo per 14. ut vult Archimedes in demonstratione secunda libri divisionis circuli, eosdemq; 224. potentia alterius multiplicando eos per 25. dividendoq; productum per 32. secundum primam partem corollarii primi huius reperti: mostretq; mihi (si sciat) quomodo numerus 22. sit circularis superficialis & quadratus ut est meus 25. ipsiusque numerus 7. sit solidus & cubicus ut est 8. Deniq; peto mihi efficiat una cum acutis suis Syllogismis, ut numerus ipsius 22. sit primus congruorum, prout meus est 25. utq; extrahendo ex primo congruente, ut ego extraho ex numero 24. restabit perfectissima unitas, & quia non scit (nec potest facere) ut inter ita vel non sit aliquod medium, ita neque hic ullum inveniet effugium.

REPERTVM VIGESIMVM.

Circulo proposito inscribere polygonum regulare.

Proponatur circulus A, cui petis ut inscribam polygonum primum regulare, ut est triangulum ęquilaterum: Hoc ut fiat divido Diametrum BCD in octo partes æquales ut una illarum si DE indeque extrema seu puncta duco per 9. repertum duas lineas parallelas EF, DG, quas divido in tot partes ęquales quot libuerit, quo facto, investigo quot de 25. circumferentiæ ejusdem circuli una-



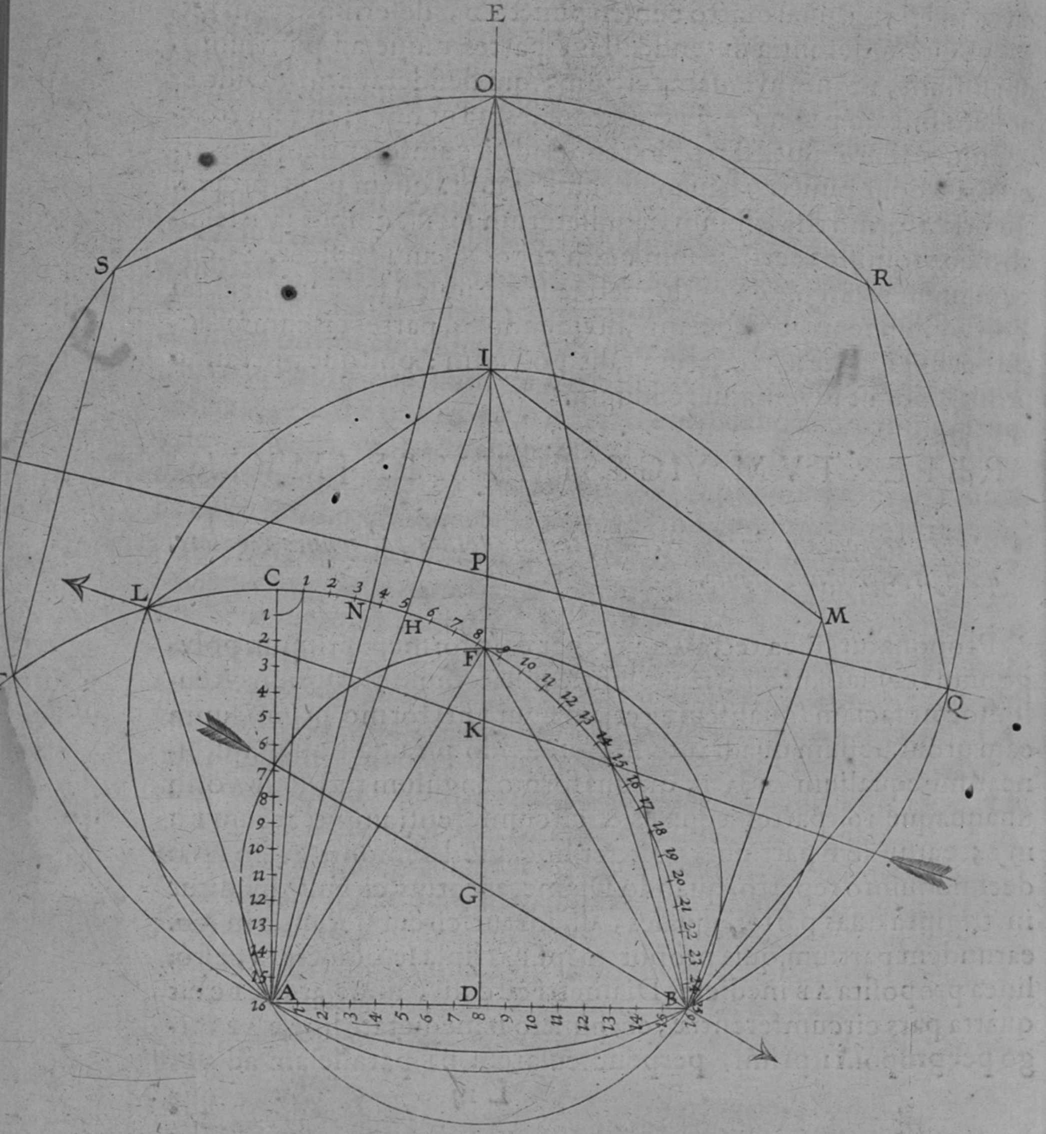
I
8
A
B
C
D
E
K
L
H
F
G
M
N
1
2
3
4
5
6
7

quęq; æqualis ad DE, occupabit unumquodque trium laterum trianguli, dividendoque dictos 25. per 3. invenio præcisè octo partes cum una tertia, quare facto centro puncto D, describo arcum EH, inque circumferentia extendo illas 8. partes usque ad punctum I, ubi finiunt, utque inveniam tertium, qui desiderabatur, divido eandem lineam DB in tres partes æquales, ita ut docui in reperto 9. unamque illarum, ut est DL, extendo ad circumferentiam cum arcu LM; èque puncto M duco lineam MI supra quam per 1. propos. lib. primi formo triangulum æquilaterum IMN, quibus satisfecero meo promisso; certissimum enim ter octo cum $\frac{1}{3}$ efficere 25. circumferentiæ circuli, cujus diameter est 8. Sique à me petatur aliud Polygonum regulare efficiam, dividendo 25, partes circumferentiæ per quantitatatem laterum talis polygoni: postque operando prout supra, ut inveniatur residuum.

REPERTVM VIGESIMVM PRIMVM.

Supra propositam lineam rectam formare totum polygonum regulare, quod sit inscriptum circulo.

Proponatur linea recta AB, ut super eam formem primum polygonum regulare, ut est triangulum æquilaterum inscriptum circulo; hoc ut faciam (qualiscunq; etiam figura sit) formo primò supra eam prout possum quadrantem ABC, dividoque unamquamque linearum æqualium AB, AC, quibus formo angulum rectum BAC, in unaquaque 16. partes æquales & circumferentiam vel arcum BC in 25. earundem partium, pòst per hoc quod demonstravi in meo decimoquinto reperto, quando Diameter totius circuli dividitur in triginta duas partes ęquales, dividetur circumferentia in 100. earundem partium, quia proportio ipsius tripla sesquioctava, estq; linea proposita AB medietas Diametri circuli, unde arcus BC est quarta pars circumferentiæ, eq; puncto D medietate lineæ AB erigo per propos. 11. primi, perpendicularem DE parallelam ad AC,


E
O
S
R
I
C
L
N
H
P
F
M
Q
K
G
A
D
B

quę se secat cum arcu BC in puncto F, quo facto quęro in eodem arcu BC punctum, inde terminabitur tertia pars numerando é puncto C, invenioque quod se terminet in puncto F, ubi se intersecat cum perpendiculari DE, quia dividendo 25 partes per 3, quantitatis laterum polygoni regularis, quæ item se terminat ad octo cum $\frac{1}{3}$ ut in reperto antecedente, utque residuum inveniam vel tertiam partem quæro intra punctum 8. & 9. eodem modo, quo quæsivi inter lineam DE octavam partem Diametri BD, quanquam in ista figura non appareat demonstratio quam reliqui, ne confunderem cum pluribus linearum ductibus illarum, quas ducit AF. quam divido per medium cum sagitta per 1. repertum, factoque centro puncto G ubi abscinditur cum perpendiculari DE, describo circulum ABF erigoq́; tertiam lineam BF cum qua formo triangulum æquilaterum ex eisdem literis ABF inscriptis prout promisi, per 4. primi sunt æqualia duo latera AD, DF ad duo BD, DF, & ad angulos æquales FDA, FDB, sunt latera æqualia AF, BF. & per corollarium 15.4. unumquodque illorum æquale ad semidiametrum, seu lineam propositam AB. Sique a me petatur pentagonum regulare eadem conditione hoc fecero, erigendo supra quintam partem arcus BC, numerando é puncto C lineam rectam AH usque dum concurrat in punctum I perpendicularis DE postq; eam per medium seco per repertum 1. cum sagitta, quę secat se cum eadẽ perpendiculari in puncto K, quo facto centro ex eoq́; descripto circulo ABMIL, intraq; pentagonum earundem literarum satisfecero omnia 5. latera esse inter se æqualia, duplosque angulos A, B, trianguli Isosceles AIB ad angulum restantem I, supra qualem eam formo prout demonstrabo in secunda parte corollarii sequentis.

Eodem modo formabo polygonum regulare heptagonum ABQROST inscriptum circulo earundem literarum, sumpta ex eodem arcu BC septima parte quæ finitur in puncto N, numerando ex C, operandoque in reliquis quod sit quia tripli duo anguli AB, trianguli Isosceles AOB ad angulum restantem O, supra quem efformo prout demonstrabo in tertia parte corollarii sequentis, notetque

que ſpeculativum ingenium, quomodo productus arcus BC, præciſè attingit angulos L, T, polygonorum pentagoni & heptagoni, utq; faciebat idem ſupra reliquos, quæ formabantur ſupra lineam propoſitam AB, ſint licet in numero pares.

COROLLARIVM PRIMVM.

1. Hinc infertur hæc correſpondentia quod eadem proportio quam habet arcus BF cum FC, qui eſt duplex eandem retinebunt duo anguli formati ſupra extrema lineæ proproſitæ AB cum reſtante F, quia omnes anguli inter ſe æquales duoque A, B, duplices ad F.

2 . Et quemadmodum pars BH eiuſdem arcus BC cum parte reſtante HC quæ eſt quadrupla, ita duo anguli ABI, BAI trianguli Iſoſceles, earundem literarum ſuper quam formatur angulus pentagonus cum angulo reſtante AIB ita ut quiſque duorum angulorum A, B, ſit duplex ad angulum I quem voco ſupremum.

3. Vtq; arcus BN, cum NC qui eſt ſextuplus ita duo anguli ABO, BAO trianguli Iſoſceles earundem literarum cui ſuprà formatur Heptagonum cum angulo reſtante AOB, quia unuſquiſq; angulorum factorum ſupra lineam propoſitam AB, eſt triplex ad ſupremum O.

4. Hocq; modo diſcurrendo ab uno ad aliud uſque dum dicamus, prout arcus BI. cum IC qui eſt 20. & quadrupla ita erunt duo anguli qui fient ſuper extrema lineæ propoſitæ AB cum angulo extremo polygoni regularis vigintiquinquagoni qui ſupra eam inſcribetur, & quia per ultimam partem ſecundi corollarij reperti 16. finitus & ſine quantitate eſt angulus A trianguli CAI erit neceſſariò rectus angulus reſtans IAB prout eſt angulus circularis B, ipſi oppoſitus valebitque unuſquiſque duodecim partes de 25. prout debebant valere 3. anguli ſi hic non perdidiſſet valorem anguli ſupremi prout revera perdidit per ultimam partem propoſitionis 32 primi Euclid. Exiſtenteque per 17. repertum Figueroa CI parte de 25. arcus BC, tam linea recta, quam eſt altera CI decima ſexta pars Diametri AC, non eſt dubium quis futurus ſit triangulus Iſoſceles qui ita erit quia format ſupra eum polygonum regularem vigintiquinquagonum major eorum, qui eſſe poterit , quia omnes anguli recti inter

ſe

se æquales secundum petitionem quartam eiusdem primi libri Euclid.

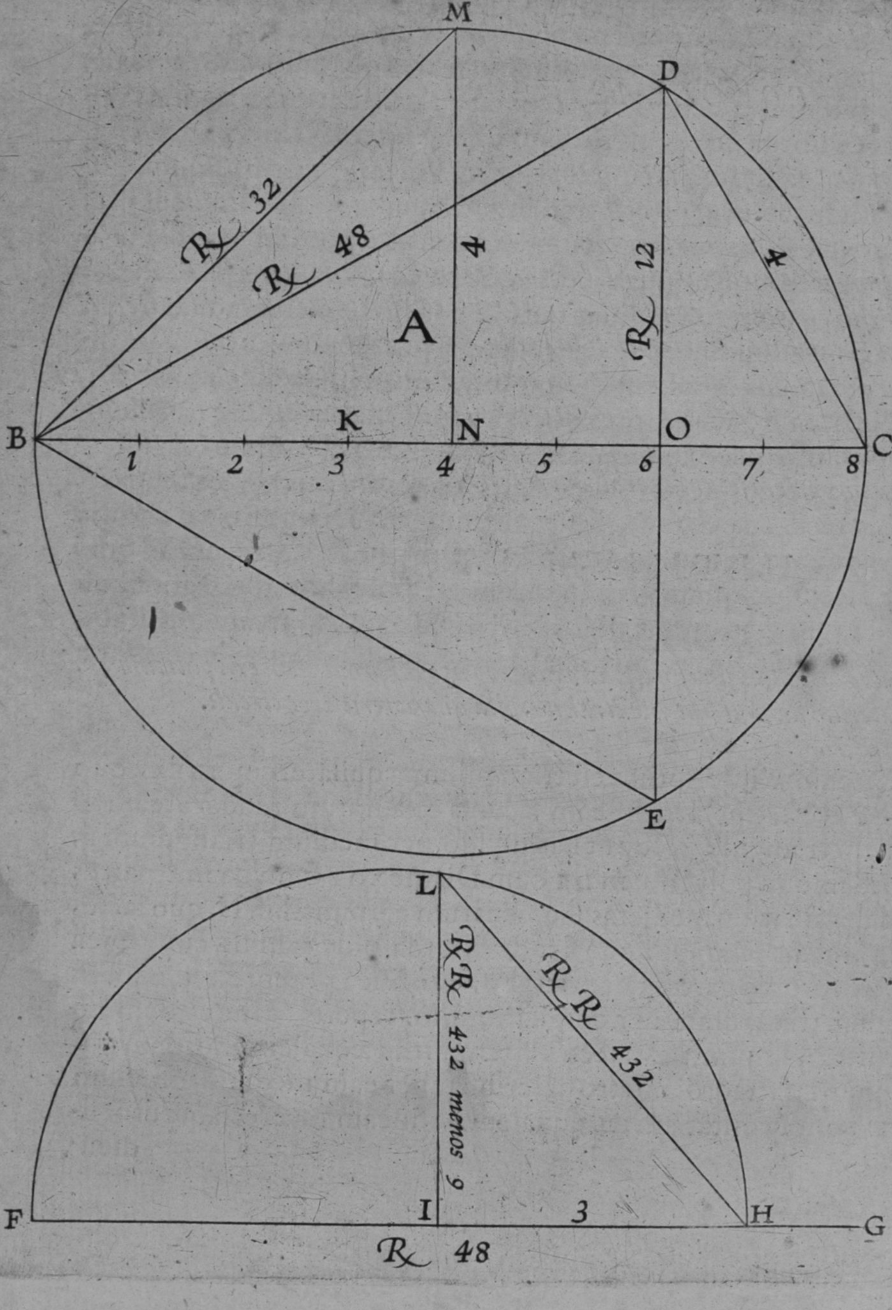
COROLLARIUM SECUNDUM.

Eodem modo, quo est comparabilis pars major quæ sumetur ex arcu BC numerando ex puncto B ad valorem duorum angulorum qui formabuntur supra extremitatem lineæ propositæ AB ab eadem erit arcus restans ad angulum supremum hoc modo, arcus BF est comparabilis ad valorem duorum angulorum A, B, trianguli æquilateri AFB & FC comparabilis ad angulum supremum F, atque ita decurrendo cum Pentagono & Heptagono, usq; dum concludatur, In quo BI. 24. partium de 25. ejusdem arcus BC est comparabilis ad duos angulos rectos AB residuusque IC eiusdem arcus qui valet partem restantem est comparabilis ad angulum supremum finitum sineque valore per eandem ultimam partem secundi corollarii reperti 16.

ULTIMUM REPERTUM.

Ex toto polygono regulari inscripto circulo extrahere lineam ut area quadrati illius sit æqualis ad eandem polygoni prout non erit plurium 49. laterum nam ut sint 50. extrahitur illa quæ poterit area circuli.

Circulo A inscriptum est triangulum æquilaterum BDE ex quo petit adversarius, dem lineam, cujus quadratum reddat aream æqualem triangulo. Hoc ut fiat divido per medium triangulum B, chordamque polygonam DE cum Diametro BC, divisa in 8. partes æquales quarum medietas seu centrum est punctum N, quo facto, dico aream rectanguli, quę fiet de chorda polygoni DE cum linea BK, tres octavę partes Diametri BC, vel è linea potente, erit ęqualis ad idem triangulum per corallarium 10. reperti. Hoc ut demonstrem à linca infinita FG seco partem FH ad æqualem chordam polygoni DE, factaq; diametro describo super eam medium circulum FLH, ponoq; distãtiam HL ęqualem ad lineam BK erectaq; perpen-


M
D
℞ 32
℞ 48
4
A
12
℞
4
B
K
N
O
C
1 2 3 4 5 6 7 8
E
L
℞ ℞ 432 menos 9
℞ ℞ 432
F
I
3
H
G
℞ 48

diculari 12. duco lineam LH, quæ ut ſit media proportionalis inter Diametrum FH, & partem diviſam HI: erit per 4. repertum linea potens quam quæſivi, veniet ſiquidem area quadrati illius æqualis ad propoſitum polygonum regulare BDE ut erit rectangulus qui fiebat è chorda polygoni DE cum linea BK tres octavæ partes Diametri BC ſecundum meum intentum. Valet ſiquidem aliquod horum trium laterum inſcripti trianguli æquilateri BDE radicem 48. (quia valet 8. Diameter BC cujus chorda polygoni eſt æqualis Diametro FH ſecundæ figuræ, tertiaque parte diviſa HI ęqualis in numero ad 3. latera rectangulus qui è duabus fiet, valebit radicem 432. erit æqualis illi, qui fiet de 6. ut valet perpendicularis BO, quem divido per medium ad eundem triangulum cum radice 12. de DO, medietate ED, quapropter docet propoſitio 401. facere parallelogrammum æquale triangulo ſupra angulum propoſitum.

Linea potens polygoni regularis 4. laterum inſcripta eidem circulo A facillimè datur, exiſtente ſiquidem Diametro BC chorda polygoni & eius ſemidiametro BN ęquali quoad numerum ad quatuor latera ex quibus compoſitum eſt polygonum rectangulum quod ex illis fiet, quod valet 32. erit æquale quoad aream quadrato, quod fiet è media proportionali BM, quia radix valet 32. eſtq; unum 4. laterum.

Linea potens Polygoni regularis 5. laterum ſimiliter facillimè datur ſi per 4. repertum ducatur et rectanguli quod fiet de chorda polygoni FI figuræ 10. reperti cum linea ſteydlin FK quæ valet 5. æqualem numero ad 5. latera pentagoni AFGHI, ſi quis velit ſcire quot in quadrato contineantur quę ab iſta linea potente unaquæque fiet ęqualis octavæ parti Diametri AC, ejuſdem figuræ facillimè conjicietur, erigendo diſtantiam talis lineę potentis ſupra ſupplementum radicale ſecundi corollarij reperti 9: quærendoque in eo curioſè numerum cui melius reſpondeat nihil deerit, quo valor non ſit maximè præciſus, quoad quantitatem diſcretam, cui conſentit 8. communium ſententiarum.

Æqualem esse aream quadrati quod fiet de linea potente quæ extrahitur ex triangulo formato una cum linea BO numero 6. laterum polygoni regularis hexagoni cum chorda polygoni DE quæ valet radicem 48 quod valde evidens, quia cum 8. valeant Diametrum BC, valebit radix 1728, area talis hexagoni eiusque linea potens radix, radicis 1728.

Hoc modo argumentando paulatim dando adversario lineam potentem polygoni, quam petiit declarandoque valorem eius usque dum veniat ad quinquagentagonum, quia inde inclusive sunt æquales chordæ polygoni ad duo latera quæ sustinent triangulum infallibile reperti 16. unde apparere incipit majus trium laterum (cum sit octava pars Diametri CD, circuli A) esse æquale ad duo alia juncta, quæ formant angulam Molina, valetque unumquodque 16. partes eiusdem Diametri, quinquagesimamque partem ejusdem circumferentiæ circuli. Quare accidet hoc notabile quod dum vis extrahere valorem lineæ potentis polygoni regularis inscripti, extrahetur ille circuli qui continetur, tantundem enim est dicere semel quinquaginta, vel medium centenarij, quartamque partem de ducentis unde linea Figueroa facit figuram æqualem centesimæ parti circumferentiæ circuli, cum rectitudine 32. Diametri, prout demonstratum est in reperto 17.

COROLLARIVM.

Hinc patet aream rectanguli, quæ fiebat è linea quæ habebat tot octavas partes Diametri totius circuli, (quot triangula angulorum valoris formabuntur à polygono regulari quod inscribitur) cum una basium, vel chordarum polygoni esse æqualem ad polygonum, cum enim constet, unum latus trianguli æquilateri esse Basin seu chordam polygoni Trianguli Isosceles formati cum eodem latere cumque duobus ex illis sex figuræ Hexagonæ ambo inscripti triangulo & Hexagono eiusdem circuli, latusque quadratum esse Basin duorum octagoni. Vnde resultat terminatam esse generalitatem corollarij, reperti 10: quia ex polygono regulari Quinquagentagono inclusivè imposterùm non poterit hoc quod prætendit ut impediat triangulum infallibile: quod mihi maximam lucem dedit, ut egredi datum ex tenebris in quibus tam diu vixeram.

ALTE-

ALTERA PARS NOVORUM REPERTORUM IOHANNIS ALFONSI Molinensis Cani,

Ad planiorem & pleniorem præcedentium declarationem.

REPERTUM PRIMUM.

Si ex puncto sumpto pro lubitu in Semidiametro circuli erigatur perpendicularis: ut tangat circumferentiam. Quadratum, quod ab illa fiet, junctum cum eo quod fit de parte divisa eiusdem semidiametri sumpta ex centro, ambo quadrata erunt æqualia illi, quod fiebat ex semidiametro.

Descriptum circulum AFBG ex centro C, divido in octo partes inter se equales Diametro AB per 9. repertum, & per propos. 1. 4. Euclid. extendo ad eam lineam BE æqualem ad BD, ubi se terminant septem octavæ partes ejusdem Diametri, numerando a puncto B, ducoque lineam AE cum qua formo per primam partem 31. 3. triangulum rectangulum AEB, quæ linea AE valebit radicem 15. postper 31. 6. quadratum quod ab illa fiet, quod valebit 15, junctis cum 49. ut valebat quod fiebat é 7. BE, ambo erunt æquales ad 64. valebitque quadratum quod fiet ex sola eadem diametro AB, perq; primum meum repertum divido medium & ad angulos rectos lineam terminatam AE cum infinita, seu Diametro FG in puncto H, èque centro C ubi concurrit per corollarium 1. 3. erigo lineam CE, ducoque 3. FA, FE, BG, inque particulari GE, cum qua formo aliud triangulum rectangulum FEG, statimque per idem primum repertum divido medium & ad angulos rectos in puncto L, hæc li-

 nea

nea terminata GE cum infinita seu diametro MN, erigoque quatuor lineas NE, NG, ME, MG, quibus claudo alios duos triangulos rectangulos & æquales MEN, MGN, & quia ex centro C descripsi circulum QLR cum distantia lineæ CL per quæstionem 3. primi libri Euclid. Sit punctum pro lubitu sumptum in Semidiametro CF circuli AFBG, indeque erecta ad angulos rectos per propos. 11. 1. linea HE dum tangat cum illa circumferentiam in puncto E, dico quadratum, quod ab ista linea HE fiet, junctum cum eo quod fiebat de HC parte divisa semidiametri CF, sumpta ex centro, erunt ambo quadrata æqualia huic quod fiebat ab eadem semidiametro: ejus demonstratio est manifesta, existente ergo recto angulo H, trianguli rectanguli CHE, majorque trium laterum ut est Semidiameter CE, quæ respicit ad angulum rectum, est æqualis per 8. repertum proposita semidiametro CF, supra quam cecidit perpendicularis EH, quare per allegatam propositionem 31. sexti, erit necessarió æqualis quadrato, quod fiet ab alterutra semidiametrorum junctaque duo quadrata quæ fient à perpendiculari HE deq; linea HC, quæ formant angulum rectum H, quibus satisfeci promisso, quia per primam communium sententiarum sunt illa inter se ęqualia, quę in tertio sunt æqualia.

COROLLARIUM PRIMUM.

Hinc infertur, tanto magis posse semidiametrum totius circuli quàm lineam quæ super eam perpendiculariter cadit ex circumferentia, quantum est potentia partis divisæ, sumptæ ex centro, tantoque magis quam pars sumpta ex centro quanta est potentia lineæ quæ supra eandem Diametrum perpendiculariter descendit ex circumferentia in punctum divisionis.

COROLLARIUM SECUNDUM.

Similiter infertur, si valor semidiametri totius circuli cognitus fuerit ut & lineæ quæ supra eam perpendiculariter cadit ex circumferentia quæ similiter erit cognita valor partis divisæ hujus Diametri sumpta ex centro sique valor istius

istius partis fuerit cognitus, ut & valor semidiametri quod similiter cognitum, erit valor lineæ, quæ perpendiculariter super ipsam cadit ex circumferentia, in punctum divisionis.

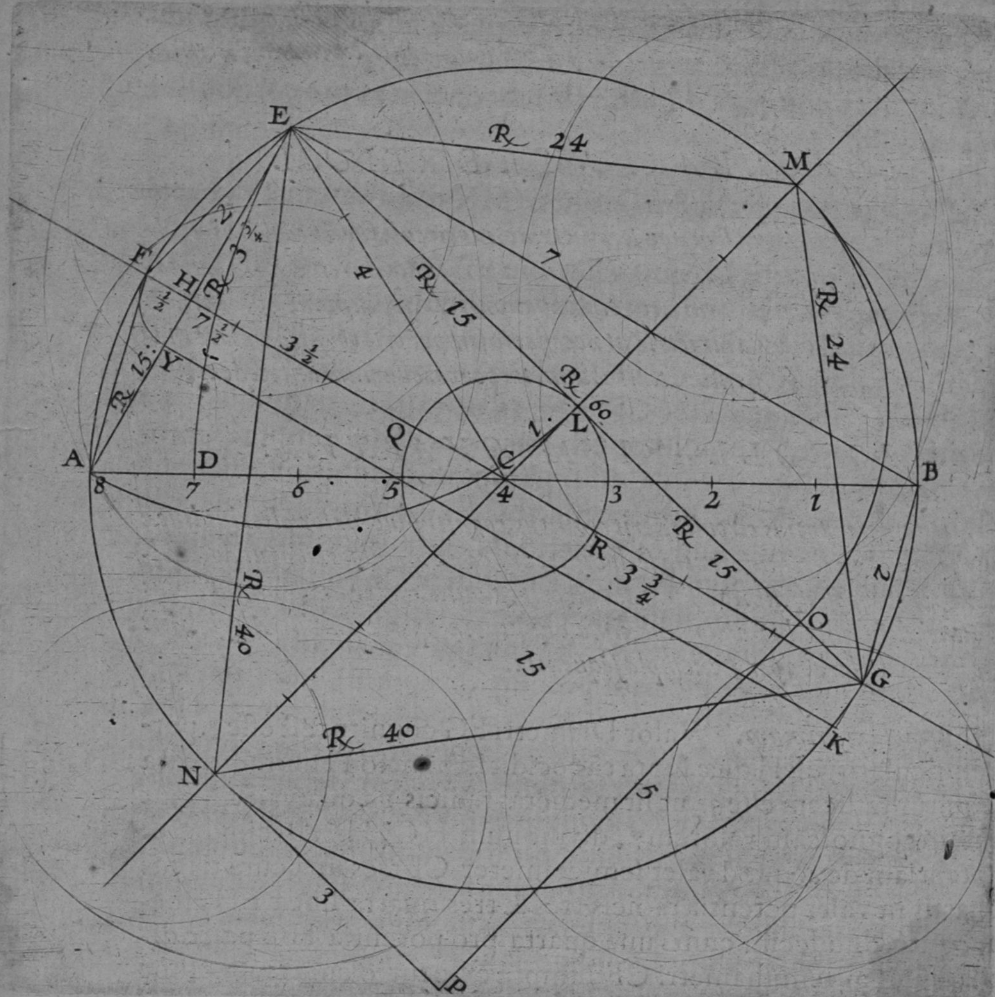
COROLLARIUM TERTIUM.

Similiter concluditur si valor Diametri totius circuli fuerit cognitus ut & lineæ rectæ, quæ ex circumferentia cadit supra perpendicularem, tam erit cognitus valor ejus divisionum, quem habet propter maximam evidentiam pòst cognito valore semidiametri (ut necessariò semper erit cognito valore diametri) sit idem ex divisionibus talis Diametri per corollarium antecedens.

COROLLARIUM QUARTUM.

Si Diameter totius circuli fuerit cognitus, cognitusque valor alterius lineæ quæ cadendo ex circumferentia se dividit cum ea ad angulos rectos ut docet ultima pars propos. 17. lib. 10. Euclid. tam erit cagnitus valor divisionum huius Diametri & quia hic valor maximè quæsitus in operationibus Algebraicis me ipsum declarabo per 3. exempla sequentia.

Exemplum primum. Valor Diametri FG cognitus est esse 8. perpendicularisq; EH quæ supra eā cecidit in puncto H supradicto ita sequitur radicem esse $3\frac{3}{4}$ ut sit medietas radicis 15. quæ valet AE, ut autem cognoscam valorem 2. divisionum HG, HF abjicio de 16. potentiam de 4. quod valet semidiameter CF tres una cum tribus quartis ut valet potentia radicis tres & tres quartæ lineæ EH, manebuntq; duodecim cum una quarta pro potentia HC parte divisa eiusdem semidiametri CF sumpta ex centro cujus radix sunt tres cum una secunda valor scilicet in longitudine qui juncti cum 4. ut valet altera Semidiamerer CG erunt $7\frac{1}{2}$ tantumque valebit linea GH major divisio Diametri FG minorq; HF valebit medium quod deest complemento ad 8. eiusdem Diametri FG quibus satisfacio


E
M
R 24
F
H
R 15
7
4
R 15
R 24
Y
3 1/2
R 60
L
Q
A
D
C
B
8
7
6
5
4
3
2
1
R
R 15
R 3 3/4
2
O
R 40
15
G
K
N
R 40
5
3
P

facio, quia parallelogrammum rectangulum HYKG quod ex istis duabus divisionibus GH, HF feci, est æquale ad $3\frac{3}{4}$ potentiæ radicis $3\frac{3}{4}$ ut valet media proportionalis EH per propositionem 17.6. quia omnes tres lineę GH, HE, HF sunt continuæ proportionales per 13.

Exemplum secundum.

Ut cognoscatur valorem Diametri MN esse aliorum 8. radicem que 60. lineamque EG quæ divisa cum eo per medium & ad angulos rectos in puncto L, (quia valet duo EF quiatantum sola potest ut duę lineę HE, HF unde formatus est angulus rectus H, trianguli rectanguli EHF, quod respicit per propos. 31.6.) necessariò cognitum erit, valorem medietatis EL esse radicem 15. cujus potētia 15. M abjecta è semidiametro CM estq; 16. ut valeat 4. in longitudine manebit 1. pro potentia lineæ CL eius parte divisa sumpta ex centro, cujus radix quæ similiter est 1. est ejus valor. in longitudine qui junctus cum 4. alterius semidiametri CN faciunt 5. pro valore lineæ NL maiori divisioni Diametri MN, minorque LM valebit 3. quæ desunt ad complementum ad 8. ejusdem Diametri, quo abunde satisfacio. Quia parallelogrammum rectangulum LOPN quod de istis duabus divisionibus NL, LM feci est æquale ad 15. potentiā radicis 15. quæ valet mediam proportionalem EL per 17.6. quia omnes 3. lineæ NL, LE, LM continuæ proportionales per 13. Ulterius, quadratum non fiebat de perpendiculari GL, quæ valet radicem 15. quia est medietas rad 60 quæ valet lineam EG erit æqualis ad parallelogrammum rectangulum quod fiet GQ quæ secat circulum QLR cum linea GR sumpta intra punctum G & circumferentiam exteriorem, Pòst ambæ perpendiculares EL, GL tangunt eundum circulum in puncto L suæ divisionis per ultimam & penult. propos libri 3. Euclid.

Exemplum tertium. Valor Diametri AB cognitus est 8. lineæq; AE radix 15. voloque ut ista linea cadat ad angulos rectos ex puncto E, supra aliam Diametrum æqualem ad istam, æqualiterq; posita intra circulum AFBG & quod supra impossibile est per penultimam communium sententiarum: Cupioque scire similiter

 valorem

valorem divisionum, quem cadendo efficiet in puncto contactus, circaque hunc per Algebram ita discurro de 16. potentia de 4. valetque semidiameter CA medietatem de 8. Diametri AB abjicio 15. quos valet potentia radicis 15. lineæ AE & remanet 1. cuius radicem quę eidem est 1. addo ad 4. istius Semidiametri eruntq; 5. atque hæc erit major divisio, minor autem erit valor de 4. alterius semidiametri CB minor erit 1. differentiæ 3. quo intellecto erit facilimum per hos duos modos.

Modus primus. Scribo pro tertia quæstione primi Euclid. circulum QLR è centro C cum distantia medietatis 2. (quæ per rationes iam datas valet differentiam quæ est de 5. divisionis majoris Diametri AB, ad 3, minoris) quæ est 1. perque eandem quæstionem firmiter colloco alterum pedem circini supra punctum E, cumq; altero describo arcum AL usque dum tangam punctum L circumferentiæ istius circuli, in parte quæ intra Diametrum AB punctumque E, super quod punctum L centrumque C applico lineale, formoq; novam Diametrum MN quæ divisa erit è linea EL quæ cecidit supra illã ad angulos rectos eodem modo ut fuerat Diametro AB, si supra illam cadere posset, quod impossibile per dictam rationem cumque illa valeat radicem 15. & 5. maior divisio NL & 3. minor LM erunt omnes tres lineæ NL, LE, LM, continuæ proportionales per propos. 13, 17. sexti & 20. septimi.

Modus secundus. Duplo prout possum lineam EA cùm iam notum sit posse fieri Diametrum quę fuit semidiameter, & hanc pono lineam EG quam postquam extendero ad circulum AEBG per propos. 4. 1. divido per medium & ad angulos rectos per 1. repertum in puncto L cum linea infinita MN quæ per corollarium 1. 3. necessariò inducitur centro C (linquendo novæ Diametro MN, quod antea abscissum) divido iuxta modum præscriptum. Atq; hic modus mihi maximè facilis videtur, quia non semper discretus erit valor differentiæ duarum divisionum NL, LM, ut describam cum distantia medietatis istius differentiæ (quæ est æqualis ad lineam CL) circulum QLR ut voluerit prima.

COROL

COROLLARIUM QUINTUM.

Unde universaliter manifestum est, si valor duarum partium in quot tota Diameter circuli erit divisa, fuerit cognitus, necesse erit perpendicularem, quæ ex puncto divisionis erigetur ut cum illa tangat circumferentiam per solam multiplicationem, quæ fiebat è valore unius divisionis cum valore alterius, radix enim producti istius multiplicationis erit semper æqualis valori istius perpendicularis. Exempli causa: Valor duarum partium GH, HF, in quibus divisa Diameter FG notum est, ut demonstravi GH esse 7. & medium de HF, duco ergo hos numeros in se, deq; producto quod est 3 1/4 extraho radicem 3 3/4 isq; erit præcisè valor perpendicularis HE quam erigo è puncto H divisionis Diametri FG dum tangat circumferentiam circuli AFBG in puncto E, prout dixi.

REPERTUM SECUNDUM.

Demonstro diversimodè, idem quod demonstro in reperto 16. 17. cum deductione pleniori.

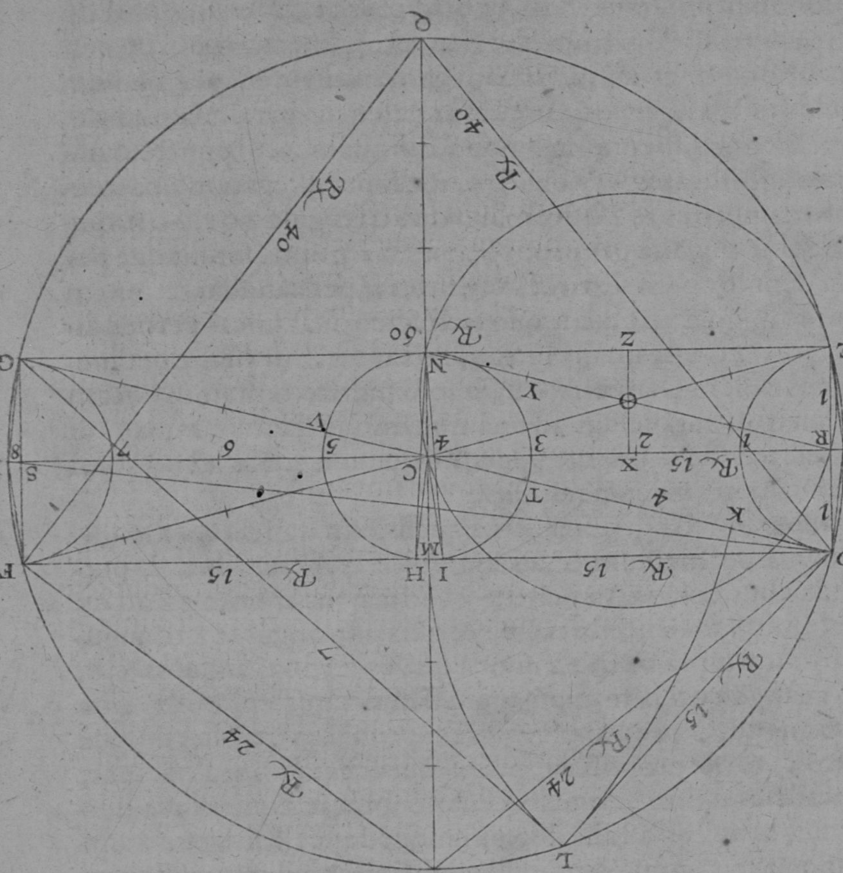
Diametrum AB circuli APBQ divido in octo partes æquales per 9. repertum, perque propos. 1. quarti extendo ad circulum 4. lineas rectas AD, AE, BF, BG, quę est æqualis unaquæq; illarum ad octavam partem ejusdem diametri, ducoque duas DF, EG, quæ inter se parallelæ, parallelæque ad Diametrum propriam, quia æqualiter separatæ per ultimam partem 14. 3. perque primam quæstionem, ejusdem Euclid. erigo duas novas Diametros DG, EF, dividoque unamquamque illarum in 8. partes inter se æquales, quas divido ut primum, perque propos. 3. 1. abscindo à linea DF partem DH ęqualem ad semidiametr. CD, facto centro puncto D, & FI ęquale ad aliam semidimet. FC, facto centro F, ducoq; duas lineas CH, CI, quibus claudo duo parallelogramma æqualia ACHD, BCIF, per 36. ponendo eo pro communi inter ambas triangulum Isosceles HCI, & per 1.

 quarti

quarti extendo ad eundem circulum lineam GL æqualem ad GK, quæ valet septem octavas partes Diametri DG numerando à puncto G, ducoque lineam DL cum qua per primam partem 31. tertij formo triangulum rectangulum DLG, quæ linea DL valet radicem 16. póst per propos. 31. sexti quadratum quod ab illa fiet valebit 15. junctis 49. quadrati quod fiet de 7. ut valet linea CL erunt æquales ad 64. quod valet quadratum quod fiebat è sola Diametro DG, quæ respicit angulum rectum L valetque 8. abscindoque à linea DF, partem DM æqualem ad DL cum arcu LM facio centrum, punctum D propter allegatam 31. perq; eandem pono illis æquales duas lineas EN, CR, factis centris, punctis E, C, ducoq; quatuor CM, CN, RD, RE, quibuscum claudo parallelogramma DM, CR, RC, NE, laterum & angulorum oppositorum interque se æqualium divisionum per medium cum Diametris CD, CE, modo quo vult 34. primi, erigoque lineam FG, quæ per 3. tertii dividitur per medium, & ad angulos rectos cum Diametro AB in puncto S. quo facto, dico duas lineas RD, RE esse suam lineam rectam DE divisam per medium & ad angulos rectos cum Diametro AB in puncto R, ut est alia sola linea recta MN divisa per medium & ad angulos rectos cum diametro AB in puncto R, ut est alia sola linea recta MN (divisa per medium & angulos rectos in centro C) duæq; lineę CM, CN, omnesq; 3. lineas DE, MN, FG, esse inter se æquales & parallelas, æqualemq; medietatem alicujus ad aliquam ex his 6. AD, AE, BF, BG, CH. CI, quas posui inter se ęquales, & æqualem unamquamq; ad 8. partem diametri AB ut hoc in conclusione pręstem, quod promisi faciam per tres modos sequentes. *Modus primus.*

Ex puncto D sumpto extra circulum (TIHV quem descripsi per 3. quæstionem Euclid. ex centro C, cum distantia alterutrius lineæ æqualis CH CI) duxi duas lineas rectas DV, DM, DV se secat per medium DM, quæ se extendit, & quia parallelogrammum rectangulum quod fiebat de 5. ut valet linea DV, quæ se secat (quia posuit diametrum DG valere 8) ut valet linea DT (parte sumpta de eadem DV inter punctum D & superficiem exteriorem ejusdem circuli) æqualis ad 15. quod valebit quadratum factum à sola linea DM quæ se extendit (valet enim radix 15.) tangit necessariò lineã DM ad eundum dem circulum TIHV in puncto M secundum proportionem ultimam libri 3. neq; illam secabit per 3. definitionem, sed cadet linea GM perpendiculariter supra DF in puncto M per 18. & 3. dividet per medium & ad angulos rectos in eodem puncto M, eruntq; recti 4. anguli D, M, C, R, parallelogrammi earundē literarum, ut sint recti G, M, oppositi ad DR, ipsis æquales per 1. com. sent. perq; eandem erunt 8. anguli 2. parallelogrammor: ęquales DMCR, RCNE, atq; hi erunt rectanguli per definitionem 31. primi & per propos. 14. erit linea recta DE duæ RD, RE non autem duę lineæ RD, RE quę formant angulum in contactu quod faciunt in puncto R ut per eandem una sola linea est Diameter MN non autem duę CM, CN, & per 2. 6. erit duplex linea ED ad CM ipsi parallelam, quia abscindit istam CM per medium ad duo latera EF, FD trianguli rectanguli FDE in centro O & in puncto M, quia autem valet 8. Diameter EF, quæ respicit angulum rectum D & 4. semidiametrum EC erit eadem proportio æqualitatis lineæ DM ad lineam MF ut illa semidiametri EC ad semidiametrum CF, ut sint ambæ divisiones proportionales secundum primam partem propositionis 18. 5. compositæq; secundum primam partem erit eadem proportio duplex in genere augmentationis, quam servat semidiameter EC cum tota Diametro EF istius quam habet linea DM cum tota DF & quia iste DM valet radicem 16. valebit radix 60. I ad DF, & 2. per 31. sexti linea ED quæ supra illam perpendiculariter cadit valebitque 1. linea CM eius medietatem, medietasq; trium linearum æqualium & parallelarum DE, MN, FG per 6. communium sententiarum & per septimam illarum erit æqualis ad medietatem uniuscujusque illarum & in particulari erit per primam, ad uamquamque 6. linearum AD, AE, BF, BG, CH, CI quas posui æquales ad 8. partem Diametri AB ut dixi quia radix producti quæ proveniet ex multiplicatione, quæ fiet de 4. radixq; 16. quam valebit linea BR major divisio diametri AB cum 4. minori radice 15. ut valet minor RA erit æqualis ad potentiam primi ut valet linea RD quæ erecta ad angulos rectos ex puncto R divisionis, ut tangat cum illa in circumferentia circuli APBQ in puncto D per corollarium ultimum reperti antecedentis, quibus nunc satisfacio.

 Modus


Q
P
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
M
N
R
S
T
V
X
Y
Z
60
℞ 40
℞ 40
℞ 15
℞ 15
℞ 15
℞ 15
℞ 24
℞ 24
℞ 60
1
1
1
2
2
3
4
4
5
6
7
7
8

Modus secundus. Lineam terminatam R C, divido per medium, & ad angulos rectos, cum illa quam pono infinitam X O per primam partem primi reperti, eq; puncto D, ubi tangit cum linea C E Diametrum parallelogrammi R C N E, erigo lineam O R, quæ est æqualis ad O C per eandem primam partem, divido q; per medium ad angulos rectos aliam lineam E N æqualem & parallelam ad R C, cum linea Z O, quam similiter pono infinitam, eq; puncto O ubi tāgit C E erigo lineam O N æqualem ad O E, per allegatam 1. partem 1. reperti, cumq; illis & Z O, formabo duo triangula Z O E, Z O N, quę inter se erunt æqualia per propositionem 4. primi, similiaque per primam definitionem sexti, ut sunt, inter se per eandem rationem aliâs duo triangula X O C, X O R, quo facto dico duas lineas perpendiculares X O, Z O esse unam lineam rectam X Z divisam per medium, cum eadem Diametro C E, in solo puncto O istamq; lineam X Z æqualem & parallelam ad unamquamque duarum æqualium & parallelarum R E, C N, & per consequens æqualis ad octavam partem Diametri A B cum reliquis.

Demonstratio. Ut sit linea R C æqualis & parallela ad E N ambæque divisæ per medium & ad angulos rectos cum duabus perpendicularibus, O X, O Z, in punctis X Z erit æqualis linea E Z ad C X per 3. communium sententiarum: & quia duo anguli Z E trianguli O Z E formati supra basin E Z, sunt æquales ad duos angulos X, C, alterius trianguli O X C, formati supra basin æqualem ad E Z, quia recti duo anguli X Z per primam partem primi reperti, alternosque alios duos, C, E, per propos. 29. primi, quia cecidit linea C E inter duas parallelas R C, E N, erunt necessarió inter se æqualia alia duo latera unius trianguli ad alia duo unumquodque ad suum relatum angulumque restantem O unius æqualis ad angulum restantem O alterius per 26. ejusdem primi, perque illam & quartam erunt æquales ambo trianguli O Z E, O X C, & quia posui æqualem & similem triangulum O Z N triangulo O Z E, ut triangulum O X R est ad triangulum O X C, omnes quatuor trianguli erunt inter se æquales per primam communium sententiarum, perq; eandem particulariter erunt 4. majora latera C R, O C, O N, O E, quę egrediuntur punctum

O, quod

o, quod pro centro habitũ describo circum illa cum distantia alterutrius circulum RCNE per 3. quæstionem Euclidis, includendo illi parallelogrammum earundem literarum secundùm 6. definitionem 4. atque illud quod infertur ex nona proportione: utque valeat 4. unaquæque duarum Diametrorum CE, RN, (ut sint ambo inter se æquales per 6. & 7. communium sententiarum) radixque 16. & unaquæq; duarum linearum æqualium & parallelarum RC, EN, valebit necessariò reliquam aliarum duarum æqualium & parallelarum RE, CN, per propos. 31. 6. quia per 31. tertij, recti sunt 4. anguli eiusdem parallelogrammi RC, NE unde tangentes cum extremis duas diametros CE, RN medium dividunt, eundem circulum, & quia duo latera EC, CR, trianguli ERC divisa sunt per medium cum linea XO erunt parallelæ duæ lineæ RE, XO per ultimam partem secundæ sexti & per primam, erit duplex linea RE, ad XO (tales enim mutuo sunt CE ad CO & CR ad CX) quemadmodum hoc erit per eandem rationem linea NC, ad ZO, quæ dividit, in eadem proportione duo latera CE, EN, trianguli CNE, & quia sunt æquales duæ lineę parallelæ RE, CN, erunt inter se duæ XO, ZO per 7. communium sententiarum & per primam propositionem sexti dividetur parallelogrammum RCNE in duo parallelogramma æqualia, RXZE, XCNZ, & per 40. primi erit una sola recta linea XZ, duæ autem OX, OZ (bases communes 4. triangulorum æqualium OXR, OZE, OXC, OZN) divisæ per medium, cum Diametro CE, illaque cum ea in solo puncto O erit æqualis & parallela, ad alias duas RE, CN, omnesque inter se per 33. & 30. primi & per primam communium sententiarum erit æqualis aliqua illarum ad aliquam 6. linearum AD, AE, BF, BG, CH, CI, quæ positæ æquales ad octavam partem Diametri AB.

Alia demonstratio. Et quia divisum, parallelogrammum RCNE in duo triangula æqualia ERC, CNE, cum diametro CE, prout vult propositio 34. primi Euclidis, istaque Diameter pro medio est in puncto O duarum linearum RO, NO, quæ supra eam ceciderunt, ex duobus angulis oppositis RN, erunt inter se æquales 2. Trianguli ROE, ROC, per 1. sexti, ut per eandem sunt alię duæ NOC, NOE omnes-

omnesque inter se per septimam communium sententiarum, & quia triangulus OXC, qui est quarta pars trianguli ERC, est æqualis triangulo OZE quarta parte alterius trianguli CNE, sicque relinquo ista duo triangula æqualia OXC, OZE, é duabus æqualibus ERC; CNE, verissimum est, duo trapezia quæ manent ERXO, CNZO, esse inter se æqualia per tertiam communium sententiarum, & si in loco quem occupabat triangulus OZE, unà cum trepezio ERXO, accomodat triangulũ OXC, qui linquit aliud trapezium CNZO, per 8. communium sententiarum, & per eandem accommodo ad triangulum OZE, quod vacuum manet per triangulum OXC, quis negabit non esse inter se æqualia duo parallelogramma RXZE, XCNZ, unà cum reliquis.

Modus tertius. Lineam rectam terminatam RC, quæ æqualis & parallela est ad EN, divido per medium & ad angulos rectos cum XO (quam duco dum se intersecet cum illa in linea CE, Diametro parallelogrammi RCNE in puncto O) lineamq; EN, cum ZO, quam duxi ad proprium punctum O ejusdem Diametri, per primam partem primi reperti Geometrici, perque 3. communium sententiarum erunt inter se æquales 4. lineæ RX, XC, EZ, ZN, quo facto regredior rursum.

Demonstratio.

Duobus angulis interioribus XC, trianguli rectanguli CXO, æqualem esse aliquam duorum angulorum exteriorum COZ, XOE, per 1. partem propos. 32. 1, & per eandem est quædam duorum angulorum exteriorum, ad duos interiores & oppositos ZE, trianguli rectanguli EZO, & per primam communium sententiarum erit æqualis angulo exteriori COZ, angulo exteriori XOE duoque anguli interiores XC, trianguli CXO ad duos interiores & oppositos ZE, trianguli rectanguli EZO, & per 1. communium sententiarum erit æqualis angulo exteriori COZ angulo exteriori XOE, duosque angulos interiores XC, trianguli CXO ad interiores ZE trianguli EZO, & quia erigo per primam quæstionem Euclidis duas lineas OR. ON ad duos angulos oppositos RN parallelogrammi RCNE: illudq; parallelogrammum est duplex in area ad aliquem duorum triangulorum ERC, CNE, qui in eo per propos. 41. primi erunt inter ſe æquales tam per trigeſimam quartam, quàm per ſeptimam communium ſententiarum, eritque ſimile trapezium RXOE trapezio NZOC, ut ſunt inter ſe quatuor triangula in quæ illa diviſa cum duabus lineis OR, ON per primam partem propoſitionis vigeſimæ libri ſexti, videlicet quod triangulus ROE ſimilis triangulo NOC, qui ſibi oppoſitus eſt, triangulusque ROX ad eum qui ſibi oppoſitus eſt NOZ, quoniam æqualis angulus rectus RXO ad angulum rectum NZO per primam partem primi reperti, omnes enim anguli recti ſunt inter ſe æquales: ut eſt per primam partem propoſitionis vigeſimæ nonæ libri primi præſtantiſſimi Mathematici Euclidis: angulus alterius ERX ad oppoſitum & alternum CNZ & ad angulum reſtantem & alternum REO ad eum angulum qui ſibi oppoſitus & alternus NCO, & quoniam latus RE trianguli ROE & æquale lateri NC, trianguli NOC, hinc ipſius oppoſita reliqua latera unius futura ſunt æqualia alterius unicuiq; lateri ad ſuum relativum, ſecundum vigeſimam ſextam propoſit. primi: eruntque inter ſe æqualia ambo dicta triangula, tam per hanc, quàm per quartam & ultimam partem propoſitionis decimę quintæ ſexti. Perque idem erit triangulum ad ROX ad triangulum COX per eandem propoſit. quartam primi (propterea quia ſunt æqualia duo latera RX, OX quæ formant angulum rectum X ab uno laterum CX, OX, quæ formant angulum rectum X alterius utq; eſt per eandem propoſ. & ſimilem diſcurſum triangulus NOZ ad triangulū EOZ, erunt inter ſe æqualia neceſſariò iſta quatuor triangula ROX, COX, NOZ, EOZ per primam communium ſententiarum, & quia reliquum quod ſequitur maxime clarum, in concluſionem ſequentem remittemus.

Concluſio.

1. Quia duæ lineæ CH, CI, quæ ponunt æquales duas AD, BF, octavam partem Diametri AB, ſunt ad lineam CM, quam dividunt mediam & ad angulos rectos ad DF, partemque communem HL, in

in puncto M, omnesq; tres CM, CH, CI, sunt semidiametri circuli TIHV circulusq; hic sectus ab eadem linea DF, in distantia HI, ut vult secunda definitio tertij, quia contingit extrema earundem Semidiametrorum, quæ proveniunt e centro C, tam supra curvum circumferentiæ ejusdem circuli, quàm supra rectitudinem lineæ DF, quæ tangit in punctis H, M, I, ita ut durante illa longitudine HI, nullam patiatur separationem, vel distinctionem seu formationem superficiei, sicut factum esset per necessitatem, si fortè curva intersecaretur à recta per definitionem decimam nonam primi libri Euclidis. Erunt recti anguli circulares, quos facit Semidiameter CM in contactu quem facit cum suo extremo in puncto, quod est in M, circumferentiæ ejusdem circuli TIHV dum dividit in duas partes æquales mixtum communem HI, quemadmodum sunt duo anguli circulares, qui cum suis extremis alias duas Diametros CH, CI, in punctis H, I, ubi clauduntur duo triangula similia & æqualia CMH, CMI, per propositionem quartam ejusdem primi Euclidis: Et quia ista Semidiameter CM continuatur & rectà dirigitur ad Semidiametrum CN, eruntambo una sola Diameter MN per decimam quartam ejusdem primi libri Euclidis, rectique anguli circulares, qui cum duobus extremis efficiunt in circumferentia ejusdem circuli, conformiter huic quod demonstrat prima pars reperti decimi sexti, & cætera.

Atque unusquisque horum quatuor angulorum rectorum, ita formatorum cum extremis Diametri MN, cumque duabus lineis æqualibus & parallelis DF, EG, in illo contactu, quem inter se (& cum circumferentia circuli TIHV) faciunt in punctis MN, voco angulum circularem puncti ad differentiam aliorum angulorum rectorum circularium T, I, H, V, inque particulari illorum, qui formantur supra lineam mistam HI, cum extremis infinitatis Semidiametrorum, quæ cadent supra illam ex centro, quod est in puncto C, inter tres Semidiametros

CM, CH, CI, pòst, necessariò debent esse inter se æquales anguli & semidiametri per propos. 5. primi.

2. Centesimam partem circumferentiæ totius circuli, tam lineam rectam ut est 32. pars Diametri, prout demonstro in reperto 17. probabis hoc modo. Pono Diametrum AB circuli APBQ divisam in 64. partes inter se æquales ut facio per 9. repertum & 32. linea DH, quæ est æqualis ad semidiametrum AC & in 8. linea AD quę est ad octavam partem ejusdem diametri & quia CM semidiameter circuli TIHV, tam ipsi æqualis valet alia 8. & 16. ejus Diameter MN, utque valeat radicem 960. unaquæq; duarum linearum æqualium MDCR ut in hoc supposito valent necessariò 32. minor radix 960. unaquęque residuorum MH, RA per 3. communium sententiarum, valebitq; aliud tantum per 1. illarum unaquæque duorum residuorum æquales MISB, junctique duo MH, MI, ut sola linea recta HI, (quam appello Figueroam propter rationem dictam reperto 17) valebit 64. minorem radicem 3840. servabitque cum Diametro MN eandem proportionem quam servat 1. cum 8. in genere augmentationis cum differentia quæ est 4. minoris radicis 15. ad 8. partem ejusdem Diametri quæ multo major proportio est quam de 1. ad 32. quæ servant in eodem genere, & allegato reperto 17. ubi nullibi impingit demonstratio, quia per communem sententiam quia optimè capit partem unde totum est, dicoque æqualem alterutram residuorum MH, MI (medietatem lineæ Figueroę HI) & 16. partem Diametri MN cum differentia de 4. minori radice 16. valetque unaquæq; ad 16. partem ejusdem Diametri.

3. Erigo per primam quæstionem Euclidis, duas lineas NH, NI, & quia rectus est angulus H, trianguli NHM per 1. partem propos. 31. tertij, & rectus, similiter angulus circularis M ipsi oppositus erit æqualis Diameter circuli TIHV ad lineam NH, propterea quod cecidit, inter duas lineas æquales & parallelas DF, BG intraq; eundem circulum qui eas tangit in forma dicta in distinctione antecedente duas NM, NH, NM (quæ est Diameter ejusdem circuli, perpendiculariter supra ambas DF, EG, in punctis MN, & NH, quę est chorda) oblique in & supra lineam DF in pũcto H, & quia secundũ illa est com-

munis

munis linea Figueroa A I, supra quam ceciderunt ad angulos rectos duæ lineæ N M, N H in punctis M H, tam ad rectum D F ut ad curvum circumferentiæ ejusdem circuli, & per propos. penultimam ejusdem libri debebat esse major linea N H, quæ ad angulum rectum respicit M trianguli rectanguli N M H, lineaque M N supra quam formatur idem angulus cum M H, & è contrario erit major (per eandem propos. ut & juxta 16. tertij) linea N M, quę respicit ad angulos rectos H trianguli rectanguli, N H M ut sit Diameter eiusdem circuli T I H V, ut N H, quæ non nisi chorda est juxta 1. partem 31. ejusdem libri tertii, Cumq; hoc ita non sit, ut revera non est linea alia maior altera ut pars una cum tota redeat ad sibi ęqualem, qui casus impossibilis, per penultimam communium sententiarum erunt ambæ inter se æquales necessariò, tam per. 8. communium sententiarum, quam per conversum quintæ propos. libri 1. ut non attingam 6. & quia ęqualis est linea N I, ad N H, per 14. tertii erunt inter se omnes 3. N M, N H, N I, per 1. earundem communium sententiarum ut per illam erit infinitas linearum quæ cadit ex puncto N, inter duas collaterales N H, N I. pòst cadent ad angulos rectos in istam distantiam H I iuxta duas ultimas partes reperti 16. eiusque corollarii, illisq; quę inferebantur ex distinctionibus antecedentibus.

4. Produco lineam B D, cum qua formo triangulum rectangulum A B D, per primam partem propositionis 31. libri tertii quæ per 31. sexti, suppositumque distinctionis 2. istius conclusionis valebit B D. radicem 4032. ut ponat quod valet 8. A D, & 64. diametri A B, supra quam cadit ad angulos rectos linea D R, perque meum 4. repertum valebit 1. A R per secundam demonstrationem continuas proportionales tres lineas B A, A D, A R, mediamque proportionalem A D inter alias duas B A, A R & quia inter se æquales duæ lineæ D A D R (quæ claudunt cum basi A R, triangulum Isosceles A D R) non erit iam eadem proportio quam habent 64. Diametri B A cum 8, mediæ proportionalis, A D ad eam quæ respicit 8. cum 32, minore, radicem 960. quæ valet lineam A R quia non sunt proportionales omnes 4. lineæ B A, A D, D A, A R ut esse debebant secundum propositiones 16. sexti 19. septimi, 10. decimi, atque ut non sint ut re ipsa non sunt ma-

nebit ibi finita generalitas, quam dixi habere 4 repertum in fine 5. articuli propositionum finitarum elementorum Euclidis, quibus cum concludo.

PRIMVM COROLLARIVM.

Ex demonstrato in hoc reperto infertur, esse angulum C Trianguli Isosceles HCI majorem finitorum, qui esse possit, ut inde expiret valor, quem antea habebant secundum ultimam partem propositionis 32, primi Euclid. quæ vult totum triangulum rectilineum non valere plus quam duos angulos rectos, collocatos supra lineam Figueroa HI basi ejusdem trianguli HCI quare non erit major finitorum angulus H, trianguli EHC, reperti 16. ut volebat ultimum corollarium.

SECVNDVM COROLLARIVM.

Similiter infertur, triangulum DAE formatum in circulo APBQ, infallibilis nec erit triangulus EFC, qui est in circulo A, reperti 16. quia finivit in DAE, valorem duorū angulorum oppositorum D. E, (atq; ut sit unaquæq; illarum æqualis ad medietatem majoris anguli finiti C, trianguli HCI) delineatioque ejus duplo major quam alterius Per quam rationem huic triangulo infallibili DAE applicari possunt prærogativæ alterius, addendo unam magis, propterea quod basis major DE dividit præcisè 12 & ½ circumferentiam istius circuli APBQ (quem posui æqualem alteri) ita ut basis major EC trianguli EFC dividit 25, circumferentiam ejusdem circuli A, & ut fatebuntur alij alias tantas per repertum 14.

TERTIVM COROLLARIVM.

Eodem modo concluditur, superficiem exteriorem circumferentiæ totius circuli largioris & rectioris distantiæ, quàm interior illius, quia linea AD, quæ extenditur ad circumferentiam interiorem circuli APBQ, æqualiter ad AD arcum, qui sustinet (aliquamque harum arcus seu Chorda AD est una 25. partium circumferentiæ & 8. Diametri AB per 14. repertum) claudent ambo superficiem contra communium sententiarum ultimam, juxtaq; hoc quod noto in articulo 14. propositionum finitarum elementorum Euclidis, quod non clauderent, si extenderet lineam istam rectam AD in circumferentia exteriori ejusdem circuli, eodem modo, quo extendit lineam Figueroam HI in exteriore circuli TIHV: ratio est, quia inde facilè partem habet, unde totum, & esse proportionem inter illam & octavam partem Diametri AB (juxta 2. distinct conclus. hujus reperti aliàs mensurabilis per 2. 10. sunt itaq; ambæ ejusdem generis

ris, duplataq; minor excedet majorem juxta 6. definitionem quinti, cum è converso sciamus, si duæ quantitates non fuerint eiusdem generis non erit comparatio neque proportio unius ad alteram, prout neque ego habui à linea ad angulum, ab angulo ad superficiem, à superficie ad corpus, neque rerum infinitarum ad infinitas.

QVARTVM COROLLARIVM.

Infertur quoq; impossibile esse extrahere aream polygoni regularis 25. laterum, quæ inscribatur circulo sine extractione illius, qui est totius circuli, quia æqualis basis DE, quæ respicit angulum Molina A, trianguli infallibilis DAE ad junctas alias duas bases AD, AE, quæ eam formant (contra propositionem 20 primi, prout noto in articulo 12. propositionum finitarum) prout impossibile fuerit formare, supra lineam propositam polygonum regulare plus quam 24. laterum, ita ut sit inscriptus circulo sine tamen angulis rectis, qui supra eam constituentur secundum ultimam partem 21. reperti. Quare satis probatum hoc manet, non posse extrahi aream polygoni regularis quinquagintagoni sine extractione ex circulo, cui fuerit inscriptus prout demonstrat in ultimo, notaturq; in fine corollarij, eritque causa notissima accidentis illius notabilis sub finem ejusdem reperti, eritq; manifestum, quare ita brevibus attigerim hoc quod potuissem latius deducere, si non ignorassem hoc quod jam demonstro.

QVINTVM COROLLARIVM.

Hinc probatur falsitas duarum propositionum, penultimæ & ultimæ tertij Euclidis quod noto in articulis 16. 17. propositionum falsarum eiusdem libri reperto 18. Pòst, solum contactum fuit circumferentiæ exterioris circuli TIHV lineæ rectæ DM, quam valet radix 15, in puncto M, ut ambæ propositiones satis bene demonstrant, quare & lineæ (DF quæ valet radicem 60.) ex puncto I unde linea DI, quæ valet radicem 60. minus 4. incipit contingere ad punctum H ubi finit DH æqualis ad semidiametrum DC, quæ valet 4. Dico prout est intersecta circũferentia exterior circuli TIHV lineæ rectæ DF, durante spatio quod de illa occupat Figueroa HI, non autem in solo puncto M, ut putavit Euclides in istis 2. propositionibus, ut affirmo in ista archifalsa 16. einsdem 3. ejusq; corollarij & reliquorum.

SEXTVM COROLLARIVM.

Per aliquam duarum formarum tertij exempli, quarti Corollarij reperti antecedentis infertur cadere lineam DM quæ valet rad. 15. ad angulos rectos ex puncto D, è circũferẽtia circuli APBQ supra punct. M, diamet. PQ, valetq; 8. ita ut illa facta media propor-

proportionali inter 2. divisiones MQ, quæ valet 5. & MP, quæ valet tres juxta propos. 13. sexti, quia per 17. quadrati, quod fiet è sola linea DM, erit æquale ad parallelogrammum rectangulum quod formatur à duobus QM, MP, quia anguli alicujus valoris, sed non finiti.

VLTIMVM COROLLARIVM.

Infertur, itidem esse finitam demonstrationem quam Ptolomæus fecit capite 9. sui Almagesti, quia collecto in unam summam valore duorum parallelogrammorum, quæ fiebant è 4. lineis AB, DF, AD, BF (quæ claudunt quadrilaterum seu trapezium ADFB inscriptum circulo APBQ) venitq; radix ad 384, non ad 63. valoris quadrati, qui formabitur è sola linea BD, quæ valet radicem 63. seu parallelogrammum rectangulum quod de illa fiebat, cum alia linea quæ ducetur ex angulo A ad angulum F ipsi oppositum, cumq; ambæ inter se æquales per propos. 14. tertij, quia tales inter se AD, BF, & quod quisq; eorum ad 8 partem Diametri AB, quæ finitio procedit ex eo quod linea DR, quæ cadit perpendiculariter ex angulo recto D trianguli rectanguli ADB supra diametrum AB, possit variare distantiam basis AR secundum ultimam partem primæ distinctionis conclusionis istius reperti, sine mutatione ulla longitudinis vel rectitudinis angulorum, quam causabunt DR, HR, in contactu: Atque ut sint, prout sunt inter se æquales duæ lineæ DA, DR, quæ supra eandem basin AR formant Isosceles ADR, rectosq; duos angulos AR, qui supra illam collocati, atq; ut sint recti atq; ita mutato valore anguli restantis D ejusdē triāguli ADR, similiter alia chorda DA ad rectitudinē anguli circularis ex puncto A non curvata eadem perpendiculari DR, cui linquit angulum esse rectum D, trianguli BDR non inferens, non esse inter se æquales duas lineas BD, BR, neque aliquam ex illis ad Diametrum AB, prout debebant esse si hinc non maneret finita propositio 6. primi, non autem inde prout notat articulus 7. propositionum finitarum elementorum Euclidis in reperto 18. ad quod me refero, ut & ad reliqua quæ inde arguuntur. Vsq; quo in unum corpus aliquando in lucem dem correcta, amplificata cum novis demonstrationibus reperta mea. Commendans interim lectori Geometræ speculationem subtilium demonstrationum quæ potest fieri in circulo RCNE cui inscriptum parallelogrammum rectangulum earundem literarum illaq; quæ possunt fieri, per deductionem ad impossibile in eodem parallelogrammo ponendo angulum ORC æqualem ad angulum OCR, cum linea RY, quæ secat Diametrum CE in puncto O, divisoque per medium angulo COR cum perpendiculari XZ, quod supra omnia vobis commendo, me verò ipsum Deo.

FINIS.