

Göttingen, 6. Nov. 1926.

Lieber Herr Schrödinger,

Haben Sie sich, langen Brief sachgemäß und eingehend zu beantworten, fühlte ich mich im Augenblick nicht im Stande, da das Semester wieder mit einer übermäßigen Arbeitslast eingesetzt hat. Aber ich will auch nicht die Antwort lange verschieben und darum lieber Sie bitten, mir ein paar Worte vorlieflich zu nehmen.

Zunächst muss ich Ihre Behauptung von meiner "mathematischen Kraft" durchaus ablehnen; darin sind Sie mir sicher über, ich hätte es niemals fertig gebracht, das H-Atom-Eigenwertproblem durchzurechnen, selbst wenn ich auf die wundervolle Grundidee der Differentialgleichung verfallen wäre. Überhaupt ist es mir nicht gelungen, irgend ein konkretes Quantenproblem auszurechnen; d.h. versucht habe ich manches, aber stets waren andere fixer. Dagegen möchte ich mir sehr gewissenhaft ein Bild des Zusammenspiels der physikalischen Tatsachen zu machen und die verschiedenen Argumente gegeneinander abzuwägen. Ich gestehe Ihnen gern, dass ich beim Erwerben Ihres ersten Abschlußs so begierig war, dass ich mit fliegenden Fahnen ins Lager der Kontinuumphysik übergehen oder besser zurückkehren wollte; denn nach meinem ganzen Werdegang fühlte ich mich dahin gezogen, woher ich ausgegangen war, nämlich zu den strengen, klaren Begriffsbildungen der klassischen Physik. Aber langsam musste ich dies wieder aufgeben; ich sah nicht, wie auf dem Wege der Annäherung an klassische Begriffe irgend etwas verständlich wird. Doch bin ich weit davon entfernt, Sie von der

Verfolgung Ihrer Pläne fortlocken zu wollen. Sehr's muss man alle Möglichkeiten zu Ende denken. Ich selber lasse mich aber lieber durch mein Gefühl leiten, und das sagt mir, daß wir vorläufig ohne die "Quantenbegriffe" nicht durchkommen.

Ihre Einwände gegen meine Argumente im Entstehen sind nicht leicht zu widerlegen. Doch will ich ein paar Worte darüber sagen. Mit dem Hinweis auf die bilanzirten Nebelspuren meine ich dies: Als direkteste Spuren der stationären Zustände haben wir die Elektronenstoße, und hier denke ich vor allem an die Stoße zweiter Art. Sie können wohl als Tatsache nehmen, daß ein Elektron beim Zusammenstoß mit einem Atom, das ~~in irgend einem Zustande ist~~, ~~der~~ ~~zweit~~ ~~und~~ ~~dritten~~ ~~zweiten~~ Zustand immer nur einen Energiezuwachs bekommt. Nun nun in einem Atom mehrere Eigenwellen gleichzeitig erzeugt sein können, wie sollte man das verstehen? Was nicht da Ihr Legen argument, daß das Elektron über eine "Wellengruppe" sein könnte? Es handelt sich doch um die Atomwellen, die diskreten Stufen entsprechen. Natürlich ist es möglich zu sagen: das in mehreren Frequenzen schwingende Atom reagiert eben in besondere Weise so, daß es nur die einer Frequenz entsprechende Energie auf das Elektron überträgt. Aber das ist doch nur eine Ausrede. Mir scheint, daß die Bohrsche Redeweise die natürliche Beschreibung und Zusammenfassung eines großen Tatsachenbereichs ist; darum ist es Aufgabe jeder feineren Theorie, diese Redeweise zu rechtfertigen. Weiter will ich gar nichts. Übrigens: für geklärt halte ich die Sache gar nicht für Sie aus meiner Arbeit zu entnehmen klein!). Nur wege ich dazu, die Auffassung, die sehr vernünftig scheint, etwas zu propagieren. — Was nun Ihre Einwände gegen die Stoßtheorie betrifft, so haben wir die uns auch gemacht; aber

wenn auch da noch Fehlermöglichkeiten bestehen, so glaube ich, daß diese bald beseitigt werden, besonders durch eine Arbeit von Pauli. Doch ist das zu verzweifeln, um es hier auseinander zu setzen. Es scheint so zu liegen: die Größen, die beobachtbar sind, z.B. Bahnausymptoten, werden auch wirklich von der Theorie bestimmt; unbeobachtbare aber, wie „nächster Abstand der Bahn vom ablenkenden Atom“, bleiben auch unbestimmt und nur statistisch fassbar.

Sie fragen, ob die zum Wahrscheinlichkeitsfeld hinzugefügten Corpuskeln wirklich etwas helfen zur Erklärung der Bohr-Sommerfeldschen Versuche? Ich glaube, das Vorwärts erklären ist hier nicht recht am Platze. Ihre Wellenmechanik sagt automatisch dafür, daß die Erhaltungssätze in der Quanten-Mechanik gelten: jedem  $\hbar\nu$ -Zerium (bzw.  $\frac{\hbar}{e}$ -Zerium) entspricht irgendwo ein  $\hbar\nu$ - (bzw.  $\frac{\hbar}{e}$ -) Verlust (man weiß nun nicht, wo<sup>2</sup>). Eine solche Kopplung ausnahmslos zu machen, schien mir aber kein anderes Mittel zu haben als die Vorstellung fliegender Corpuskeln. Doch ist ja niemand gezwungen, sich etwas zu veranschaulichen; dann mag er sich mit Ihren schönen Formeln begnügen. Nur glaube ich, daß es Keine andere Veranschaulichung gibt als die vom Wellenfeld (übrigens: im ~~fall~~ 3N-dimensionalen Configurationsraum) gelenkten Corpuskeln.

Nun ein andres Argument gegen die Möglichkeit der klassisch-Kontinuierlichen Auffassung, das aus Paulis Gedankenkreis stammt.

Fehlende es am besten an einem Beispiel klar, etwa dem starken, zweidimensionalen Rotator:  $H(p, q) = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2)$ , mit der Nebenbedingung  $x^2 + y^2 = a^2$ . Es gibt folgende zwei Behandlungsarten:

1) direkt nach Schrödinger;  $p_x = \frac{\hbar}{2mi} \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $p_y = \frac{\hbar}{2mi} \frac{\partial}{\partial y}$  als Operatoren.

$$[H - W, \Psi] = 0 \text{ gibt } -\frac{\hbar^2}{8m^2} (\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2}) - W\Psi = 0, \quad x^2 + y^2 = a^2.$$

Polar-Koordinaten  $\begin{cases} x = r \cos \varphi \\ y = r \sin \varphi \end{cases}$  geben  $r^2 = a^2$ , also  $\frac{\hbar^2}{8m^2 a^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} - W\Psi = 0$ ,

$$\text{und daraus } \Psi = \frac{c_1}{r^n} \left( \frac{87^{\frac{n+2}{2}}}{\hbar^2} W \Phi \right), \quad \frac{87^{\frac{n+2}{2}}}{\hbar^2} W_n = n!, \quad W_n = \frac{\hbar^2 n^2}{8m^2 a^2}.$$

$$\text{2) Neue Behandlung: } \begin{cases} p_x = \dot{x}, \quad p_y = \dot{y} \text{ als Variable} \\ x = \frac{\epsilon_i}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial \xi}, \quad y = \frac{\epsilon_i}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial \eta} \text{ als Operatoren:} \end{cases}$$

$$[\mathcal{H} - W, \psi] = 0 \text{ gilt: } \left( \frac{\epsilon_i}{\hbar} (\xi^2 + \eta^2) - W \right) \psi = 0$$

$$x^2 + y^2 = a^2 \text{ gilt: } -\frac{\hbar^2}{4m} \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \right) = a^2 \psi$$

Polar Koordinaten  $\begin{cases} \xi = p \cos \alpha \\ \eta = p \sin \alpha \end{cases}$ ; nach der ersten Gl. ist  $p^2 = 2pW$  Konstant,  
also liefert die zweite  $\frac{\hbar^2}{4m^2 p^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + a^2 \psi = 0$ ,

$$\text{Lösung } \psi = \frac{1}{\sqrt{n}} \left( \frac{4\pi p a}{\hbar} \alpha \right); \text{ Endenitg. R. f. im } \xi\eta\text{-Raum  
liefert } \frac{4\pi p a}{\hbar} = n, \quad p = \frac{\hbar n}{4\pi a},$$

$$\text{also } W = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 n^2}{8m^2 a^2}.$$

Ganz ähnlich scheint man immer vom  $q$ -Raum zum  $p$ -Raum oder, wenn man will zu einem gewinzelten  $3N$ -dimensionalen  $pq$ -Raum übergehen zu können (durch kanonische Transformation im Sinne der Operatoren-Rechnung). darf man also glauben, dass ihre Auszeichnung des  $q$ -Raumes physikalisch wesentlich ist? dass sie irgend etwas mit dem Auszeichnungsraum zu tun hat?

Überhaupt scheint mir, dass etwas, was im Konfigurationsraum oder einem anderen  $3N$ -dimensionalen Ausschnitt des  $6n$ -dimensionalen Phasoraums vor sich geht, nur im Sinne der statistischen Mechanik gedacht werden kann.

Aber, wie gesagt, schön wär's schon, wenn Sie recht hätten! So schönes passiert leider in der Welt selten. Vermutlich habe ich auch nicht recht, sondern es kommt noch anders. Doch glaube ich, ich habe ein bisschen mehr recht wie Sie.

Nun noch eine andere Sache. Denkt fröhlich kaum ein Amateurenhaft mit einer Arbeit von Alexandrow über das  $H_2^+$ -Ion. Da einer meiner Herren auch davon arbeitet, haben wir uns gleich auf die Arbeit gestrichen, und zunächst habe ich mit Franck das Physikalische

distanz ist. Wir bemerkten sofort, daß die Übereinstimmung mit dem Syntischen Wert nur auf der Annahme des Dissoziationsarbeit des  $H_2$ -Molekils von 2,9 Volt beruht; diese ist aber unmöglich. 3,5 Volt hätte man vor kurzem noch konzedieren können. Jetzt aber, nach den neuen Arbeiten aus Harvard und Berkeley (den Autor der ersten habe ich vergessen, die zweite ist von Dicke, wir haben Korrekturen) ist es sicher, daß der Wert spektroskopisch genau 4,2 Volt beträgt. Die Übereinstimmung ist also wiederher. Daraufhin begann ich einen Fehler zu suchen und fand einen (recht primitiven): Herr Alexandrov identifizierte die Elektronenenergie  $E$  um die (als fest gedachten) Kugel mit der Gesamtenergie und verzerrt die Kernabstafung  $\frac{e^2}{r}$ ! daraus folgt, daß sein tiefster Term ( $n_3=2$ ), bei dem  $E$  vom Kernabstand  $r$  unabhängig ist, überhaupt kein Energiediagramm liefert; denn  $W = E + \frac{e^2}{r}$  hat bei  $E=\text{konst.}$  kein Minimum. Aber ich vermutete noch weitere Fehler; denn nun müsste der tiefste Term mindestens  $n_3=3$  haben! dann wäre aber eine adiabatische Erzeugung des  $H_2^+$  aus  $H^+$  und  $H$  unmöglich, was ich nicht glaube. Hund hat eine „Zoologie“ der Moleküle gemacht, die auf der adiabatischen Erzeugung beruht und zu vernünftige Resultate gibt, daß sie wohl richtig sein wird.

Ich schreibe das Ihnen, weil die Alexandrov'sche Arbeit „Einfach“ gezeichnet ist; sie kennen wohl den Autor und werden ihm meine Einwände mitteilen können.

Nun ist mein Brief fast so lang geworden wie der Ihre. Ich würde, mündlich mit Ihnen alles besprechen zu können. Aber vorläufig sitze ich hier in schwerem Semesterbetrieb und muss College halten.

Briefen Sie Ihr Frau recht herzlich; die meine ist gerade in Berlin  
und hat es gut, da sie viel bei Brüderlein ist.

Ihr

M. Born.