3

Zürich, am 6. Juni 1926. 12

Hochverehrter Herr Professor Lorentz!

Sie haben mir die ausserordentliche Ehre erwiesen, auf elf engbeschriebenen Seiten die Gedankengänge meiner letzten Arbeiten einer tiefgreifenden Analyse und Kritik zu unterziehen. Ich finde keine Worte, um Ihnen für dieses wertvolle Geschenk, dass Sie mir damit gemacht haben, ausreichend zu danken - es bedrückt mich schwer, dass ich Ihre Zeit damit so ungebührlich stark in Anspruch genommen habe. Der Dank ist - dass ich die Inanspruchnahme fortsetze; aber doch wenigstens nur durch Lesen, und Sie haben mir ja erlaubt, Ihnen über meine Stellungnahme zu den ausserordentlich interessanten und wichtigen neuen Gesichtspunkten, die Ihr Brief eröffnet, zu berichten. Erlauben Sie, bitte, dass ich das nicht gerade in der Weise tue, dass ich Punkt für Punkt auf die einzelnen Anregungen oder Bedenken antworte - Sie haben dieselben wohl auch kaum in der Reihenfolge mehr im Gedächtnis oder aufgeschrieben. Auch hat vieles, was ich sagen möchte, auf mehrere Stellen Ihres Briefes Bezug.

bei mehr als drei Koordinat

1) Sie erwähnen die Schwierigkeit, die Wellen im q-Raum zu projizieren in den gewöhnlichen dreidimensionalen Raum und dort physikalisch zu deuten. Ich habe diese Schwierigkeit lange sehr schwer empfunden, glaube aber, sie jetzt überwunden zu haben. Die physikalische Bedeutung kommt, wie ich glaube (und am Ende der dritten Arbeit ausgeführt habe, nicht der Grösse ψ selbst, sondern einer <u>quadratischen</u> Funktion derselben zu. Ich wählte <u>dort</u> den Realteil von $\psi\bar{\psi}$, wo ψ in naheliegender Weise komplex gefasst ist (Kritik siehe unten) und der querstrich das konjugiert Komplexe bezeichnet. Ich will <u>jetzt</u>, einfacher, $\psi\bar{\psi}$ wählen, also das Quadrat des Absolutbetrages der Grösse ψ.

Handelt es sich nun um ein System von N Massenpunkten, so ist dieses $\psi\bar{\psi}$, ebenso wie ψ selbst, eine Funktion von 3N Variablen oder, wie ich sagen will, von N dreidimensionalen Räumen, R_1 $R_2 \ldots\ldots R_N$. Man identifiziere nun erstens R_1 mit dem wirklichen Raum und integriere $\psi\bar{\psi}$ über $R_2 \ldots\ldots R_N$; zweitens identifiziere man R_2 mit dem wirklichen Raum und integriere über R_1 $R_3 \ldots\ldots R_N$; und so fort. Die N Einzelresultate addiere man, nachdem man sie zuvor mit gewissen, die Massenpunkte charakterisierenden Konstanten (ihren Ladungen, nach der früheren Theorie) multipliziert hat. Das Ergebnis halte ich für die Elektrizitätsdichte im wirklichen Raum. Für ein Atom mit mehreren Elektronen erhält man so genau das, was Born-Heisenberg-Jordan als Uebergangswahrscheinlichkeit bezeichnen, in der neuen und ansprechenden Bedeutung: "Komponente des elektrischen Moments" (~~eigentlich Amplitude~~ eigentlich: jenes Teilmoments, das mit der betreffenden Emissionsfrequenz oszilliert.)

Unsympathisch, ja direkt zu beabständen, ist dabei die Verwendung des Komplexen. ψ ist doch von Haus aus eine reelle Funktion, ich sollte also in Glg. (35) meiner dritten Arbeit

$$\psi = \sum_k c_k u_k(x) e^{\frac{2\pi i E_k t}{h}} \qquad (35)$$

statt der imaginären e-Ptenz hübsch brav einen Cosinus schreiben und mich fragen: ist es möglich, den Imaginärteil in unzweideutiger Weise hinzuzudefinieren, ohne auf den ganzen zeitlichen Verlauf der Grösse Bezug zu nehmen, sondern nur auf die reelle Grösse ψ selbst und ihre zeitlichen und räumlichen Differentialquotienten an der betreffenden Stelle. Das geht nun wirklich, jedenfalls für $\dot{\psi}$. Ich schreibe Kürze halber für die "Wellengleichung"

$$L[u] + Eu = 0 \qquad (1)$$

unter $L[\cdot]$ einen gewissen Differentialoperator verstanden. Ferner sei ψ_r das, ursprüglich allein bekannte, reelle Schwingungsfunktion, also der Realteil von ψ, zu dem nun der Imaginärteil hinzudefiniert werden soll. Das kann man so machen: $\dot{\psi} = \psi_r - \frac{2\pi i}{h} \mathcal{L}[\psi_r]$ (2)

Damit ist also jedenfalls der „Betrag" von $\dot{\psi}$ unabhängig von der komplexen Darstellung durch die räumlichen und zeitlichen Differentialquotienten von der reellen Grösse ψ_r dargestellt, sodass man nicht in Verlegenheit kommt, wenn einmal ein ψ_r vorliegt, das nicht einer stationären Superposition von Eigenschwingungen entspricht. - Nun hat man freilich erst $\dot{\psi}$ und die Integration nach der Zeit würde eine unbestimmte additive reinimaginäre Koordinatenfunktion involvieren. Ob sich die vernünftig festlegen lässt, weiss ich noch nicht. Praktisch hindert aber wohl nichts, in der zuerst angeführten Ueberlegung durchwegs ψ durch $\dot{\psi}$ zu ersetzen, weil ja in Wirklichkeit alle Eigenwerte nahezu gleichgross sind, wegen der grossen additiven Konstante, die sie enthalten und von der Sie auch sprechen. Bestimmt man diese Konstante, was fast unvermeidlich ist, als mc^2 (oder ein ganzzahliges Vielfaches davon), so werden die Eigenwertdifferenzen gegen die Eigenwerte selbst sehr klein, von der Ordnung der Relativitätskorrektion.

2) Sie berühren öfters den Punkt, dass die "Wellengleichung" (1) noch nicht die fundamentale Gleichung des Problems ist, weil sie keine Differentialquotienten nach der Zeit mehr enthält, dafür aber die Integrationskonstante E. Auch gilt die Gleichung nicht allgemein, sondern nur für solche Lösungen u, die von der Zeit durch den Faktor abhängen. Letzteres bedeutet aber soviel wie

$$\ddot{u} = -\frac{4\pi^2}{h^2} E^2 u$$

Aus (1) und (2) kann man E eliminieren und erhält

$$\mathcal{L}\mathcal{L}[u] + \frac{h^2}{4\pi^2} \ddot{u} = 0 \qquad (3)$$

Dieses dürfte also wohl die allgemeine Wellengleichung sein, die die Integrationkonstante E nicht mehr, dafür aber Differentialquotienten nach der Zeit enthält. Sie ist ganz von dem Typus der Gleichung für die

15

schwingende <u>Platte</u> (in der der redublizierte Laplaca'sche Operator steht), nicht mehr von dem einfachen Typus der schwingenden <u>Membran.</u> Ich habe entsetzlich lange gebraucht, um diese einfache Sache aufzufinden. Man kann natürlich jetzt von Gleichung (3) wieder rückwärts gehen durch den versuchsweisen Ansatz $u \sim e^{\frac{2\pi i E t}{h}}$

und versuchsweise Aufspaltung von (3) nach dem Schema

$$(L[\cdot] - E)(L[\cdot] + E)\, u = 0$$

$$L[u] - Eu = 0 \quad \text{oder} \quad L[u] + Eu = 0$$

wie bei der schwingenden Platte. Dass man so <u>alle</u> Lösungen erhält, muss wie ~~immer~~ hinterher durch Untersuchung der Vollständigkeit des gefundenen Funktionensystems gezeigt werden. (Dass <u>zwei</u> Gleichungen mit verschiedenem Zeichen für E resultieren, tut natürlich nichts, weil E ja eine unbestimmte, erst zu bestimmende Konstante ist ; man erhält also nicht etwa <u>neue</u> Lösungen hinzu.)

3) In einer Anlage erlaube ich mir, Ihnen die Abschrift einer kleinen Note zu übersenden, in der zunächst für den einfachen Fall des Oszillators etwas durchgeführt ist, was ein dringendes Postulat ist auch für alle komplizierteren Fälle, dort aber grossen rechnerischen Schwierigkeiten begegnet. (Amschönsten wäre es, wenn es sich <u>allgemein</u> durchführen liesse, das ist aber vorläufig hoffnungslos). Es handelt sich um die wirkliche Herstellung der Wellengruppen (oder Wellenpackete), welche beim Uebergang zu grossen Quantenzahlen den Uebergang zur makroskopischen Mechanik vermitteln. Sie sehen aus der Note dem Text, die <u>vor</u> Empfang Ihres Briefs geschrieben ist, wie sehr auch mir das "Beisammenbleiben" dieser Wellenpackete Sorge gemacht hat. Ich bin sehr glücklich, jetzt wenigstens auf ein einfaches <u>Beispiel</u> hinweisen zu können, wo es, entgegen aller vernünftigen Vermutung, doch zutrifft.

Ich hoffe, dass das jedenfalls für alle jene Fälle so ist, wo die gewöhnlich e Mechanik von <u>quasiperiodischen</u> Bewegungen spricht . Nehmen wir dies einmal als gesichert oder zugestanden an, so bleibt immer noch die Schwierigkeit des vollkommen <u>freien</u> Elektrons im völlig feldfreien Raum. Würden Sie es für einen sehr schweren Einwand gegen die Theorie halten, wenn sich ergeben würde, dass im völlig feldfreien Raum das Elektron nicht existenzfähig ist? Oder vielleicht sogar, dass überhaupt selbst im gewöhnlichen Sinn"freie" Elektronen ihre Individualität nicht dauernd bewahren? Dassdas Sprechen von einzelnen Elektronen im Kathodenstrahlbündel vielleicht nur den Sinn hat: das Bündel besitzt eine gewisse "körnige" Struktur, ebenso wie das für ein Lichtbündel durch manche Erscheinungen wahrscheinlich gemacht wird, wobei in <u>beiden</u> Fällen weder die rein wellenmässige, noch die rein korpuskulare Beschreibung genau das Richtige trifft, sondern etwas dazwischen, das uns noch nicht adäquat gelungen ist.

4) Ich möchte an die Ueberlegungen der beiliegenden Note noch einige Bemerkungen knüpfen, deren wichtigste mir diese scheint: man soll <u>nicht</u> die <u>einzelnen</u> Eigenschwingungen der Wellentheorie mit den <u>einzelnen</u> stationären Bahnen der Bohr'schen Theorie in Parallele setzen. Denn tut man das, so ist der korrespondenzmässige Uebergang von der Mikromechanik zur Makromechanik schlechterdings unmöglich. Man sieht ja, wie für hohe Quantenzahl ($A \gg 1$) die einzelne Bohr'sche Bahn sich aufbaut aus einer Superposition sehr vieler relativ nahe benachbarter Eigenschwingungen. Es wäre möglich, dass zwischen den Amplituden und Phasen benachbarter Eigenschwingungen zwangsweise Koppelungen bestehen, etwa derart, dass man alle möglichen Zustände des Oszillators erhält, indem man die Grösse A alle möglichen positiven Werte annehmen lässt (man muss sich dann das ganze Aggregat noch mit $e^{-\frac{A^2}{2}}$ multipliziert denken, damit das Integral $\int_{-\infty}^{+\infty}\psi\bar{\psi}\,dx$ von A unabhängig wird.) Im Grenzfall eines sehr kleinen A erhält man dann zunächst nur die Grundschwingung, mit wachsendem A werden die Oberschwingungen allmählich angeregt, langsam verschiebt sich der Schwerpunkt zu

immer höheren Ordnungszahlen.

Aber das sind vorläufig Hirngespinste, es kann auch ganz anders sein. Keinesfalls halte ich es für richtig, von der Energie der einzelnen Eigenschwingung zu sprechen, gemessen etwa durch ihr Amplitudenquadrat. Letzteres hat meiner Ansicht nach nichts mit Energie zu tun, sondern mit Ladung. Die einzige Eigenschaft der einzelnen Eigenschwingung, die mit Energie etwas zu tun hat, ist, glaube ich, ihre Frequenz.

Natürlich taucht die Frage auf: warum muss ich aber dem Atom eine ganz bestimmte Energiemenge zuführen, um eine bestimmte Eigenschwingung eben zu erregen? Hier heisst nun: "eine bestimmte Energiemenge zuführen" in Wahrheit entweder: "mit Elektronen bestimmter Geschwindigkeit bombardieren" oder "mit Licht bestimmter Frequenz bestrahlen". Was nun das letztere betrifft, so werden Sie besser wissen als ich, dass ein Physiker der alten Zeit Mund und Augen weit aufgesperrt hätte, hätte man ihm gesagt: mit Licht bestimmter Frequenz bestrahlen, das "bedeute" eine bestimmte Energiemenge zuführen. Er würde eine sehr viel naheliegendere Erklärung in der Resonanz gesucht haben. Den Grund für die ebengenannte, dem Physiker alter Zeit schwerverständliche Behauptung sieht man in der Tatsache, dass Licht von bestimmter Frequenz dieselben regelmässig physikalischen Wirkungen hervorzubringen vermag, wie Elektronen von bestimmter Geschwindigkeit. Aus dieser Aequivalenztatsache kann man aber mit derselben Zwangläufigkeit bezw Nichtzwangläufigkeit den umgekehrten Schluss ziehen: das mit bestimmter Geschwindigkeit bewegte Elektron müsse ein Wellenphänomen von der Frequenz desjenigen Lichtes sein, dem es hinsichtlich der Erregung von Resonanz erfahrungsgemäss äquivalent sei. - Ich halte den einen wie den anderen Schluss für etwas einseitig, das Richtige liegt irgendwo in der Mitte.

5) Sie diskutieren sehr eingehend und in einer für mich sehr lehrreiche Weise die Frage der Erklärung der Strahlung durch Schwebungen oder

durch Differenztöne. Ich muss offen eingestehen, dass ich bisher zwischen diesen zwei Dingen begrifflich nicht genügend unterschieden habe. Ich war zunächst so überaus froh, zu einem Bild gelangt zu sein, bei dem doch irgendetwas wirklich mit derjenigen Frequenz stattfindet, die wir an dem ausgestrahlten Licht beobachten, dass ich mit dem fliegenden Atem eines gehetzten Flüchtlings auf dieses Etwas in der Form, in der es sich unmittelbar darbot, stürzte, nämlich auf die mit der Schwebungsfrequenz periodisch an- und abschwellenden Amplituden. Ich wollte damit nur sagen: es ist ein Mechanismus denkbar, durch den diese an- und abschwellenden Amplituden Licht gleicher Frequenz erregen. Hingegen schien mir und scheint mir (und zwar seit 1914) die Frequenzendiskrepanz des Bohr'schen Modells etwas so Ungeheuerliches, dass ich die Lichterregung auf diesem Weg wirklich beinahe als undenkbar bezeichnen möchte. - Bei der Alternative: Schwebungen oder Differenzton, erkläre ich mich aber selbstverständlich für das Letztere. Das heisst ja nur: es darf keinesfalls alles in Strenge linear zugehen, sonst bleibt die schönste Schwebungsfrequenz in Ewigkeit unwirksam.

6) Ich wundere mich, dass Sie an einer Stelle Ihres Briefes starken Anstoss daran nehmen, dass "die Strahlung als etwas Nebensächliches betrachtet wird, als etwas, das von Gliedern in den Fundamentalgleichungen herrührt, die man in erster Näherung (bei Ableitung der Wellengleichung) sogar vernachlässigt." Falls ich Sie recht verstehe, so muss ich erklären, dass mir das Gegenteil, wenn es vorläge, ein ernster Stein des Anstosses sein würde. Und zwar deshalb, weil ich glaube, dass die Grössenordnungs-mässige Bedeutung der Strahlungsglieder für die Atomdynamik von den älteren Theorien richtig erfasst wird u.zw. nicht erst von der Bohrschen Theorie, sondern schon von der Elektronentheorie. In beiden spielen die Strahlungsglieder eine ganz sekundäre Rolle. In der Elektronentheorie ist die Hauptkraft des Eigenfeldes auf das Elektron die Trägheitskraft. Die Strahlungskraft erscheint erst als zweites Glied

19

einer Reihenentwickelung und ist in Wirklichkeit bei den modellmässig vorkommenden Elektronenbewegungen immer sehr klein gegen die Trägheitskraft. Auch im Bohr'schen Modell wird zunächst von der Reaktionskraft der Strahlung vorerst völlig abgesehen und das ganze Modell ohne sie aufgebaut. Erst hinterher kommt sie durch zwei Dinge hinein: erstens durch die Annahme einer (gerade durch die klassische Strahlungskraft bestimmten) Unschärfe der Niveaus, zweitens durch die "Elektronensprünge". Diese letzteren, in ihrer bizarren Unstetigkeit, lassen nun freilich nicht mehr unmittelbar einen grössenordnungsmässigen Vergleich mit irgendetwas anderem zu. Aber da die Häufigkeit der Sprünge doch wieder "korrespondenzmässig" aus der Strahlungskraft berechnet wird, sieht man, dass sie grössenordnungsmässig mit mit letzterer auf eine Stufe zu stellen sind. Ich bin darum ganz zufrieden, dass die Wellenmechanik, wie es scheint, in diesem Punkt mit den älteren Theorien in Uebereinstimmung ist, soferne die Rückwirkung der Strahlung auf das strahlende System geringfügig genug ist, um bei Aufstellung seiner "Bewegungsgleichungen" in erster Näherung vernachlässigt werden zu können.

Dass die Hinzufügung dieser Glieder den linearen Charakter der Bewegungsgleichungen notwendig aufheben muss, ist mir durch Ihre Auseinandersetzungen zur unumstösslichen Gewissheit geworden und ich halte diese Erkenntnis für ausserordentlich wichtig.

7) Sie leiten aus der Wellengleichung selbst und aus dem Asatz für die Gruppengeschwindigkeit rückwärts wieder den Ausdruck (6) meiner zweiten Mitteilung für die Wellengeschwindigkeit ab, von dem ich ausgegangen war:

$$u = \frac{E + E_0}{\sqrt{2m(E - V)}}$$

Bei mir fehlt formell die Konstante E_0, doch ~~hatte ich vorher gesagt~~, doch habe ich (S. 10, oben) betont, dass E und V einzeln selbstverständlich nur bis auf eine additive Konstante bestimmt sind. Den Umstand, dass die Wellenlänge von dieser Konstante unabhängig ist, habe ich ebendort mit besonderer Freude hervorgehoben, weil ja gerade die Wellenlänge die Grössenordnung der Bahndimensionen bestimmt, bei denen Quantenphänomene aufzutreten beginnen.

Sie heben dann an einer späteren Stelle hervor, dass eben wegen dieser unabänderlich festgelegten Wellenlänge die Dimensionen des Elektrons sicher von mindestens derselben Grössenordnung sind wie die Bohrschen Ellipsenbahnen kleiner Ordnungszahl und dass es auf keine Weise möglich sei, Wellenpackete zu konstruieren, welche auf diesen Bahnen umlaufen und klein gegen die Bahndimensionen sind. Ich weiss nicht, ob ich recht habe, wenn ich hier ein "leider" zwischen den Zeilen lese. Ich glaube aber die beiliegende Note zeigt Ihnen jedenfalls, dass ich diesen Wunsch für die kleinquantigen Bahnen nie gehegt habe. Diese Zustände sind meiner Ansicht nach etwas von Elektronenbahnen toto genere verschiedenes, erst für hohe Quantenzahl tritt die klassische Mechanik wieder allmählich in ihre Rechte, genau so, wie das Beugungsbild eines Spaltes sich allmählich in sein Schattenbild verwandelt, wenn Sie die Spaltbacken langsam auseinanderziehen.

8) Darf ich noch zum Schluss einige ernsthafte Schwierigkeiten prinzipieller Natur hervorheben (ohne Zusammenhang mit Ihrem Brief), die mir an der Matrizenmechanik erst allmählich klar geworden sind und in denen ich - auch ganz abgesehen von der Anschaulichkeit - einen Vorzug der Wellenmechanik sehe.

Da ist hauptsächlich die Symmetrisierung der Hamiltonfunktion zu nennen. Ich habe darüber in der dritten Arbeit S. 14 ziemlich ausführlich gesprochen. Was ich aber damals noch nicht klar erkannt hatte, das war und ist, dass die von Born, Jordan und Heisenberg dafür aufgestellten Regeln geradezu falsch sind, wenn man sie auf verallgemeinerte Koordinaten anwendet, sie sind nur richtig in kartesischen Koordinaten. Das hat sich bei den Rechnungen von Dirac und Pauli einfach empirisch herausgestellt, es wird dann einfach diejenige Symmetrisie-

*) Die „Quantenregeln" [illegible]

rung gewählt, die auf etwas Vernünftiges führt. In einer zusammenfassenden Arbeit in den mathematischen Annalen entschliesst sich daher Heisenberg, festzusetzen, die Hamiltonfunktion sei in kartesischen Koordinaten aus der klassischen Theorie zu entnehmen. Dabei nimmt er aber die früher (mit Born und Jordan in der Zeitschr. f. Physik) vorgenommene geradezu falsche Verallgemeinerung auf beliebige Koordinaten nicht ausdrücklich zurück. Ausserdem bleiben Fälle, wie der symmetrische oder unsymmetrische Kreisel völlig unbestimmt, [und haben gegen die [illegible]] denn da ist ein Zurückgehen auf kartesische Koordinaten nicht nur beschwerlich, sondern unmöglich, solange man sich nicht darüber ausgesprochen hat, wie "starre Verbindungen" in die neue Mechanik übersetzt werden sollen.

Demgegenüber ist die Wellenmechanik direkt auf beliebige Koordinaten anwendbar und lässt die Energiestufen berechnen, ohne dass man den Zusammenhang der allgemeinen Koordinaten mit kartesischen überhaupt zu kennen braucht.

Ein zweiter Punkt ist der, dass die Wellenmechanik stets, von der einen additiven Konstante vielleicht abgesehen (die aber in den Energiedifferenzen belanglos ist), vollkommen bestimmte Eigenwerte liefert. Das scheint in der Matrizenmechanik zum mindesten sehr schwer zu sein und ich bin nicht sicher, ob hier nicht gelegentlich prinzipielle Unbestimmtheiten bestehen bleiben. Dirac (Proc. Roy. Soc.) und Wentzel (Zeitschr.f.Phys.) rechnen Seiten lang am Wasserstoffatom, Wentzel auch relativistisch, wobei im Endresultat blos das fehlt, was einen eigentlich interessiert: nämlich, ob "halbzahlig" oder "ganzahlig" zu quanteln ist! x) So findet Wentzel also zwar "genau die Sommerfeld'sche Feinstrukturformel", aber aus dem angegebenen Grunde ist das Resultat für den Erfahrungsvergleich ganz wertlos. - In der Wellenmechanik ergibt die relativistische Behandlung, die ebenso einfach ist, wie die klassische, unzweideutig halbzahliges Azimut- und Radialquant. (Ich habe die Rechnung seiner Zeit nicht

x) Die „Quantenintegrale" enthalten je noch eine additive Konstante, die unbestimmt bleibt. Nur dass sie nach ganzen Vielfachen von h fortschreiten

wird erschlossen. Das ist ein ernsthafter Mangel, und nicht, wie die additive Energiekonstante, ein belangloser.

publiziert, weil dies Ergebnis mir eben zeigte, dass noch etwas fehlt; dieses Etwas ist sicher der Gedanke von Goudsmit und Uhlenbeck.)- Nebenbei bemerkt, ist Wentzels Ansatz so beschaffen, dass wenn er bis zum Resultat vordränge, sein Resultat wahrscheinlich falsch sein würde,x) weil er das Problem zweidimensional fasst, statt dreidimensional. Das ist, wie ich in der zweiten Mitteilung, S. 32 hervorhob nicht erlaubt - und ist, bei der vollkommenen mathematischen Aequivalenz der Wellenmechanik und der Göttinger Mechanik, sicher auch in der letzteren unerlaubt. Die Wellenmechanik lässt hiefür den Grund auch klar erkannen, denn eine Wellenbewegung in zwei Dimensionen ist selbstverständlich etwas ganz anderes als eine Wellenbewegung in drei Dimensionen. Dagegen kann man, so weit ich sehe, in der Göttinger Mechanik nicht recht erkennen, weshalb die Reduktion des Problems duerh Verwendung eines Integrals verboten sein soll. Zum mindestens ist der Grund nicht sehr augenfällig, sonst würde nicht allgemein davon Gebrauch gemacht.

Ich fürchte, ich habe Ihnen, verehrter Herr Professor, durch diesen langen Brief neuerlich sehr viel Zeit weggenommen. Aber Ihre liebenswürdige und eingehende und bei allen Bedenken doch so wohlwollende Kritik meines Versuches lässt mich hoffen, dass doch der eine oder der andere der durch sie ausgelösten Gedanken für Sie von Interesse ist. Ich bin ganz überzeugt, dass ich nicht alle Bedenken bei Ihnen habe zerstreuen können - um die Wahrheit zu sagen: ich habe deren selbst noch mehr als genug und erblicke in all diesen Ueberlegungen nicht mehr als den ersten blassen Lichtschimmer eines hoffentlich anbrechenden tieferen Verständnisses.

Noch für etwas muss ich Ihnen sehr danken, und das ist das reizende Bild, mit welchem Sie alle diejenigen belohnt haben, die Ihnen anlässlich Ihres Festtages ihre Verehrung bekundet haben durch einen - wenigstens

x) d.h. nicht die wahre Aussage der Theorie darstellen in meinem Falle - leider blos symbolischen Akt. Das liebe Bild wird mir stets eine schöne Erinnerung sein an die Tage reinsten Genusses, die ich vor zwei Jahren in Brüssel unter Ihrer Führung verleben durfte.

Ich bitte Sie, stets überzeugt zu sein von der aufrichtigen Bewunderung und Verehrung

Ihres ganz ergebensten