Zusammenstellung der Resultate

Seite 29 Feld der rotierenden Kugel
" 31 Feld " " Hohlkugel
" 39 Linienelement der ~~transform.~~ Lösung in Polarkoordinaten
" 41 " " - - - - mit $\sqrt{-g} = 1$

Brief an Einstein 17. 7. 917.

Wie Ihnen Prof. Frank vielleicht erzählt haben wird, beschäftigt sich die junge Wiener Schule eingehend mit der Gravitationstheorie. Mein Freund Fleamm hat im Verlauf in der Phys. Zeitschr. eine kleine Notiz darüber erscheinen lassen, ~~und~~ arbeitet gegenwärtig an einer neuen Publikation und ich habe ebenfalls in den knappen Mußestunden, die mir meine militärtechnische Tätigkeit übrig liess, einiges gerechnet. (Zuvor ich meine Resultate publiziere,) ~~Ich wollte~~ Ihnen darüber einen kleinen Bericht senden, in der Hoffnung ~~einen~~ vielleicht einen weiteren (von Ihnen direkt) zu erhalten — wir sind ja hier in Wien seit Boltzmanns Tod verwaist und müssen uns selber weiterhelfen.

Ich beschäftigte mich vor allem mit ~~dem Problem~~ der Relativität der Rotationsbewegung, ~~Dieses Problem ist~~ — ein Problem, welches natürlich ~~in~~ durch Ihre Theorie als gelöst zu betrachten ist. Dass (z.B.) sowohl im System (I) rotierende Erde, ruhender Fixsternhimmel, als auch im System (II) ruhende Erde rotierender Fixsternhimmel dieselben Bewegungsgesetze für auf der Erdoberfläche befindliche Beobachter gelten, dafür garantiert uns ja die allgemeine Kovarianz der Feld-und Bewegungsgleichungen. Damit wäre die Sache eigentlich erledigt. Es gibt aber viele Physiker (besonders die Experimentelle), denen dieses Resultat zu abstrakt mathematisch ist und die gerne ~~an einem konkreten Beispiel~~ anschaulich beweisen haben möchten, dass ~~beispielsweise~~ die Rotationsbewegung ferner Massen nach Ihrer Theorie auf einen ~~im Innern~~ ruhenden Massenpunkt eine Kraft nach Art der Zentrifugalkraft hervorzubringen imstande ist. Um das zu zeigen, ging ich so vor: Ich denke mir eine ~~dünne~~ ∞ dünne ~~Kugelschale~~ Hohlkugel vom Radius a (den Fixsternhimmel) mit der Geschwindigkeit ω um die z-Achse rotierend und berechne nach der Methode der näherungsweisen Integration der Feldgleichungen (Berl. Ber. 1916 S. 688) das Feld im Aufpunkte $x = b, y = z = 0$; $b \ll a$. Ich erhalte: ~~für~~ bis auf Glieder höherer Ordnung in b/a

$$\Gamma^1_{44} = \frac{\omega^2 b}{2}, \quad \Gamma^2_{44} = \frac{\omega^2 a}{2}, \quad \Gamma^3_{44} = 0$$

$$\Gamma^4_{14} = -\frac{\omega b}{2}, \quad \Gamma^4_{24} = \frac{\omega a}{2}, \quad \Gamma^4_{34} = 0$$

$$\Gamma^1_{24} = -\frac{\omega}{2}, \quad \Gamma^2_{14} = \frac{\omega}{2}$$

alle übrigen Γ verschwinden.

Die Bewegungsgleichungen eines Massenpunktes lauten:

$$\frac{d^2x}{ds^2} + \Gamma^1_{44}\left(\frac{dt}{ds}\right)^2 + 2\Gamma^1_{24}\frac{dy}{ds}\frac{dt}{ds} = 0$$

$$\frac{d^2y}{ds^2} + \Gamma^2_{44}\left(\frac{dt}{ds}\right)^2 + 2\Gamma^2_{14}\frac{dx}{ds}\frac{dt}{ds} = 0$$

$$\frac{d^2z}{ds^2} = 0$$

$$\frac{d^2t}{ds^2} + 2\Gamma^4_{14}\frac{dx}{ds}\frac{dt}{ds} + 2\Gamma^4_{24}\frac{dy}{ds}\frac{dt}{ds} = 0$$

Setzt man $\frac{dt}{ds} = 1$, so ergibt sich

$$\frac{d^2x}{ds^2} = \frac{\omega^2 b}{2} - \omega\frac{dy}{ds}, \quad \frac{d^2y}{ds^2} = \frac{\omega^2 a}{2} + \omega\frac{dx}{ds}$$

Die Integration dieser Gleichungen ergibt

$$x = \frac{\omega^2 b}{4}s^2 - \omega y + \alpha s + \beta, \quad y = \frac{\omega^2 a}{4}s^2 + \omega x + \gamma s + \delta$$

Setzt man $s = 0$, $x = b$, $y = 0$, $\frac{dx}{ds} = 0$, $\frac{dy}{ds} = v$, so ergibt sich

$$x = \frac{\omega^2 b}{4}s^2 - \omega y + b, \quad y = \frac{\omega^2 a}{4}s^2 + \omega x + vs$$

Setzt man $s = \frac{2}{\omega}\sin\frac{\omega t}{2}$, so ergibt sich

$$x = b\cos\omega t - \frac{v}{\omega}\sin\omega t, \quad y = \frac{a}{2}\sin\omega t + \frac{v}{\omega}\cos\omega t$$

Setzt man $v = \frac{a\omega}{2}$, so ergibt sich

$$x = b\cos\omega t - \frac{a}{2}\sin\omega t, \quad y = \frac{a}{2}\sin\omega t + \frac{a}{2}\cos\omega t$$

Die Bahn ist also eine Ellipse mit den Halbachsen $\frac{a}{2}$ und $\frac{a}{2}\sqrt{1 + \frac{4b^2}{a^2}}$.

Ich habe mir nun die Frage vorgelegt, ob ein Massenpunkt, der sich in der Nähe des Mittelpunktes einer Hohlkugel befindet, eine Kraft nach Art der Zentrifugalkraft erfährt, wenn die Hohlkugel um eine durch den Mittelpunkt gehende Achse rotiert. Ich habe gefunden, dass dies nicht der Fall ist, sondern dass der Massenpunkt in Ruhe bleibt. Ich habe mir nun die Frage vorgelegt, ob ein Massenpunkt, der sich in der Nähe des Mittelpunktes einer Hohlkugel befindet, eine Kraft nach Art der Zentrifugalkraft erfährt, wenn die Hohlkugel um eine durch den Mittelpunkt gehende Achse rotiert. Ich habe gefunden, dass dies nicht der Fall ist, sondern dass der Massenpunkt in Ruhe bleibt.